Wiskundige optimalisatie en duidelijke voorstelling van beleggingen en hun risico's

Kurt Verstegen

promotor :
Prof.dr.ir Frans LEMEIRE

co-promotor :
Prof. dr. Sigrid VANDEMAELE

Eindverhandeling voorgedragen tot het bekomen van de graad
master in de toegepaste economische wetenschappen
accountancy en financiering

universiteit hasselt

Voorwoord

In het kader van de opleiding Toegepaste Economische Wetenschappen aan de Universiteit Hasselt heb ik het genoegen om mijn masterproef voor te stellen met als titel: *"Wiskundige optimalisatie en duidelijke voorstelling van beleggingen en hun risico's"*.

Een eerste dankbetuiging gaat uit naar prof.dr.ir. Frans Lemeire. Niet enkel heeft hij mij uitzonderlijk goed begeleid bij het voorbereiden van deze thesis, maar hij heeft bovendien een overheersende invloed gehad op de richting die ik uit zal gaan na voltooiing van de masteropleiding, met name een doctoraatsopleiding in de Toegepaste Economische Wetenschappen. Ware het niet dankzij zijn interessante thesisonderwerp en zijn motiverende begeleiding, dan zag mijn toekomst er mogelijk heel anders uit. Ook wil ik prof.dr. Sigrid Vandemaele bedanken. Ook haar deskundig advies bleek noodzakelijk om deze masterproef tot een goed einde te leiden.

Ik wens mijn moeder, haar vriend en mijn grootouders te bedanken. Ook aan Chris Laarmans en Jean Paul Van Kerkhoven een grote dank. Deze personen boden mij steun en advies, niet enkel tijdens mijn studies, maar doorheen mijn hele leven.

Dit voorwoord wens ik af te sluiten met een citaat van Nassim Nicholas Taleb. Zijn werk omtrent onzekerheid, zijn kritische standpunten betreffende de financiële markten en zijn inzichten over succes en geluk, hebben mijn ogen geopend voor een nieuwe en interessante wereld die ik in mijn verdere levensloop wens te verkennen.

"Learn to fail with pride, and do so fast and cleanly. Maximize trial and error, by mastering the error part." - Nassim Nicholas Taleb

Samenvatting

De relevantie van het onderwerp van deze thesis kon op geen enkel moment beter worden toegelicht dan in 2008 en 2009. De financiële crisis heeft voor velen extreme verliezen veroorzaakt die bijna niemand mogelijk achtte. Vooral kleinere beleggers waren zich niet bewust van de storm die op hen zou afkomen. Vanuit deze realiteit lijkt het erop dat er nood is aan een alternatieve voorstelling van beleggingen en risico's. Een voorstelling die transparant en flexibel is. Vanuit deze gedachte is deze thesis tot stand gekomen.

In de eerste hoofdstukken van deze thesis wordt duidelijk gemaakt wat financiële expertise inhoudt. We gaan dieper in op rendement en risico en verschillende maatstaven die gebruikt worden om deze concepten te kwantificeren en voor te stellen. Risico kan gekwantificeerd worden door bijvoorbeeld de standaardafwijking, Value at Risk of Expected Shortfall. Eenmaal deze concepten beschreven werden zullen we ze gebruiken in modellen die het prijsverloop van assets trachten te beschrijven en voorspellen. Hierbij komen o.a. het Random Walk model, de geometrische Brownse beweging, de normaalverdeling, de stabiele Pareto verdeling, de Laplace verdeling en Extreme Value Theory aan bod. We zullen niet enkel de modellen presenteren, maar ook enkele van hen toetsen door een empirische analyse te doen naar de betrouwbaarheid en juistheid van de modellen. Hieruit bleek dat bij het beschrijven van returns de Laplace verdeling veel betere resultaten geeft dan de normaalverdeling. We sluiten het deel over financiële expertise af met een hoofdstuk waarin de karakteristieken van de meest bekende beleggingen beschreven worden.

Vervolgens gaan we dieper in op de wiskundige optimalisatie van een portefeuille. We beginnen bij de bekende portefeuilletheorie van Markowitz die aanleiding heeft gegeven tot het Capital Asset Pricing Model. We bespreken hoe deze modellen beleggingen en hun risico's voorstellen, alsook de voor- en nadelen. Vervolgens gaan we dieper in op welke portefeuillesamenstelling gekozen zal moeten worden door de belegger, m.a.w. de optimalisatie van een portefeuille. We gaan dieper in op nutstheorie, lineaire en niet-lineaire programmering en het aan belang winnende behavioral finance.

In het volgende deel van de thesis bespreken we hoe de resultaten van een optimalisatie zo duidelijk en transparant mogelijk kunnen worden voorgesteld. We gaan eerst dieper in op de methode die momenteel door de banken wordt gebruikt. Er wordt een beleggersprofiel opgesteld aan de hand van een korte vragenlijst. Bij elke profiel hoort een

portefeuillesamenstelling. Hoe toleranter men is ten opzichte van risico, des te meer risicodragende producten zullen worden opgenomen. Indien men meer risico wenst te nemen dan het profiel toelaat, zal men een document moeten ondertekenen waarin men aangeeft op de hoogte te zijn van de grotere risico's, waardoor de bank niet aansprakelijk gesteld kan worden.

Vervolgens bespreken we een alternatieve methode. De voorstelling zal voor verschillende risiconiveaus de optimale portefeuille tonen. Zowel het gewone risico als het extreme risico worden voorgesteld. We stellen voor om het gewone risico uit de kansverdeling van de returns van de portefeuille (moederverdeling) te extrapoleren en het extreme risico te berekenen aan de hand van Extreme Value Theory, dat zich toespitst op de staarten van verdelingen (dochterverdeling). Hierdoor wordt staartrisico veel beter voorgesteld dan wanneer we dit staartrisico rechtstreeks uit de moederverdeling berekenen. De alternatieve methode biedt meer ruimte voor eigen preferenties en optimaliseert niet per profiel zoals de huidige methode, maar per individu.

De alternatieve methode zou dus duidelijker en transparanter moeten zijn. Voordat we overgaan tot het testen van deze stelling, zullen we laten zien hoe we een optimalisatiemodel kunnen programmeren in Excel. We zullen hier bovendien een uitgebreid voorbeeld van tonen. Hierna zullen we aan de hand van een enquête testen welke voorstelling het duidelijkst en meest transparant overkomt bij (potentiële) beleggers. Helaas kunnen we dankzij beperkte middelen geen aselecte steekproef trekken uit de populatie. We kunnen de steekproef echter wel interpreteren als een aselecte steekproef onder de Master B.E.W. studenten van de UHasselt. De conclusies kunnen niet veralgemeend worden tot de volledige populatie van (potentiële) beleggers, maar desalniettemin zijn de inzichten die we opdoen op zijn minst interessant. Uit de resultaten blijkt immers dat de alternatieve methoden transparanter is dan de methode van de banken: mensen zijn beter op de hoogte van de (extreme) risico's die ze lopen. De alternatieve methode komt in de analyse naar voor als een duidelijke, doorzichtige en flexibele methode, terwijl de huidige methode vooral naar voor komt als een eenvoudige maar minder doorzichtige methode. Er bestaat dus een trade-off tussen eenvoud en duidelijkheid en beide methodes kunnen aanvullend zijn.

Vervolgens zullen we in het laatste hoofdstuk een conclusie formuleren, ingaan op mogelijke kritieken en een aanzet geven tot verder onderzoek

Inhoudsopgave

Lijst met figuren

Figuren zonder bronvermelding in de tekst zijn eigen bewerking.

Lijst met tabellen

Tabellen zonder bronvermelding in de tekst zijn eigen bewerking.

1 Situering onderzoek en onderzoeksopzet

1.1 Inleiding

Beleggen kan men definiëren als *een deel van het vermogen niet gebruiken voor consumptie, maar ter beschikking stellen aan andere partijen.* In de meeste gevallen zal het geld gebruikt worden ter ondersteuning van ondernemingsactiviteiten. De belegger verwacht hiervoor een vergoeding. Breed genomen kan men twee soorten beleggingen onderscheiden: risicovrij kapitaal en risicokapitaal.

Risicovrij kapitaal omvat beleggingen met een zeker toekomstig verloop, zoals bijvoorbeeld spaarrekeningen en kasbons. Het rendement van deze beleggingen staat op voorhand vast en deze beleggingen dragen dus (zo goed als) geen risico. *Risicokapitaal* omvat beleggingen met een onzeker toekomstig verloop, zoals bijvoorbeeld aandelen en derivaten. Het rendement van deze beleggingen kan erg fluctueren en deze beleggingen dragen dus een matig tot hoog risico. Beleggen in risicovrij kapitaal wordt ook *sparen* genoemd en heeft vanuit een macro-economisch perspectief een negatieve invloed op de groei van een economie. Hoe meer er gespaard wordt in een economie, hoe lager de groei van die economie zal zijn. Immers, om innovatie en economische groei te bekomen moeten immers risico's genomen worden en dit gebeurt niet met spaargeld. Beleggen in risicokapitaal wordt ook *investeren* genoemd en heeft vanuit een macro-economisch perspectief een positieve invloed op de groei van een economie.

Risicokapitaal heeft voor- en nadelen, zowel op maatschappelijk als op individueel vlak. Laten we enkele voordelen bespreken. Risicokapitaal brengt innovatie met zich mee omdat het geld in nieuwe risicovolle projecten geïnvesteerd kan worden. Bovendien zullen de beleggers kunnen participeren in het beleid van de ondernemingen. Dit wil zeggen dat de managers, onder druk van beleggers die streven naar een maximaal rendement, optimale keuzes moeten maken en efficiënt moeten werken. Ook is het rendement van risicokapitaal historisch gezien hoger dan dat van risicovrij kapitaal. De risicovrije rente komt soms zelfs niet boven de inflatie uit waardoor beleggers in risicovrij kapitaal aan koopkracht verliezen. Aandelen daarentegen brengen historisch gezien ongeveer 12% per jaar op. Ook voor individuele doelstellingen zoals pensioenopbouw, kinderen, persoonlijke projecten of reizen kan beleggen in risicokapitaal een mooie oplossing bieden.

Risicokapitaal kan echter ook nadelen hebben. Zo kan het leiden tot een pervers gebruik van het systeem. Een voorbeeld hiervan wordt gegeven door sommige hedgefunds die massaal aandelen van een onderneming opkopen waardoor dit aandeel in waarde stijgt. Kleine beleggers willen ook een graantje meepikken en zullen ook op het aandeel springen waardoor de prijs nog verder stijgt. Op dit moment zullen de hedgefunds hun aandelen verkopen met winst, terwijl de kleine belegger zijn aandelen sterk in waarde ziet dalen. Een ander nadeel is de onwetendheid van het publiek. Kleine beleggers zijn immers vaak niet op de hoogte van allerlei risico's die ze lopen. Vele moeilijke beursperiodes hebben kleine beleggers zwaar getroffen. Voorbeelden hiervan zijn de Grote Depressie in 1929, Zwarte Maandag in 1987, de Internetzeepbel in 2001 en de recente financiële crisis. Deze gebeurtenissen waren vooral voor kleine beleggers onverwacht. Bovendien kan bij ondeugdelijk bestuur de continuïteit van een onderneming in het gedrang komen (zie bijvoorbeeld Enron, Worldcom of Lernout & Hauspie). Indien een onderneming failliet gaat zijn het de aandeelhouders die het laatst langs de kassa passeren. Er is m.a.w. een grote kans dat bij een faillissement de aandeelhouders hun geld niet terug zien.

Economische groei en bijgevolg investeren in risicokapitaal is een doelstelling die we als samenleving nastreven. Het lijkt echter een goed idee om de nadelen van beleggen zo goed mogelijk in te perken. Dat risicokapitaal volatiel is weet iedereen, maar het zijn vooral extreme risico's die de kleine beleggers over het hoofd zien. In deze thesis trachten we voor dit probleem een oplossing te vinden. We zullen ons vooral bezig houden met het beheer van de risico's van beleggingen en de manier waarop deze risico's naar het grote publiek worden gecommuniceerd.

1.2 Situering

We tonen drie krantenartikels die de aandacht op de problematiek van de extreme risico's vestigen.

"Fortis sluit ruim 77 procent lager" (De Tijd - 14/10/2008)

Fortis houdt ten laatste binnen de acht weken een buitengewone algemene aandeelhoudersvergadering. Daar zal de holding meer informatie geven over eventuele wijzigingen in bestuur, strategie en dividendbeleid. Fortis gaf dinsdagochtend een round-up van zijn nieuwe structuur, maar dat kan de markt niet plezieren: het aandeel sloot 77,6 procent lager tot 1,22 euro.

"Kaupthing België bevriest spaartegoeden" (De Standaard - 9/10/2008)

De bank Kaupthing België komt tijdelijk onder de controle van de Luxemburgse toezichthouder CSSF. Daardoor zijn er geen transacties meer mogelijk. Intussen heeft Kaupthing Bank Luxemburg, waar de Belgische poot onder ressorteert, een gerechtelijk akkoord aangevraagd, blijkt uit een mededeling.

"Beleggers slepen Citibank en Deutsche Bank voor de rechter" (Metro – 28/01/2008)

Beleggersvereniging Deminor gaat een rechtszaak aaspannen tegen Citibank en Deutsche Bank, in het kader van de producten van Lehman Brothers die beide banken verkochten. De procedure zou binnen twee à drie weken van start gaan. In de twee dossiers vertegenwoordigt Deminor tussen de 600 en 800 mensen. Zij vinden dat ze verkeerde of misleidende informatie hebben gekregen over financiële producten van Citibank en Deutsche Bank. Zo zou er niet genoeg verwezen zijn naar de risico's van producten uitgegeven door Lehman Brothers. In september ging die Amerikaanse zakenbank failliet. Sindsdien kunnen beleggers die producten van Lehman kochten, hun geld niet terugkrijgen.

1.3 Probleemstelling

Op het moment van verschijnen van deze krantenartikels hebben de beurzen grote klappen gekregen. De Amerikaanse overheid heeft laten blijken dat ze banken die overdreven risico's nemen niet onvoorwaardelijk zullen steunen. Lehman Brothers ging failliet en meteen zakte het vertrouwen in de banksector in mekaar. Banken komen in ongekende problemen door de ineenstorting van de interbankenmarkt. De rijkste 100 families van België zien op één jaar tijd 7.2 miljard euro aan vermogen verdwijnen (Trends, 9 okt. 2008).

Extreme risico's zijn erg reëel, maar het lijkt dat beleggers hiervan niet altijd op de hoogte zijn. Op 1 december 2008 heeft bijvoorbeeld het Fortis aandeel 95.99% van zijn waarde verloren ten opzichte van één jaar eerder. Een enorm verlies voor beleggers die hun spaargeld geïnvesteerd hebben in een schijnbaar stabiel aandeel. Tussen januari 2003 en januari 2007, een periode van 4 jaar, steeg de koers van het Fortis aandeel vrij stabiel met een gemiddelde koersstijging van 17% per jaar (berekening: bijlage 1). Een vuistregel zegt wel dat dergelijke jaarlijkse gemiddelde stijgingen niet oneindig kunnen doorgaan in een economie met een jaarlijkse groei tussen 1 à 2 procent. Toch leek het aandeel, ook dankzij het dividend dat jaarlijks steeg, een betrouwbare investering te zijn voor beleggers die in de periode 2003-2007 op zoek waren naar een mooi rendement. De financiële crisis heeft echter laten blijken dat dit alles slechts een illusie was. Ook de banken hebben hun risico's fout ingeschat. Het Basel II akkoord heeft als doel om te voorkomen dat banken in financiële moeilijkheden geraken. Onder Basel II wordt marktrisico voorgesteld met de Value at Risk maatstaf. Deze maatstaf is gebaseerd op de normaalverdeling die extreme risico's onderschat. Het gevolg hiervan is dat banken meer risico's lopen dan ze denken te lopen. Als het eenmaal fout gaat komt de continuïteit van de bank in het gedrag waardoor ook publiek spaargeld gevaar loopt. Het juist inschatten van (extreme) risico's is dus een aangelegenheid die ook op maatschappelijk vlak gewenst is.

Deze erg actuele topic is bijzonder interessant en vormt de basis van het praktijkprobleem. Veel beleggers hebben enorme verliezen geleden omdat ze deze extreme risico's niet hadden verwacht. Deze beleggers waren niet op de hoogte van de extreme risico's die zich konden voordoen. Is de informatie die bankiers verschaffen voldoende transparant? Hoe kunnen beleggers optimaal beleggen en daarbij de extreme risico's niet uit het oog verliezen?

1.4 Centrale onderzoeksvraag en deelvragen

In het kader van deze thesis kunnen we spreken over drie aspecten. Deze zijn:

1. financiële expertise;
2. wiskundige optimalisatie steunende op een bepaalde financiële expertise;
3. duidelijke voorstelling van de resultaten van de optimalisatie.

Er zullen nu een centrale onderzoeksvraag en deelvragen worden geformuleerd om zo de grenzen van het onderzoek vast te stellen.

De centrale onderzoeksvraag is:

Uitgaande van een bepaalde financiële expertise:

1. **Hoe kunnen beleggingsportefeuilles met behulp van wiskundige methodes geoptimaliseerd worden?**
2. **Bestaat er een duidelijkere methode om beleggingen en hun risico's voor te stellen?**

Deze onderzoeksvraag kunnen we vervolgens onderverdelen in verschillende deelvragen. Hieronder volgen deze deelvragen:

- Hoe kan men verwacht rendement en risico berekenen en voorstellen?
- Welke methoden bestaan er om het prijsverloop van assets te voorspellen?
- Welke beleggingsvormen bestaan er?
- Hoe kan de optimalisatie van een portefeuille bij een gegeven financiële expertise gebeuren?
- Hoe stellen banken de verschillende beleggingen en hun risico voor?
- Alternatieve voorstelling: wordt deze beter begrepen?

1.5 Kadering onderzoek

In dit onderzoek zal ingegaan worden op drie aspecten van het economische denken: de normatieve, positieve en wiskundige economie. Het eerste aspect van economisch denken dat in deze thesis zal terugkomen is de ***normatieve economie***. Het is de tak van de economie die waardeoordelen (normatieve oordelen) incorporeert bij het bestuderen van hoe de economie zou moeten functioneren en welke beleidsregels aanbevolen zouden moeten worden om een gewenst doel te bereiken, m.a.w. over "*wat zou moeten zijn*". Deze tak van de economie zal bijvoorbeeld een uitspraak doen over het te volgen beleid inzake de relatie tussen het geldaanbod en de inflatie. Dit aspect wordt in deze thesis behandeld op verschillende vlakken. Zo zullen we het bijvoorbeeld hebben over de wens om ethisch te beleggen (waarbij men niet wenst te beleggen in aandelen van bijvoorbeeld wapenproducenten), hetgeen een goed voorbeeld is van een normatieve preferentie van bepaalde beleggers. Ook zullen we spreken over een alternatieve voorstelling van beleggingen, die voor sommigen doorzichtiger en duidelijker is dan de huidige methode. Ook hierbij komen normatieve aspecten naar voren.

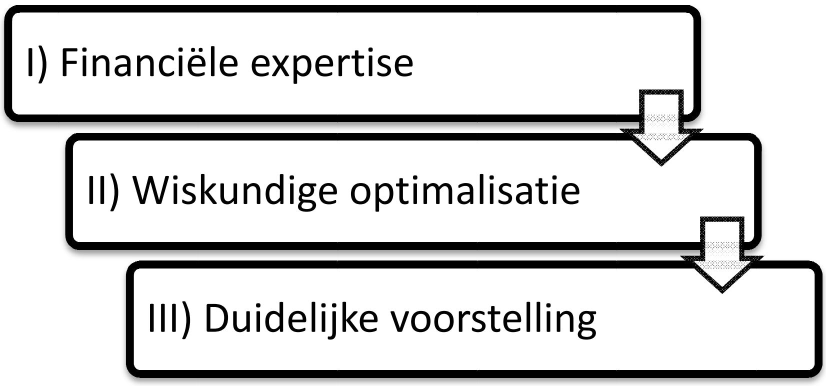
Een tweede aspect is de wetenschappelijke of ***positieve economie***. Deze staat in zekere mate in contrast met de normatieve economie. Deze tak van de economie houdt zich bezig met het onderzoek naar de gedragingen van de economie op basis van waarnemingen. De positieve economie tracht uitspraken met betrekking tot waardeoordelen te vermijden. De positieve economie gaat over "*wat is*" en niet over "*wat zou moeten zijn*". Ze is als het ware onafhankelijk van bepaalde ethische of normatieve oordelen. Zo kan de positieve economie bijvoorbeeld beschrijven hoe de groei van het geldaanbod de inflatie beïnvloedt, maar ze zal geen uitspraken doen over welk beleid gevolgd zou moeten worden (Friedman, 1953). De financiële expertise, die deel uitmaakt van de positieve economie, zal uitgebreid worden besproken in deze thesis. Belangrijk hierbij zijn de vragen: *hoe reageren mensen op goed gedefinieerde en duidelijk voorgestelde risico's i.p.v. vage risico's? Zullen ze dan meer investeren in risicodragend kapitaal?*

Positieve economie wordt gedefinieerd als "*wat is*" terwijl normatieve economie gedefinieerd wordt als "*wat zou moeten zijn*". De methodologische basis voor een verschil tussen de positieve economie en de normatieve economie vindt zijn oorsprong in een concept uit de filosofie genaamd *fact-value distinction*. Dit hangt samen met de *is-ought fallacy*, een concept dat stelt dat uitspraken over wat zou moeten zijn, niet mogen steunen op uitspraken over wat is. Hierbij wordt er een onderscheid gemaakt tussen enerzijds positieve statements die steunen op feiten, bijvoorbeeld *"de waarde het aandeel is op één jaar tijd afgenomen met 20%"* en anderzijds normatieve statements die steunen op waarden en normen, bijvoorbeeld *"men moet de risico's van aandelen duidelijk voorstellen".* De normatieve economie is niet onafhankelijk van de positieve economie. Positieve economie wordt immers vaak als noodzakelijk bestempeld bij het rangschikken van verschillende economische beleidsmaatregels naar graad van acceptatie, hetgeen overeenkomt met normatieve economie (Wong, 1987).

Het derde en laatste aspect van het economisch denken dat in deze thesis vertegenwoordigd zal worden is de ***wiskundige economie***. Deze tak van de economie maakt gebruik van wiskundige methoden om economische theorieën voor te stellen en te verklaren en om economische problemen te analyseren. Ze maakt geen gebruik van waarnemingen, maar van (stochastische) eigenschappen die onderzocht worden in de positieve economie, met name de financiële expertise. Optimalisatie van een beleggingsportefeuille met behulp van lineaire of niet-lineaire programmering behoort hiertoe, en zal in deze thesis ook uitgebreid besproken worden.

1.6 Onderzoeksopzet

Deze thesis behandelt drie grote delen: financiële expertise, wiskundige optimalisatie van een portefeuille en duidelijke voorstelling van de resultaten. Dit wordt verduidelijkt op figuur 1. De pijlen in het schema verduidelijken dat de financiële expertise nodig is om tot wiskundige optimalisatie over te gaan. De resultaten van deze optimalisatie worden vervolgens voorgesteld volgens een alternatieve voorstelling die mogelijk duidelijker is dan de methode die vandaag de dag door de banken wordt gebruikt.



Figuur 1: opbouw thesis

Deel I: financiële expertise zal bestaan uit vijf hoofdstukken. Hoofdstuk 2 zal ingaan op wiskundige hulpmiddelen in *quantitative finance*. Hoofdstuk 3 vult dit aan door te tonen hoe risico wordt voorgesteld. Vervolgens zal hoofdstuk 4 verschillende methoden behandelen die het prijsverloop van assets beschrijven of voorspellen. Hoofdstuk 5 zal enkele van deze methoden empirisch nagaan. Hoofdstuk 6 zal tenslotte een groot aantal beleggingsvormen en hun karakteristieken bespreken.

Deel II: wiskundige optimalisatie bestaat uit twee hoofdstukken. In hoofdstuk 7 zullen we dieper ingaan op de wiskundige voorstelling van assets, met name in het mean-variance raamwerk en in het Capital Asset Pricing Model. We zullen ook kort ingaan op behavioral portfolio theory. Hoofdstuk 8 zal vervolgens dieper ingaan op het kiezen van de optimale portefeuille. We bespreken nutstheorie en (niet-)lineaire programmering.

Deel III: duidelijke voorstelling bestaat uit de vier hoofdstukken. Hoofdstuk 9 bespreekt de methode die momenteel door de banken wordt gebruikt. Hoofdstuk 10 bespreek een alternatieve methode. Hoofdstuk 11 zal een uitgebreid voorbeeld tonen van hoe optimalisatie gebeurt en hoe de resultaten duidelijk voorgesteld kunnen worden met de alternatieve methode. Hoofdstuk 12 zal vervolgens ingaan op een vragenlijst waaruit moet duidelijk worden welke methode als beste wordt gepercipieerd door (potentiële) beleggers.

Een groot deel van de inhoud van deze thesis komt voort uit een uitgebreid literatuuronderzoek. Dit vertrok bij de portefeuilletheorie van Markowitz en gerelateerde wetenschappelijke artikels. In de referenties konden steeds meer interessante artikels worden gevonden. Er werd voor deze thesis ook een vierdelige reeks boeken aangekocht (Market Risk Analysis door Carol Alexander) die een schat aan informatie bevatten. Deze boeken bieden een moderne en duidelijke samenvatting van de concepten besproken in deze thesis en bieden bovendien extra referenties naar interessante artikels. Bij de analyse van kansverdelingen werd vooral gebruik gemaakt van zelf aangekochte statistische software (EasyFit Professional). In het onderzoek naar de perceptie van (potentiële) beleggers over de beide voorstellingsmethoden werd gebruikt gemaakt van een accidentele steekproef. Vervolgens werden de resultaten geanalyseerd om de verschillen tussen beide voorstellingsmethodes te bepalen.

2 Wiskundige hulpmiddelen in quantitative finance

2.1 Voorstelling van return

Rendement (of return) heeft betrekking op een investering. Op een moment in de tijd wordt een investering gedaan, waarbij men verwacht of hoopt dat de ontvangen cashflows in de toekomst deze investering zullen overtreffen, zodat er een positieve return wordt gerealiseerd. De voorstelling van returns kan op twee manieren gebeuren. Een eerste mogelijkheid is met *globaal gemeten procenten* (genoteerd als $\tilde{R}$), hetgeen we ook *globale returns* kunnen noemen. Een tweede mogelijkheid is met *gecumuleerde lokaal gemeten procenten* (genoteerd als R), hetgeen we ook *log returns* kunnen noemen. De aandelenprijs op tijdstip t en t+1 wordt respectievelijk genoteerd als S_t en S_{t+1}.

2.1.1 Globaal gemeten procenten (globale returns)

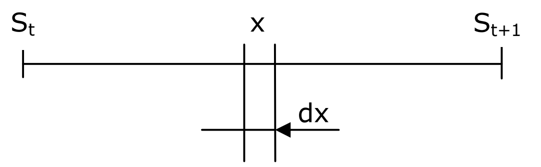
Bij deze voorstelling worden de procenten uitgedrukt ten opzichte van een beginpunt, ze worden m.a.w. globaal gemeten. *Voorbeeld: een stijging van 100 naar 125 komt overeen met +25%, terwijl een daling van 125 naar 100 overeenkomt met -20%.* De wiskundige eigenschappen van de globaal gemeten procenten zijn:

$$S_t\left(1+\tilde{R}\right) = S_{t+1}$$

$$\tilde{R} = \frac{S_{t+1}}{S_t} - 1 = e^R - 1$$

2.1.2 Gecumuleerde lokaal gemeten procenten (log returns)

Bij deze voorstelling worden de procenten lokaal gemeten en worden ze gesommeerd. Dit principe wordt voorgesteld op figuur 2. *Voorbeeld: een stijging van 100 naar 125 komt overeen met +22.31% en een daling van 125 naar 100 komt overeen met -22.31%.*



Figuur 2: voorstelling gecumuleerde lokaal gemeten procenten

De wiskundige eigenschappen van de gecumuleerde lokaal gemeten procenten zijn:

$$S_t e^R = S_{t+1}$$

$$R = \lim_{dx \to 0} \sum_{x=S_t}^{S_{t+1}} dx/x = \int_{S_t}^{S_{t+1}} dx/x = \ln S_{t+1} - \ln S_t = \ln\,(1 + \tilde{R})$$

2.1.3 Globale returns versus log returns

Globale returns zijn *onmiddellijk* eenvoudiger. Dit wil zeggen dat ze door bijna iedereen begrepen kunnen worden. Ze worden vooral gebruikt om met beleggers te communiceren. Log returns zijn *middellijk* eenvoudiger. Dit wil zeggen dat ze makkelijker zijn om mee te werken in analyses en berekeningen. Zo zijn log returns additief, terwijl globale returns dit niet zijn. Dit maakt ook dat gemiddelde returns makkelijker te berekenen zijn indien men gebruik maakt van log returns. We verduidelijken dit met een voorbeeld.

Voorbeeld: een belegging heeft in chronologische volgorde de volgende waarden: 100, 102 en 105 euro. De log returns bedragen respectievelijk 1.98% en 2.90%. De log return over de volledige periode kan men nu berekenen door deze returns op te tellen: 4.88%. Dit is gelijk aan de rechtstreeks berekende log return: ln(105/100) = 4.88%. Dit toont dat log returns additief zijn. De gemiddelde return bedraagt 2.44%, hetgeen het rekenkundig gemiddelde van beide log returns voorstelt. Een simpele controle toont aan dat $100e^{0.0244*2}$ *= 105.*

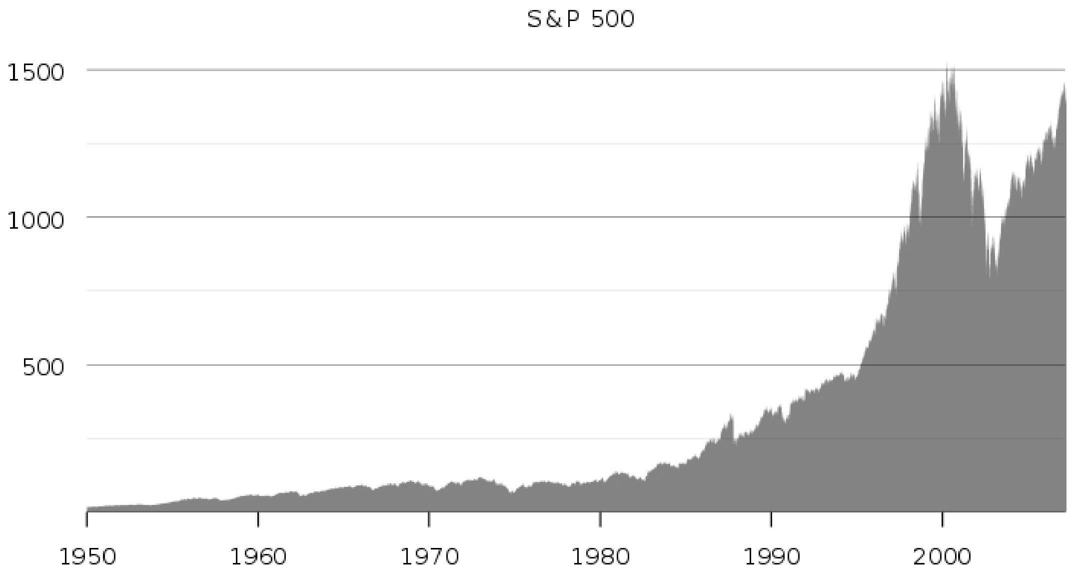
De globale returns bedragen 2% en 2.94%. De globale return over de volledige periode is echter niet gelijk aan de som van deze returns (4.94%), maar gelijk aan 5%. Globale returns zijn dus niet additief. Dit maakt dat de gemiddelde return niet gelijk is aan het rekenkundig gemiddelde van beide returns (2.47%), want $100*1.0247^2$ *= 105.0022… (kleine afwijking, doch onjuist). De gemiddelde return wordt berekend door het meetkundig gemiddelde te nemen van beide returns:* $[(1+0.02)(1+0.0294)]^{1/2}$ *– 1 = 0.024695. Controle:* $100*1.024695^2$ *= 105. Uit dit voorbeeld blijkt dat het gebruik van log returns veel calculaties kan vergemakkelijken.*

Als de absolute waarde van het rendement veel kleiner is dan 1, dan zijn globale returns en log returns ongeveer gelijk. In het geval van dagelijkse prijzen is dit vaak het geval. We spreken hierbij af dat indien er in deze thesis gesproken wordt over returns, we hierbij de logaritmische returns bedoelen, tenzij anders vermeld.

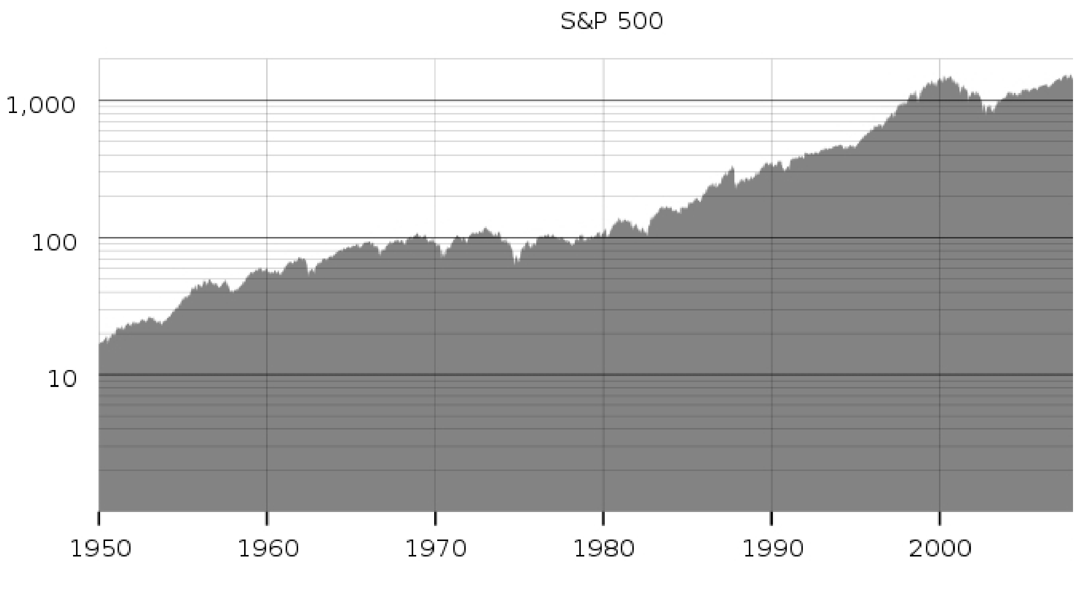
2.2 Lineaire en logaritmische schalen

Men kan het verloop van een variabele, bijvoorbeeld de aandelenprijs, uitdrukken in de waarde zelf, of in een logaritme van die waarde. In de finance wordt meestal de logaritmische schaal gebruikt. Bij een logaritmische schaal is niet de absolute stijging, maar de relatieve stijging relevant. Op deze schaal zal een stijging van 100 naar 200 een gelijke afstand innemen als een stijging van 1000 naar 2000. Bij een lineaire schaal nemen absolute verschillen een gelijke afstand in. Bij een logaritmische schaal nemen relatieve afstanden een gelijke afstand in. Om een lineaire schaal te transformeren naar een logaritmische schaal neemt men simpelweg het natuurlijke logaritme van de prijzen.

Laten we een voorbeeld van een reeks gegevens (de S&P500 index) bekijken, uitgedrukt in een lineaire schaal (figuur 3) en een logaritmische schaal (figuur 4). We vergelijken twee identieke gegevensets, maar uitgedrukt met verschillende schalen. Figuur 3 misleidt de gebruiker omdat de daling omstreeks 2000 enorm groot lijkt in vergelijking met de rest van de grafiek. Alhoewel deze daling groot was, was ze lang niet zo groot als ze lijkt in figuur 3. Figuur 4 met de logaritmische schaal geeft het verloop van de S&P500 index veel duidelijker weer. De groei doorheen de tijd wordt door het gebruik van de logaritmische schaal veel duidelijker weergegeven dan bij de lineaire schaal.



Figuur 3: S&P500 returns 1950-2008, lineaire schaal, x-as = datum, y-as = prijsniveau (Wikipedia)



Figuur 4: S&P500 returns 1950-2008, logaritmische schaal, x-as = datum, y-as = prijsniveau (Wikipedia)

2.3 Kansrekening en random variabelen

Een random variabele is een variabele waarvan de waarde stochastisch is. Dit wil zeggen men onzeker is over de waarde die deze variabele zal aannemen. Random variabelen kunnen discreet of continu zijn. De notatie P(…) staat voor *"de kans dat…"*.

2.3.1 Discrete random variabelen

Discrete random variabelen, zoals bijvoorbeeld de uikomst van een worp van een dobbelsteen, nemen een discrete set van waarden aan (dobbelsteen: 1, 2, …, 6). Voor discrete random variabelen geldt voor x: $x_1, ..., x_k$ het volgende:

$$P(x_i) = p_i$$

$$\sum_{i=1}^{k} P(x_i) = 1$$

$$P(x \in [a, b]) = \sum_{i=a}^{b} P(x_i)$$

Een **cumulatieve distributiefunctie** *(cumulative distribution function of c.d.f.)* geeft de kans dat een random variabele de waarde x of lager aanneemt en wordt genoteerd als F(x). Voor discrete random variabelen kunnen we de c.d.f. definiëren als:

$$F(x_i) = \sum_{x \leq x_i} P(x_i)$$

2.3.2 Continue random variabelen

Continue random variabelen, zoals bijvoorbeeld asset returns, nemen een continuüm van mogelijke waarden aan. De kansdichtheden die geassocieerd worden met deze waarden worden beschreven door een **kansdichtheidsfunctie** *(probability density function of p.d.f.),* die we zullen noteren als f(x).

De kans dat een continue stochastische variabele een waarde zal aannemen in het interval [a,b] is gelijk aan de oppervlakte van het gebied onder de p.d.f. in het interval [a,b]. Dit brengt met zich mee dat P(x=a) = 0.

$$P(x \in [a,b]) = \int_a^b f(x)dx$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, dx = 1$$

Men kan de c.d.f. van een continue stochastische variabele definiëren als:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(y)dy$$

En bijgevolg geldt ook:

$$P(x \in [a,b]) = F(b) - F(a)$$

2.3.3 Combinatie van discreet en continu

We zagen eerder dat bij een p.d.f. geldt dat P(x=a) = 0. Dit vormt een probleem bij bijvoorbeeld opties, waarbij de kans dat de return gelijk is aan precies -100% vaak veel groter is dan 0 (zie verder voor een uitgebreid voorbeeld). Ook bij aandelen of obligaties bestaat er een bepaalde kans dat het rendement -100% zal zijn, bijvoorbeeld bij een faillissement. Ook al is de kans op een rendement van -100% bij aandelen of obligaties meestal veel kleiner dan bij opties, men kan er in wiskundige modellen best rekening mee houden.

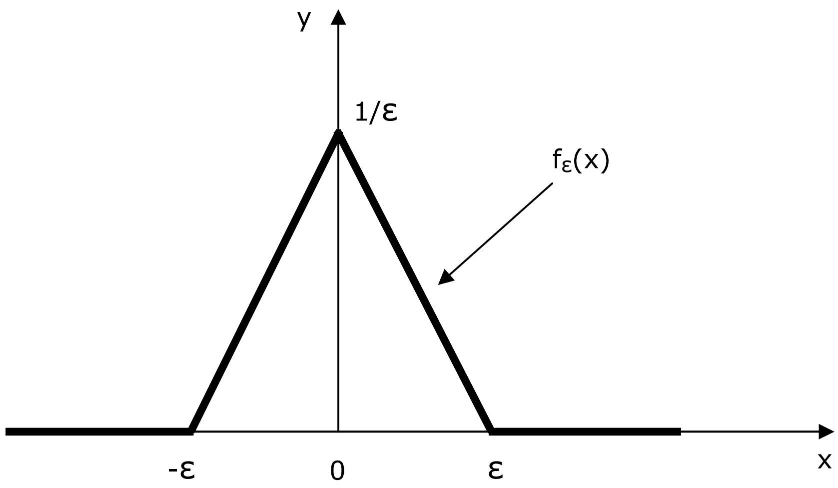
Hiertoe kan men gebruik maken van een **kansdichtheidsdistributie** *(probability density distribution of p.d.d.)*. Een p.d.d. is in principe een p.d.f. waarbij aan één waarde (of meerdere waarden) een kans groter dan 0 geassocieerd wordt. We spreken hier dus over discrete waarden voor x (met een kans), in combinatie met continue waarden voor x (met een kansdichtheid). Bij een p.d.d. wordt gebruik gemaakt van de Dirac impuls δ(x). De Dirac impuls is in feite geen functie, maar de limiet van functies (zie figuur 5).

De Dirac impuls heeft de volgende eigenschappen:

$$\delta(x) = \begin{cases} +\infty \; als \; x = 0 \\ 0 \; als \; x \neq 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)\, dx = 1$$

$$\delta(x) = \lim_{\varepsilon \to 0} f_\varepsilon(x)$$



Figuur 5: Dirac impuls als de limiet van functies

De p.d.d. kan men vervolgens noteren als:

$$f(x) = \varphi(x) + \sum_{i=1}^{k} p_i \, \delta(x - x_i)$$

$$x = x_1, \ldots, x_k : met\ discrete\ kans > 0$$

$$andere\ x : beschreven\ door\ kansdichtheden$$

Bovendien geldt dat:

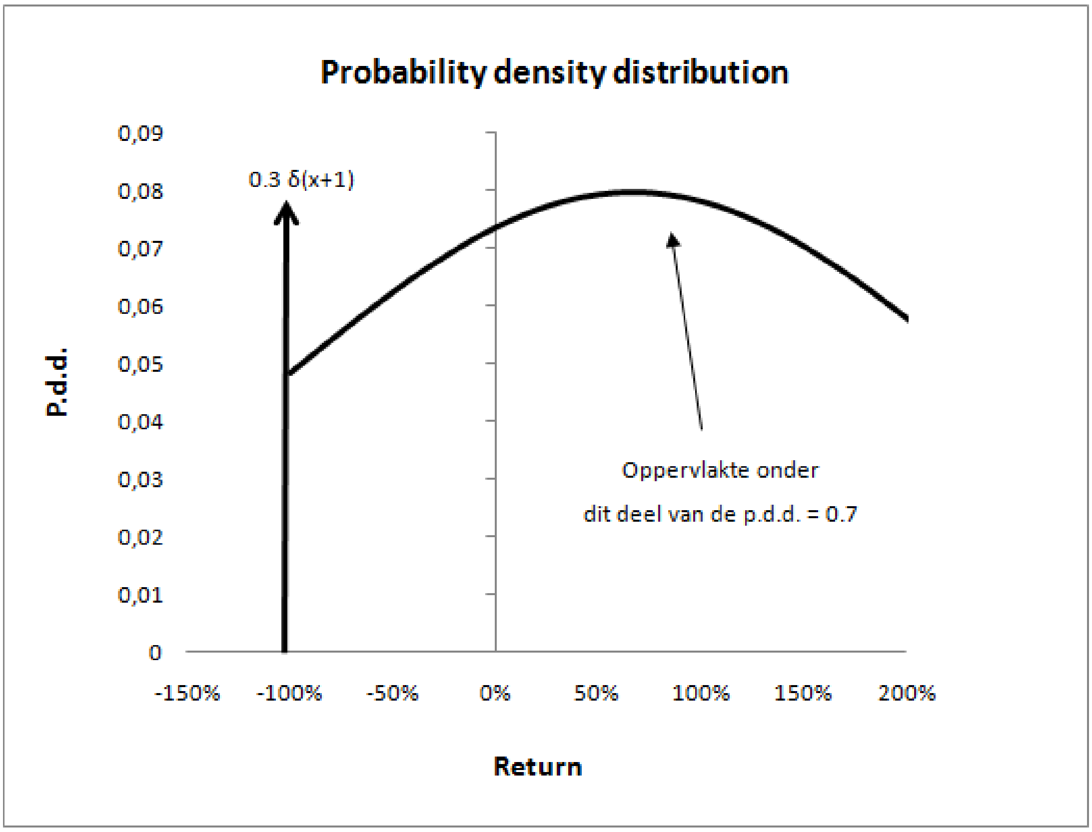
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \sum_{i=1}^{k} p_i + \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) dx = 1$$

Voorbeeld: beschouw een investeerder die een calloptie heeft gekocht. Hij betaalde hiervoor 3 euro. De uitoefenprijs bedraagt 100 euro. We negeren transactiekosten om het voorbeeld eenvoudig te houden. De investeerder zal zijn optie enkel uitoefenen indien de aandelenprijs X op de vervaldag 100 euro overschrijdt. Indien de aandelenprijs bijvoorbeeld 80, 90 of 100 euro is, zal zijn rendement steeds gelijk zijn aan -100%. Hij verliest immers de premie van 3 euro op een positie die een initiële investering van 3 euro vergde. Vanaf het moment dat het aandeel tussen 100 euro en 103 euro noteert kan hij de optiepremie (gedeeltelijk) terugverdienen door het aandeel te kopen tegen de uitoefenprijs (100 euro) en onmiddellijk te verkopen tegen de marktprijs (meer dan 100 euro). Vanaf het moment dat het aandeel hoger dan 103 euro noteert kan hij zelfs winst maken. Zo zal zijn rendement bij een aandelenprijs van bijvoorbeeld 102, 105 en 110 euro respectievelijk -33%, 67% en 233% zijn.

Laten we nu de verdeling van de returns van deze investering bekijken. Veronderstel dat $P(X \leq 100)=0.3$, hetgeen wil zeggen dat er 30% kans is dat de optie waardeloos zal zijn op de vervaldag. Veronderstel ook dat $P(X>100)=0.7$, hetgeen wil zeggen dat er 70% kans is dat de optie niet waardeloos zal zijn op de vervaldag. Als $X \leq 100$ zal het rendement altijd -100% bedragen, ongeacht tegen welke prijs het aandeel noteert. Als $X>100$ zal het rendement echter niet begrensd zijn en in principe oneindig groot kunnen zijn. De kans op elk rendement kan dan berekend worden op basis van de verdeling van aandelenprijzen of -returns. Figuur 6 illustreert deze situatie. De Dirac impuls wordt hierop aangegeven door $0.3\ \delta(x+1)$. We vermenigvuldigen met 0.3 zodat de totale oppervlakte gelijk is aan 0.3 of 30%. Bovendien moet de impuls voorkomen in het punt waar het rendement gelijk is aan -100% (of -1), daarom noteren we $\delta(x+1)$. Op die manier krijgen we bij een rendement van -100%: $\delta(-1+1) = \delta(0) = +\infty$. Het overige deel van de p.d.d. kan men extrapoleren uit de verdeling van aandelenprijzen of -returns.

Het gebruik van de p.d.d. is ook belangrijk bij het construeren van de verdeling die een portefeuille van assets die elk beschreven worden door een p.d.d. Zo kan men denken aan aandelen of obligaties die waardeloos worden door een faillissement, opties (om risico in te dekken) die waardeloos kunnen zijn op de vervaldag. Men kan dan een gezamenlijke p.d.d. berekenen door gebruik te maken van de karakteristieke functies.

Indien men ook met inflatie rekening houdt bij het berekenen van de rendementen kan het gebruik van een Dirac impuls in principe vermeden worden omdat men in dat geval ook rekening moet houden met de kansverdeling van het inflatiepercentage, waardoor een verlies van bijvoorbeeld -100% vóór inflatie, nog steeds kan variëren na inflatie. Meestal wordt er echter geen rekening gehouden met inflatie in de kansverdeling van asset returns.



Figuur 6: verdeling van de returns van een calloptie & illustratie van de Dirac impuls

2.3.4 Verwachte waarde

Het eerste moment van een kansverdeling van een random variabele x wordt de verwachte waarde genoemd. Dit wordt genoteerd door E(x) in operatornotatie en door μ in parameternotatie. Het gemiddelde van een discrete random variabele x: $x_1, \ldots, x_k$ is:

$$\mu = E(x) = \sum_{i=1}^{k} p_i \, x_i$$

Als een continue random variabele x wordt beschreven door de p.d.f. f(x), dan kan men de verwachte waarde E(x) berekenen als:

$$\mu = E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

De verwachte waarde is een lineaire operator, hetgeen betekent dat voor random variabelen x en y en constanten a en b geldt:

$$E(ax + by) = aE(x) + bE(y)$$

2.3.5 Variantie

De variantie van een random variabele x wordt genoteerd door V(x) in operatornotatie of σ^2 in parameternotatie. Het beschrijft de spreiding rond het gemiddelde. In het geval van een discrete stochastische variabele x: x_1, ..., x_k kunnen we de variantie definiëren als:

$$\sigma^2 = V(x) = \sum_{i=1}^{k} p_i(x_i - \mu)^2$$

In het geval van een continue stochastische variabele x met dichtheidsfunctie f(x) kunnen we de variantie definiëren als:

$$\sigma^2 = V(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x)\, dx$$

Uit deze definitie volgt dat:

$$V(x) = E([x - E(x)]^2)$$

Daarom noemen we de variantie ook wel het tweede moment om het gemiddelde, of het tweede centrale moment. De vierkantswortel van de variantie is gelijk aan de standaardafwijking. De standaardafwijking wordt vaak gebruikt als maatstaf voor spreiding omdat deze in dezelfde eenheden als het gemiddelde wordt uitgedrukt.

De variantie is het tweede centrale moment van de random variabele. De variantie kan ook worden genoteerd als μ_2. Zo kunnen ook hogere momenten worden berekend. Het *k*-de centrale moment wordt gedefinieerd door:

$$\mu_k = E([X-\mu]^k)$$

2.3.6 Scheefheid en kurtosis

De scheefheid en de kurtosis zijn de derde en vierde gestandaardiseerde centrale momenten, waar een gestandaardiseerd centraal moment het *k*-de centrale moment gedeeld door σ^k is. De scheefheid τ en de kurtosis κ worden gegeven door respectievelijk:

$$\tau = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad , \quad \kappa = \frac{\mu_4}{\sigma^4}$$

In een verdeling met een positieve scheefheid bevat de rechterstaart een hogere dichtheid dan de linkerstaart. In een verdeling met een negatieve scheefheid is het omgekeerde het geval. Een normaalverdeling heeft een kurtosis van 3. Daarom trekt men vaak 3 af van de kurtosis en noemt men de uitkomst de *excess kurtosis.* Een normaalverdeling heeft dan een scheefheid en excess kurtosis van 0. Als de excess kurtosis positief is heeft de verdeling dikkere staarten (hogere dichtheid) dan de normaalverdeling en als de excess kurtosis negatief is heeft de verdeling dunnere staarten (lagere dichtheid) dan de normaalverdeling. Leptokurtosis is een term die gebruikt wordt om te zeggen dat een verdeling een hogere piek dan een normaalverdeling heeft. Aangezien het totale gebied onder de dichtheidsfunctie gelijk moet zijn aan 1, impliceert een hogere piek dat de staarten een hogere dichtheid bevatten. Men kan een onderscheid maken tussen scheefheidsrisico en kurtosisrisico. Men spreekt van *scheefheidsrisico* wanneer de mogelijke uitkomsten niet symmetrisch rond het gemiddelde liggen. Men spreekt van *kurtosisrisico* wanneer minder observaties clusteren rond het gemiddelde en meer observaties zich bevinden in de staarten van de verdeling. Men gebruikt soms ook de term *fat tail risk* om te verwijzen naar kurtosisrisico (Alexander, 2008-1).

2.3.7 Steekproeven

Vaak is het onmogelijk om over populatiegegevens te beschikken. Enkele redenen hiervoor kunnen zijn dat de populatie oneindig is of dat het te duur is om alle elementen van de populatie te beschrijven (bijvoorbeeld 10.6 miljoen Belgen ondervragen). Men lost dit op door te werken met steekproeven. Een steekproef is een set van observaties van een of meerdere random variabelen. Het is een subset van de populatie, ten behoeve van een meting van bepaalde eigenschappen van die populatie. Indien de populatie wordt beschreven door gemiddelde μ, standaardafwijking σ, scheefheid τ en kurtosis κ, dan kunnen we op basis van een steekproef, genoteerd door $\{x_1, \dots , x_n\}$, deze populatie-parameters schatten. We noteren de schatters voor de populatieparameters als respectievelijk $\hat{\mu}$, $\hat{\sigma}$, $\hat{\tau}$ en $\hat{\kappa}$.

Het gemiddelde van een steekproef met n observaties van een random variabele x, genoteerd door $\{x_1, \dots , x_n\}$, is gelijk aan:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Men kan aantonen dat het steekproefgemiddelde $\bar{x}$ een zuivere schatter is voor de verwachte waarde van een verdeling: $E(\bar{x}) = E(x) = \mu$.

We berekenen we de steekproefvariantie als volgt:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

De steekproefstatistieken s^2 (steekproefvariantie) en s (steekproefstandaardafwijking) zijn zuivere schatters voor de populatieparameters σ^2 en σ.

Onzuivere schatters voor de scheefheid en kurtosis worden gegeven door $\hat{\tau}$ en $\hat{\kappa}$. De formules van zuivere schatters zijn erg uitgebreid en daarom laten we deze buiten beschouwing (Alexander, 2008-1).

$$\hat{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - \bar{x}}{s}\right)^3}{n-1}$$

$$\hat{\kappa} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - \bar{x}}{s}\right)^4}{n-1}$$

3 Voorstelling van risico

3.1 Definitie

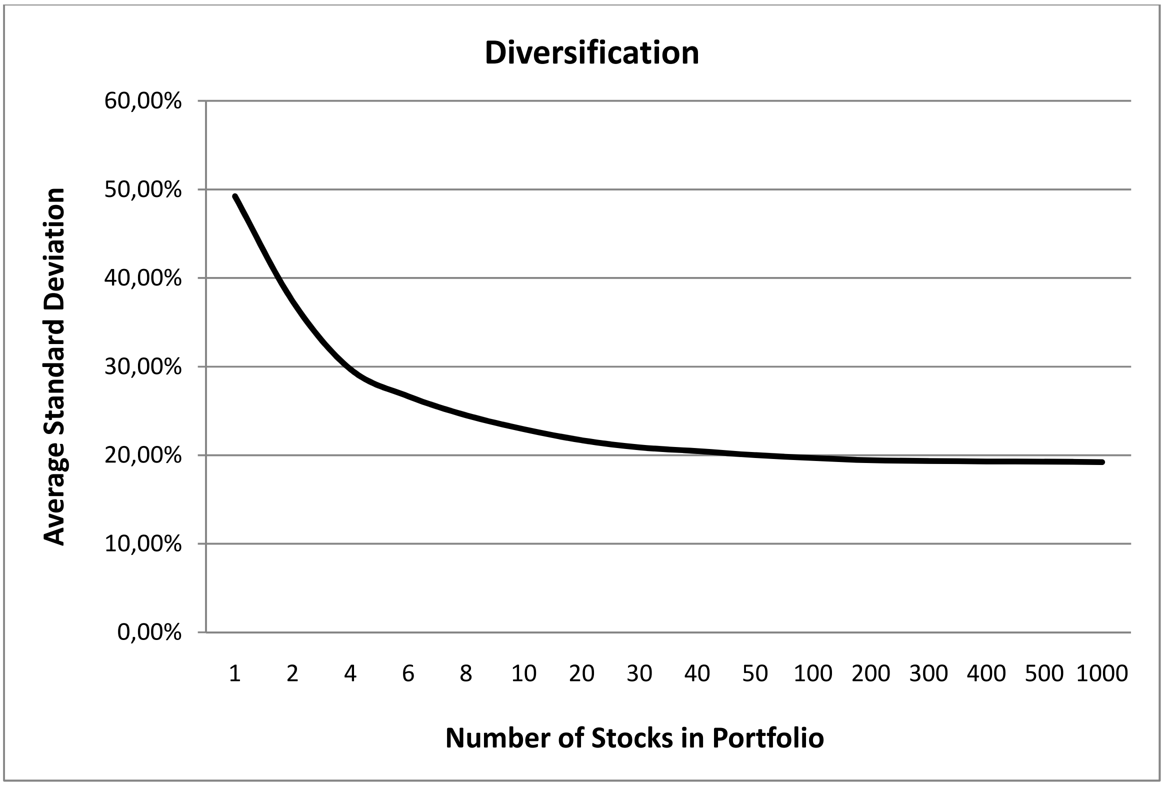
De toekomst is onzeker. Loa Zi, een Chinees filosoof uit de 6^{e} eeuw voor Christus, zei: "*Men moet handelen naar dat wat nog niet gebeurd is*". Deze woorden markeren dat de gevolgen van menselijke beslissingen, in zowel het persoonlijk leven als in het zakenleven, doorstromen tot in de onbekende toekomst. Het verschil tussen onzekerheid en risico is subtiel. *Onzekerheid* verwijst naar situaties waarin men niet weet welke waarde een random variabele *kan* aannemen, er is m.a.w. geen kansverdeling beschikbaar. Men weet soms zelfs niet weet welke random variabelen van belang zijn in een situatie (zie verder onder zwarte zwanen). *Risico* verwijst naar situaties waarin maar men niet weet welke waarde de random variabele *zal* aannemen, er is m.a.w. wel een kansverdeling beschikbaar (met objectieve of subjectieve kansen of kansdichtheden).

Risico verwijst naar de afwijking tussen de werkelijke uitkomst en de geplande uitkomst. Wanneer zo'n situatie kan worden beschreven met numerieke variabelen, dan beschrijft risico de afwijkingen tussen toekomstige realisaties van deze variabele en de verwachte waarde van de variabele. Deze afwijkingen kunnen positief of negatief zijn. In enge zin kan risico als de negatieve afwijkingen worden beschouwd, terwijl de positieve afwijkingen als geluk of beloning worden beschouwd. In *quantitative finance* wordt risico gedefinieerd als negatieve afwijkingen tussen de toekomstige waarde (return) van een portefeuille (eventueel één asset) en de verwachte waarde. *Risicomanagement* gaat uit van twee vragen. Ten eerste: hoe kan men ervoor zorgen dat de werkelijke uitkomst van een investering zo kort mogelijk bij de verwachte uitkomst ligt? Ten tweede: welke voorbereidingen kan men treffen voor het geval dat risico toeslaat, d.w.z. wanneer de uitkomst van een investering significant verschilt van de verwachte uitkomst?

Etymologisch komt het woord risico van *risco*, hetgeen *steile rots* betekent. Dit is afkomstig uit het middeleeuwse Italiaans en Spaans. De term risico werd in het Italië uit de veertiende eeuw gebruikt bij maritieme verzekeringen, om de stijgende verliescijfers van schepen op te vangen (Voit, 2005).

3.2 Soorten risico's

Risico's kunnen op verschillende manieren gedefinieerd worden. Zo wordt er door het Single Index Model of het CAPM (zie verder) vaak een onderscheid gemaakt tussen systematisch en niet-systematisch risico. *Systematisch risico* (of marktrisico, niet-diversifieerbaar risico) is het risico dat voorvloeit uit bewegingen van de markt. Men kan dit risico niet reduceren door de portefeuille te diversifiëren. Verder spreekt het CAPM ook over *niet-systematisch risico* (of diversifieerbaar risico) is risico dat eigen is aan een bepaalde activaklasse en dat wel kan worden weggediversifieerd door assets met een lage correlatie te combineren. Een meer wiskundige uitwerking van deze concepten volgt in hoofdstuk 7. Figuur 7 toont hoe het toevoegen van extra effecten het portefeuillerisico doet afnemen. Vanaf ongeveer 30 aandelen kan men het niet-systematisch risico niet langer in grote mate reduceren (Lorie *et al.*, 1985).



Figuur 7: risico en diversificatie

Verder bestaan er nog andere soorten risico's. We bespreken enkele van hen. *Het debiteurenrisico* (kredietrisico) is de kans dat een bedrijf of emittent zijn verplichtingen niet nakomt. Meestal heeft dat te maken met een slechte financiële positie of een nakend faillissement bij de debiteur in kwestie. *Het liquiditeitsrisico* is het risico dat een effect moeilijk verhandelbaar is vóór de vervaldag. *Het wisselkoersrisico* is het risico van waardeveranderingen van een belegging als gevolg van wisselkoersschommelingen. *Het renterisico* is het risico van waardewijzigingen van een belegging als gevolg van bewegingen van de marktrente. *Het inflatierisico* is het risico dat de waarde van een belegging wordt aangetast door een aanhoudende stijgend van het algemene prijspeil (KBC, 2008).

In de volgende paragrafen bespreken we kwantitatieve methoden om het risico van beleggingen voor te stellen.

3.3 Volatiliteit: standaardafwijking

De voorstelling van volatiliteit gebeurt door standaardafwijking. Deze kan men berekenen zoals in hoofdstuk 2 reeds werd aangegeven. In de praktijk berekent men volatiliteit vaak uit historische gegevens. Hierbij wordt de prijs van het aandeel meestal gevolgd op vaste tijdsintervallen. Een schatting, s, van de standaardafwijking van de return kan berekend worden met de volgende formule (Hull, 2008):

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(R_i - \bar{R})^2}$$

Waarbij:

n = het aantal observaties

R_i = return

$\bar{R}$ = de gemiddelde return

3.4 Impliciete volatiliteit

Impliciete volatiliteit wordt door Hull (2008) gedefinieerd als "*de volatiliteit die, gegeven een bepaald optiewaarderingsmodel, de theoretische waarde van de optie bekomt die in de realiteit wordt waargenomen"*. In de formules van het Black&Scholes optiewaarderingsmodel kan men de standaardafwijking σ terugvinden. Door dan alle andere variabelen (optieprijs, risicoloze rentevoet, enzovoorts) als gegeven te beschouwen en op te lossen naar σ kan men de volatiliteit van een onderliggend effect berekenen door gebruik te maken van de marktprijs van een optie. Impliciete volatiliteit kan gebruikt worden om een beeld te vormen van de volatiliteit die in een markt verwacht wordt. Historische volatiliteit is *backward looking* terwijl impliciete volatiliteit *forward looking* is. Daarom geldt dat voorspellingen op basis van impliciete volatiliteit meestal beter zijn dan voorspellingen op basis van historische gegevens. Deze volatiliteit wordt enkel berekend op basis van de optieprijzen die op het moment van berekenen gelden, onder de assumptie van een bepaald optiewaarderingsmodel, bijvoorbeeld het Black&Scholes model waarin de normaalverdeling gebruikt wordt (Hull, 2008).

3.5 Value at Risk (VaR)

Value at Risk (VaR) is een wijdverspreide risicomaatstaf van het risico op een specifieke portefeuille van assets. Gegeven een portefeuille A, kans p en tijdshorizon t, definiëren we VaR als de drempelwaarde zodat de kans dat het verlies van de portefeuille A over de gegeven tijdshorizon t deze drempelwaarde overschrijdt gelijk is aan p. Deze maatstaf geeft de belegger een beeld van welk bedrag hij kan verliezen in een bepaalde tijdsspanne en dit is erg intuïtief. Onder Basel II wordt VaR gebruikt als maatstaf voor marktrisico, waarbij de VaR het verlies is, over een tijdshorizon van 10 dagen, dat met 1% kans overschreden kan worden. Het concept kan best worden uitgelegd door middel van een voorbeeld (Hull, 2008).

Voorbeeld: veronderstel een belegging in aandelen voor een bedrag van 10 miljoen euro. De standaardafwijking van de positie is gelijk aan 2% per dag of 6.32% per 10 dagen. Omdat we 10 MEUR hebben geïnvesteerd, is de standaardafwijking van onze positie gelijk aan 10 MEUR x 0.0632 = 632.455,53 euro. Als we aannemen dat de returns normaal verdeeld zijn met gemiddelde 0, dan kunnen we stellen dat er één percent kans is dat de waarde van onze positie na één dag met 2.33 of meer standaardafwijkingen zal afnemen. Immers, de kans dat een normaalverdeelde variabele 2.33 standaardafwijkingen lager is dan het gemiddelde is gelijk aan 1%. De standaardafwijking vermenigvuldigd met 2.33 is gelijk aan 1.471.311,58 euro. Dit betekent dat de belegger met een kans van 1% een verlies van 1.471.311,58 euro (of meer) kan lijden op zijn positie binnen een tijdsinterval van 10 dagen.

In dit voorbeeld werd de assumptie gemaakt dat de gemiddelde dagelijkse stijging van onze positie gelijk is aan 0. Voor koerswijzigingen over langere tijdsperiodes, zoals weken, maanden of jaren gaat deze assumptie mogelijk niet meer op. Men zal dan ook rekening moeten houden met een gemiddelde wijziging van het aandeel of de portefeuille. Dit alles geldt indien de dagelijkse returns normaal verdeeld zijn. Men kan VaR ook berekenen op basis van andere verdelingen, hetgeen de complexiteit van het model verhoogt.

3.6 Expected shortfall

Expected shortfall (ES) is een concept dat gerelateerd is aan VaR. VaR geeft een bedrag waarvan men redelijk zeker is dat men het niet zal verliezen. Dit geeft ons echter geen idee hoe groot een verlies kan zijn als deze VaR grens dan toch wordt overschreven. ES biedt hier de oplossing. Het geeft het gemiddelde verlies wanneer een bepaalde grens (vaak de VaR) wordt overschreden. Het wordt ook wel eens *Conditional Value at Risk (CVaR)* genoemd, hetgeen wijst op het conditionele karakter van het begrip. ES is het verwachte verlies, gegeven dat het verlies op of onder een bepaald kwantiel (vaak VaR) ligt. Men kan ES(x) berekenen op basis van de kansdichtheidsfunctie f(x). De ES is dan het gemiddelde verlies dat men lijdt indien het verlies een bepaalde grenswaarde $\mu - k\sigma$ overschrijdt.

$$ES(x) = \int_{-\infty}^{\mu-k\sigma} xf(x)\,dx \cdot \frac{1}{F(\mu - k\sigma)}$$

3.7 Extreme risico's

Extreme risico's zijn extreem in het opzicht dat ze weinig voorkomen en vaak grote gevolgen hebben. Dat extreme risico's een grote impact kunnen hebben is recent nogmaals gebleken. Het faillissement van Lehman Brothers was een onwaarschijnlijke gebeurtenis. De gevolgen waren extreem en hadden een enorme impact op de wereldeconomie. De grens tussen gewoon risico en extreem risico valt enigszins arbitrair te trekken. Men zou kunnen stellen dat de extreme risico's de returns zijn waar de normaalverdeling niet meer geldt, maar de normaalverdeling geldt in principe nergens, aangezien dagelijkse returns een hoge kurtosis hebben, d.w.z. een smallere, hogere piek en langere staarten. Hoe groot moet een risico zijn voordat het een extreem risico is? Hier bestaat een groot aantal mogelijkheden:

- Alle verliezen groter dan 5% per dag;
- De maxima van de wekelijkse verliezen;
- Het verlies dat slechts met 1% kans wordt overschreden en nog hogere verliezen;
- Returns lager dan drie standaardafwijkingen van het gemiddelde.

In het algemeen kunnen we stellen dat extreme gebeurtenissen zich voordoen wanneer het risico waarden aanneemt uit de staarten van de kansverdeling (McNeil, 1999). Extreme risico's kunnen geschat worden met Extreme Value Theory. Hier komen we in hoofdstuk 4 uitgebreid op terug.

3.7.1 Zwarte Zwanen

De financiële wereld wordt vaak bekeken door een wiskundige bril, maar soms kan een filosofische blik op sommige kwesties ons begrip ervan verbeteren. Daarom volgt hieronder een korte filosofische beschouwing omtrent extreme gebeurtenissen en andere controversiële topics in de finance. Nassim Nicholas Taleb (2008), die zichzelf vaak een *empirisch scepticus* noemt, heeft zijn leven gewijd aan kwesties van geluk, onzekerheid, waarschijnlijkheid en kennis. Na een werkend bestaan op Wall Street als succesvol handelaar, doet hij het nu rustiger aan als filosoof, essayist en hoogleraar onzekerheidskunde aan de Universiteit van Massachusetts. Hij schreef een bestseller over extreme gebeurtenissen, genaamd *de Zwarte Zwaan – De impact van het hoogst onwaarschijnlijke*.

Vooraan het boek schrijft hij: "*Aan Benoît Mandelbrot, een Griek onder Romeinen*". Mandelbrot staat bekend als de vader van *fractal geometry*. Een fractaal is een geometrische vorm die in verschillende delen kan worden opgesplitst. Elk deel zal een verkleinde (minstens benaderende) kopie van het geheel zijn. Mandelbrot heeft veel onderzoek naar de financiële markten gedaan. Zo had hij in de jaren '60 al aangetoond dat de Gaussiaanse wiskunde geen goede beschrijving gaf van de financiële markten en maakte gebruik van stabiele distributies om de variatie in marktprijzen te modelleren. Ondanks zijn werk hieromtrent, werden de principes nooit echt toegepast in de financiële markten (Mandelbrot & Hudson, 2008).

De naam Zwarte Zwaan dient als analogie voor de onzekerheid waarin we leven. Duizenden jaren lang heeft de Westerse wereld gedacht dat er enkel witte zwanen bestonden. Toen men voor het eerst naar Australië ging en daar een zwarte zwaan tegenkwam, vielen duizenden jaren van confirmatie aan diggelen. Eén enkele observatie was daarvoor genoeg. Dit is slechts een (imperfecte) analogie die het onderwerp van het boek intuïtief beschrijft. Deze analogie is imperfect omdat men in Australië in principe spreekt over een andere populatie dan die van in het Westen. Mogelijk waren de aantrekkelijkheid van de titel en de filosofische gedachten erachter belangrijker dan wiskundige juistheid.

Een zwarte zwaan voldoet aan twee criteria: 1) ze is onverwacht en 2) ze heeft een grote impact. Bovendien is het vaak zo dat zwarte zwanen *achteraf* vaak gerationaliseerd worden, alsof ze te verwachten waren. Voorbeelden van zwarte zwanen zijn de uitvinding van de computer of van het internet, de 11 september aanvallen, de wereldoorlogen, enzovoorts. Niemand had vooraf deze gebeurtenissen kunnen voorspellen, ze hebben een enorme impact op de wereld gehad en ze konden achteraf worden verklaard als een logische reeks van opeenvolgende gebeurtenissen.

De extreme risico's in een kansverdeling zijn "*bekende onbekenden*". We kunnen ze trachten te schatten aan de hand van allerlei kansverdelingen. Sommige risico's kunnen echter niet ingeschat worden, namelijk de Zwarte Zwanen of "*onbekende onbekenden*". Thomas J. Watson, voormalig hoofd van IBM, zei in 1943 bijvoorbeeld het volgende: *"I think there is a world market for maybe five computers".* Hij kon niet hebben voorzien welke enorme impact computers op de wereld hebben gehad. Om deze reden kunnen Zwarte Zwanen niet worden voorzien in modellen van de realiteit waardoor analyses en voorspellingen, vooral over langere termijn, vaak grote fouten vertonen.

Ook het feit dat er vaak naar het verleden wordt gekeken om de toekomst te voorspellen stoort Taleb. Beschouw het volgende citaat: *"Maar in al mijn ervaringen heb ik nooit een noemenswaardig ongeluk meegemaakt… Ik heb in al mijn jaren op zee maar één vaartuig in nood gezien. Ik heb nooit een wrak gezien en heb nooit schipbreuk geleden en heb me nooit in een penibele situatie bevonden die rampzalig dreigde af te lopen."*. Deze uitspraak werd gedaan door E.J. Smith, de kapitein van de Titanic. Het schip van Smith zonk in 1912 in wat de meest besproken scheepsramp in de geschiedenis zou worden. Dit probleem is vooral op de financiële markten aanwezig. Men gebruikt vaak historische gegevens en verwacht dat de toekomst zich min of meer hetzelfde zal gedragen. Ook Warren Buffet gelooft niet in het feit dat men toekomst kan voorspellen op basis van het verleden: *"If past history was all there was to the game, the richest people would be librarians".*

4 Prijsverloop en kansdichtheid van financiële assets

In dit hoofdstuk worden ten eerste enkele (wiskundige) modellen gepresenteerd die het prijsverloop van een aandeel trachten te beschrijven of te voorspellen. Vervolgens wordt er ingegaan op hoe we het toekomstige verloop van aandelenprijzen kunnen voorstellen. Ook gaan we verder in op kansverdelingen die het verloop van prijzen en returns beschrijven.

4.1 Bepalen van verwacht rendement en risico

Men kan (verwacht) rendement en risico bepalen door te steunen op vier vormen van informatie. Men kan steunen op:

1. *Historische informatie*. Hierbij maakt men de assumptie dat de toekomst in het verlengde van het verleden ligt. Deze assumptie is echter niet correct maar toch maakt men graag gebruik van historische informatie omdat het een gemakkelijke manier van werken is;
2. *Het heden*. Hierbij zal men gebruik maken van ratio's en andere fundamentals van het effect in kwestie. Bij aandelen kan men bijvoorbeeld gebruik maken van de intrinsieke waarde van het aandeel;
3. *Toekomstverwachtingen*. Hierbij probeert men de verwachtingen omtrent de toekomst te incorporeren in de berekening. Bijvoorbeeld verwachtingen omtrent het verloop van het consumentenvertrouwen, inflatie, werkloosheid, olieprijs, en hun impact op de cashflows van de onderneming;
4. *Extra informatie.* Bijvoorbeeld het feit of de mening dat het bedrijf over een CEO beschikt die vertrouwen geeft aan de beleggers.

Op basis van deze gegevens kan men vervolgens schattingen maken omtrent verwacht rendement en risico. In de volgende paragrafen zullen dieper ingaan op methoden om dit te bewerkstelligen.

4.2 Fundamentele & technische analyse

Financieel analisten stellen zichzelf de vraag: "*welk aandeel moeten we verhandelen en tegen welke prijs*?". Bij het beantwoorden van deze vraag kunnen analisten traditioneel werken vanuit twee verschillende standpunten: een fundamentele of een technische analyse. We geven een korte beschrijving van deze twee methodes.

4.2.1 Fundamentele analyse

Fundamentele analyse veronderstelt dat de markt een asset kan over- of onderwaarderen op korte termijn, maar dat op lange termijn de correcte prijs zal worden bereikt. Men kan dan winst maken door een long positie (d.w.z. kopen) te nemen in ondergewaardeerde assets en een short positie (d.w.z. verkopen) te nemen in overgewaardeerde assets. Een fundamenteel analist kan op twee manieren zijn analyse uitvoeren: top-down of bottom-up.

Top-down wil zeggen dat de analist begint met een studie van de globale economie: BBP, rentevoeten, inflatie, productiviteit, enzovoorts. Vervolgens zal de analist zich focussen op interessante sectoren op basis van prijsniveaus, totale verkopen, onderlinge concurrentie, enzovoorts. Vervolgens zal de analist zich per sector focussen op de beste bedrijven. Bij een bottom-up benadering vertrekt de analist bij een bepaald bedrijf, ongeacht sector of locatie. De analyse begint met het analyseren van de financiële statements, inclusief ratio analyse. Er wordt gekeken naar dividenden, operating cashflow, nieuwe uitgifte van kapitaal, kapitaalfinanciering, enzovoorts. Er worden voorspellingen gedaan over de toekomstige groei en risico's. Vervolgens zal men een waarderingsmodel gebruiken om de intrinsieke waarde van de onderneming te schatten, en dus ook de waarde per aandeel. Het meest bekende model is het Discounted Cash Flow model (DCF), dat de huidige waarde van toekomstige kasstromen bepaalt. Ook het Gordon model, dat werkt met dividenden, behoort hiertoe. Deze factoren die gebruikt worden bij de analyse noemt men *fundamentals*.

4.2.2 Technische analyse

Technische analyse streeft ernaar om patronen en trends te identificeren. Hierbij kunnen verschillende technieken worden gebruikt, maar het bestuderen van *charts* ligt centraal. Ook indicatoren worden intensief gebruikt, zoals bijvoorbeeld RSI of MACD. Men kan vervolgens in een bepaalde mate het toekomstige verloop van het aandeel voorspellen en op basis hiervan trading-strategieën ontwikkelen.

Technische analyse (TA) steunt op drie basisprincipes:

1. **De markt anticipeert alles**: TA veronderstelt dat alle fundamentals (waaronder bedrijfsspecifieke en globale fundamentals, alsook de marktpsychologie) in de prijs vervat zitten. Hierdoor is het niet nodig om deze factoren apart te bekijken. TA gaat er dus van uit dat op elk moment de prijzen correct zijn, zonder onder- of overwaarderingen.

2. **Prijzen bewegen in trends**: Prijsbewegingen worden geacht te verschijnen in trends. Dit wil zeggen dat wanneer een bepaalde trend zich voordoet, de toekomstige prijsbeweging ook ongeveer in deze richting zal plaatsvinden.
3. **Geschiedenis herhaalt zichzelf**: De repetitieve aard van prijsbewegingen wordt toegewezen aan de marktpsychologie. D.w.z. dat marktdeelnemers de neiging hebben om consistente reacties te vertonen op bepaalde gelijkaardige marktstimulansen.

De vraag of fundamentele en technische analyse in staat zijn om abnormale returns[1] te genereren, hetgeen al tot veel discussie heeft geleid binnen de academische en financiële gemeenschap, valt buiten het bestek van deze thesis.

4.3 Random walk

Het *random walk* model is een discreet model waarin de prijsveranderingen van assets beschreven worden door twee elkaar uitsluitende gebeurtenissen A (met een kans van p) en B (met een kans van 1 - p). Deze gebeurtenissen kunnen worden bekeken als prijsveranderingen van $\pm x_0$ in één tijdseenheid. De kans dat we in n gebeurtenissen k keer A observeren, en n – k keer B observeren, wordt gegeven door de binomiaalverdeling:

$$f(k|n,p) = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

We kunnen nu enkele vragen formuleren bij dit model:

1) Bij welke k is f(k|n,p) maximaal, gegeven een bepaalde n en p?

Het antwoord hierop is k = np, en dus n-k = n(1-p). De verwachte waarde van k is immers gelijk aan np. Vanuit een financieel oogpunt bekeken, wil dit zeggen dat de meest waarschijnlijke prijsverandering na n tijdseenheden gerealiseerd wordt als k = np. Deze meest waarschijnlijke prijsverandering is gelijk aan $n[p-(1-p)]x_0$. Het verschil p – q representeert een *drift* in de markt. Als p - q = 0, dan is er sprake van een *martingale proces*, waarbij de conditionele verwachte waarde van een volgende observatie, gegeven alle voorbije observaties, gelijk is aan de laatste observatie.

[1] Abnormale returns worden gedefinieerd als het verschil tussen de werkelijke return en de verwachte return.

2) Wat is de distributiefunctie van prijsveranderingen?

De volledige uitdrukking voor een algemene k, p en n werd afgeleid door Louis Bachelier in 1900 in zijn thesis *Théorie de la Spéculation*.

Zijn uitwerking vereenvoudigd echter voor n → ∞, k → ∞ en met h = k – np, tot:

$$f(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi np(1-p)}}\exp(-\frac{h^2}{2np(1-p)})$$

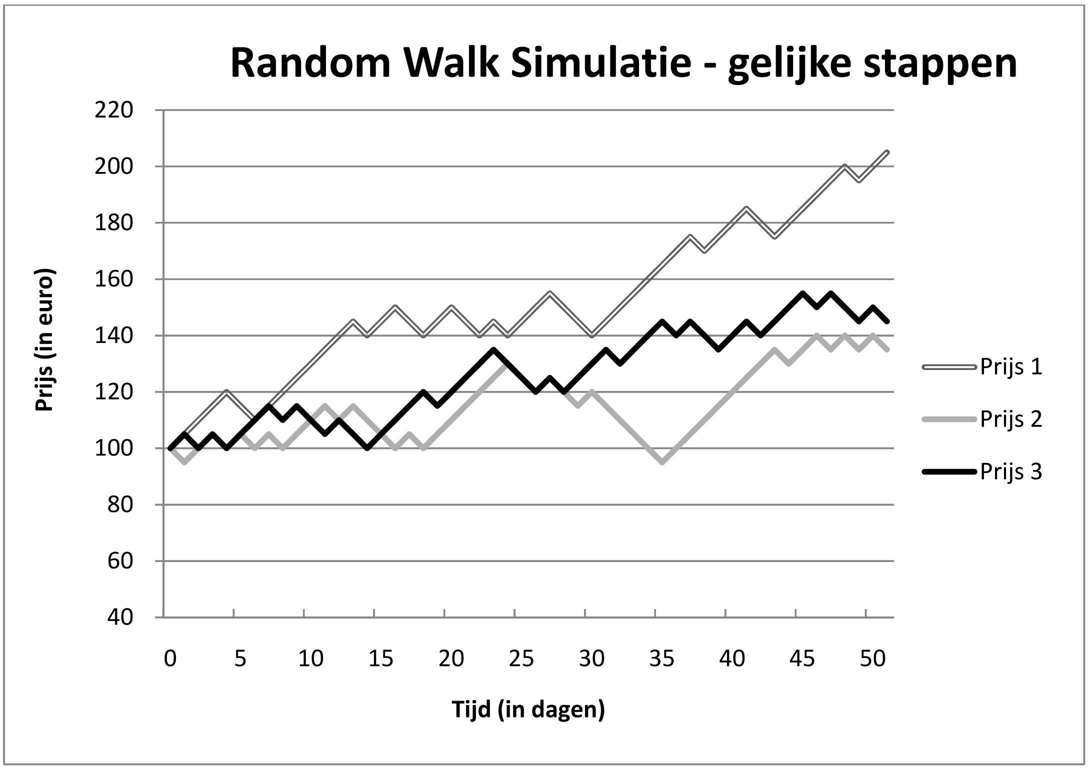
Als we nu stellen dat p = 1-p = 0.5, h → x, m = t/Δt waarbij Δt staat voor de eenheid tijdsverandering en $H = \sqrt{2\Delta t/\pi}$, dan verkrijgen we de Gaussiaanse verdeling:

$$f(x) = \frac{H}{\sqrt{t}}\exp(-\frac{\pi H^2 x^2}{t})$$

Dit is de eerste formulering van de *random walk* (Voit, 2005).

Vervolgens simuleren we een random walk waarbij twee mogelijke gebeurtenissen bestaan: de prijs stijgt met vijf euro (met kans van 0.6) of de prijs daalt met vijf euro (met kans van 0.4). We beginnen bij een prijs van 100 en simuleren vervolgens 50 dagen. De simulatie gebeurt door random getallen uit een uniforme verdeling te trekken en deze vervolgens te vergelijken met p om zo het prijsverloop te bepalen. We simuleren het mogelijke verloop van het aandeel driemaal. Figuur 8 biedt een grafische voorstelling van deze simulatie.

De *random walk* wordt niet enkel in finance gebruikt. Zo wordt het ook vaak in de natuurkunde gebruikt. In de zon is er bijvoorbeeld een enorme hoeveelheid waterstofatomen aanwezig. Door de grote druk en hitte fuseren deze waterstofatomen tot heliumatomen en hierbij ontstaan fotonen. Deze energiedeeltjes moeten zich een weg banen door de diverse lagen van de zon om uiteindelijk aan de oppervlakte van de zon te geraken, maar botsen ondertussen tegen de andere aanwezige deeltjes. De fotonen bewegen via een chaotisch zigzag patroon naar buiten toe. Dit patroon wordt ook een *random walk* genoemd. Dit is een van de redenen waarom er in de financiële analyse ook veel fysici tewerkgesteld zijn. Hun kennis komt mogelijk goed te pas bij het voorspellen van het verloop van aandelenprijzen.



Figuur 8: simulatie van de Random Walk

4.4 Geometrische Brownse beweging

Veronderstel dat S(t) de prijs van een asset op een bepaalde tijd in de toekomst t is. We veronderstellen dat de huidige tijd gelijk is aan t=0. Beschouw de prijs S(t) als t>0. Als er geen onzekerheid bestaat over deze prijs mogen we aannemen dat de groei constant is. De groeivoet is de *proportionele* verandering per tijdseenheid.

Als de groeivoet een constante is, μ, dan mogen we schrijven:

$$\frac{dS(t)}{dt} = \mu S(t)$$

En ook:

$$\frac{d \ln S(t)}{dt} = \frac{d \ln S(t)}{dS(t)} \frac{dS(t)}{dt}$$

Vervolgens, volgens de kettingregel:

$$\frac{d\ln S(t)}{dS(t)}\frac{dS(t)}{dt} = S(t)^{-1}\frac{dS(t)}{dt}$$

Bijgevolg:

$$\frac{d\ln S(t)}{dt} = S(t)^{-1}\frac{dS(t)}{dt} = S(t)^{-1}\mu S(t) = \mu$$

En na integratie:

$$S(t) = S(0)e^{\mu t}$$

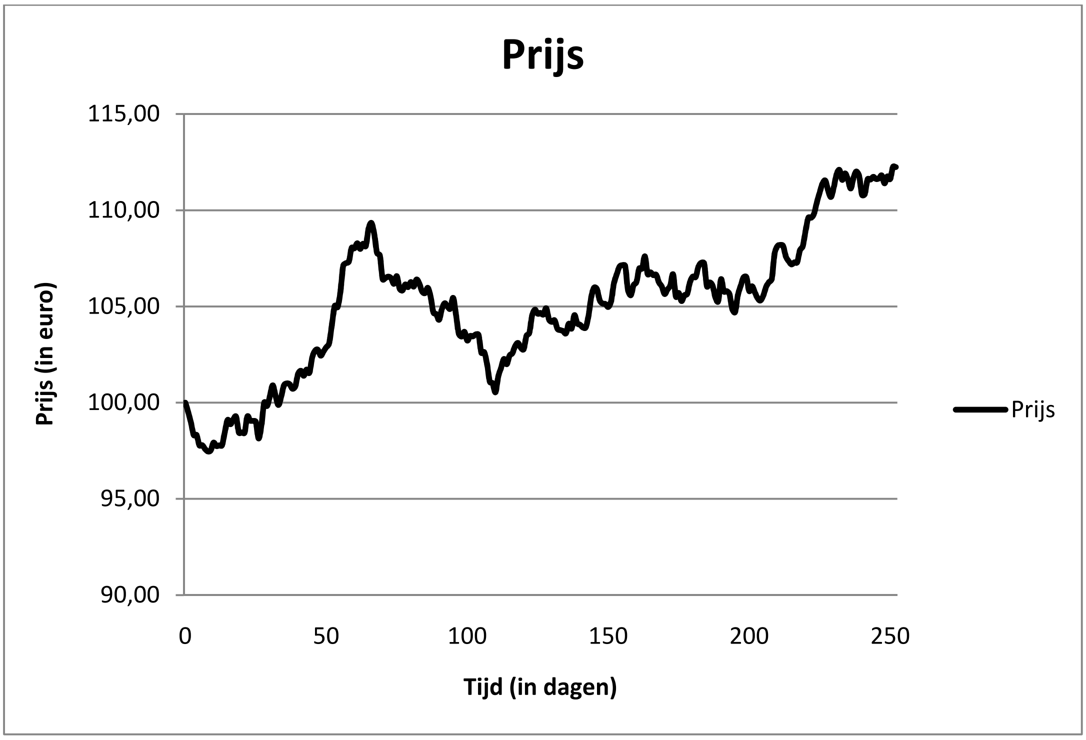
Het pad van de prijs zou dus een exponentiële functie zijn als er geen onzekerheid over de toekomstige prijs zou bestaan. Echter, er bestaat wel onzekerheid over de toekomstige prijs. Om dit te modelleren voegen we een stochastische differentiaal term dW(t) toe. Het proces W(t) noemt men een *Wiener proces* of een *Brownse beweging*. Het is een continu proces dat onafhankelijke aangroei dW(t) heeft, waarbij elke aangroei een normaalverdeling volgt met gemiddelde 0 en variantie dt. Als we deze onzekerheidsterm toevoegen bekomen we:

$$\frac{dS(t)}{dt} = \mu dt + \sigma dW(t)$$

Dit is een voorbeeld van een *diffusie proces*. Aangezien de linkerterm de proportionele prijswijziging op tijd t voorstelt, noemen we de bovenstaande formule de *geometrische Brownse beweging*. Als de linkerterm S(t) zou zijn, zouden we het proces een *aritmetische Brownse beweging* noemen (Alexander, 2008-1). Een simulatie van de geometrische Brownse beweging wordt gegeven in figuur 9. In het proces is μ=12%/jaar en σ=7%/jaar. De prijs op t=0 is gelijk aan 100 euro.

4.5 Efficiënte markthypothese

Als assetprijzen een random walk volgen, en de prijsveranderingen dus onafhankelijk zijn van elkaar, dan kan men op basis van analyse van historische prijzen geen abnormaal hoge returns behalen. Dit brengt ons bij de efficiënte markthypothese (EMH).



Figuur 9: simulatie van de geometrische Brownse beweging

De meest algemene definitie van marktefficiëntie wordt gegeven door Fama (1976): *"Marktefficiëntie vereist dat bij het bepalen van de prijs van een bepaald asset op een bepaald tijdstip, de markt alle beschikbare informatie correct gebruikt"*. Een andere definitie vinden we in Laveren *et al.* (2002): "*Een efficiënte markt is een markt waarin de prijzen een correcte weergave zijn van de beschikbare en relevante informatie*".

We kunnen drie vormen van marktefficiëntie onderscheiden:

1. **Zwakke marktefficiëntie:** de huidige prijzen reflecteren alle informatie vervat in de historische prijzen. Met andere woorden: een investeerder kan geen abnormale returns behalen door op de hoogte te zijn van historische prijzen, noch door op deze historische prijzen allerlei analyses toe te passen.
2. **Halfsterke marktefficiëntie:** de huidige prijzen reflecteren alle informatie vervat in de historische prijzen en in de publieke kennis over de onderliggende bedrijven. Volgens deze hypothese kan een investeerder dus ook geen abnormale returns behalen door publieke kennis over de onderliggende bedrijven te analyseren.

3. **Sterke marktefficiëntie:** de huidige prijzen reflecteren alle informatie vervat in de historische prijzen, de publieke kennis over de onderliggende bedrijven en in private kennis over de onderliggende bedrijven. Volgens deze hypothese kan een investeerder dus zelfs met inside-information geen abnormale returns behalen (Lorie *et al.*, 1985).

Terwijl empirische studies meestal de zwakke en de halfsterke versie van de EMH bevestigen, wordt de sterke versie van de EMH empirisch echter niet bevestigd (Laveren *et al.*, 2002).

De EMH heeft een grote impact op financiële analyse. Als de zwakke EMH opgaat in realiteit, dan wil dat zeggen dat men op basis van technische analyse geen superieure winsten kan boeken, d.w.z. het niet beter kan doen dan de markt zelf. Immers, alle historische informatie en resultaten die voortvloeien uit analyse van deze informatie, zullen ogenblikkelijk worden weerspiegeld in de prijzen. Op die manier zal het voor een technisch analist onmogelijk blijken om abnormale returns te boeken. Als ook de halfsterke versie van de EMH opgaat in realiteit, dan zal ook de fundamentele analist geen abnormale returns kunnen boeken. De resultaten van zijn analyse zullen ook ogenblikkelijk worden weerspiegeld in de aandelenprijzen. Sommige leden van de financiële gemeenschap zijn bereid om de zwakke vorm van de EMH te aanvaarden en daarbij technische analyse te laten vallen. Er zijn echter weinig leden van de financiële gemeenschap die de sterkere vormen willen aanvaarden, waardoor ze ook fundamentele analyse zouden moeten laten vallen (Lorie *et al.*, 1985).

4.6 Normale en lognormale verdeling

De financiële theorie maakt vaak de veronderstelling dat aandelenprijzen evolueren volgens een geometrische Brownse beweging, zoals eerder beschreven. Deze beweging veronderstelt twee fundamentele hypotheses over een stochastisch proces:

1. Opeenvolgende realisaties van het stochastische proces zijn statistisch onafhankelijk.
2. Relatieve veranderingen in het stochastisch proces worden getrokken uit een normaalverdeling. Dit wil tevens zeggen dat de absolute veranderingen lognormaal verdeeld zijn.

Het stochastisch proces in kwestie is hier de evolutie van een bepaalde aandelenprijs. De eerste hypothese veronderstelt dat de prijs van morgen niet afhankelijk is van de prijs van vandaag. De tweede hypothese veronderstelt dat de dagelijkse returns normaalverdeeld zijn (Voit, 2005).

Laten we dieper ingaan op de wiskundige aspecten van de tweede hypothese. Verdeel een tijdsinterval [0,t] in n gelijke deelintervallen met n > 30. Beschouw voor een bepaald aandeel de (slot)koersen S_0, S_1, …, S_n.

Definieer nu de stochastische variabelen:

$$R_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right)$$

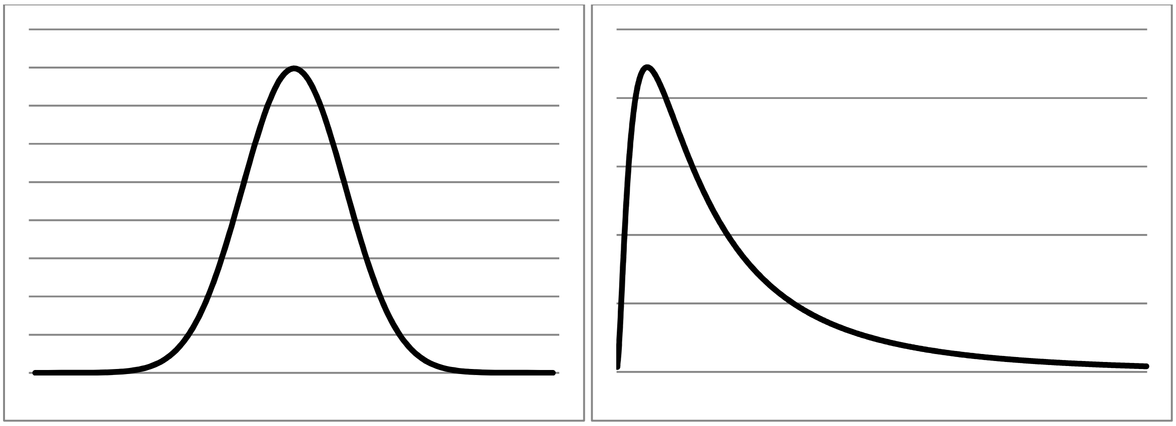
Voor i = 1, 2, …, n. Veronderstel dat R_1, R_2, …, R_n onafhankelijk en identiek verdeeld zijn (i.i.d.) met gemiddelde μ en standaardafwijking σ (veronderstel $E(R_i)^2 < +\infty$). Onafhankelijkheid betekent dat de prijs van vandaag geen invloed heeft op die van morgen. Identiek verdeeld betekent dat de returns uit eenzelfde kansverdeling met parameters μ en σ komen.

Dan is:

$$\ln\left(\frac{S_n}{S_0}\right) = \ln\left(\frac{S_1}{S_0}\right) + \ln\left(\frac{S_2}{S_1}\right) + \cdots + \ln\left(\frac{S_n}{S_{n-1}}\right) = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$$

Volgens de centrale limietstelling is voor n > 30 de stochastische variabele $\ln(S_n/S_0)$ normaal verdeeld met gemiddelde nμ en standaardafwijking $\sigma\sqrt{n}$ (Motmans & Mercken, 2007).

In een normaalverdeling (figuur 10 - links) kan een variabele elke positieve of negatieve waarde aannemen. Als men normaal verdeelde returns uitdrukt in een prijs op een bepaald moment T in de toekomst, verkrijgt men de lognormale verdeling. In een lognormale verdeling (figuur 10 - rechts) is een variabele altijd positief.



Figuur 10: links een normaalverdeling, rechts een lognormale verdeling

Voorafgaand enkele symbolen en hun betekenis:

S_0 = de huidige aandelenprijs
S_T = de aandelenprijs op tijdstip T
T = aantal tijdseenheden
μ = verwachte return op een aandeel over één tijdseenheid
σ = volatiliteit van een aandeel over één tijdseenheid
$X \sim N(\mu,\sigma^2)$ = X is normaalverdeeld met gemiddelde μ en variantie σ^2

S_T heeft de volgende eigenschappen:

$$E(S_T) = S_0 e^{\mu T}$$
$$Var(S_T) = S_0^2 e^{\mu T}\left(e^{\sigma^2 T} - 1\right)$$

Voorbeeld: Bij een huidige aandelenprijs van \$100 en een verwacht rendement op jaarbasis van 8% en een standaardafwijking van 6% is $E(S_T) = 100e^{0.08}$ = \$108.33. De variantie is gelijk aan $Var(S_T) = 100^2\, e^{0.08}\,(e^{0.06^2} - 1) = 39.06$, of een standaardafwijking van \$6.25.

Variabelen die lognormaal verdeeld zijn hebben de eigenschap dat hun natuurlijke logaritme (ln) normaal verdeeld is. De verwachte waarde en de variantie van $\ln(S_T)$ zijn respectievelijk:

$$\mathrm{E}[\ln(\mathrm{S_T})] = \ln(S_0) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T \text{ en } \mathrm{Var}[\ln(\mathrm{S_T})] = \sigma^2 T$$

En hieruit volgt:

$$\ln(S_T) \sim N\left[\ln(S_0) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T\ ,\ \sigma^2 T\ \right]$$

Rekening houdend met de eigenschappen van de normaalverdeling kunnen we herschrijven als volgt:

$$\ln(S_T) - \ln(S_0) \sim N\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T\ ,\ \sigma^2 T\ \right]$$

Waarbij $\ln(S_T) - \ln(S_0)$ staat voor de relatieve wijziging in aandelenprijs (of return) in T tijdseenheden. Indien zowel μ als σ uitgedrukt zijn per jaar en wij T = 1 stellen, dan is $\ln(S_T) - \ln(S_0)$ het jaarlijks rendement van het aandeel (onder de veronderstelling dat er geen dividenden worden uitgekeerd). Als we iets willen zeggen over de dagelijkse returns dan kunnen we μ en σ uitdrukken per jaar en T gelijkstellen aan 1/365 (of eventueel een ander aantal dagen, bijvoorbeeld 250 beursdagen). Een andere mogelijkheid is om μ en σ op dagbasis uit te drukken en T = 1 te stellen (Hull, 2008).

Er zijn vele redenen waarom de normaalverdeling in theorie vaak wordt gebruikt.

1. De normaalverdeling is additief, d.w.z. dat als twee normaal verdeelde variabelen opgeteld worden, het resultaat ook normaal verdeeld is. Elke lineaire combinatie van normaal verdeelde variabelen zal een normaalverdeling volgen;
2. De normaalverdeling is symmetrisch, d.w.z. dat de kansdichtheid boven en onder het gemiddelde gelijk is. Dit vergemakkelijkt calculaties. Het veroorzaakt echter problemen met betrekking tot *neerwaarts risico*. Dit omdat *opwaarts risk* en *neerwaarts risico* gelijk zijn volgens de normaalverdeling. In werkelijkheid zijn beide niet gelijk, bijgevolg geeft de normaalverdeling een slecht beeld van *neerwaarts risico*;
3. De normaalverdeling is de verdeling met maximale entropie. De entropie is een kwantitatieve maatstaf voor de mate van wanorde in een gesloten systeem. Volgens de tweede wet van de thermodynamica streeft deze entropie naar een maximum. Deze wet stelt dat de entropie van een gesloten systeem dat niet in evenwicht is, in de loop van de tijd toeneemt, tot het maximum voor dat geïsoleerde systeem is bereikt. De toestand met de maximale entropie is de evenwichtstoestand.

4. Men spreekt van de lognormale verdeling of van de normaalverdeling naargelang absolute of relatieve wijzigingen van belang zijn.
5. Maximale entropie wordt maar bereikt na een oneindige tijd. Indien een model zou worden opgesteld voor een vrije marktsysteem met beleggingen, dan zou na een oneindige tijd de p.d.f. van de aandelenprijzen en –returns een (log)normale verdeling volgen;
6. De wiskundige formule voor de kansdichtheid van de normaalverdeling:
$$f(x|\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$
bevat slechts twee parameters, μ en σ, waardoor voorspellingen kunnen worden gemaakt met behulp van slechts twee statistieken die bovendien gemakkelijk te berekenen zijn (Vinod & Reagle, 2005).

De normaalverdeling is echter niet de enige verdeling die gebruikt wordt om de distributie van returns te beschrijven. Er bestaan diverse andere verdelingen die eventueel kunnen dienen om de verdeling van asset returns te beschrijven.

4.7 Stabiele Pareto-verdeling

De *stabiele Pareto-verdeling* is een continue kansverdeling met vier parameters. Deze verdeling wordt ook vaak een *stabiele Lévy verdeling* genoemd. De vier parameters zijn:

- α (alpha) = index van stabiliteit, binnen de interval (0,2];
- β (beta) = scheefheid, binnen de interval [-1,1];
- γ (gamma) = schaal, binnen de interval (0,+∞) soms ook aangegeven met c;
- δ (delta) = locatie, binnen de interval (-∞,+∞) soms ook aangegeven met μ.

De kansdichtheidsfunctie van de stabiele Pareto-verdeling wordt gegeven door de Fourier transformatie van de karakteristieke functie:

$$f(x|\alpha,\beta,\gamma,\delta) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t)e^{-itx}dt$$

Waarbij $\varphi(t)$ wordt gegeven door:

$$\varphi(t) = \exp\left[\, it\delta - |ct|^{\alpha}(1 - i\beta sgn(t)\theta) \,\right]$$

Hierbij is sgn(t) het teken van t is en θ wordt gegeven door:

$$\theta = \tan(\pi\alpha/2)$$

In alle gevallen, behalve wanneer $\alpha = 1$, dan:

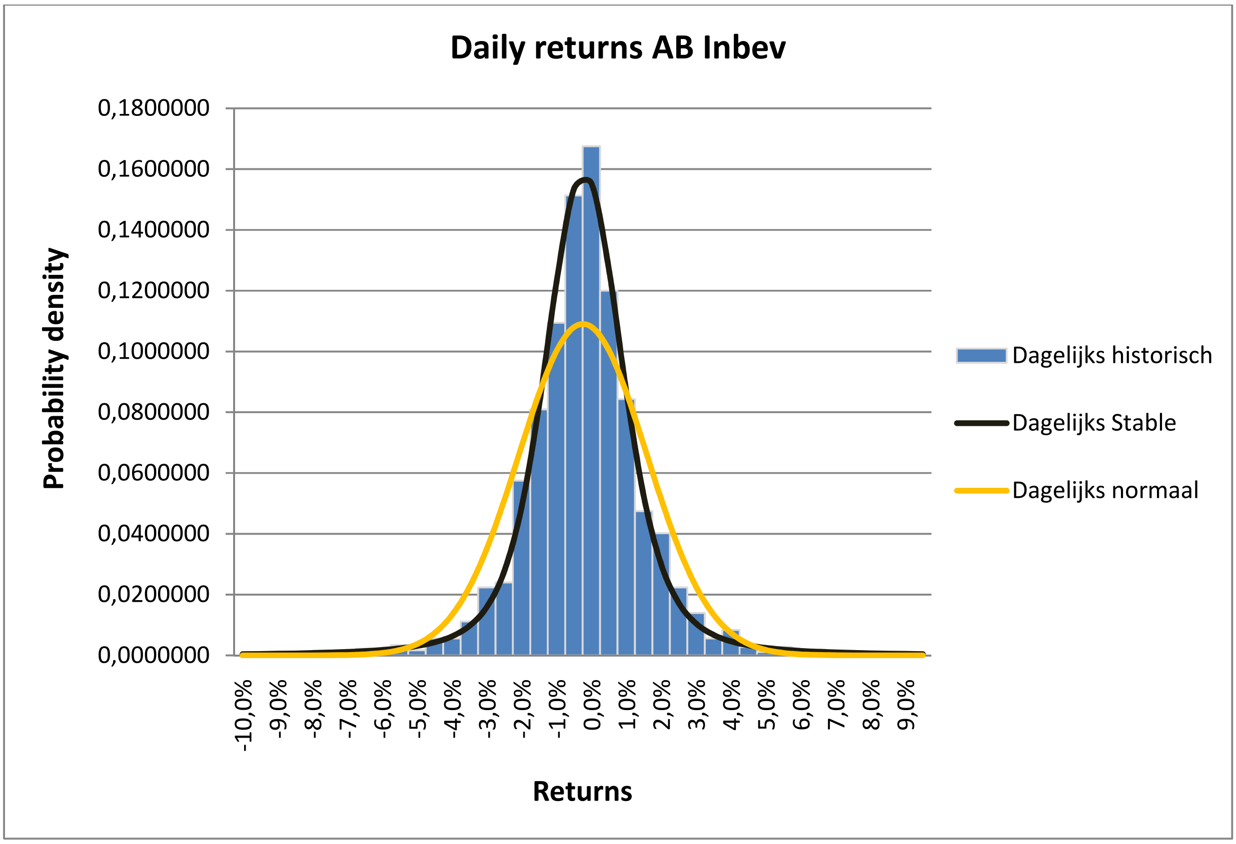
$$\theta = -\left(\frac{2}{\pi}\right) \log |t|$$

Deze verdeling heeft de belangrijke eigenschap van stabiliteit: als een aantal onafhankelijk en identiek verdeelde (i.i.d.) variabelen een stabiele verdeling hebben, dan heeft elke lineaire combinatie van deze variabelen dezelfde verdeling, met eventueel aangepaste schaal en locatieparameters. Veronderstel dat de onafhankelijke variabelen U_n stabiele verdeeld zijn met parameters α_u, β_u, γ_u en δ_u gelijk voor alle n. Dan is het logaritme van de karakteristieke functie van $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$ gelijk aan n keer het logaritme van de karakteristieke functie van U_n. Dit maakt vervolgens dat S_n stabiel verdeeld is met parameters α_u, β_u, $n\gamma_u$ en $n\delta_u$.

Ook de normaalverdeling is een stabiele distributie. Als $\alpha = 2$, dan reduceert de verdeling tot een Gaussiaanse verdeling met gemiddelde $\mu = \delta$, variantie $\sigma^2 = 2\gamma^2$ en een scheefheid $\beta = 0$ (Nolan, 2008). Benoît Mandelbrot ontdekte dat prijsveranderingen in financiële markten geen Gaussiaanse verdeling volgde, maar een stabiele Pareto-verdeling. Hij vond bijvoorbeeld dat katoenprijzen een stabiele Pareto-verdeling volgde met parameter $\alpha = 1.7$, in plaats van $\alpha = 2$ zoals in een Gaussiaanse verdeling (Mandelbrot, 1963).

In de praktijk zijn we vooral geïnteresseerd in het zoeken van een verdeling die goed op een bepaalde set van gegevens past. Hierbij kunnen we gebruik maken van het programma Stable, dat werd ontwikkeld door J.P. Nolan. Het is mogelijk om dit programma een steekproef van returns te laten inlezen en vervolgens de vier parameters van de verdeling te laten berekenen. Vervolgens is het ook mogelijk om op basis van deze parameters berekeningen te doen m.b.t. de p.d.f. en de c.d.f.

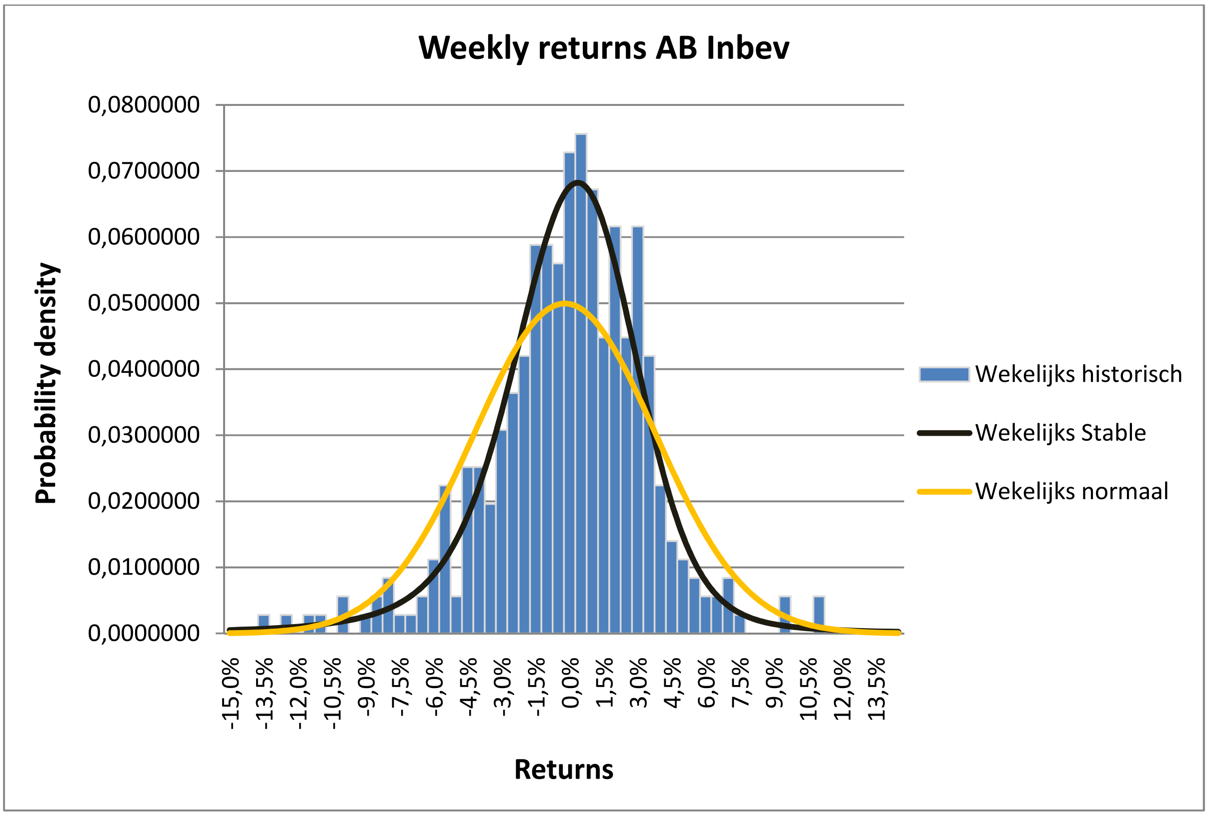
Op figuur 11 werden de dagelijkse returns van het aandeel AB Inbev in de periode 2002-2009 geplot, alsook een benadering van deze verdeling door een normaalverdeling (μ=0.00023379 en σ=0.018236) en door een stabiele Pareto verdeling (α=1.53, β=0.0153, γ=0.00895074 en δ=0.000298797).



Figuur 11: dagelijkse AB Inbev returns: historisch, normaal en stabiel Paretiaans

De stabiele Pareto verdeling geeft duidelijk een betere fit voor de waargenomen returns dan de normaalverdeling. De normaalverdeling heeft niet genoeg dichtheid rond het gemiddelde en in de staarten, en teveel dichtheid in de buitenste regionen van de klokvorm (behalve de staarten).

De wekelijkse returns, alsook een benadering van deze verdeling door een normaalverdeling (μ=0.00118814 en σ=0.039913) en door een stabiele Pareto verdeling (α=1.66, β=-0.3759, γ= 0.0207722 en δ=0.0052197) werden geplot in figuur 12.



Figuur 12: wekelijkse AB Inbev returns: historisch, normaal en stabiel Paretiaans

Ook hier lijkt de stabiele Pareto verdeling een betere fit te geven dan de normaalverdeling. De scheefheid van de verdeling wordt ook beter benaderd door de stabiele Pareto verdeling. Wat wel opvalt is dat de parameters α en β niet stabiel blijven als we van dagelijkse naar wekelijkse returns gaan. Dit was echter wel de verwachting. Mogelijke verklaringen zitten in het feit dat returns geen exacte stabiele verdeling volgen, of dat er schattingsfouten zijn gemaakt bij het schatten van de parameters, dit is immers een vrij ingewikkelde procedure die op vele verschillende manieren kan verlopen.

4.8 Laplace verdeling

De *Laplace verdeling* is een continue kansverdeling met twee parameters. Deze parameters zijn:

- μ (mu) = locatie, binnen de interval (-∞,+∞);
- λ (lambda) = continue inverse schaal parameter (λ > 0).

De Laplace verdeling is symmetrisch en heeft langere staarten dan de normaalverdeling. Dit is omdat de normaalverdeling wordt uitgedrukt in termen van gekwadrateerde verschillen met het gemiddelde en de Laplace verdeling wordt uitgedrukt in het absolute verschil met het gemiddelde. Een Laplace verdeling bestaat in principe uit twee exponentiële functies die met de rug tegen elkaar worden gezet.

De p.d.f. en de c.d.f. van de Laplace verdeling zijn:

$$f(x|\mu,\lambda) = \frac{\lambda}{2}\exp\left(-\lambda|x-\mu|\right)$$

$$F(x|\mu,\lambda) = \begin{cases} \frac{1}{2}\exp\big(-\lambda(\mu - x)\big) & x \leq \mu \\ 1 - \frac{1}{2}\exp\big(-\lambda(x-\mu)\big) & x > \mu \end{cases}$$

Linden (2001) toont aan dat de Laplace verdeling een goede kandidaat is om dagelijkse, wekelijkse en maandelijkse aandelenreturns te modelleren. Hij deed onderzoek naar de 20 meest verhandelde effecten in Finland en testte voor elk aandeel twee hypotheses (voor dagelijkse, wekelijkse en maandelijkse returns):

1. De returns van het aandeel volgen een normaalverdeling
2. De returns van het aandeel volgen een Laplace verdeling

Bij de analyse van dagelijkse returns kon de hypothese van normaalverdeeldheid voor elk aandeel verworpen worden. De Laplace hypothese kon voor elf aandelen verworpen worden. Bij de analyse van wekelijkse returns kon de hypothese van normaalverdeeldheid voor zeventien aandelen verworpen worden. De Laplace hypothese kon voor vier aandelen verworpen worden. Tenslotte kon bij de analyse van maandelijkse returns de hypothese van normaalverdeeldheid voor vier aandelen verworpen worden. De Laplace hypothese kon voor vijf aandelen verworpen worden. Hieruit blijkt dat, voor aandelenreturns, de Laplace verdeling een beter passende verdeling dan de normaalverdeling is, vooral voor dagelijkse en wekelijkse returns. Bovendien blijkt uit de resultaten ook dat de normaalverdeling eerder opgaat voor wekelijkse en maandelijkse returns, maar niet voor dagelijkse. Dit werd ook al door Fama (1965) geconstateerd.

4.9 Extreme Value Theory

Een bepaalde tak uit de statistiek, genaamd Extreme Value Theory (EVT), houdt zich bezig met de studie naar extreme gebeurtenissen. EVT is belangrijk bij het bepalen van risico's van hoogst onwaarschijnlijke gebeurtenissen. Het is een instrument dat ons, op basis van weinig data, een zo goed mogelijke schatting van het staartgebied van een verdeling tracht te geven.

Er bestaan twee benaderingen bij het toepassen van EVT:

1. **Block maxima (BM) methode**: deze aanpak wordt gebruikt voor de maxima van bepaalde verliezen over vaste tijdsintervallen. Deze observaties zullen benaderd worden door een *Generalised Extreme Value distribution* (GEV).
2. **Peaks-over-threshold (POT) methode**: deze modernere aanpak wordt gebruikt voor verliezen die een bepaalde grenswaarde overschrijden. Deze observaties zullen benaderd worden door een *Generalised Pareto Distribution* (GPD)(McNeil, 1999).

De GEV verdeling is afhankelijk van de locatie- en schaalparameters δ en β en een parameter ξ genaamd de *tail index,* omdat het de vorm van de staart van de GEV verdeling bepaalt. De c.d.f. van de GEV wordt gegeven door:

$$F(x) = \begin{cases} \exp\left(-\left(1 + \xi(\frac{x-\delta}{\beta})\right)^{-\frac{1}{\xi}} \right) & \xi \neq 0 \\ \exp\left(-\exp\,(-\frac{x-\delta}{\beta}) \right) & \xi = 0 \end{cases}$$

Er zijn drie types van de GEV, afhankelijk van de *tail index* ξ:

1. Als ξ = 0 krijgen we de Gumbel verdeling;
2. Als ξ < 0 krijgen we de Weibull verdeling;
3. Als ξ > 0 krijgen we de Fréchet verdeling.

De GPD verdeling wordt gebruikt om waarden die een bepaalde grens u overschrijden te modelleren. De mate waarin de waarde de grens overschrijdt beschouwen we als een andere random variabele X – u. De verdelingsfunctie G_u van deze "overmatige verliezen" staat in relatie met de verdeling F(x) van X, de onderliggende random variabele. Deze relatie is:

$$G_u(x) = P(X - u < x | X > u) = \frac{F(x+u) - F(u)}{1 - F(u)}$$

Voor veel onderliggende verdelingen zal het bovenstaande behoren tot de klasse van *generalised Pareto distributions*, bepaald door:

$$G_u(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \dfrac{\xi(x-\delta)}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\xi}} & \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\dfrac{x-\delta}{\beta}\right) & \xi = 0 \end{cases}$$

Met locatie- en schaalparameters δ en β en ξ de *tail index*. Net zoals bij de GEV verdelingen zal een verhoging van ξ leiden tot meer dichtheid in de staarten. Het gemiddelde verlies boven een grens u kan gedefinieerd worden door:

$$e(u) = E(X - u | X > u)$$

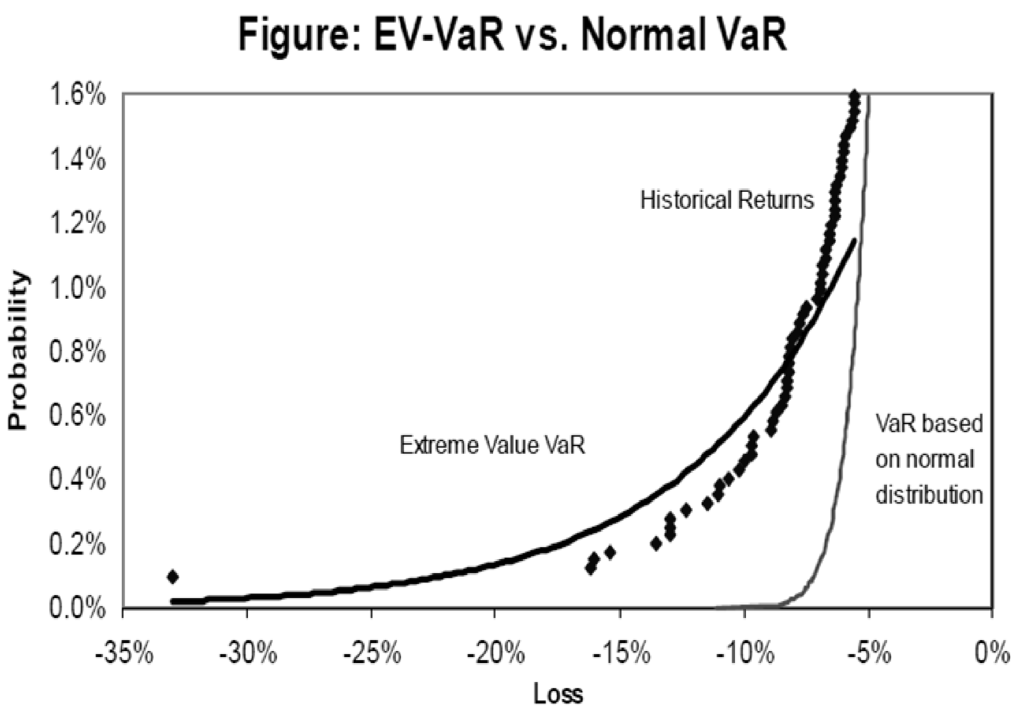
Als de overschrijding van de grens u een GDP verdeling heeft, dan kunnen we dit ook schrijven als:

$$e(u) = \frac{\beta + \xi u}{1 - \xi}$$

(Alexander, 2008-1).

Figuur 13 toont een grafisch voorbeeld van EVT. Hierop staan de dagelijkse extreme returns van The West Texas Intermediate (WTI) van 1983 tot 1999. De punten geven de werkelijke extreme verliezen weer. De twee krommen zijn de schattingen door de normaalverdeling en door de EVT verdeling. De grove onderschatting van de normaalverdeling is overduidelijk. De EVT kromme biedt een veel betere schatting van de extreme risico's.

Duchateau (2008) getuigt dat er in het verleden twee doctors in de wiskunde bij hem tewerkgesteld waren, die zich enkel met EVT berekeningen bezig hielden. Het grote probleem met EVT is iemand vinden die de grote risico's wenst in te dekken. Dit zou (te) veel geld kosten.



Figuur 13: EV-VaR versus normal VaR (Aragonés, 2003)

4.10 Lineaire regressie en het single index model

4.10.1 Lineaire regressie

Een regressiemodel is een statistisch model van de invloed van een (of meerdere) random variabelen op een andere random variabele. Er wordt een lineaire relatie verondersteld tussen de variabelen. In de onbekende populatie met N elementen geldt:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t \qquad (t = 1, 2, \ldots, N)$$

$$met\ \beta = [\beta_1 \quad \cdots \quad \beta_k]\ en\ X = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_k \end{bmatrix}$$

Y_t is de functie van een rechte. Men noemt α de regressieconstante. Vervolgens noemt men β de regressiecoëfficiënt. Deze coëfficiënt stelt de richtingscoëfficiënt van de rechte voor. Bij meervoudige regressie maakt men gebruik van k regressiecoëfficiënten. De verschillende geobserveerde datapunten zullen geen exacte lineaire relatie volgen (tenzij X en Y perfect gecorreleerd zijn) en dus maakt men in het model ook gebruik van een storingsterm ε (*error proces* in het Engels). Er wordt verondersteld dat deze storingsterm onafhankelijk en identiek verdeeld is (i.i.d.) met gemiddelde 0 en variantie σ^2. Een schatter voor de variantie van de storingsterm σ^2 wordt gegeven door s^2. De wortel van s^2 noemt men de standaardfout van de regressie.

$$s^2 = \frac{RSS}{T - k - 1}$$

Waarbij:

$$RSS = \sum_{t=1}^{T} e_t^2 = \sum_{t=1}^{T} \left(Y_t - (\hat{\alpha} + \hat{\beta} X_t)\right)^2$$

Men neemt een steekproef met T observaties op bepaalde tijdstippen. Aan de hand van deze steekproef zal men alle parameters schatten. Schatters van populatieparameters worden aangegeven met het accent circonflexe (^). De lineaire relatie zal dan worden beschreven door:

$$\hat{Y}_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta} X_t + e_t \qquad (t = 1, \ldots, T)$$

Een regressiemodel is in essentie een optimalisatieprobleem waarbij de som van de gekwadrateerde verschillen tussen geschatte data en waargenomen data (RSS) geminimaliseerd wordt. Dit noemt men het Ordinairy Least Squares (OLS) optimalisatie criterium.

$$minimize\, RSS = minimize \sum_{t=1}^{T} \left(Y_t - \left(\hat{\alpha} + \hat{\beta} X_t\right)\right)^2$$

Door de functie van het minimalisatieprobleem af te leiden naar α en β en deze afgeleiden gelijk te stellen aan 0 kan men de OLS schatters van α en β berekenen, men bekomt dan:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})(Y_t - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})^2} \quad en \quad \hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X}$$

Waarbij $\bar{X}$ en $\bar{Y}$ staan voor de rekenkundige gemiddelden van de observaties van X en Y.

In alles wat volgt veronderstellen we impliciet dat de observaties een tijdreeks zijn waarin de waarden van X en Y over gelijke tijdsintervallen werden opgenomen. Zo kunnen X en Y bijvoorbeeld wekelijkse returns van twee assets zijn in een bepaalde periode. De concepten die volgen kunnen echter ook toegepast worden op *cross-sectionele* steekproeven (op één moment in de tijd)(Alexander, 2008-1).

4.10.2 Single Index Model

Laten we het lineaire regressiemodel toepassen op een model dat financiële returns beschrijft en voorspelt. We kunnen de returns van een bepaalde asset voorstellen in functie van de returns van een bepaalde marktindex. Dit model noemt men het *single index model*. Dit model stelt ons in staat om de return en risico van assets, relatief ten opzichte van een benchmark of een brede marktindex zoals de S&P500 te onderzoeken.

Men kan dit model schrijven als:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i X_t + \varepsilon_{it} \qquad met\ \varepsilon_{it} \sim i.i.d.(0, \sigma_i^2)$$

Hierbij is α_i gelijk aan de verwachte *out- of underperformance* ten opzichte van de benchmark of marktindex. Als $\alpha_i < 0$, dan levert het aandeel een verwachte *underperformance* ten opzichte van de markt, d.w.z. doet het slechter dan de markt. Als $\alpha_i > 0$, dan levert het aandeel een verwachte *outperformance* ten opzichte van de markt, d.w.z. doet het beter dan de markt. Uiteraard moet α_i statistisch significant verschillend zijn van 0 om conclusies te kunnen trekken omtrent de performance ten opzichte van de markt. Vervolgens is β_i de *systematische risicofactor* van het asset. $\beta_i\sigma_x$ is de *systematische volatiliteit* van het asset waarbij σ_x de volatiliteit van de indexreturn voorstelt. De *asset-specifieke volatiliteit* kan worden voorgesteld door σ_i. De *totale volatiliteit* bestaat dus uit drie componenten: de gevoeligheid ten opzichte van de markt (β), de volatiliteit van de markt (σ_x) en het specifieke risico (σ_i)(Alexander, 2008-2).

Voorbeeld: veronderstel dat $\{(X_t, Y_t)\ ;\ t = 1, \ldots, T\}$ *een steekproef is waarbij X de wekelijkse log return van de S&P500 index en Y de wekelijkse log return van het Microsoft aandeel en dit over de periode 7/1/2002 t/m 31/12/2007.*

Het regressiemodel wordt genoteerd als:

$$\hat{R}_{Microsoft} = \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i R_{S\&P500} + e_t$$

De regressie geeft de volgende resultaten:

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,608[a]	,369	,367	.026681150

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	,000	,002		-,125	,901
	sp500	1,060	,079	,608	13,475	,000

Figuur 14: resultaten lineaire regressie

Na schatting van de OLS parameters bekomen we de volgende rechte:

$$\hat{R}_{Microsoft} = \underset{(-0.125)}{0.000} + \underset{(13.475)}{1.060}\, R_{S\&P500}$$

Tussen haakjes staan de t-waarden van de parameters. Deze statistiek is de uitkomst van een test die de hypothese of de geschatte parameter gelijk is aan 0 toets. Als de absolute waarde van de t-waarde groter is dan 1.96 is de parameter statistisch significant verschillend van 0 met een betrouwbaarheid van 95%. De alpha van het model is niet significant verschillend van 0 en dus kan men niet stellen dat het Microsoft aandeel significant betere of slechtere returns dan de markt biedt.

De beta van het model (1.06) is echter wel statistisch significant. Dit wil zeggen dat de return van het Microsoft aandeel 1.06 keer de return van de markt zal zijn. Als de markt stijgt zal het Microsoft aandeel een beetje sterker stijgen. Als de markt daalt zal het aandeel een beetje sterker dalen. Dit betekent met andere woorden dat het aandeel een matig tot hoog systematisch risico heeft. De standaardfout van de regressie is gelijk aan 0.02668115 of ongeveer 2.67% per week, hetgeen 0.02668115 x $\sqrt{52}$ *= 19.24% op jaarbasis is.*

5 Analyse kansdichtheid aandelen

In dit hoofdstuk zullen we de verdeling van een gekozen aandeel onderzoeken om zo de eerder aangebrachte concepten beter toe te lichten.

5.1 Opzet

We zullen het Google aandeel onderzoeken. Dit technologieaandeel noteert op de NASDAQ index. We beschikken over een dataset van dagelijkse koersen voor de periode 19 augustus 2004 t/m 12 februari 2009. Een belangrijke factor die we onder ogen moeten houden bij het kiezen van een aandeel is het feit dat aandelenkoersen zakken in waarde nadat een dividend werd uitgekeerd, met ongeveer de waarde van het dividend. Door hiermee in analyses geen rekening te houden zal de analyse vertekend zijn. Google keert echter geen dividenden uit en hierdoor blijven we gespaard van koersdalingen omwille van dividenduitkeringen. Dit maakt dat we onze data niet moeten aanpassen aan deze dividenduitkeringen.

We zullen onderzoeken of de assumptie van normaliteit opgaat voor het aandeel. Als dit niet zo blijkt te zijn: welke verdeling past dan mogelijk beter op de dataset? Welke zijn de gevolgen voor het inschatten van risico's? We maken gebruik van het computerprogramma Mathwave Easyfit Professional 5.0. Dit programma bevat een groot aantal verdelingen en kan voor een bepaalde dataset de parameters van deze verdelingen schatten. Bovendien kunnen we achteraf ook nagaan in welke mate de verdelingen passen op de data. Een nadeel van dit programma is dat de stabiele Pareto verdeling niet in het pakket opgenomen is, waardoor we deze verdeling niet kunnen onderzoeken. Daarom zullen we de analyse beperken tot de normaalverdeling en de Laplace verdeling. We zullen ook de verdeling van extreme risico's onderzoeken. Easyfit genereert standaard drie verschillende *goodness of fit* testen op verschillende significantieniveaus (0.2, 0.1, 0.05, 0.02 en 0.01).

5.2 Goodness of fit

Goodness of fit is een Engelse term die verwijst naar de mate waarin een bepaalde kansverdeling past op een gegeven dataset. Om de *goodness of fit* te onderzoeken zijn verschillende methoden ontwikkeld. We zullen deze kort bespreken.

5.2.1 Grafische methoden

We zullen gebruik maken van drie grafische methoden. Deze produceren een grafische weergave van de *goodness of fit* waaruit men kan afleiden of de theoretische verdeling een goede benadering is van de werkelijke data.

Een eerste methode is om de theoretische kansdichtheidsfunctie te vergelijken met het histogram van de empirische verdeling. Hieruit zouden eerste grote verschillen al moeten blijken. Een tweede methode is een P-P plot. Dit is een grafiek van de empirische c.d.f. waarden, geplot tegen de theoretische c.d.f. waarden. Als de theoretische c.d.f. een goede fit geeft zal dat grafiek ongeveer lineair verlopen. De derde methode is de methode van het kansverschil. Voor alle waarden van de verdeling zal het verschil worden berekend tussen de kans voorspeld door de theoretische kansverdeling en de empirische kans. Op die manier kan men zien waar de verschillen het grootst zijn.

De verschilfunctie is:

$$Diff(x) = F_n(x) - F(x)$$

Waarbij $F_n(x)$ de empirische c.d.f. en $F(x)$ de theoretische c.d.f.

5.2.2 Numerieke methoden

Er bestaan ook numerieke methoden om de *goodness of fit* te onderzoeken. Easyfit geeft ons resultaten van vier verschillende methoden.

Kolmogorov-Smirnov test

De eerste methode is de Kolmogorov-Smirnov test (K-S test). De methode wordt gebruikt om na te gaan of een sample uit een bepaalde theoretische verdeling komt. Veronderstel een random sample $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ uit een bepaalde verdeling met als c.d.f. $F(x)$. De empirische c.d.f. wordt geschreven als:

$$F_n(x) = \frac{1}{n}(\#\, observaties < x)$$

Waarbij n staat voor het totaal aantal observaties.

De K-S test statistiek D wordt gebaseerd op het grootste verticale verschil tussen de theoretische c.d.f. en empirische c.d.f.:

$$D = \max_{1 \le i \le n} \left(F(x_i) - \frac{i-1}{n}, \frac{i}{n} - F(x_i) \right)$$

Vervolgens passen we een hypothesetoets toe:
H_0: de data volgen de theoretische verdeling;
H_1: de data volgen de theoretische verdeling niet.

De nulhypothese wordt verworpen bij een bepaald significantieniveau α als de test statistiek D groter dan de kritische waarde is. Deze kritische waarde kan men vinden in statistische tabellen met kritische waarden, maar Easyfit zal de kritische waarden zelf berekenen. De p-waarde is het hoogste significantieniveau waarbij de nulhypothese niet verworpen wordt. Als de p-waarde bijvoorbeeld gelijk is aan 0.025, dan zal de nulhypothese niet verworpen worden bij α=0.01 en α=0.02, maar wel bij α=0.05.

Anderson-Darling test

De Anderson-Darling test (A-D test) wordt gebruikt om een geobserveerde c.d.f. te vergelijken met een verwachte c.d.f. Deze test geeft meer gewicht aan de staarten dan de K-S test. De A-D test statistiek A^2 wordt gedefinieerd als:

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (2i-1))[\ln (F(X_i) + \ln (1 - F(X_{n-i+1}))]$$

Vervolgens passen we een hypothesetoets toe:
H_0: de data volgen de theoretische verdeling;
H_1: de data volgen de theoretische verdeling niet.

De nulhypothese wordt verworpen bij een bepaald significantieniveau α als de test statistiek A^2 groter dan de kritische waarde is. Deze kritische waarde kan men vinden in statistische tabellen met kritische waarden, maar Easyfit zal de kritische waarden zelf berekenen. Deze methode bekomt geen p-waarde.

Chi-kwadraat test

De Chi-kwadraat test (X² test) wordt gebruikt om na te gaan of een bepaalde sample uit een bepaalde verdeling komt. De test wordt toegepast op data in klassen, dus de waarde van de test hangt af van het aantal klassen dat werd gebruikt. Het aantal klassen dat we gebruiken wordt als volgt berekend:

$$k = 1 + \log_2 N$$

De X² test statistiek wordt gedefinieerd als:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Waarbij O_i de geobserveerde frequentie is voor klasse i en E_i de verwachte frequentie voor klasse i.

Vervolgens passen we een hypothesetoets toe:
H_0: de data volgen de theoretische verdeling;
H_1: de data volgen de theoretische verdeling niet.

De nulhypothese wordt verworpen bij een bepaald significantieniveau α als de test statistiek X² groter dan de kritische waarde is. Deze kritische waarde is gedefinieerd als $\chi^2{}_{1-\alpha,k-1}$. Dit betekent een inverse Chi-kwadraat c.d.f. met k-1 vrijheidsgraden en significantieniveau α. Het aantal vrijheidsgraden kan berekend worden als k-c-1 waarbij c staat voor het aantal parameters van de verdeling. Easyfit gebruikt echter k-1 omdat de kans dat de nulhypothese ten onrechte verworpen wordt (type I fout) dan kleiner is. De p-waarde is het hoogste significantieniveau waarbij de nulhypothese niet verworpen wordt.

Scheefheid en kurtosis

De laatste methode is die van de scheefheid en kurtosis. De normaalverdeling heeft een scheefheid van 0 en een kurtosis van 3. We kunnen de scheefheid en kurtosis van een bepaalde dataset vergelijken met deze waarden om te schatten of deze data een normaalverdeling volgt. Grote afwijkingen zullen leiden tot de conclusie dat de data niet normaal verdeeld zijn.

5.3 Verdeling van dagelijkse returns: resultaten

Laten we eerst beginnen met enkele beschrijvende statistieken van de data:

N: 1129
Gemiddelde: 0.00114
Variantie: 6.2798E-4
Standaardafwijking: 0.02506
Scheefheid: 0.52664
Kurtosis: 9.1379
Minimum: -0.1234
Maximum: 0.18225

5%: -0.03786
10%: -0.02636
25% (Q1): -0.01117
50% (Mediaan): 4.9520E-4
75% (Q3): 0.01327
90%: 0.02736
95%: 0.03756

We kunnen hieruit al opmaken dat de data waarschijnlijk geen normaalverdeling volgen. Immers, de data hebben een positieve scheefheid en een hoge kurtosis. We kunnen ook reeds zien dat het aandeel een positieve evolutie heeft gekend aangezien het gemiddelde positief is. Het aandeel heeft een dagelijkse volatiliteit van zo'n 2.51%.

5.3.1 Grafische methoden

We beginnen met de grafische methoden. We zullen onderzoeken of de normaalverdeling en de Laplace verdeling een goede fit geven van onze data. De normaalverdeling heeft geschatte parameters $\mu=0.00114$ en $\sigma=0.02506$. De Laplace verdeling heeft geschatte parameters $\mu=0.00114$ en $\lambda=56.434$. De bijbehorende grafieken bevinden zich in bijlage 2.

Op het eerste zicht lijkt de Laplace beter in het beschrijven van de data. De spitsere top, het smallere midden en de dikkere staarten kunnen beter worden beschreven door de Laplace verdeling. De normaalverdeling biedt op verschillende plaatsen een onderschatting: rond het gemiddelde en in de staarten (al is dit minder goed zichtbaar). In de delen tussen gemiddelde en staarten geeft de normaalverdeling dan weer een overschatting. Het P-P plot van de Laplace verdeling benadert een lineaire lijn terwijl het P-P plot van de normaalverdeling vrij gebogen is. De afwijkingen van de data zijn bovendien veel kleiner bij de Laplace verdeling dan bij de normaalverdeling. Dit biedt tevens een sterke indicatie dat returns een Laplace verdeling volgen, en geen normaalverdeling.

5.3.2 Numerieke methoden

Eerder bleek reeds dat de data een positieve scheefheid hadden en een kurtosis die veel hoger was dan 3. Dit was al een indicatie dat de data niet normaal verdeeld waren. Laten we verdergaan met de drie andere testen: de K-S test, de A-D test en de X^2-test. Een p-waarde groter dan het significantieniveau α impliceert dat de nulhypothese dat een empirische dataset een theoretische verdeling volgt niet verworpen kan worden op significantieniveau α.

De nulhypothese dat de data normaalverdeeld zijn wordt door alle drie de testen verworpen op significantieniveau 0.01. De scores voor D, A^2 en X^2 zijn respectievelijk 0.07416, 16.709 en 101.02. De p-waarde van de K-S test is gelijk aan 7.5354E-6 en die van de X^2-test is gelijk aan 0. We zijn dus vrij zeker dat onze data geen normaalverdeling volgen.

De nulhypothese dat de data een Laplace verdeling volgen kan niet worden verworpen door de K-S test en de A-D test. De X^2-test kan deze hypothese wel verwerpen, maar slechts op een significantieniveau van 0.2. De scores voor D, A^2 en X^2 zijn respectievelijk 0.02514, 0.95336 en 15.28. De p-waarde van de K-S test is gelijk aan 0.4657 en die van de X^2-test is gelijk aan 0.12219.

Op een significantieniveau van 0.01, 0.02 of 0.05 (de meest gebruikelijke niveaus in econometrische modellen) kan de hypothese van de normaalverdeling door alle testen verworpen worden en de hypothese van de Laplace verdeling door geen enkele test verworpen worden. Hieruit blijkt dus dat de Laplace verdeling een superieure verdeling is voor de dagelijkse returns van het Google aandeel. De Laplace verdeling staat in Easyfit zelfs op nr. 1 in de lijst van verdelingen om de dagelijkse returns van Google te benaderen.

5.4 Verdeling van extreme returns: resultaten

Eerder in deze thesis werd besproken hoe de maxima van bepaalde verliezen over vaste tijdsintervallen kunnen worden benaderd door de GEV verdeling. Om dit te testen zullen we onze data opsplitsen in groepen van vijf, zodat elke groep één week voorstelt. Per groep van vijf zullen we de absolute waarde van het grootste verlies bekijken. De gegevens die we nu verkrijgen zijn de wekelijkse maximale verliezen. De GEV zou een goede fit moeten geven op deze data.

Laten we eerst beginnen met enkele beschrijvende statistieken van de data:

N: 226
Gemiddelde: 0.02454
Variantie: 4,3291E-4
Standaardafwijking: 0,02081
Scheefheid: 1,7088
Kurtosis: 6,5687
Minimum: 7,0800E-5
Maximum: 0,1234

5%: 0,00313
10%: 0,00546
25% (Q1): 0,00972
50% (Mediaan): 0,01831
75% (Q3): 0,03183
90%: 0,051
95%: 0,06945

5.4.1 Grafische methoden

De geschatte GEV verdeling heeft parameters ξ=0.20352, δ=0.01442 en β=0.01225. De bijbehorende grafieken bevinden zich in bijlage 2. Op het eerste zicht geeft de GEV verdeling een goede benadering voor de extreme dagelijkse verliezen van het Google aandeel. De p.d.f. lijkt het histogram goed te beschrijven en ook het P-P plot is vrijwel lineair.

5.4.2 Numerieke methoden

De nulhypothese dat de maxima van de wekelijkse verliezen een GEV verdeling volgen kan door geen enkele methode worden verworpen. De scores voor D, A^2 en X^2 zijn respectievelijk 0.04078, 0.46264 en 3.3392. De p-waarde van de K-S test is 0.8315 en die van de X^2-test is 0.85195. Dit is een indicatie dat de GEV verdeling een goede fit is voor de verdeling van extreme verliezen.

5.5 Gevolgen voor het inschatten van risico's

De resultaten van dit onderzoek tonen vooral aan dat de normaalverdeling geen goede benadering is voor het inschatten van dagelijkse returns. Een nadeel is dat slechts één aandeel onderzocht werd, maar de conclusie lijkt op te gaan voor meerdere aandelen, zoals bijvoorbeeld Linden (2001) reeds heeft aangetoond.

Een belangrijke conclusie die we hieruit mogen trekken is dat het zeer gevaarlijk is om risico's in te schatten met een normaalverdeling (zoals dat met de VaR gebeurt). Op een grote positie van enkele miljoenen kunnen berekeningen met een normaalverdeling grote fouten bevatten. Men zal het risico te laag inschatten als men gebruik maakt van een normaalverdeling. Dit lijkt een ernstige tekortkoming van Basel II te zijn. Er bestaan gelukkig vele andere methoden om VaR beter in te schatten, maar deze zijn vrij complex en vallen buiten het bestek van deze thesis. Bovendien zullen returns op grotere tijdschalen, zoals weken, maanden of jaren, beter worden benaderd door een normaalverdeling, in tegenstelling tot dagelijkse returns. Daardoor zal de VaR op grotere tijdschalen minder fouten vertonen.

Een mogelijke oplossing om risico's beter te beschrijven is de volgende: benader de gewone risico's met een Laplace verdeling (of een andere verdeling indien deze een betere fit vertoont, zoals bijvoorbeeld de stabiele Pareto verdeling) en de extreme risico's met een GEV verdeling. Op deze manier zullen de returns en de risico's geschat kunnen worden op een manier die veel juistere resultaten zal geven dan simpelweg de verdeling van alle returns voor te stellen door een normaalverdeling. Het juiste gebruik van statistische modellen bij het vaststellen van returns en risico's zal de gebruiker beter beschermen tegen onverwachte risico's. Uiteraard werken we hier onder de assumptie dat de toekomst min of meer zal verlopen zoals het verleden. De problematiek die ontstaat omdat deze assumptie niet helemaal correct is, waardoor het voorspellen van lange termijn returns en risico's moeilijker wordt, valt buiten het bestek van deze thesis.

6 Beleggingsvormen

In dit hoofdstuk zal er dieper worden ingegaan op enkele van de belangrijkste beleggingsvormen die beschikbaar zijn op de financiële markten. We bespreken hun werking, eigenschappen en risico. De beschrijving bestaat deels uit informatie uit brochures van KBC Bank (2008), deels uit eigen opmerkingen. We bespreken alle beleggingen vanuit het standpunt van een Europese belegger die de euro als basisvaluta gebruikt.

Laten we kort ingaan op enkele termen die vaak gebruik worden in het beleggersmilieu. Een long position aangaan wil zeggen dat men wil kopen. Een short position aangaan wil zeggen dat men wil verkopen Een short positie kan ook betekenen dat men aan *short selling* doet. Short selling wil zeggen dat men een aandeel leent van een derde partij en dit aandeel onmiddellijk verkoopt tegen de marktprijs. Op een later moment, waarop verwacht wordt dat de aandelenprijs is gedaald, wordt het aandeel teruggekocht op de markt en teruggegeven aan de ontlener. Tussentijdse dividenden of andere ontvangsten uit het effect worden ook uitbetaald aan de ontlener.

6.1 Spaarrekening

Spaarrekeningen zijn spaarinstrumenten zonder vaste termijn en ze zijn uitgedrukt in euro. De spaarrekening is een erg liquide beleggingsvorm. De houder kan in principe onmiddellijk over zijn tegoeden beschikken. De vergoeding gebeurde tot voor kort door een basisrente, een aangroeipremie voor stortingen die langer dan 6 maanden ononderbroken ingelegd bleven en een getrouwheidspremie voor stortingen die vervolgens nog 12 maanden ononderbroken ingelegd bleven. Vanaf 1 april 2009 trad echter de nieuwe spaarwetgeving in werking en dit bracht de nodige aanpassingen mee.

Het doel van deze nieuwe spaarwetgeving is meer duidelijkheid. Door het wegvallen van de aangroeipremie is het voor de consument gemakkelijker om dit populaire product te begrijpen. Er is vanaf nu slechts één enkele effectieve basisrentevoet van toepassing op alle inlagen (nieuwe of bestaande) op eenzelfde rekening op hetzelfde ogenblik. Deze kan dagelijks gewijzigd worden. De maximale basisrente die alle banken moeten respecteren bedraagt 3% voor de periode 1/4/2009 – 30/6/2009. Vervolgens zal de basisrente om de zes maanden worden aangepast. Zoals reeds vermeld zal de aangroeipremie wegvallen. De getrouwheidspremie moet minstens 25% bedragen van de basisrentevoet en mag niet meer dan 50% van de maximale basisrentevoet bedragen. Bovendien wordt deze premie gegarandeerd gedurende de volledige getrouwheidsperiode, zelfs als ze intussen stijgt of daalt voor nieuwe stortingen. Om klanten niet te benadelen zal een opvraging aangerekend worden op de sommen waarvoor de premieverwerving het minst ver gelopen is (LIFO – Last In First Out). De roerende voorheffing wordt vrijgesteld voor eerste schijf van 1.730 euro rente per natuurlijke persoon. De roerende voorheffing bedraagt 15%.

Het *debiteurenrisico* van de spaarrekening is erg laag. Spaarrekening die geopend worden staan onder het strenge toezicht van de CBFA. In het geval een Belgische kredietinstelling failliet zou gaan bestaat er een depositobeschermingssysteem met een vergoeding voor de deponenten van maximaal 100.000 euro per deponent. Het *liquiditeitsrisico* is ook laag omdat op elk ogenblik geld van de spaarrekening kan worden opgenomen, of hooguit een opzeggingstermijn van enkele dagen vereist is.

6.2 Termijnrekening

Een termijnrekening is een belegging op naam in euro of in een vreemde munt. Gewoonlijk hebben termijndeposito's een korte looptijd (tot 12 maanden), maar langere looptijden zijn niet uitgesloten. De cliënt zet voor een bepaalde (zelf gekozen) termijn een bedrag vast tegen een vooraf afgesproken rentevoet. Over het algemeen zijn dat standaardlooptijden van 7, 14 of 21 dagen of van een, twee of meer maanden. Het termijndeposito kan worden verlengd met een standaardlooptijd tegen de rentevoet die op de dag van de verlenging van kracht is. De verworven rente op een termijnrekening is op zijn vroegst beschikbaar op de vervaldag. Ze kan worden uitgekeerd aan de cliënt (bijvoorbeeld op een zichtrekening of spaarrekening) of, in geval van verlenging, bij het kapitaal van het termijndeposito worden gevoegd (kapitalisatie). Op dat ogenblik zal de rente net zoals het kapitaal rente opbrengen. Binnen de huidige fiscale wetgeving zijn de renteopbrengsten uit termijndeposito's onderworpen aan een roerende voorheffing van 15%. Termijndeposito's bieden een gegarandeerd en vooraf bekend rendement. Voor termijnrekeningen in een vreemde munt is uiteraard ook het wisselkoersrisico van belang aangezien ze uiteindelijk terug moeten worden omgezet in euro. De rentevoet wordt gewoonlijk positief beïnvloed door de grootte van het geïnvesteerde bedrag en de looptijd van de deposito. Termijnrekeningen zijn minder liquide van spaarrekeningen. Geld dat wordt belegd op een termijnrekening is in principe niet beschikbaar vóór de vervaldag. In bepaalde gevallen kan het geld vervroegd worden opgevraagd, mits betaling van een herbeleggingsvergoeding.

Ook termijnrekeningen vallen onze het toezicht van de CFBA en worden bij een faillissement vergoed tot 100.000 euro per deponent wat dus een laag *debiteurenrisico* betekent. Het *liquiditeitsrisico* is laag voor looptijden korter dan één jaar en matig voor looptijden langer dan één jaar. Het *muntrisico* is onbestaande voor rekeningen in euro, maar matig tot hoog voor rekeningen in vreemde munten. Het *renterisico* is laag voor looptijden korter dan drie jaar, matig voor looptijden tussen drie en vijf jaar en hoog voor looptijden langer dan vijf jaar.

6.3 Kasbon

Kasbons zijn vastrentende effecten die worden uitgegeven door een kredietinstelling. Op een vastgestelde vervaldag zal de kredietinstelling het geleende bedrag terugbetalen. Naargelang van het kasbontype wordt de verschuldigde rentevergoeding terugbetaald op vaste rentevervaldagen of op het ogenblik dat de cliënt dat zelf wenst. De looptijd ligt gewoonlijk tussen één en vijf jaar en is verlengbaar. Kasbons worden a pari uitgegeven, dat wil zeggen tegen 100% van hun nominale waarde. De terugbetaling van het kapitaal gebeurt eveneens a pari.

Een kasbon aan toonder bestaat gewoonlijk uit een mantel en een renteverrekeningsblad. Het renteverrekeningsblad vertegenwoordigt telkens de rente. Tegen aanbieding van het renteverrekeningsblad kan de niet-geïnde rente worden afgerekend. De mantel vertegenwoordigt het geleende kapitaal. Op de vervaldag van de kasbon wordt het oorspronkelijk belegde kapitaal terugbetaald tegen afgifte van de mantel. De renteopbrengsten zijn onderworpen aan de roerende voorheffing. Volgens de huidige fiscale wetgeving bedraagt het tarief voor kasbons, uitgegeven na 1 januari 1996, 15%. Voor vroegere uitgiften kunnen andere heffingen van toepassing zijn.

Het *debiteurenrisico* is laag. Als een kredietinstelling failliet gaat kan men 100.000 euro per deponent recupereren. Dit kan enkel voor kasbons in een effectenrekening. Het *liquiditeitsrisico* is matig want er is nog geen goed uitgebouwde secundaire markt. Meestal kopen de kredietinstellingen hun eigen kasbons in. Daarvoor worden wel kosten aangerekend. Er is geen *muntrisico* voor kasbons in euro. Voor kasbons in een vreemde munt is het risico laag, matig of hoog, afhankelijk van de muntontwikkeling ten opzichte van de euro. Het *renterisico* is laag voor looptijden korter dan drie jaar, matig voor looptijden tussen drie en vijf jaar en hoog voor looptijden langer dan vijf jaar.

6.4 Obligaties

Een obligatie is een schuldbekentenis. Ze wordt uitgegeven door een emittent in de vorm van een deelneming in een lening op lange termijn. De houder van de obligatie ontvangt jaarlijks rente en op de vervaldag wordt de hoofdsom terugbetaald. Er zijn verschillende soorten obligaties.

6.4.1 Staatsbons

De Belgische staat is in België de belangrijkste emittent van obligaties. Deze obligaties zijn uitgedrukt in euro. De staatsobligaties in handen van particulieren zijn aan toonder of gedematerialiseerd. Gedematerialiseerde effecten zijn effecten die niet fysiek bestaan, maar waarvan de eigendom geregistreerd wordt in een namenregister. Staatsbons zijn vastrentende effecten in euro, uitgegeven door de Belgische Staat. Ze zijn gericht op particuliere beleggers. In tegenstelling tot kasbons worden ze niet doorlopend uitgegeven, maar beleggers kunnen viermaal per jaar inschrijven. Het rendement is zeker en vaststaand, en doorgaans hoger dan voor kasbons. Er bestaan waarborgen inzake uitgifte, rendement en terugbetaling. Bovendien is de secundaire markt vrij liquide waardoor deze effecten makkelijk verhandelbaar zijn. Intekenen op deze effecten kan slechts een paar keer per jaar. Ze kunnen gekocht en verkocht worden op de secundaire markt.

Het *debiteurenrisico* is onbestaande. In de OESO-landen wordt de staat namelijk beschouwd als de beste debiteur. Gezien het recente faillissement van IJsland kan men hier echter vragen bij stellen. Gezien de beursnotering is het *liquiditeitsrisico* laag. Het *muntrisico* is tevens onbestaande omdat staatsobligaties en staatsbons worden uitgegeven in euro. Het *renterisico* is laag voor looptijden korter dan drie jaar, matig voor looptijden tussen drie en vijf jaar en hoog voor looptijden langer dan vijf jaar. Als bij verkoop op de secundaire markt de marktrente hoger is dan de nominale rente van de obligatie, zal de spaarder een minderwaarde realiseren. Dit omdat beleggers op de markt een hogere rentevoet kunnen bekomen. De obligatie zal dan dalen in waarde hetgeen bij aankoop van de obligatie de lagere rente compenseert. In het omgekeerde geval zal de spaarder een meerwaarde realiseren.

6.4.2 OLO's (lineaire obligaties)

Lineaire obligaties zijn vastrentende effecten. Ze zijn altijd gedematerialiseerd en worden meestal voor het eerste bod uitgegeven via syndicering en vervolgens bij aanbesteding door de Belgische Schatkist. Lineaire obligaties zijn in hoofdzaak gericht op institutionele beleggers. Elke categorie obligaties met dezelfde rentevoet en dezelfde vervaldag vormt een lijn. OLO's van dezelfde lijn kunnen op verschillende tijdstippen zijn uitgegeven (dus met verschillende uitgifteprijzen) maar zijn onderling verwisselbaar in de handel op de secundaire markt. De looptijden variëren van 0 tot 30 jaar.

Het *debiteurenrisico*, *liquiditeitsrisico* en *muntrisico* zijn in principe onbestaande. Dit omdat de staat beschouwd wordt als de beste debiteur, OLO's vlot verhandelbaar zijn op de secundaire markt en ze in euro worden uitgegeven. Het *renterisico* is laag voor looptijden korter dan drie jaar, matig voor looptijden tussen drie en vijf jaar en hoog voor looptijden langer dan vijf jaar.

6.4.3 Ondernemingsobligaties

Een obligatie uitgegeven door een privéonderneming is een deelbewijs van een lening op lange termijn die door die onderneming wordt uitgegeven. Ondernemingsobligaties kunnen achtergesteld zijn, wat betekent dat zij in de rangorde van de schuldeisers pas worden terugbetaald na de gewone schulden en obligaties en net vóór de aandeelhouders. De renteopbrengsten zijn onderworpen aan de roerende voorheffing van 15%. De kwaliteit van de emittent wordt beoordeeld door gespecialiseerde firma's, de ratingbureaus, die op grond van een hele reeks van criteria (activiteit van de onderneming, financiële structuur, financiële en economische situatie van het land, de sector waarin zij opereert) het risico van wanbetaling inschatten en uitdrukken in *ratings*. De bekendste ratingbureaus zijn Standard & Poor's en Moody's. Tabel 1 geeft de gebruikte ratings weer.

Het *debiteurenrisico* is laag, matig tot hoog. Dit hangt af van de kwaliteit van de emittent. Hoe hoger de rating, hoe lager het risico. Het *liquiditeitsrisico* is matig tot hoog aangezien de Belgische markt voor dit soort obligaties beperkt blijft. Hoe groter het bedrag van de uitgifte, hoe lager het risico. Er is geen *muntrisico* voor effecten in euro. Het risico is echter laag, matig tot hoog voor obligaties in andere munten, afhankelijk van de muntontwikkeling ten opzichte van de euro. Het *renterisico* is laag voor looptijden korter dan drie jaar, matig voor looptijden tussen drie en vijf jaar en hoog voor looptijden langer dan vijf jaar.

Tabel 1: obligatieratings van S&P en Moody's

Kredietkwaliteit	*Standard & Poor's*	*Moody's*
Uitzonderlijke kwaliteit	AAA	Aaa
Uitstekende kwaliteit	AA+	Aa1
	AA	Aa2
	AA-	Aa3
Goede kwaliteit	A+	A1
	A	A2
	A-	A3
Aanvaardbare kwaliteit	BBB+	Baa1
	BBB	Baa2
	BBB-	Baa3
Labiel	BB+	Ba1
	BB	Ba2
	BB-	Ba3
Zwak	B+	B1
	B	B2
	B-	B3
Heel zwak	CCC	Caa
	CC	Ca
	C	C
In gebreke	D	-

Bron: Laveren (2002)

6.4.4 Converteerbare obligaties

Een converteerbare obligatie is een obligatie die op verzoek van de houder binnen een bepaalde periode en tegen vooraf vastgestelde voorwaarden kan worden omgezet in aandelen van de betrokken onderneming. Ook bestaan er achtergestelde converteerbare obligaties.

Het *debiteurenrisico* is laag, matig tot hoog. Dit hangt af van de kwaliteit van de emittent. Hoe hoger de rating, hoe lager het risico. Ratingbureaus kunnen zich echter soms vergissen, iets wat zich niet voordoet bij de Belgische staatsobligaties. Het *liquiditeitsrisico* is matig aangezien de secundaire markt voor dit soort obligaties beperkt blijft. Er is geen *muntrisico* voor effecten in euro. Het risico is echter laag, matig tot hoog voor obligaties in andere munten, afhankelijk van de muntontwikkeling ten opzichte van de euro. Het *renterisico* is laag voor looptijden korter dan drie jaar, matig voor looptijden tussen drie en vijf jaar en hoog voor looptijden langer dan vijf jaar.

6.5 Aandelen

Een aandeel is een eigendomstitel die een deel van het maatschappelijk kapitaal van een onderneming vertegenwoordigt. Een aandeelhouder deelt met andere woorden in de risico's van de onderneming, en dat in tegenstelling tot een obligatiehouder die een schuldvordering heeft op de vennootschap in kwestie. Er bestaan verschillende soorten aandelen. De gewone aandelen vertegenwoordigen een bepaald gedeelte van het maatschappelijk kapitaal. Daarnaast bestaan er bevoorrechte aandelen, waaraan speciale kenmerken zijn verbonden. Het is mogelijk dat zij een hoger dividend geven, of dubbel stemrecht, of voorrang bij liquidatie.

De aandeelhouder heeft recht:

- Om te delen in de winst van de onderneming in de vorm van een dividend, voor zover de algemene vergadering tot dividenduitkering heeft beslist;
- Om te stemmen op de algemene vergadering (behalve in geval van aandelen zonder stemrecht);
- Op een deel van de liquidatiewaarde van de onderneming bij ontbinding van de vennootschap (voor zover er zo'n liquidatiesaldo zal zijn).

De roerende voorheffing op dividenden bedraagt 25%. Op dit ogenblik bestaat er geen belasting op kapitaalwinsten (d.w.z. door stijging van de koers). Of dit echter zo blijft in de toekomst is onzeker. Er bestaan bovendien VVPR aandelen (Verminderde Voorheffing – Précompte Réduit). Hun dividenden worden belast tegen een gunstig tarief van 15%.

Beursgenoteerde aandelen kunnen worden aangekocht of verkocht op de beurs. Sommige niet-genoteerde aandelen kunnen op openbare veilingen worden verhandeld. De koers van een aandeel komt tot stand door de wetten van vraag en aanbod op de financiële markten. Zowel externe als interne factoren spelen een rol bij de prijsvorming. Intrinsieke factoren voor de vennootschap in kwestie zijn bijvoorbeeld de financiële situatie, de technische en commerciële situatie, het investeringbeleid, de vooruitzichten van de onderneming, de economische sector waartoe zij behoort, enzovoorts. Daarnaast wordt de beurs in het algemeen en elk aandeel in het bijzonder beïnvloed door externe factoren, zoals politieke gebeurtenissen, de economische en monetaire toestand op nationaal en internationaal gebied en emotionele en irrationele elementen die de beursschommelingen kunnen vergroten, zowel naar boven (bijv. euforie) als naar beneden (bijv. paniek).

Het *debiteurenrisico* is hoog. De belegger heeft geen garantie dat hij zijn geld terugkrijgt. Het *liquiditeitsrisico* is laag door de verhandelbaarheid op de beurs. Het *muntrisico* is onbestaande voor effecten in euro en laag, matig tot hoog voor effecten in andere munten, afhankelijk van de muntontwikkeling ten opzichte van de euro. Het *renterisico* is laag, matig tot hoog, afhankelijk van de aandelen en het beleggingsklimaat. Meestal heeft een verhoging van de rentetarieven een negatieve invloed op de koersontwikkeling van aandelen. Het *koersrisico* kan laag, matig of hoog zijn. Dit hangt af van de volatiliteit van het aandeel. Het wordt in sterke mate bepaald door de onderneming, de sector en de algemene beursontwikkeling. Speculatieve aandelen (bijvoorbeeld van zeer jonge technologiebedrijven) zijn meer risicovol dan aandelen van vennootschappen met stabiele activiteiten (bijvoorbeeld nutsbedrijven). Doordat het risico van koersvolatiliteit groot is, is het dus mogelijk dat beleggers met verlies uit een aandeel moeten stappen.

6.6 Vastgoed

Vastgoedcertificaten worden uitgegeven ter financiering van commerciële gebouwen of kantoorgebouwen. Een belegger in vastgoedcertificaten heeft een schuldvordering tegenover de emitterende vennootschap. De certificaathouder is dus geen mede-eigenaar van het vastgoed. Het certificaat geeft recht op een deel van de netto-opbrengsten van de verhuring en, na het verstrijken van de looptijd van het certificaat, op een deel van de restwaarde bij de verkoop van het vastgoed. Bij uitgifte hebben vastgoedcertificaten een looptijd van doorgaans 15 tot 25 jaar. Op het einde van de termijn wordt het certificaat vereffend, niet verlengd. De couponuitkeringen van vastgoedcertificaten houden direct verband met het nettoresultaat van de uitbating van het gebouw. Een deel van de coupon wordt fiscaal meestal als een terugbetaling van het initieel geïnvesteerde kapitaal beschouwd en ontsnapt zo aan de roerende voorheffing. Door de indexering van de huuropbrengsten stijgt het dividend in normale omstandigheden mee met de inflatie.

Het *debiteurenrisico* is laag aangezien de certificaten meestal gewaarborgd worden door een financiële instelling. Het *liquiditeitsrisico* is matig tot hoog, afhankelijk van het volume van de emissie. Bovendien zijn bepaalde certificaten niet op de beurs verhandelbaar. Er is geen *muntrisico* aangezien de certificaten in euro worden uitgedrukt. Het *renterisico* is matig. In principe brengt een stijging van de marktrente een daling van de waarde van het certificaat met zich mee. Het *koersrisico* is matig en hangt in grote mate af van de ontwikkeling in de vastgoedsector en van de intrinsieke aspecten van het gebouw (ligging, ouderdom, kwaliteit van de huurders, …). Bovendien bestaat er hier ook een matig *risico van gebrek aan inkomsten*. Dit omdat de inkomsten die worden uitbetaald variabel zijn en afhangen van de mate waarin het gebouw wordt verhuurd en van de indexering van de huurprijzen.

6.7 Fondsen

Onder de term "fonds" verstaan we een Instelling voor Collectieve Belegging (ICB). Dit is een entiteit die publiek aangetrokken gelden collectief belegt. De beleggingspolitiek wordt uiteengezet in het prospectus. Er bestaan verschillende soorten fondsen: geldmarktfondsen, obligatiefondsen met of zonder kapitaalbescherming, aandelenfondsen met of zonder kapitaalbescherming, en nog vele anderen. Fondsen laten kleine beleggers toe om zonder een groot kapitaal toch te beleggen in risicodragende effecten, en dit met voldoende spreiding en een professioneel beheer.

6.7.1 Geldmarktfondsen

De geldmarktfondsen doen hun beleggingen vooral in geldmarktinstrumenten op korte termijn (van 6 tot 18 maanden), zoals termijndeposito's, schatkistcertificaten en Commercial Paper. Sommige geldmarktfondsen beleggen in euro, andere in vreemde munten. Men kan ook kiezen voor beleggingen in meerdere munten: bijvoorbeeld sterke munten of hoogrentende munten.

Het *debiteurenrisico* is laag, matig tot hoog, afhankelijk van de samenstelling van het fonds. Het *liquiditeitsrisico* is laag. Het geldmarktfonds koop de aandelen terug tegen hun inventariswaarde. Wegens de specificiteit van de beleggingen op korte termijn is een geldmarktfonds over het algemeen erg liquide. Het *muntrisico* is onbestaande voor fondsen in euro, en laag, matig tot hoog voor fondsen in vreemde munten, afhankelijk van de muntontwikkeling tegen opzichte van de euro. Het *renterisico* is laag, matig tot hoog. Alleen bij heel forse rentestijgingen kan de inventariswaarde kortstondig dalen.

6.7.2 Obligatiefondsen

Deze fondsen beleggen vooral in klassieke obligaties. Obligatiefondsen bestaan met of zonder kapitaalbescherming. Fondsen met kapitaalbescherming hebben een minimaal rendement in het vooruitzicht. De kapitaalbescherming geldt alleen in de munt van uitgifte en op de vervaldag (vóór kosten). Op de vervaldag krijgt de belegger dus minstens de initiële inschrijvingswaarde terug. Dit beperkt dus het negatief risico van de belegging. Het *debiteurenrisico* is laag aangezien het debiteurenrisico van de onderliggende activa gering is. Het *liquiditeitsrisico* is matig. De inventariswaarde wordt tweemaal per maand berekend. Er is geen *muntrisico* voor effecten in euro. Het muntrisico is laag, matig tot hoog voor effecten in vreemde munten, afhankelijk van de muntontwikkeling ten opzicht van de euro. Het risico kan hoog zijn als de kapitaalbescherming niet in euro is uitgedrukt. Het *renterisico* is laag voor looptijden korter dan 3 jaar, matig voor looptijden tussen 3 en 5 jaar en hoog voor looptijden langer dan 5 jaar.

Obligatiefondsen zonder kapitaalbescherming hebben een onbeperkt neerwaarts risico. Het *debiteurenrisico* is laag, matig tot hoog, afhankelijk van het fonds. De diversificatie van het fonds reduceert het debiteurenrisico sterk. Het debiteurenrisico is uiteraard groter voor fondsen die zich specialiseren in obligaties met zwakke ratings. Het *liquiditeitsrisico* is laag want deze effecten kunnen altijd tegen marktconforme voorwaarden worden verkocht. Het *muntrisico en het renterisico* is laag, matig tot hoog, afhankelijk van de beleggingspolitiek.

6.7.3 Aandelenfondsen

Deze fondsen beleggen vooral in aandelen (en aanverwante instrumenten), waardoor de belegger indirect participeert in een sterk gediversifieerde aandelenportefeuille. Afhankelijk van de beleggingspolitiek, uiteengezet in de prospectus van het fonds, belegt het fonds in een land of een sector, in een bepaalde regio of wereldwijd. De portefeuille kan eventueel ook bestaan uit aandelen met gemeenschappelijke karakteristieken, zoals bijvoorbeeld een hoog dividendrendement. De beheersstijl kan actief of passief zijn. Bij een passief beheer volgt de fondsbeheerder de ontwikkeling van een bepaalde benchmark (vaak een beursindex). Zijn doel bestaat erin om de tracking error te minimaliseren. Deze tracking error is het verschil tussen de return van de benchmark en de return van het fonds zelf. Bij een actief beheer probeert de fondsbeheerder het beter te doen dan een bepaalde benchmark door een goede aandelenselectie. Dit is een soepele en eenvoudige manier om in aandelen te beleggen. De belegger heeft automatisch een gediversifieerde portefeuille die beheerd wordt door vakmensen. Bovendien zijn gerealiseerde meerwaarden vrij van roerende voorheffing.

Ook deze fondsen bestaan met of zonder kapitaalbescherming. Zonder kapitaalbescherming staat er geen beperking op het neerwaarts risico. Hierbij is er geen *debiteurenrisico*. Het *liquiditeitsrisico* is laag want de effecten kunnen altijd worden verhandeld op de markt. Het *muntrisico* is onbestaande voor effecten in euro en laag, matig tot hoog voor vreemde munten. Het *renterisico* is laag, matig tot hoog, afhankelijk van de aandelen en het beleggingsklimaat.

Met kapitaalbescherming wordt er op de vervaldag minstens de terugbetaling van de initiële inventariswaarde (vóór kosten) gegarandeerd. De opbrengst van het fonds is gekoppeld aan de ontwikkeling van een beursindex of van een korf aandelen. De kapitaalbescherming geldt alleen in de munt van uitgifte. In sommige formules wordt de kapitaalbescherming uitgebreid met een gegarandeerd minimumrendement. Het *debiteurenrisico* is laag omdat dit van de onderliggende effecten ook laag is. Het *liquiditeitsrisico* is laag want de effecten kunnen altijd worden verhandeld op de markt. Het *muntrisico* is onbestaande voor effecten in euro en laag, matig tot hoog voor vreemde munten. Het *renterisico* is laag voor looptijden korter dan 3 jaar, matig voor looptijden tussen 3 en 5 jaar en hoog voor looptijden langer dan 5 jaar.

6.8 Derivaten

Derivaten of afgeleide producten zijn financiële instrumenten waarvan de waarde een afgeleide is van de waarde van de onderliggende activa. De waarde van het derivaat staat in relatie tot die van de onderliggende waarde, maar wordt ook bepaald door tal van andere factoren, zoals de renteontwikkeling, de looptijd, de volatiliteit van het onderliggende actief. De kracht van derivaten ligt in het hefboomeffect: met een fractie van een belegging in de onderliggende waarde kan dezelfde nominale opbrengst worden gerealiseerd als met een rechtstreekse belegging in het actief. Derivaten zijn soepel en worden gebruikt om een portefeuille te beschermen tegen bepaalde marktrisico's, een bepaalde positie in te nemen in afwachting van een latere rechtstreekse belegging of te speculeren op een bepaalde beweging van de markt.

6.8.1 Opties

Een optie is een contract tussen een koper (of houder) en een verkoper (of schrijver). Er bestaan traditioneel twee soorten opties: callopties en putopties. Er bestaan ook exotische opties maar deze zullen we hier niet bespreken. Een calloptie geeft de houder het recht om gedurende een bepaalde periode, of op een precies ogenblik, een bepaalde hoeveelheid van een financieel actief te kopen tegen een overeengekomen prijs (de uitoefenprijs). De schrijver van de calloptie verbindt zich ertoe de overeengekomen hoeveelheid tegen de uitoefenprijs te leveren als de houder zijn recht uitoefent. Een putoptie geeft de houder het recht om gedurende een bepaalde periode, of op een precies ogenblik, een bepaalde hoeveelheid van een financieel actief te verkopen tegen een overeengekomen prijs. De schrijver van de putoptie verbindt zich ertoe de overeengekomen hoeveelheid tegen die uitoefenprijs te kopen als de houder zijn recht uitoefent.

Een optie verleent dus een recht aan de houder en houdt een verplichting in voor de schrijver, die in ruil daarvoor een premie ontvangt. De verplichting valt als de houder zijn recht niet uitoefent. Er bestaan opties van het Amerikaanse en van het Europese type. Bij opties van het Amerikaanse type kan de koper op elk moment het recht uitoefenen. Bij opties van het Europese type kan de koper dat enkel op de vervaldag. De opties hebben een waarde, en kunnen tegen deze waarde worden verhandeld op de secundaire markt. Bij aandelen is de omvang van het contract altijd een vast aantal aandelen (bijvoorbeeld 100) en wordt de uitoefenprijs uitgedrukt per aandeel.

Voorbeeld: De aankoop van een calloptie X 17 maart 2009 55.00 euro op 28 augustus 2008 levert de koper het recht om op 17 maart 2009 (de vervaldag) 100 aandelen van bedrijf X te kopen tegen een prijs van 55 euro per aandeel. Voor dat recht betaalt hij de optiepremie van 2.90 euro per aandeel, dus is totaal 290 euro. Op 28 augustus 2008 noteert een aandeel X 53.50 euro. Op 17 maart 2009 kunnen twee situaties zich voordoen:

1) *Prijs aandeel > 55 euro: de houder zal zijn recht uitoefenen en de aandelen aankopen tegen 55 euro, en onmiddellijk verkopen tegen de hogere prijs. Het verschil is zijn winst.*
2) *Prijs aandeel ≤ 55 euro: de houder zal zijn recht niet uitoefenen want hij kan hierop geen winst realiseren.*

Stel dat het aandeel op 17 maart 2009 59 euro waard is. De koper zal dan zijn optie uitoefenen en 100 aandelen kopen tegen 5.500 euro. Deze verkoopt hij onmiddellijk tegen 5.900 euro, hetgeen hem 400 euro oplevert. Ten opzichte van zijn belegging van 290 euro is dit een winst van 110 euro of 37.9%. De belegger had ook rechtstreeks 100 aandelen kunnen kopen. Voor een belegging van 5.350 euro had hij dan een rendement van 10.28% geboekt (returns gemeten in globale percentages).

Uit dit voorbeeld blijkt meteen een groot voordeel van opties. Indien men verwacht dat een aandeel in prijs zal stijgen of dalen, maar men niet beschikt over een groot bedrag om rechtstreeks aandelen te kopen of te verkopen (of shorten), kan men werken met call- en putopties. Op deze manier kan men met een klein kapitaal toch een graantje meepikken van het positieve of negatieve koersverloop van een aandeel. Een ander groot voordeel van opties is dat men zich hiermee tegen risico kan indekken. Als men een long position heeft in bepaalde aandelen en dit in combinatie met een long position in put opties of een short position in call opties, dan zullen de opties het risico beperken. Immers, als de aandelenportefeuille plots onverwachts in waarde zakt, dan zal de winst op de opties dit verlies enigszins compenseren. Op deze manier kan men veel strategieën bepalen om zich in te dekken tegen risico. We bespreken vier mogelijke optiestrategieën. Grafische weergaves van deze strategieën bevinden zich in bijlage 3.

Long position in een call optie: Hierbij koopt men een call optie. Men verwacht dus dat het aandeel in waarde zal stijgen, en hopelijk boven de uitoefenprijs. De payoff van de positie zal positief worden vanaf het moment dat het aandeel op de vervaldag hoger noteert dan de uitoefenprijs. Men koopt dan het aandeel tegen de uitoefenprijs en verkoopt het meteen op de markt tegen een hogere prijs. Het verschil is de payoff. Of dit echter genoeg is om de betaalde optiepremie terug te vorderen is onzeker in de beginfase.

Long position in een put optie: Hierbij koopt men een put optie. Men verwacht dus dat het aandeel in waarde zal dalen, en hopelijk onder de uitoefenprijs. De payoff van de positie zal positief worden vanaf het moment dat het aandeel op de vervaldag lager noteert dan de uitoefenprijs. Men koopt dan het aandeel tegen de marktprijs en verkoopt het onmiddellijk tegen de hogere uitoefenprijs. Of men hier winst maakt hangt zoals eerder ook af van de mate waarin de marktprijs lager is dan de uitoefenprijs.

Short position in een call optie: Hierbij verkoopt men een call optie. Men verwacht dus dat het aandeel niet boven de uitoefenprijs zal noteren op de vervaldag. Immers, als de waarde stijgt boven de uitoefenprijs wordt de optie uitgeoefend en zal de verkoper eventueel verlies maken. De payoff van deze positie is positief zolang het aandeel op de markt niet boven de uitoefenprijs noteert. De koper van de optie zal dan zijn recht niet uitoefenen en de verkoper kan de optiepremie behouden. Zodra het aandeel boven de uitoefenprijs noteert zal de koper zijn recht uitoefenen en moet de verkoper op de markt aandelen kopen en ze goedkoper doorverkopen aan de koper van de optie.

Short position in een put optie: Hierbij verkoopt men een put optie. Men verwacht dus dat het aandeel niet onder de uitoefenprijs zal noteren op de vervaldag. Immers, als de waarde zakt beneden de uitoefenprijs wordt de optie uitgeoefend en zal de verkoper eventueel verlies maken. De payoff van deze positie is positief zolang het aandeel op de markt niet beneden de uitoefenprijs noteert. De koper van de optie zal dan zijn recht niet uitoefenen en de verkoper kan de optiepremie behouden. Zodra het aandeel beneden de uitoefenprijs noteert zal de koper zijn recht uitoefenen en moet de verkoper aandelen aankopen tegen de hogere uitoefenprijs en ze verkopen tegen de lagere marktprijs.

Het *debiteurenrisico* is onbestaande bij opties aangezien de transacties op een gereglementeerde beurs plaatsvinden. Bij OTC transacties (d.w.z. over-the-counter: zonder tussenkomst van een beurs) hangt het risico af van de kredietwaardigheid van de tegenpartij. Het *liquiditeitsrisico* is matig tot hoog voor transacties op een gereglementeerde beurs en matig bij OTC-transacties. Het *renterisico* is matig tot hoog, afhankelijk van de looptijd en de structuur van een optie. Rentefluctuaties hebben indirect invloed op de optie zelf, maar ook indirect via hun invloed op de onderliggende waarde. Het *koersrisico* is matig tot hoog. Afhankelijk van de onderliggende waarde kan de optie haar volledige waarde verliezen.

6.8.2 Futures

Een futurescontract is een bilaterale overeenkomst tussen twee partijen met betrekking tot de levering van een gestandaardiseerde hoeveel van een – in het contract – bepaald actief (i.e. de onderliggende waarde) op een tijdstip en tegen een prijs overeengekomen op de handelsvloer of met een elektronisch handelssysteem van een futures beurs. Als onderliggende waarde kan het gaan om: grondstoffen, financiële activa, indexen en vreemde munten. Futurescontracten worden zelden tot de vervaldag aangehouden en er zal zelden tot levering van het onderliggende goed worden overgegaan. Men zal eerst een (long of short) positie innemen en vervolgens net voor de vervaldag de tegengestelde positie innemen. Zij worden voornamelijk gebruikt voor risicoafdekking (*hedging*) of speculatieve doeleinden. Enkele voorbeelden:

1. Een bedrijf dat volgend jaar een hoeveelheid graan wenst te kopen en hiervoor reeds een vaste prijs wil vastleggen;
2. Een belegger die (een deel van) zijn portefeuille wil indekken tegen markt-schommelingen;
3. Een bedrijf dat binnen zes maanden 1.000.000 CAD zal ontvangen en de wisselkoers vandaag al wenst vast te leggen.

Er is geen *debiteurenrisico*. Op gereglementeerde markten stelt een clearinghouse zich garant voor de goede afloopt. Een clearinghouse is een verrekenkamer die optreedt als tegenpartij voor de koper en de verkoper. Het *liquiditeitsrisico* is laag want futures zijn goed verhandelbaar op de markten. Het *muntrisico* is onbestaande voor futures in euro en laag, matig tot hoog voor futures in een vreemd munt. Het *renterisico* is matig tot hoog voor rentefutures, laag voor aandelenfutures. Het *koersrisico* is matig tot hoog. Afhankelijk van de onderliggende waarde kan de optie haar volledige waarde verliezen.

6.9 Hedgefondsen

Hedgefondsen (*hedgefunds)* is een verzamelnaam voor beleggingsinstellingen waarbij de beheerder een grote beleggingsvrijheid heeft (hij kan beleggen in om het even welke markt en in om het even welk beleggingsinstrument), en zowel short- als longposities kan innemen, die vaak resulteren in een significant hefboomeffect. Vaak heeft de beheerder zelf een participatie genomen of ontvangt hij een resultaatsgebonden vergoeding, wat zijn betrokkenheid en motivatie uiteraard vergroot. Hedgefondsen hanteren een groot aantal zeer uiteenlopende beleggingsstrategieën. Te noemen zijn onder meer:

- *Global macro*: men verwacht verschillen in rendement tussen diverse beleggingscategorieën.
- *Equity long-short*: men verwacht verschillen in rendement tussen diverse aandelen of categorieën van aandelen.
- *Fixed income arbitrage*: men maakt gebruik van (zeer kleine) prijsverschillen of diverse markten voor vastrentende waarden en derivaten daarop.
- *Merger arbitrage*: men koopt aandelen in een onderneming in de verwachting dat daarop een bod gedaan zal worden, hetgeen in het algemeen de koers van die aandelen opdrijft.
- *Distressed securities*: men koopt aandelen in ondernemingen die in moeilijkheden verkeren maar waarvan wordt verwacht dat deze erin zullen slagen die moeilijkheden te overwinnen;

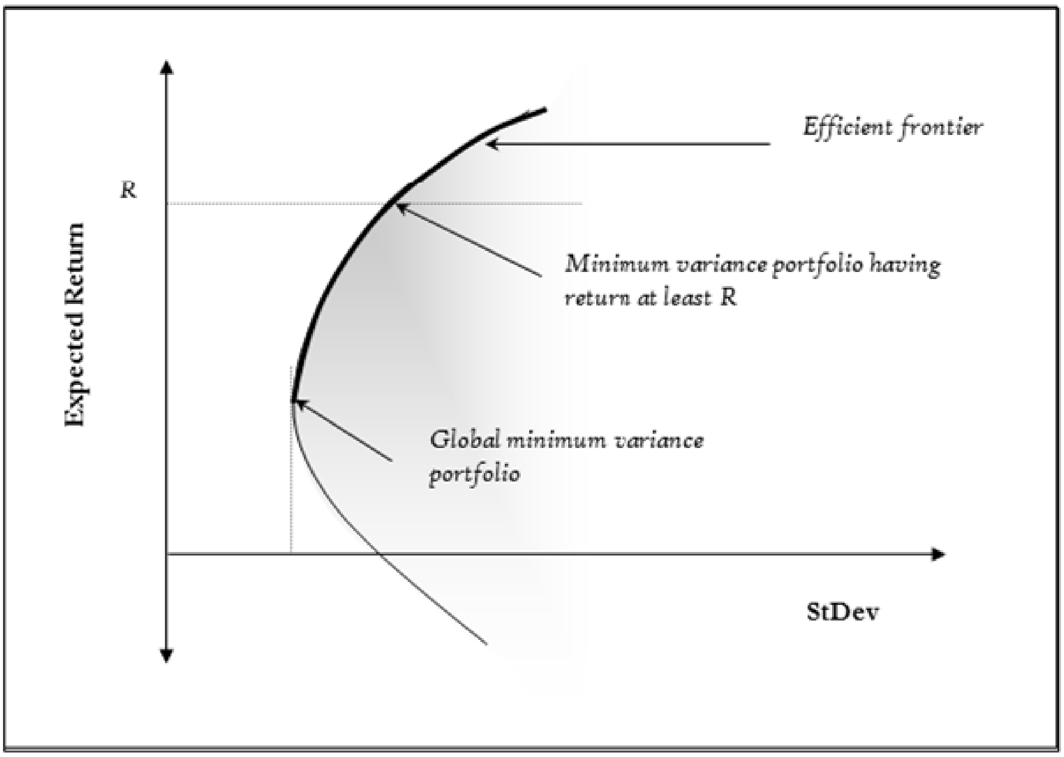
Het *debiteurenrisico*, *renterisico* en *koersrisico* is laag, matig tot hoog, afhankelijk van de onderliggende instrumenten. Het *liquiditeitsrisico* is hoog wegens vaak slechts mogelijk om maandelijks uit te treden. Het *muntrisico* is onbestaande voor effecten in euro en laag, matig tot hoog voor effecten in vreemde munten, afhankelijk van de muntontwikkeling ten opzicht ven de euro.

7 Portefeuilletheorie

7.1 Mean-variance analyse

De *Mean-variance Portfolio Theory* werd ontwikkeld door Harry Markowitz gedurende de jaren '50 van vorige eeuw. Deze theorie stelt dat de twee relevante karakteristieken van een portefeuille verwachte return en risico zijn. Rationele investeerders zullen enkel kiezen voor efficiënte portefeuilles, die verwachte return maximaliseren voor een gegeven risico, of risico minimaliseren voor een gegeven verwachte return. Het is mogelijk om deze efficiënte portefeuilles te identificeren. Dit gebeurt door de verwachte return van elk effect, de standaardafwijking van die returns en de relatie tussen de returns van de verschillende aandelen te onderzoeken. Er bestaan algoritmes die gegevens over effecten als input gebruiken (verwachte return, standaardafwijking, covariantie met andere aandelen) en de optimale portefeuillesamenstelling als output retourneren.

Figuur 15 biedt een voorstelling van alle mogelijke portefeuilles (merk op dat individuele aandelen hier ook in opgenomen zijn):



Figuur 15: mean-variance framework (Alexander, 2008-1)

Portefeuilles die op de efficiënte grenslijn (*efficient frontier)* liggen zijn efficiënt omdat er geen portefeuille bestaat met hetzelfde rendement en een lager risico of met hetzelfde risico en een hoger rendement. De theorie stelt dat een rationele belegger enkel zal investeren in deze efficiënte portefeuilles. Die belegger heeft vervolgens een afweging te maken tussen verwacht rendement en risico. Indien hij een hoger rendement wenst te behalen zal hij ook meer risico moeten aanvaarden. Deze analyse gaat ervan uit dat returns normaal verdeeld zijn. In figuur 24 worden ook *minimum variance porfolio's* weergegeven. De efficiënte grenslijn is de verzameling van minimum variantie portefeuilles bij een gegeven rendement.

7.1.1 Verwacht rendement en risico van een portefeuille

Het rendement van een portefeuille wordt bepaald door de weging van elk individuele effect X_i te vermenigvuldigen met de verwachte return R_i van het effect:

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} X_i R_i$$

Het risico van een portefeuille is niet gelijk aan de som van de standaardafwijkingen van de individuele effecten vermenigvuldigd met hun weging, maar is iets complexer. Hier komt namelijk diversificatie bij kijken, waarop later dieper wordt ingegaan. De formule om de variantie van een portefeuille te berekenen is:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_i X_j cov_{ij}$$

Waarbij ρ_{ij} gelijk is aan de correlatie tussen twee effecten en $\sigma_i \sigma_j \rho_{ij} = cov_{ij}$. De standaardafwijking van de portefeuille is gelijk aan de wortel uit de variantie. Voor een portefeuille met twee assets A en B is de variantie:

$$\sigma_p^2 = X_A^2 \sigma_A^2 + X_B^2 \sigma_B^2 + 2 X_A X_B \sigma_A \sigma_B \rho_{AB} = X_A^2 \sigma_A^2 + X_B^2 \sigma_B^2 + 2 X_A X_B cov_{AB}$$

De standaardafwijking van deze portefeuille is de wortel uit de variantie van de portefeuille:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2}$$

7.1.2 Diversificatie

Een van de eerste tips die iemand krijgt indien hij of zij wil beleggen zal zijn: "*Leg niet alle eieren in dezelfde mand*". In het vakjargon noemt men dit diversificatie en het betekent dat een investeerder in meerdere effecten moet beleggen om zijn portefeuillerisico te reduceren. Het globale risico van een portefeuille staat niet enkel in functie van de wegingen en standaardafwijkingen van de effecten in deze portefeuille, maar ook in functie van de correlatie tussen deze effecten.

Voorbeeld: veronderstel twee effecten A en B met hetzelfde verwachte rendement van 5% en dezelfde varianties van 2%. Als een investeerder 50% van zijn kapitaal in elk effect investeert, zal zijn verwachte rendement gelijk zijn aan 5% en zijn risico gelijk zijn aan:

$$\sigma_p^2 = (0.5^2)(0.02) + (0.05^2)(0.02) + 2(0.5)(0.5)\left(\sqrt{0.02}\right)\left(\sqrt{0.02}\right)\rho_{AB}$$

$$\sigma_p^2 = 0.01 + 0.01\rho_{AB}$$

We zien dat het risico van deze portefeuille van aandelen A en B afhankelijk is van de correlatie tussen A en B. Hoe lager de correlatie tussen effecten, hoe lager het risico van de globale portefeuille. Uit dit voorbeeld blijkt dat het een goed idee is om in een portefeuille aandelen met een correlatie die zo laag mogelijk is te stoppen, aangezien dit het globale risico vermindert. Het heeft weinig zin om in aandelen met een hoge correlatie te investeren, aangezien dit weinig effect heeft op het globale risico. In realiteit komen aandelen met een negatieve correlatie niet (of zelden) voor, maar een zo laag mogelijke correlatie kan bekomen worden door te investeren in verschillende sectoren, markten, landen, enzovoorts (Lorie *et al.*, 1985).

7.2 Theory of Asset Pricing

De *Theory of Asset Pricing* werd door William Sharpe ontwikkeld gedurende de jaren '60 van vorige eeuw. De theorie wordt gebaseerd op de volgende fundamentele assumpties betreffende de effecten in het investeringsuniversum en de karakteristieken van investeerders:

1. Er bestaat een risicovrij effect en hierin kan onbeperkt worden geleend en ontleend tegen de risicovrije rentevoet (R_f);

2. Alle effecten worden volledig beschreven door hun verwacht rendement, de standaardafwijking van dit verwacht rendement en de correlatie van hun verwacht rendement met het verwacht rendement van andere effecten;
3. Alle effecten kunnen in elke hoeveelheid worden gekocht en verkocht;
4. Alle investeerders beschikken over dezelfde informatie;
5. Alle investeerders zijn risicoavers in die zin dat ze bij een gegeven verwachte return de portefeuille prefereren met de laagste variantie.

7.2.1 Capital Market Line (CML)

Gegeven een risicodragende portefeuille P kunnen we eender welke nieuwe portefeuille opstellen door een proportie w van ons kapitaal te investeren in P en een proportie 1 – w in een risicovrije effect[2]. De verwachte return van de nieuwe portefeuille μ is:

$$\mu = wR_p + (1 - w)R_f$$

Waarbij R_p de return van portefeuille P en R_f de return van het risicovrij effect. Deze vergelijking stelt dat de nieuwe verwachte return op de lijn tussen R_f en P zal liggen, op een punt bepaald door w. De standaardafwijking van de returns van de nieuwe portefeuille σ is:

$$\sigma = w\sigma_p$$

Dit is zo omdat het risicovrije effect zero variantie heeft en de standaardafwijking van de nieuwe portefeuille dus enkel afhangt van de weging van de risicodragende portefeuille P. De returns van de nieuwe portefeuille worden dus beschreven door μ en σ. Het herschrijven van deze laatste formule geeft ons $w = \sigma/\sigma_p$ en als we dit terug invullen in de formule van de verwachte return krijgen we:

$$\mu = R_f + \lambda\sigma$$

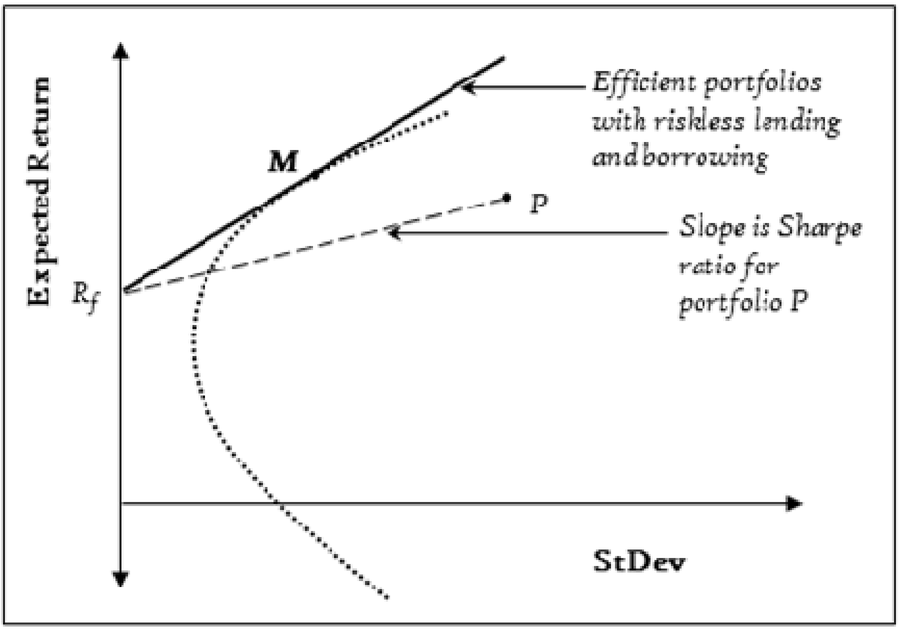
Waarbij:

$$\lambda = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

---

[2] Deze proportie w kan groter zijn dan 1. In dat geval lenen we tegen de risicovrije rentevoet en investeren we dit geleende bedrag in P. We investeren dus meer dan ons eigen vermogen in P.

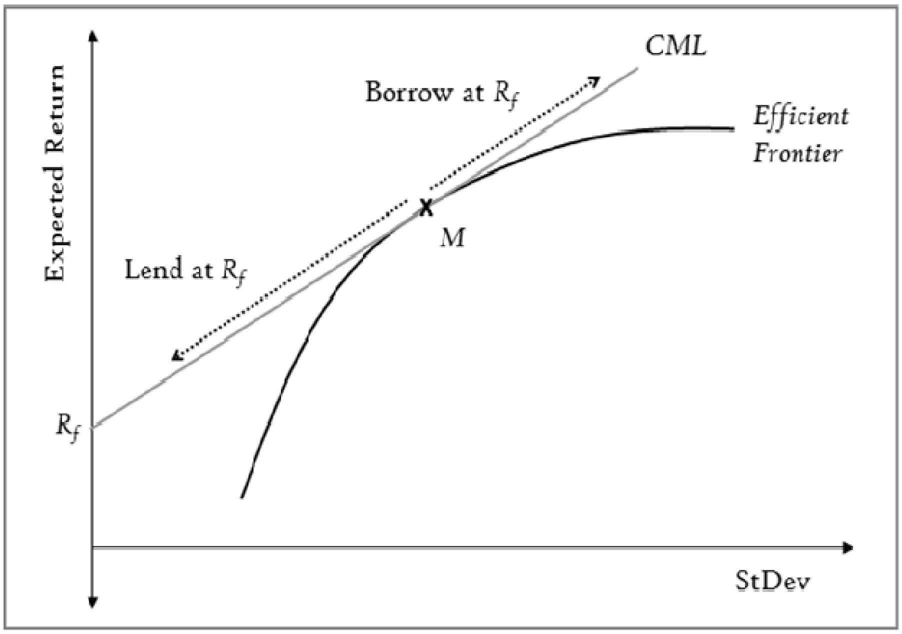
Deze λ wordt de *Sharpe ratio* genoemd. Hieruit volgt dat de verwachte return van eender welke nieuwe portefeuille, die een combinatie vormt van risicodragende portefeuille P en een risicovrije effect, op een lijn ligt die doorheen P gaat, richtingscoëfficiënt λ heeft en de return-as (y-as) snijdt bij R_f. Figuur 16 biedt een grafische voorstelling. De bolletjeslijn stelt de *opportunity set* voor. Deze set bevat alle mogelijke assets in het universum en alle mogelijke portefeuilles die gevormd kunnen worden van deze assets. Ook wordt de *efficiënte grenslijn* getoond wanneer er ontleend en geleend kan worden tegen R_f, dit is de volle lijn. De stippellijn toont alle mogelijke combinaties van het risicovrije effect en portefeuille P.



Figuur 16: mean-variance framework with risk free lending (Alexander, 2008-1)

Sommige investeerders zullen ervoor kiezen om te lenen tegen de risicovrije rentevoet terwijl anderen misschien zullen ontlenen tegen de risicovrije rentevoet (beleggen in het risicovrij actief), afhankelijk van hun preferenties. De netto allocatie over alle investeerders van het risicovrije effect moet echter wel gelijk zijn aan 0. De optimale portefeuille die enkel bestaat uit risicodragende effecten is de marktportefeuille M. Hierin zal het gewicht van elk risicodragend effect in portefeuille M gelijk zijn aan de marktkapitalisatie van dat effect.

Door te lenen en te ontlenen tegen de risicovrije rentevoet kunnen we elk niveau van risico en return bereiken op de *Capital Market Line* (CML). Deze lijn vertrekt bij R_f en loopt doorheen de marktportefeuille M. Figuur 17 biedt een grafische voorstelling.



Figuur 17: mean-variance framework with risk free lending and borrowing (Alexander, 2008-1)

Portefeuilles links van M zijn combinaties van uitlenen tegen R_f en investeren in M. Portefeuilles rechts van M zijn combinaties van lenen tegen R_f en investeren in M. De portefeuille die werkelijk gekozen zal worden op deze lijn hangt af van de risicopreferenties van de investeerder (zie hoofdstuk 8).

7.2.2 Capital Asset Pricing Model (CAPM)

De mean-variance analyse van Markowitz heeft de fundamenten van het CAPM gelegd, dat onafhankelijk werd ontwikkeld gedurende de jaren ’60 van vorige eeuw door Treynor (1965), Sharpe (1964) en Lintner (1965). Het CAPM veronderstelt het bestaan van een marktportefeuille en de CML, maar deze laten ons in principe niet weten hoe risicovolle effecten geprijsd dienen te worden. Het doel van het CAPM is om de prijs deze risicovolle effecten af te leiden, wanneer de markt in evenwicht is.

Om het CAPM af te leiden beschouwen we de omstandigheden onder dewelke een risicodragend effect mag worden toegevoegd aan een reeds bestaande, goed gediversifieerde portefeuille. De omstandigheden hangen af van het systematische risico van het effect, ook wel niet-diversifieerbaar risico genoemd, aangezien het niet kan worden weggediversifieerd door het aanhouden van een grote portefeuille met veel risicodragende effecten. We moeten ook de risicovrije rentevoet en de verwachte return van de marktportefeuille weten. Daarna stellen we de vraag: "*gegeven het systematische risico van het effect, wat zou de verwachte risicopremie[3] van dit effect moeten zijn zodat we een toevoeging aan onze goed gediversifieerde portefeuille kunnen verantwoorden?*".

Het CAPM wordt gebaseerd op het concept van marktevenwicht (*market equilibrium)* waarin de verwachte risicopremie van eender welk effect proportioneel is ten opzichte van de verwachte risicopremie die de marktportefeuille biedt:

$$E(R_i) - R_f = \beta_i(E(R_m) - R_f)$$

Dit geldt voor alle returns R_i van risicodragende effecten, i=1, 2, …, n. De linkerterm stelt de risicopremie van het i^{de} effect voor. Het CAPM evenwicht beweert dat dit proportioneel moet zijn ten opzicht van het systematische risico van het effect, β_i. De coëfficiënt β_i stelt de sensitiviteit van de verwachte return van een effect voor veranderingen in de verwachte marktreturn voor. Als de verwachte risicopremie van de markt stijgt (daalt) met 1%, dan stijgt (daalt) de verwachte risicopremie van het effect met β_i%. β_i is dus een risicomaatstaf voor de sensitiviteit ten opzichte van de marktreturns. We verwijzen naar deze risicomaatstaf als de *beta* van het effect.

Als we de beta, de verwachte return van de marktportefeuille en de risicovrije rentevoet weten, dan kunnen we de evenwichtswaarde van de verwachte return van een effect $E(R_i)$ bepalen. Bovendien, als we ook de toekomstige cashflows die voortvloeien uit het aanhouden van het effect weten, kunnen we deze cashflows verdisconteren naar vandaag, met $E(R_i)$ als kapitaalkost, om zo de huidige prijs van het asset te bepalen.

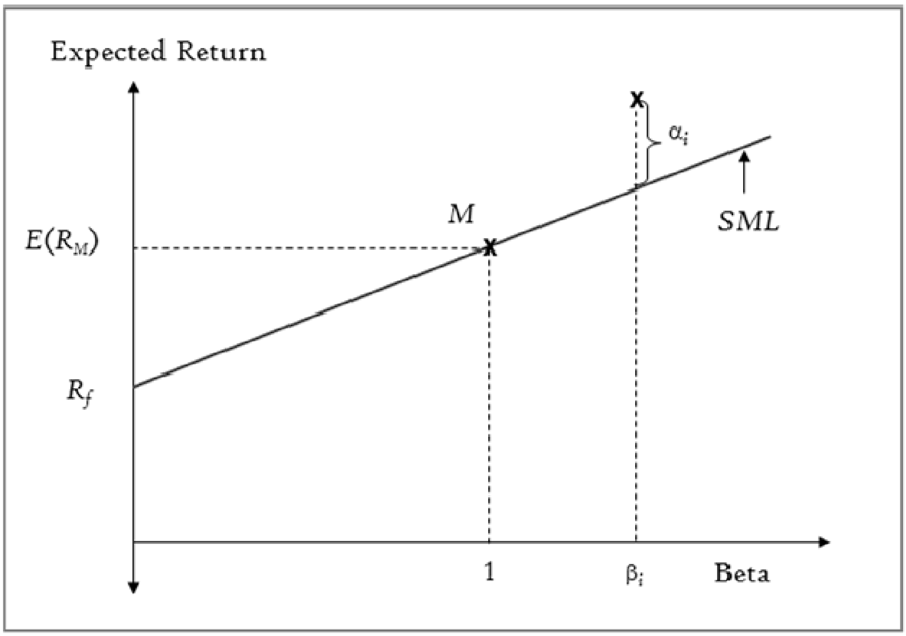
Voorbeeld: veronderstel een effect met een beta van 1.2. De risicovrije rentevoet is 3% en de verwachte marktreturn is gelijk aan 12%. We kunnen hieruit de verwachte return van het effect berekenen: $E(R_i)$ = 0.03 + 1.2 (0.12 – 0.03) = 0.138 = 13.8%.

7.2.3 Security Market Line (SML)

De *Security Market Line* wordt weergegeven in figuur 18. De SML is de lijn die wordt afgeleid uit het CAPM evenwicht waarbij $E(R_i)$ wordt geplot tegen de beta uit het CAPM. De SML gaat door de punten $(0,R_f)$ en $(1,E(R_m))$ en heeft een richtingscoëfficiënt $E(R_m) - R_f$. In het CAPM

[3] De verwachte risicopremie is gelijk aan de return van het effect verminderd met de risicovrije rentevoet.

evenwicht ligt de verwachte return en het systematische risico van alle risicodragende effecten op deze lijn. Om te bepalen hoeveel return vereist is voor een bepaald niveau van systematisch risico lezen we de waarde gewoon af in de grafiek.



Figuur 18: SML (Alexander, 2008-1)

In het CAPM evenwicht mag geen enkel effect een abnormale return behalen waar het een return *alpha* boven of onder de risicovrije rentevoet behaalt zonder marktrisico te nemen. De markt is *niet* in evenwicht als:

$$E(R_i) - R_f = \alpha_i + \beta_i\big(E(R_m) - R_f\big) \qquad waarbij\ \alpha \neq 0$$

Het effect zal dan een punt geven dat boven of onder de SML ligt, afhankelijk van het teken van alpha. Dit wordt geïllustreerd door punt X in de grafiek. Als de markt niet in evenwicht is dan zal elk effect met een positieve alpha een verwachte return hebben die hoger ligt dan zijn evenwichtsreturn en zou gekocht moeten worden. Elk effect met een negatieve alpha zal een verwachte return hebben die lager ligt dan de evenwichtsreturn en zou verkocht moeten worden. Abnormale returns zullen dus niet oneindig lang bestaan. Over een bepaalde periode zal de prijs stijgen door het aankopen en dalen door het verkopen waardoor abnormale winsten zullen verdwijnen (Alexander, 2008-1).

7.2.4 Opmerking bij het MV-model en het CAPM

Een duidelijke kritiek op het mean-variance model wordt gegeven door Taleb (1997) in een artikel waarbij hij kritiek uit op het gebruik van het VaR model door financiële instituties. Hij zegt: "*Het mean-variance model werd ontwikkeld om de wereld te begrijpen, niet om risico te kwantificeren. Dit verklaart waarom het nog steeds in vele MBA programma's voorkomt, ondanks het feit dat het niet klopt. Mean-variance analyse houdt enkel rekening met de eerste twee momenten van de verdeling: verwachte waarde en variantie. Risicomanagement daarentegen vereist een analyse van hogere momenten: scheefheid en kurtosis*. Tests van het CAPM veronderstellen dat de gezamenlijke verdeling van asset returns en marktreturns een normaalverdeling is. Maar het is mogelijk om deze assumptie uit te breiden zodat de gezamenlijke verdeling niet-normaal is. In dit geval is het mogelijk om een uitbreiding van het CAPM af te leiden waar het systematische risico van een effect gerelateerd is aan de hogere momenten van de gezamenlijke verdeling. In deze *higher moment CAPM* modellen worden de scheefheid en kurtosis *coscheefheid* en *cokurtosis* van de risicopremie genoemd (Alexander, 2008-1).

Tests van het CAPM nemen overigens aan dat het systematische risico van elk risicodragend effect constant in de tijd is en dat de foutenterm in het regressiemodel dat aan de basis ligt van het CAPM homoscedastisch is, hetgeen betekent dat de foutenterm een constante variantie heeft. Jagannathan en Wang (1996) en Bollerslev *et al.* (1988) stellen tijdsafhankelijke versies van het CAPM voor, die toelaten dat de conditionele variantie van de foutenterm een GARCH proces volgt en het systematisch risico varieert in de tijd. GARCH staat voor *Generalised Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*. Het is een methode om volatiliteit die niet constant is in de tijd te modelleren (Alexander, 2008-1).

De theorie van Markowitz gaat er bovendien van uit dat risico door één maatstaf kan worden voorgesteld, die bovendien ook opwaarts risico (of beloning) incalculeert. Het is echter beter om het risico door meerdere parameters te beschrijven, door bijvoorbeeld het gewone neerwaartse risico en het extreme neerwaartse risico. In principe wordt er een extra dimensie toegevoegd aan de keuzevrijheid van de belegger waardoor het moeilijk is om de conventionele definitie van "efficiënte portefeuille" te behouden. Men zou ervoor kunnen opteren om de definitie van efficiënte portefeuilles te wijzigen, zodanig dat een efficiënte portefeuille onder de nieuwe definitie een optimum voor de belegger voorstelt, gegeven de drie parameters: rendement, gewoon risico en extreem risico.

7.3 Behavioral finance

Behavioral finance is een tak uit de economische wetenschap die onderzoek doet naar de menselijke, sociale, cognitieve en emotionele factoren die meespelen bij het beslissingsgedrag van consumenten, investeerders, enzovoorts en welke invloed dit heeft op marktprijzen, returns en de allocatie van middelen. Behavioral finance biedt een antwoord op de vele anomalieën die waargenomen worden en die niet verklaard kunnen worden door de Modern Portfolio Theory (MPT) en de hierop gebaseerde modellen (zoals het CAPM). Voorbeelden van deze anomalieën zijn bijvoorbeeld het feit dat oud nieuws of geen nieuws koersen kan beroeren en het feit dat er zeepbellen bestaan op de beurs.

Er bestaan tien grote verschillen tussen de Modern Portfolio Theory en Behavioral Finance en deze worden vermeld in tabel 2.

Tabel 2: de 10 grote verschillen tussen MPT en BF

	Modern Portfolio Theory (MPT)	Behavioral Finance (BF)
1)	Eén type belegger die altijd rationeel is[4].	Naast de rationele belegger, bestaat ook de minder rationele of behavioral belegger.
2)	De belegger neemt op basis van (nieuwe) informatie correcte beslissingen.	De belegger neemt foute beslissingen op basis van (nieuwe) informatie of neemt op basis van noise (=non-informatie) beslissingen die (meestal) verkeerd zijn.
3)	Aan de beleggingsbeslissing gaat een optimaal beslissingsproces vooraf.	De belegger gebruikt heuristieken en maakt op die manier voorspelbare fouten.
4)	De portefeuille wordt globaal bekeken.	De belegger splits de portefeuilleproblematiek op in verschillende deelproblemen.
5)	Het principe van de onderlinge vervangbaarheid van het geld wordt gerespecteerd.	Het principe van de onderlinge vervangbaarheid van het geld wordt niet gerespecteerd.
6)	Een kwadratische nutsfunctie typeert de belegger het beste.	De belegger heet een S-vormige nutsfunctie (de waardefunctie).
7)	De belegger maximaliseert verwacht rendement sub gegeven verwacht risico of minimaliseert verwacht risico sub gegeven verwacht rendement.	Andere criteria spelen ook mee. De belegger is soms irrationeel: hij verkiest minder (rendement) boven meer.
8)	Werkt met geaggregeerde gegevens. Rationele belegger bepalen immers de prijzen.	Werkt met gegevens op individueel niveau. Fouten van minder rationele beleggers worden niet of onvoldoende weggewerkt op geaggregeerd niveau.
9)	Is normatief.	Is descriptief.
10)	Misperceptie is niet mogelijk of wordt in elk geval niet opgenomen in het model aangezien fouten op geaggregeerd niveau verdwijnen.	Misperceptie van minder rationele beleggers gaat in dezelfde richting en moet dus wel in het model opgenomen worden

Bron: Debels (2006)

[4] Rationeel in deze context betekent dat een belegger, bij een gelijk verwacht (niet diversifieerbaar) risico, altijd meer boven minder rendement verkiest.

Er bestaat een alternatieve theorie voor de portefeuilletheorie van Markowitz, genaamd de Behavioral Portfolio Theory (BPT). Een behavioral portefeuille lijkt op een gelaagde piramide. De onderste laag (*downside protection layer*) dient om financiële rampen te voorkomen en bestaat vooral uit overheidsobligaties en kasbons. De bovenste laag van de piramide (*upside potential layer*) is er om te kunnen profiteren van eventuele goede marktomstandigheden en bevat instrumenten zoals opties.

De inhoud van de lagen is afhankelijk van vijf determinerende factoren:

1. *Doelstellingen van de belegger*: sommige beleggers hechten meer belang aan het *upside portential* dan aan de *downside protection*. Deze personen zullen dan ook, relatief gezien, meer gewicht toekennen aan de bovenste laag;
2. *Referentiepunt*: een hoger referentiepunt impliceert de keuze van financiële instrumenten in de bovenste laag die dieper out-of-the-money zijn;
3. *De vorm van de nutsfunctie*: de belegger heeft een S-vormige nutsfunctie: concaaf in het domein van de winsten en convex in het domein van de verliezen. Indien de functie meer concaaf is in het domein van de winsten, impliceert dit dat een belegger sneller "verzadigd" is met een bepaald instrument. Een snellere verzadiging leidt van weer tot een groter aantal financiële instrumenten in die laag;
4. *De graad van inside informatie* (werkelijk of ingebeeld): beleggers die denken een (werkelijk of vermeend) informationeel voordeel te hebben met betrekking tot bepaalde financiële instrumenten zullen meer extreme posities in die instrumenten innemen;
5. *De mate van aversie ten opzichte van het realiseren van verliezen*: beleggers die hun aversie kennen ten opzichte van het realiseren van verliezen houden meer cash in portefeuille. Dit doen ze om te vermijden de instrumenten waarop ze verlies lijden effectief te moeten verkopen (Debels, 2006).

8 Keuze van de optimale portefeuille

In dit hoofdstuk zullen we enkele methoden voor portefeuilleoptimalisatie bespreken. De concepten in dit hoofdstuk zijn voornamelijk theoretisch in aard. Een meer praktische benadering volgt in hoofdstuk 11 waarin we de concepten uit dit hoofdstuk en de volgende hoofdstukken zullen toepassen op een praktijksituatie. In dit hoofdstuk bespreken we eerst een reeks van veiligheden die kunnen worden toegepast. Daarna gaan we dieper in op hoe we met behulp van nutstheorie een optimale portefeuille kunnen kiezen. Vervolgens bespreken we hoe we een optimale portefeuille kunnen kiezen door middel van programmering.

8.1 Veiligheden

Er zijn verschillende stappen van beveiliging bij de keuze van de optimale portefeuille. Deze zullen afhankelijk zijn van de preferenties van de investeerder.

1. ***A priori diversificatie***. Hierbij zegt men op voorhand dat een bepaald effect een bepaalde weging in de portefeuille niet mag overschrijven;
2. ***Vormen van korven van effecten***. Door effecten met gelijkaardige eigenschappen in één korf te plaatsen, kan men vermijden dat één effect, dat net iets beter presteert dan de andere gelijkaardige effecten, deze andere effecten zal verdringen. *Veronderstel twee aandelen A en B van bedrijven die actief zijn in de luchtvaartindustrie. Aandeel A heeft een verwacht rendement van 7% en een standaardafwijking van 9%. Aandeel B heeft een verwacht rendement van 7% en een standaardafwijking van 8.9%. Door het vormen van een korf van goede luchtvaartaandelen zal vermeden worden dat alles belegd wordt in aandeel B. Ook zal rekening gehouden moeten worden met de correlatie;*
3. ***Extra beperkingen***. Deze categorie is vrij breed. Men kan hierbij genoeg voorbeelden bedenken:
    a. Een vast percentage investeren in spaarrekeningen;
    b. Niet investeren in wapenproducenten (*ethisch beleggen*);
    c. Minstens een bepaald percentage in nationale aandelen beleggen;
    d. Investeren in innovatieve ondernemingen;
    e. Investeren in derde wereldlanden of in ontwikkelingssamenwerking;
    f. Andere persoonlijke preferenties;
4. ***De optimalisatie***. Deze laatste stap van beveiliging laat ons toe om de optimale portefeuille te bepalen, gegeven de vorige veiligheden en de parameters van alle assets.

8.2 Nutstheorie

Nutstheorie biedt een theoretische voorstelling van een keuzeprobleem. Het wordt vooral gebruikt in een academische context aangezien de implementatie ervan in de praktijk niet eenvoudig is. Het bepalen van de nutsfunctie is op zich al een moeilijke opgave, waarbij voor elke verschillende investeerder verschillende parameters bestaan.

8.2.1 St. Peterburg paradox

Nutstheorie wordt vaak toegelicht aan de hand van de *St. Peterburg Paradox*. Deze paradox heeft bekendheid verworven door de in Groningen geboren wiskundige Daniel Bernoulli. Veronderstel een spel in een casino. Na het betalen van een vast inlegbedrag B wordt een eerlijke munt herhaaldelijk geworpen totdat *munt* verschijnt. De uitbetaling begint bij één euro voor de eerste worp en wordt bij elke onsuccesvolle worp (waarbij dus *kop* gegooid wordt) verdubbeld. Als er n worpen nodig zijn voordat *munt* geworpen wordt, zal de totale uitbetaling 2^{n-1} euro zijn. Let wel: het spel mag zoveel worden gespeeld als men zelf wenst, maar indien één spel voorbij is moet het inlegbedrag opnieuw worden betaald.

Welk inlegbedrag B zijn mensen bereid te betalen voor dit spel? Als men deze vraag stelt aan mensen zal men tot de conclusie komen dat mensen in het algemeen bereid zijn om maximum ongeveer 10 euro te betalen om deel te mogen nemen. We hebben deze test zelf gedaan bij vrienden en familie (120 personen in totaal). 59.2% van de ondervraagden wilden maximaal twee euro betalen om deel te nemen. Slechts 10.2% van alle ondervraagden waren bereid om meer dan 10 euro te betalen als toegangsprijs. Sommigen waren zelfs bereid meer dan 100 euro te betalen als inlegbedrag, maar de vraag blijft uiteraard of ze dit werkelijk zouden doen indien we hen de mogelijkheid zouden bieden. We kunnen besluiten dat een grote meerderheid van de ondervraagden nooit meer dan 10 euro wenst te betalen om deel te nemen. Dit lijkt een vreemde conclusie, immers, de verwachtingswaarde de winst van dit spel is:

$$E(X) = -B + \sum_{n=1}^{\infty} (0.5^n)(2^{n-1})$$

$$E(X) = -B + (0.5)(1) + (0.5^2)(2) + (0.5^3)(4) + \cdots$$

$$E(X) = -B + \sum_{n=1}^{\infty} 0.5 = +\infty$$

De verwachtingswaarde van één spel is oneindig groot. Waarom zijn de meeste mensen dan slechts bereid om maximaal 10 euro per spel te betalen? De oplossing van deze paradox kan gevonden worden door gebruik te maken van nutstheorie. De strategie om de verwachte opbrengst te maximaliseren, wordt vervangen door de strategie om het verwachte nut te maximaliseren. Het achterliggende idee is *de wet van de afnemende meeropbrengsten.* Deze wet zegt dat een twee keer zo'n hoge opbrengst niet overeenkomt met een twee keer zo hoog nut. Zo leidt het winnen van twee miljoen euro tot minder dan tweemaal het nut van het winnen van één miljoen euro. Bernoulli zelf was zich al bewust hiervan en introduceerde een nutsfunctie U(x) die een bepaalde opbrengst x omzet in een bepaald nut U. Zo'n nutsfunctie moet een concave functie zijn. Bernoulli stelde een logaritmische functie voor:

$$U(x) = C \cdot \log_2(x)$$

Waarbij C een constant getal is. Het verwachte nut van het spel is dan:

$$E[U(x)] = \sum_{n=1}^{\infty}(0.5^n)[U(2^{n-1})] = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{C \cdot \log_2(2^{n-1})}{0.5^{-n}} = \sum_{n=1}^{\infty} C \cdot \frac{n-1}{0.5^{-n}} = C < \infty$$

Het verwacht nut van het spel is dus eindig en afhankelijk van de constante C die gekozen wordt. Als deze constante C groter is dan het nut van het inlegbedrag, dan verhoogt men zijn nut door het spel te spelen. De grootte van C hangt, onder andere, af van de rijkdom van de speler. Voor een arm iemand zal een winst van 1000 euro van veel hoger nut zijn, dan voor een miljonair. De keuze voor een logaritmische nutsfunctie is enigszins arbitrair, een andere concave functie voldoet ook. Zo levert $U(x) = C\sqrt{x}$ een verwacht nut van $E[U(x)] = \left(1 + \sqrt{2}/2\right)C$ (Wikipedia, 2009).

8.2.2 Nutstheorie en portefeuillemanagement

Uit alle mogelijke portefeuilles moet de investeerder een optimale portefeuille kiezen. Deze keuze zal afhangen van zijn attitude ten opzichte van risico en zijn gepercipieerde trade-off tussen risico en return. Het onderliggende principe dat het gedrag van de investeerder stuurt is het maximaliseren van verwacht nut. Verwacht nut zal gemaximaliseerd zijn als een gegeven combinatie van risico en rendement geprefereerd wordt boven alle andere combinaties.

Om nutstheorie en efficiënte portefeuilles samen te voegen in een raamwerk moet men de relatie tussen rijkdom en nut meer expliciet voorstellen. Dit gebeurt met een verwachte nutsfunctie. Deze functie wijst een bepaald reëel getal toe aan elke mogelijke kapitaalallocatie. Vervolgens kunnen de verschillende allocaties gerangschikt worden op basis van hun verwacht nut. Risicopreferenties kunnen rationeel worden uitgedrukt als beslissingsmakers enkele elementaire beslissingsregels accepteren. Deze regels zijn:

1. *Overdraagbare preferenties*. Als een investeerder zegt dat hij uitkomst A boven uitkomst B verkiest en uitkomst B boven C verkiest, dan verkiest hij ook A boven C.
2. *Onafhankelijkheid.* Als de investeerder indifferent is voor uitkomst A en B, dan is hij voor elke uitkomst C ook indifferent tussen de volgende gokken[5]:
    a. G_1 = { *A met kans p en C met kans 1-p* }
    b. G_2 = { *B met kans p en C met kans 1-p* }
3. *Gelijkwaardigheid van zekerheid*. Voor elke gok bestaat er een zekere equivalente waarde zodat de investeerder indifferent is voor de gok en het zekere equivalent.
4. *Stochastische dominantie*. Veronderstel dat G_1 en G_2 twee gokken zijn met mogelijke uitkomsten A en B. A wordt geprefereerd over B en G_1 associeert een hogere kans aan A dan G_2. Dan zouden we G_1 boven G_2 moeten prefereren.

Deze vier regels zijn voldoende om aan te tonen dat er een nutsfunctie U(W) bestaat die een reële waarde toekent aan elk monetair bedrag W (*wealth* van de investeerder). Een investering kan gedefinieerd worden als een discrete kansverdeling met verschillende uitkomsten. Het verwacht nut van een investering P kan men dan definiëren als:

$$E[U(P)] = \sum_{i=1}^{n} p_i U(W_i)$$

Waarbij $W_1, \ldots, W_n$ de mogelijke uitkomsten zijn in termen van *wealth* op de vervaldag, die voorkomen met kansen $p_1, \ldots, p_n$. Een nutsfunctie rangschikt verschillende investeringen zodanig dat een investeerder die een keuze moet maken tussen twee risicovolle investeringen P en Q altijd de investering zal verkiezen met het hoogste verwachte nut. Verwacht nut is dus handig bij het opstellen van een rangorde van verschillende alternatieven, maar faalt erin om een intuïtieve meetschaal te bieden. Verwacht nut is een cijfer dat positief, negatief, groot of klein kan zijn, zonder echte betekenis. Enkel de

[5] Een gok, of een loterij, is een kansverdeling met uitkomstenverzameling Ω.

rangorde heeft een betekenis. We kunnen verwacht nut echter wel vertalen naar een bruikbare maatstaf: *het zekere equivalent*. We definiëren het zekere equivalent van een onzekere investering P als de monetaire waarde CE(P) die hetzelfde nut biedt als de investering:

$$U[CE(P)] = E[U(P)]$$

Voorbeeld: Veronderstel een nutsfunctie U(W) = W². Veronderstel ook een investering Z van 100 euro in een asset met de volgende mogelijke uitkomsten waarbij een return R hoort die een kans op voorkomen P heeft. In figuur 19 wordt ook de wealth (return in euro) berekend die bij elke uitkomst hoort, alsook het nut dat hierbij hoort:

R	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
P	0,10%	1,00%	4,40%	11,70%	20,50%	24,60%	20,50%	11,70%	4,40%	1,00%	0,10%
W	€ 0	€ 10	€ 20	€ 30	€ 40	€ 50	€ 60	€ 70	€ 80	€ 90	€ 100
U(W)	0	100	400	900	1.600	2.500	3.600	4.900	6.400	8.100	10.000

Figuur 19: theoretische investering

Het verwacht nut van deze investering is gelijk aan het gewogen gemiddelde van U(W), gewogen tegen de kansen dat elke uitkomst zich voordoet P. De uitkomst is gelijk aan 2750.80. Het bedrag dat tot een nut van 2750.80 leidt noemen we het zekere equivalent. Als U(W) = W², dan 2750.80 = W², waardoor W = 52.45 euro. Een investeerder zal indifferent zijn tussen 100 euro investeren in Z of met 100% zekerheid 54.45 euro ontvangen. Beide alternatieven leiden immers tot hetzelfde nut.

Dit voorbeeld maakt duidelijk hoe verwacht nut kan worden omgezet naar maatstaf die intuïtief beter begrepen kan worden. (Alexander, 2008-1).

Het is niet ongewoon om een nutsfunctie te beschrijven met een kwadratische functie Rendement heeft een positief effect op verwacht nut en risico heeft een negatief effect op verwacht nut.

Dit kunnen we wiskundig voorstellen met behulp van de volgende vergelijking:

$$E(U) = R - AV\sigma^2$$

Dit betekent dat verwacht nut gelijk is aan het verwacht rendement van een portefeuille, verminderd met het product van een aversiefactor en de variantie van de portefeuille. De determinanten van deze aversiefactor zijn bijvoorbeeld inkomen, vermogen, leeftijd, opleiding en karakter. Sommige mensen zijn van nature meer geneigd risico te nemen dan anderen. Vanaf een leeftijd van ongeveer 45 jaar neemt AV af. Voor de gemiddelde Vlaming is AV gelijk aan 0.63 (Duchateau, 2007).

8.2.3 Voorbeeld

Laten we deze theorie toepassen op een voorbeeld. In dit voorbeeld bekijken we een belegger met een aversiefactor van 0.45 (risicotolerant) en een belegger met een aversiefactor van 0.85 (risicoavers).

We veronderstellen dat de set van efficiënte portefeuilles kan voorgesteld worden door de volgende functie:

$$S = 0.03 + 0.35\sigma$$

Risicotolerante belegger

De nutsfunctie van deze belegger is de volgende:

$$E(U) = R - 0.45\sigma^2$$

We kunnen de nutsfunctie als volgt schrijven:

$$R = E(U) + 0.45\sigma^2$$

Vervolgens kunnen we een bepaalde waarde van E(U) invullen. We verkrijgen dan een indifferentiecurve. Zo'n curve geeft alle combinaties van rendement en risico die leiden tot eenzelfde nut. We zoeken nu het punt waar de afgeleide van de indifferentiecurve gelijk is aan de afgeleide van de efficiënte grenslijn. In dit punt raken de twee functies elkaar waardoor er een efficiënte portefeuille wordt gekozen die leidt tot het hoogst mogelijk nut.

$$\frac{dS}{d\sigma} = \frac{dR}{d\sigma}$$

$$0.35 = 0.9\sigma$$

$$\sigma = 0.3888$$

Het optimale belegging zal voor deze belegger de belegging zijn met een standaardafwijking van 0.3888. Het rendement dat hij op de markt krijgt voor dit risico is gelijk aan 0.03 + 0.35(0.3888) = 0.1661. Zijn nut zal dus gelijk zijn aan 0.1661 – 0.45(0.3888)² = 0.0981. Bij een nut van 0.0981 zal zijn indifferentiecurve gelijk zijn aan R = 0.0981 + 0.45σ².

Risicoaverse belegger

De nutsfunctie van deze belegger is de volgende:

$$E(U) = R - 0.85\sigma^2$$

We kunnen de nutsfunctie als volgt schrijven:

$$R = E(U) + 0.85\sigma^2$$

We zoeken nu het punt waar de afgeleide van de indifferentiecurve gelijk is aan de afgeleide van de efficiënte grenslijn:

$$\frac{dS}{d\sigma} = \frac{dR}{d\sigma}$$

$$0.35 = 1.7\sigma$$

$$\sigma = 0.2059$$

Het optimale belegging zal voor deze belegger de belegging zijn met een standaardafwijking van 0.2059. Het rendement dat hij op de markt krijgt voor dit risico is gelijk aan 0.03 + 0.35(0.2059) = 0.1021. Zijn nut zal dus gelijk zijn aan 0.1021 – 0.85(0.2059)² = 0.0661. Bij een nut van 0.0661 zal zijn indifferentiecurve gelijk zijn aan R = 0.0661 + 0.85σ². Uit deze fictieve voorbeelden blijkt dat de risicotolerante belegger zoals verwacht een portefeuille met hoger verwacht rendement en risico zal kiezen dan de risicoaverse belegger.

8.3 Lineaire en niet-lineaire programmering

De optimale portefeuille kan ook berekend worden met lineaire of niet-lineaire programmering. Bij deze methode is het de bedoeling om het verwachte rendement te maximaliseren bij een gegeven risico of om het risico te minimaliseren bij een gegeven rendement. De vraag die we ons hierbij stellen is: hoeveel weging moeten we aan elke activaklasse toekennen in de portefeuille, teneinde een bepaald doel te bereiken? In een later hoofdstuk zullen we dit toepassen op een voorbeeld met behulp van Microsoft Excel.

8.3.1 Wiskundige voorstelling van de portefeuille

Om een optimalisatieprobleem te kunnen opstellen is het vooreerst nodig om een portefeuille van effecten wiskundig voor te stellen. Een optimalisatieprobleem bestaat uit drie elementen: de doelfunctie, de beslissingsvariabelen en de beperkingen. Deze zullen wiskundig worden uitgedrukt, maar eerst moeten we de eigenschappen van de beleggingen en hun risico's opgeven. Dit doen we door alle verschillende eigenschappen in een overzichtstabel te noteren. De verschillende mogelijke variabelen worden beschreven in tabel 3.

Tabel 3: Wiskundige beschrijving van een portefeuille

	A	B	C	D	…
Schatting van de verwachte return (incl. dividenden)	R_A	R_B	R_C	R_D	…
Schatting van het gewone risico (bijv. standaard afwijking)	σ_A	σ_B	σ_C	σ_D	…
Schatting van het extreem risico (bijv.door EV-theory)	ξ_A	ξ_B	ξ_C	ξ_D	…
Maximumpercentage in een bepaalde activaklasse	M_A	M_B	M_C	M_D	…
Minimumpercentage in een bepaalde activaklasse	m_A	m_B	m_C	m_D	…
Onderlinge relaties van de activaklassen	Covariantiematrix				
Andere variabelen (bijv. preferenties van de cliënt)	P_A	P_B	P_C	P_D	…
Weging van elke activaklasse in de portefeuille	X_A	X_B	X_C	X_D	…

De schattingen van verwacht rendement en risico gebeuren door de financiële expertise. Het gewone en extreme risico kan geschat worden op basis van verschillende maatstaven: standaardafwijking, VaR, expected shortfall of andere parameters. In onze analyse zullen we veronderstellen dat returns normaal verdeeld zijn. Op die manier is het niet moeilijk om de returns van een lineaire combinatie van verschillende assets te berekenen. Een combinatie van normaal verdeelde returns zal immers ook normaal verdeeld zijn met eenvoudig te berekenen parameters μ en σ.

Indien we echter werken met returns die bijvoorbeeld een Laplace verdeling volgen wordt het berekenen van de parameters van de portefeuille te complex. Een lineaire combinatie van returns die een Laplace verdeling volgen zal niet noodzakelijk ook een Laplace verdeling volgen. Om dan de verdeling van de portefeuillereturns te berekenen, moet men gebruik maken van geavanceerde en technische wiskundige en statistische concepten. Deze concepten vallen buiten het bestek van deze thesis.

Maximum- en minimumpercentages van elke activaklasse kunnen zowel door de beleggingsadviseurs als door de cliënt zelf worden bepaald, a priori. Andere variabelen kunnen verschillende zaken beschrijven: bijvoorbeeld een beperking dat men minstens 25% in spaarrekeningen moet beleggen, of een beperking dat er geen middelen mogen stromen naar aandelen van wapenproducenten. De onderlinge samenhang (covarianties of correlaties) wordt beschreven door de covariantiematrix, waarin de covariantie van alle combinaties van effecten wordt berekend. Tenslotte bekomen we de beslissingsvariabelen: de weging van elke activaklasse in de portefeuille.

8.3.2 Doelfunctie

De doelfunctie is het eerste onderdeel van een programmatieprobleem. Het doel van een optimalisatieprobleem is steeds het maximaliseren of minimaliseren van een bepaalde doelfunctie. In de context van portefeuilleoptimalisatie kan deze doelfunctie zowel rendement als risico voorstellen. Hoe we de doelfunctie analytisch voorstellen komt in hoofdstuk 11 aan bod.

8.3.3 Beslissingsvariabelen

De beslissingvariabelen zijn het tweede onderdeel van een programmatieprobleem. Dit zijn de variabelen waarop we een waarde zullen plakken, teneinde de optimale oplossing te bekomen. In onze analyse zullen dit de wegingen zijn van elke activaklasse waarin we kunnen investeren.

8.3.4 Beperkingen

De beperkingen zijn het derde en laatste onderdeel van een programmatieprobleem. Een eerste beperking is dat de som van alle gewichten gelijk moet zijn aan 100%, aangezien het totale vermogen (100%) wordt geïnvesteerd. Bovendien moeten alle gewichten positief zijn omdat we geen negatieve bedragen kunnen investeren. Er zijn ook nog andere beperkingen mogelijk, zoals minimum- en maximumpercentages, beperkingen omtrent ethisch beleggen, nationaal beleggen, enzovoorts.

De belangrijkste beperking is echter een bepaald risico of rendement. In het geval dat men rendement wenst te maximaliseren, zal er een bepaald maximum risiconiveau gekozen moeten worden (bijv. maximaal verlies met een bepaalde kans). Dit risico kan gewoon risico zijn, of extreem risico. Als men deze beperking vergeet zal alles belegd worden in de portefeuille met het hoogste verwacht rendement, hetgeen uiteraard veel risico met zich meebrengt. In het geval dat men risico wenst te minimaliseren, zal men een bepaald minimum verwacht rendement moeten vooropstellen. Als men deze beperking vergeet zal alles belegd worden in de portefeuille met het laagste risico rendement, hetgeen een erg laag verwacht rendement met zich meebrengt. Hoe we deze beperkingen analytisch voorstellen komt in hoofdstuk 11 aan bod.

8.3.5 Schaduwprijzen

Als er eenmaal een optimale oplossing werd berekend kan men ook de schaduwprijzen berekenen. Een schaduwprijs geeft aan in welke mate het optimum veranderd per eenheidsverandering van een beperking. Bijvoorbeeld: *"wat gebeurt er met het verwacht rendement van de optimale portefeuille indien ik bereid ben het verlies dat in 1% van de gevallen overschreden wordt verplaats van -4% naar -5%?"*. Op basis hiervan kan men bijvoorbeeld ook de kost van ethisch beleggen berekenen.

8.3.6 Lineair en niet-lineair

Er bestaan verschillende programmeringsmethoden. Bij lineaire programmering zijn zowel de doelfunctie als de beperkingen lineair. Bij kwadratische programmering is de doelfunctie een kwadratische functie, die moet voldoen aan lineaire beperkingen. In het voorbeeld dat we zullen uitwerken zullen ook sommige beperkingen niet-lineair zijn. In dat geval spreken we over niet-lineaire programmering.

9 Voorstelling van de resultaten: huidige methode

De resultaten die uit portefeuilleoptimalisatie voortvloeien kunnen weergegeven worden op verschillende manieren. Voordat we verder gaan met een praktijkvoorbeeld is het nodig dat we twee methodes die een voorstelling van de resultaten bieden bespreken: de *huidige methode* en de *alternatieve methode*. In dit hoofdstuk bespreken we de huidige methode die door de banken wordt toegepast. In hoofdstuk 10 bespreken we een alternatieve methode. In hoofdstuk 11 zullen we vervolgens verder gaan met een praktijkvoorbeeld. De informatie in dit hoofdstuk wordt grotendeels gebaseerd op informatie uit brochures van Fortis Bank (2007) en op de website van Fortis Bank. Bij andere banken gebeurt de voorstelling grotendeels op dezelfde wijze. De keuze voor Fortis Bank is gemaakt omdat we hier zelf klant zijn en daarom gemakkelijk aan informatie kunnen komen die meestal enkel voor klanten wordt voorbehouden.

9.1 MiFID

Op 1 november 2007 traden de Belgische wettelijke bepalingen die de zogenaamde MiFID-richtlijn hebben omgezet, in werking. MiFID staat voor *Markets in Financial Instruments Directive*, ook wel de Europese Richtlijn betreffende Markten voor Financiële Instrumenten genoemd. De MiFID-richtlijn heeft een dubbele doelstelling: een vlotter kapitaalverkeer binnen de Europese Unie en een betere bescherming van de belegger.

9.1.1 Een vlotter kapitaalverkeer binnen de Europese Unie

MiFID legt in de 27 landen van de Europese Unie dezelfde spelregels op aan alle banken, beursmakelaars en andere tussenpersonen die handelen in financiële instrumenten. Met financiële instrumenten worden vooral aandelen, obligaties, fondsen en afgeleide producten bedoeld. Beleggingsverzekeringen, spaar- en termijnrekeningen vallen niet onder de toepassing van de MiFID-richtlijn.

9.1.2 Een betere bescherming van de belegger

Het beleggersprofiel: De MiFID-richtlijn bepaalt onder meer dat de bank, wanneer zij beleggingsadvies verstrekt, informatie moet inwinnen over uw financiële situatie, uw beleggingsdoelstellingen en uw kennis en ervaring als belegger. Anders gesteld: wanneer iemand wenst te beleggen moet de bank het beleggersprofiel kennen en hiermee rekening houden.

De MiFID classificatie: Daarnaast verplicht MiFID de banken ertoe om alle klanten te classificeren en de klanten mee te delen tot welke beleggerscategorie zij behoren. MiFID voorziet drie categorieën van beleggers: niet-professionele klanten, professionele klanten en in aanmerking komende tussenpartijen. Aangezien de lat voor professionele klanten bijzonder hoog ligt (vooral overheden, institutionele beleggers en grote bedrijven vallen hieronder), zullen de meeste individuele kleine beleggers beschouwd worden als niet-professionele klant en deze klanten kunnen rekenen op de hoogst mogelijke bescherming.

Advies op basis van deugdelijke informatie: De MiFID-richtlijn stelt ook een aantal duidelijke eisen met betrekking tot informatie die aan beleggers of potentiële beleggers wordt bezorgd. Informatie moet correct en duidelijk zijn en mag niet misleidend zijn. Ze moet de belegger in staat stellen om het risico en de aard van de aangeboden beleggingen te begrijpen.

Orders tegen de beste voorwaarden: Verder moet de bank alle redelijke maatregelen nemen om een klantenorder tegen de best mogelijke voorwaarden uit te voeren. Het kan hierbij gaan om de kostprijs van het order, maar ook om de snelheid en de waarschijnlijkheid van uitvoering, de liquiditeit van de markt, enzovoorts. De bank werkt hiertoe een orderuitvoeringsbeleid uit.

9.2 Het beleggersprofiel

Beleggers die bij een grootbank aankloppen voor beleggingsadvies zullen meestal worden ingedeeld in één van drie tot vijf discrete categorieën. Deze categorieën noemt men beleggersprofielen. Een beleggersprofiel geeft aan welk risico een belegger kan nemen en welk risico hij of zij met een bepaalde portefeuille wilt nemen. In deze zin is elk woord van belang. Het is immers best denkbaar dat iemand, objectief gesproken, veel risico zou kunnen nemen, maar hier allerminst toe bereid is. Het risico dat iemand *kan* nemen (risicodraagkracht) wordt bepaald door de financiële situatie en de kennis en ervaring als belegger. De risicodraagkracht zal toenemen naarmate een belegger een hoger maandelijks inkomen heeft, over een grotere portefeuille beschikt, of het reilen en zeilen van de financiële markten van kortbij volgt en in het verleden al op de beurs heeft belegd. Het risico dat iemand *wil* nemen (risicobereidheid) hangt af van de beleggingsdoelstellingen. Belangrijk hierbij is de mate waarin de belegger bereid is tussentijdse verliezen te incasseren en wat de houding is ten opzichte van het nemen van financiële risico's.

Bij Fortis Bank onderscheidt men vijf beleggersprofielen: conservatief, defensief, neutraal, dynamisch en agressief. Iemand met een conservatief profiel is het minst bereid risico's te nemen en iemand met een agressief profiel is het meest bereid risico's te nemen. Het bepalen van het profiel gebeurt door middel van een korte vragenlijst met tien vragen (zie bijlage 4) en aan de hand van de antwoorden op deze vragen wordt het profiel bepaald. Fortis Bank beweert in haar brochures dat ze "*niet over één nacht ijs gaan, maar zorgvuldig peilen naar wat men als belegger écht wilt*". Het blijft echter de vraag hoeveel informatie men werkelijk uit tien vragen kan halen en of deze informatie een betrouwbaar beeld schetst van het werkelijke profiel.

9.3 Portefeuillesamenstelling

Aan de hand van het beleggersprofiel zal men vervolgens een portefeuillesamenstelling aanraden. Het geld dat de belegger beschikbaar heeft om te beleggen zal volgens deze samenstelling belegd worden. Tabel 4 toont de Fortis-referentieportfeuilles op 31 mei 2007.

Tabel 4: Portefeuillesamenstelling bij Fortis (31 mei 2007)

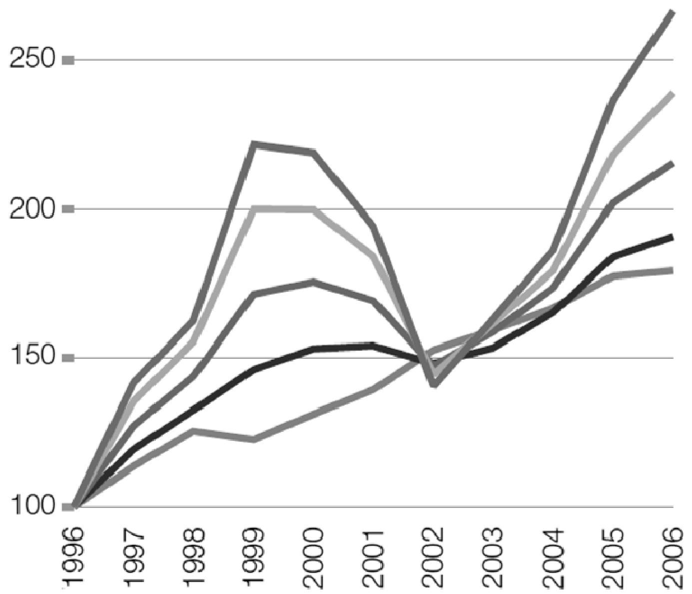
	Conserv.	Defensief	Neutraal	Dynamisch	Agressief
Aandelen Europa	0,00%	6,00%	13,00%	18,00%	26,00%
Aandelen Verenigde Staten	0,00%	5,00%	11,50%	17,00%	24,00%
Aandelen Japan	0,00%	3,00%	6,00%	8,00%	12,00%
Aandelen groeilanden	0,00%	4,50%	10,00%	15,00%	20,00%
Totaal aandelen	**0,00%**	**18,50%**	**40,50%**	**58,00%**	**82,00%**
Obligaties Euroland	28,20%	30,50%	16,50%	8,80%	0,00%
Obligaties dollarzone	6,00%	5,00%	2,75%	2,00%	0,00%
Obligaties Europa	1,10%	1,40%	0,65%	0,35%	0,00%
Obligaties rest van de wereld	16,70%	7,60%	5,60%	4,85%	0,00%
Totaal obligaties	**52,00%**	**44,50%**	**25,50%**	**16,00%**	**0,00%**
Vastgoed	0,00%	5,00%	5,00%	5,00%	10,00%
Converteerbare obligaties	16,00%	5,00%	5,00%	5,00%	0,00%
Grondstoffen	0,00%	2,00%	4,00%	6,00%	8,00%
Absolute return	32,00%	25,00%	20,00%	10,00%	0,00%
Totaal altern. beleggingen	**48,00%**	**37,00%**	**34,00%**	**26,00%**	**18,00%**

Bron: Fortis Bank (2007)

Merk op dat er bij de samenstelling geen rekening wordt gehouden met individuele preferenties van de belegger, zoals de wens om ethisch te beleggen, te beleggen in technologie aandelen, enzovoorts. Deze worden pas in acht genomen nadat de optimale samenstelling per profiel werd berekend (in de veronderstelling dat de samenstelling die de bank gebruikt per profiel optimaal is). In dit opzicht worden deze preferenties niet *ex ante*, maar *ex post* in acht genomen en worden ze dus niet in het optimalisatiemodel verwerkt. Bovendien worden veilige spaarvormen (spaarrekeningen, kasbons, …) niet opgenomen in bovenstaande tabel. Het deel van het vermogen dat hierin belegd wordt, wordt a priori bepaald en zal ook geen deel uitmaken van het optimalisatieprobleem. De samenstelling kan dus optimaal zijn per profiel en voor het deel van het vermogen dat in risicodragende producten wordt belegd, maar niet per se voor het individu of voor de gehele portefeuille.

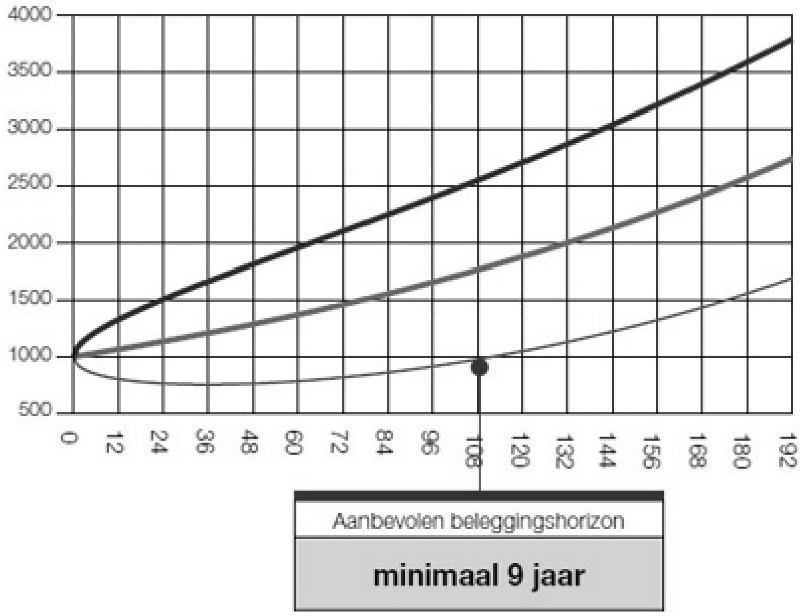
9.4 Extra informatie

Bij elke portefeuillesamenstelling hoort bovendien nog een grafiek die de prestaties in het verleden toont (figuur 20). Men zou kunnen oordelen dat dit misleidend is, zelfs ondanks de vermelding dat de cijfers zijn gebaseerd op historische gegevens en dus geen garantie voor de toekomst bieden. Of dit ook werkelijk zo is, is een vraag die we in deze thesis niet zullen behandelen.



Figuur 20: historische cijfers (periode 1996-2006) voor de 5 profielen bij Fortis Bank (Fortis Bank, 2007)

Bovendien toont de bank per profiel ook een voorspelling van de komende 192 maanden en de grenzen waarbinnen deze met 90% waarschijnlijkheid kan evolueren (figuur 21). Deze voorspelling is gebaseerd op de normaalverdeling.



Figuur 21: toekomstig verloop portefeuille, incl. 90% betrouwbaarheidsintervallen (Fortis Bank, 2007)

9.5 Invulling van de portefeuille

Bij de invulling van zijn of haar portefeuille kan de belegger uiteraard zelf keuzes maken of advies inwinnen bij uw bank. De bank zal zich bij elke transactie de vraag stellen: *"stel dat de belegger deze transactie doet, is de samenstelling van zijn portefeuille dan nog aanvaardbaar in het licht van zijn beleggersprofiel?".* Indien de belegger buiten zijn profiel gaat, door bijvoorbeeld teveel aandelen te kopen als defensieve belegger, dan zal de bank de belegger vragen om een document te onderteken (eventueel elektronisch met een Digipass). Dit document zal dan dienen tot bewijs dat men op de hoogte is dat een bepaalde belegging niet binnen het profiel past en dat men desondanks toch wenst te investeren in de belegging. Als er achteraf iets mis gaat kan men de bank niet verantwoordelijk stellen voor bepaalde beleggingsbeslissingen (Fortis Bank, 2007).

10 Voorstelling van de resultaten: alternatieve methode

In dit hoofdstuk zullen we dieper ingaan op de alternatieve methode van beleggingen samenstellen en hun risico's voorstellen. We noemen deze methode de *alternatieve methode* omdat ze mogelijk een goed alternatief kan bieden voor de methode die we in het vorige hoofdstuk hebben besproken. Bij het gebruik van deze methode moet een duidelijk onderscheid worden gemaakt tussen drie begrippen:

1. **Verwacht rendement**: Het rendement dat men zal behalen in het meest realistische scenario. Onder de veronderstelling dat het rendement op lange termijn een vrij symmetrische kansverdeling volgt, heeft de belegger ruwweg 50% kans om meer te behalen en 50% kans om minder te behalen.
2. **Gewoon risicorendement:** Het rendement (vaak negatief) dat men zal behalen in een vrij pessimistisch scenario. De kans dat men dit rendement of een nog lager rendement behaalt is klein (5 à 10%).
3. **Extreem risicorendement:** Het rendement (vaak negatief) dat men zal behalen in een extreem pessimistisch scenario. De kans dat men dit rendement of een nog lager rendement behaalt is (0.1 à 1%).

Een mogelijkheid bestaat erin om (potentiële) beleggers zelf de grenzen van de (extreme) risicorendementen te laten kiezen (bijv. 10% en 1%). Wij pleiten echter voor een gestandaardiseerde aanpak waarbij de kansen vooraf reeds vastliggen. De belangrijkste reden hiervoor is dat het menselijk brein vanuit een evolutionair perspectief vooral deterministisch redeneert en het niet gewoon is om probabilistische concepten te gebruiken of toe te passen, tenzij daarvoor een goede scholing heeft plaatsgevonden. Kleine beleggers, waarvoor deze (mogelijk duidelijkere) voorstelling in de eerste plaats ontwikkeld wordt, hebben niet altijd een degelijke opleiding statistiek genoten. Daarom lijkt het een slecht idee om klanten deze kansen zelf te laten bepalen. Vooral de kansen die bij extreme risico's horen zijn intuïtief moeilijk aan te voelen. Het is een beter idee om een standaardnorm in te voeren, waarvan kan afgeweken worden indien gevraagd. Standaard zullen we in deze thesis de volgende kansen hanteren: 10% voor gewoon risicorendement en 1% voor extreem risicorendement. De 10% keuze steunt op de interpretatie dat het lijkt overeen te komen met een gebeurtenis die niet in het bijzonder onwaarschijnlijk is, maar ook niet bepaald extreem kan genoemd worden. De 1% grens steunt op de interpretatie dat een dergelijke gebeurtenis zowel onwaarschijnlijk als extreem is.

10.1 Beleggingshorizon (en eventueel risicokansen) bepalen

In een eerste fase wordt de beleggingshorizon bepaald. Deze kan theoretisch gezien variëren van 1 jaar tot 25 jaar. De vraag die hier beantwoord moet worden is: *"hoe lang kan de belegger zijn geld missen?".* Een groot probleem is echter de mate waarin de returns kunnen worden voorspeld over grote tijdspannes zoals 25 jaar. In een meer praktische situatie zal een beleggingshorizon variëren van 1 jaar tot ongeveer 10 jaar. De mogelijkheid bestaat ook om de risicokansen zelf te laten kiezen door de klanten. Zoals eerder beargumenteerd zal het de norm zijn om deze op 10% en 1% te stellen, maar indien gewenst kunnen deze worden aangepast of kunnen er additioneel nog andere kansen worden toegevoegd.

10.2 Keuze van de optimalisatiemethode

In een volgende fase zal de (potentiële) belegger een keuze moeten maken tussen verschillende alternatieven van optimalisatie. De meest voor de hand liggende alternatieven zijn:

- Portefeuilles die bij een bepaald verwacht rendement het laagste gewoon risico hebben;
- Portefeuilles die bij een bepaald verwacht rendement het laagste extreem risico hebben;
- Portefeuilles die bij een bepaald gewoon risico het hoogste verwacht rendement hebben;
- Portefeuilles die bij een bepaald extreem risico het hoogste verwacht rendement hebben.

Er zijn uiteraard nog andere combinaties mogelijk. Deze stap is cruciaal voor het formuleren van het programmeringsprobleem. De klant zal hier zelf kiezen welke van de drie begrippen (verwacht rendement, gewoon of extreem risicorendement) hij als beperking wil opnemen. De andere twee zullen vervolgens hieruit berekend worden. De klant kan bijvoorbeeld zeggen: *"ik wil de optimale portefeuille waarbij het gewoon risicorendement -5% is"*. Belangrijk is wel dat deze beperking zal variëren. Immers, bij een gewoon risicorendement van bijvoorbeeld -5% hoort maar één portefeuille. Wij wensen de klant een heel "assortiment" van portefeuilles te tonen. Daarom zal deze beperking variëren tussen een minimum- en maximumwaarde. De uitspraak van de klant zal dan bijvoorbeeld zijn: *"ik wil alle optimale portefeuilles die horen bij een gewoon risicorendement dat varieert tussen -10% en -5%"*.

10.3 Extra preferenties

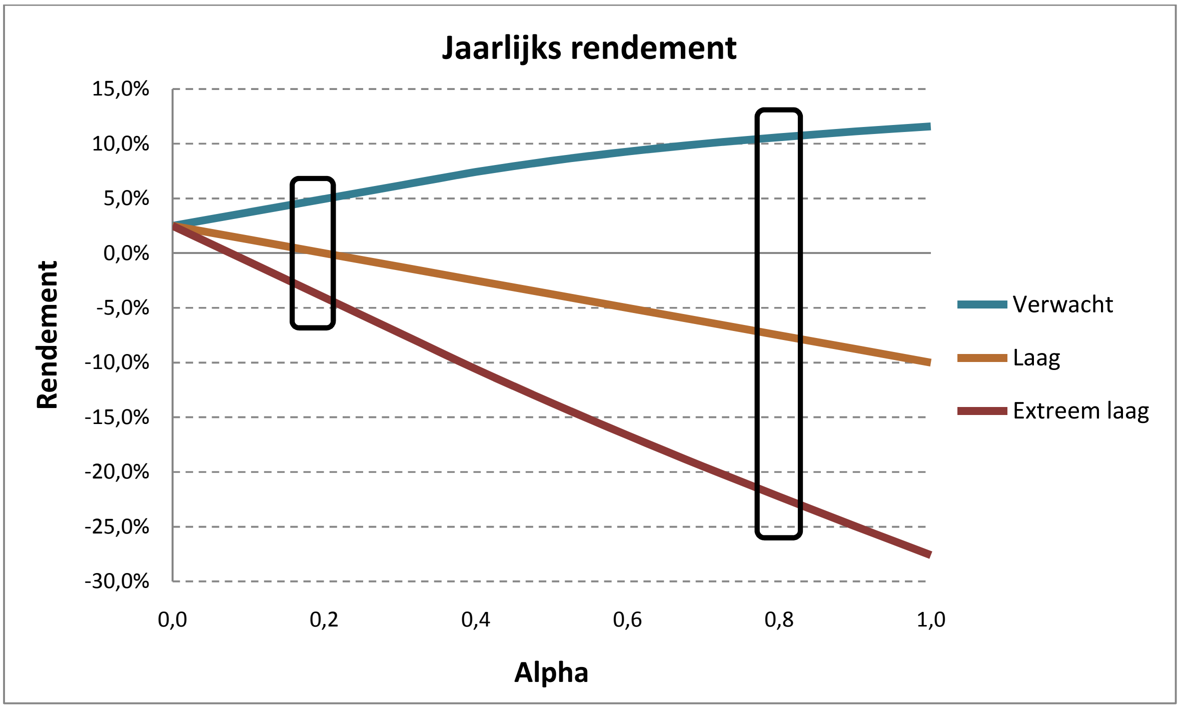
Vervolgens zal de klant ook extra persoonlijke keuzes kunnen maken. Voorbeelden zijn:

- Niet beleggen in producenten van wapens;
- De helft van het vermogen beleggen in aandelen uit ontwikkelingslanden;
- Een minimum- en maximumpercentage per activaklasse.

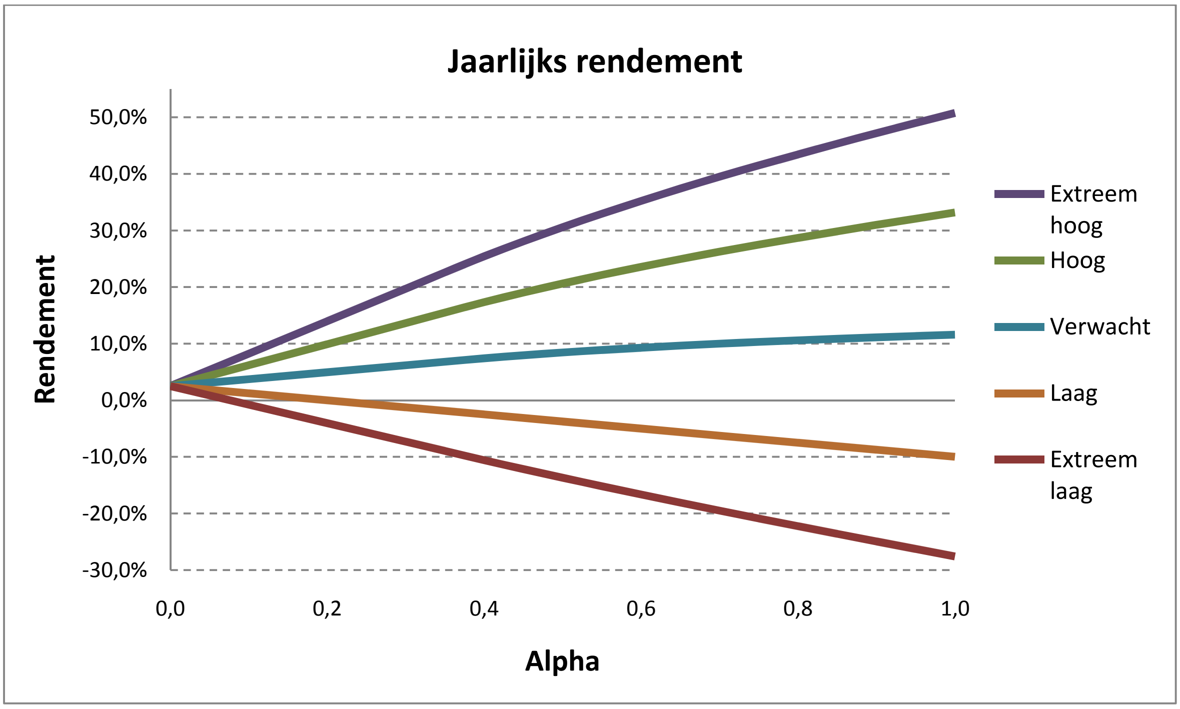
Deze extra preferenties zullen als beperking worden opgenomen in het programmerings probleem. Bovendien zal het effect van deze beperkingen kunnen worden berekend. Dit kan worden gedaan door middel van schaduwprijzen, maar ook door middel van de beperking volledig weg te laten vallen en opnieuw te optimaliseren. Het verschil in return en risico (of bijv. verschil in Sharpe ratio) zal de kost van de beperking zijn.

10.4 Berekenen van de optimale portefeuilles

In deze fase worden de gegevens ingegeven in het optimalisatiemodel en worden de resultaten berekend. Het resultaat wordt weergegeven in figuur 22. Figuur 22 werd opgesteld voor een probleem waarbij de beleggingshorizon één jaar bedraagt. Op de horizontale as vinden we *alpha*, een maatstaf voor de hoeveelheid risico. Op de berekening van *alpha* komen we in hoofdstuk 11 terug. Op de verticale as vinden we het (risico)rendement. De klant heeft gekozen voor portefeuilles die bij een bepaald gewoon risico het hoogste verwacht rendement hebben, m.a.w. rendementsoptimalisatie onder de beperking van het gewoon risico. Dit is zichtbaar in de grafiek: de oranje lijn die het lage risicorendement voorstelt is immers een rechte. De klant heeft, zoals zichtbaar op de grafiek, gekozen om dit gewoon risicorendement te laten variëren tussen 2.5% en -10% (zie oranje lijn). De grafiek vertrekt bij de meest veilige investering: alles op een spaarrekening die 2.5% rendement opbrengt met zo goed als geen risico. De grafiek eindigt bij mogelijk een van de meest risicovolle portefeuilles met een verwacht rendement van 11.6%, maar wel de mogelijkheid om grote verliezen te lijden (-10% rendement met 10% kans en -27.6% rendement met 1% kans). Mogelijk kan ook het opwaarts *"risico"* getoond worden, zoals in figuur 23.



Figuur 22: een voorbeeld van de outputgrafiek van de alternatieve methode



Figuur 23: een voorbeeld van de outputgrafiek van de alternatieve methode met extra gegevens

Op figuur 23 wordt ook duidelijk in welke mate de portefeuille opwaarts kan evolueren, aan de hand van optimistische rendementen die met 10% (hoog) en 1% kans (extreem hoog) overschreden zullen worden. We oordelen echter dat het beter is deze opwaartse risicorendementen bij voorkeur niet te tonen, omdat ze kunnen leiden tot onterecht optimisme. Vanuit deze redenering kunnen de neerwaartse risicorendementen echter ook leiden tot onterecht pessimisme. Toch bestaat er een verschil. Ten eerste bestaat risico in principe enkel uit de negatieve afwijkingen, en zijn positieve afwijkingen geluk of beloning (Voit, 2005).

Ten tweede stelt zich hier nog een belangrijk feit: indien de beleggers niet verwachten dat een (extreem) optimistisch scenario zich zou kunnen voordoen en het optimistische scenario zich vervolgens voordoet, dan zal de belegger meer dan tevreden zijn. Maar indien de beleggers niet verwachten dat een (extreem) pessimistisch scenario zich zou kunnen voordoen en het pessimistische scenario zich vervolgens voordoet, dan zal de belegger enorm teleurgesteld, verrast en/of kwaad zijn. Dit is een situatie die ten alle koste vermeden moet worden aangezien het zowel voor de belegger als voor de bank of adviseur negatieve gevolgen draagt. De doelstelling van de alternatieve methode is vooral om risico's duidelijk voor te stellen. Onze voorkeur gaat dus uit naar een grafiek waarop verwacht rendement en beide risicorendementen worden getoond. Het opwaartse potentieel wordt beter niet getoond om misleiding, teleurstelling of onterecht optimisme te voorkomen.

Op de grafiek is het ook mogelijk om portefeuilles van de concurrenten te lokaliseren. Vergelijkende reclame in België is mogelijk en dit vormt bijgevolg geen wettelijk probleem. Uiteraard kunnen er wel problemen ontstaan bij de schatting van de risico's. Bank X kan een andere financiële expertise gebruiken dan bank Y en hierdoor is het mogelijk dat producten van bank Y te ongunstig worden voorgesteld op grafieken van bank X.

10.5 Keuze van de portefeuille waarin men zal beleggen

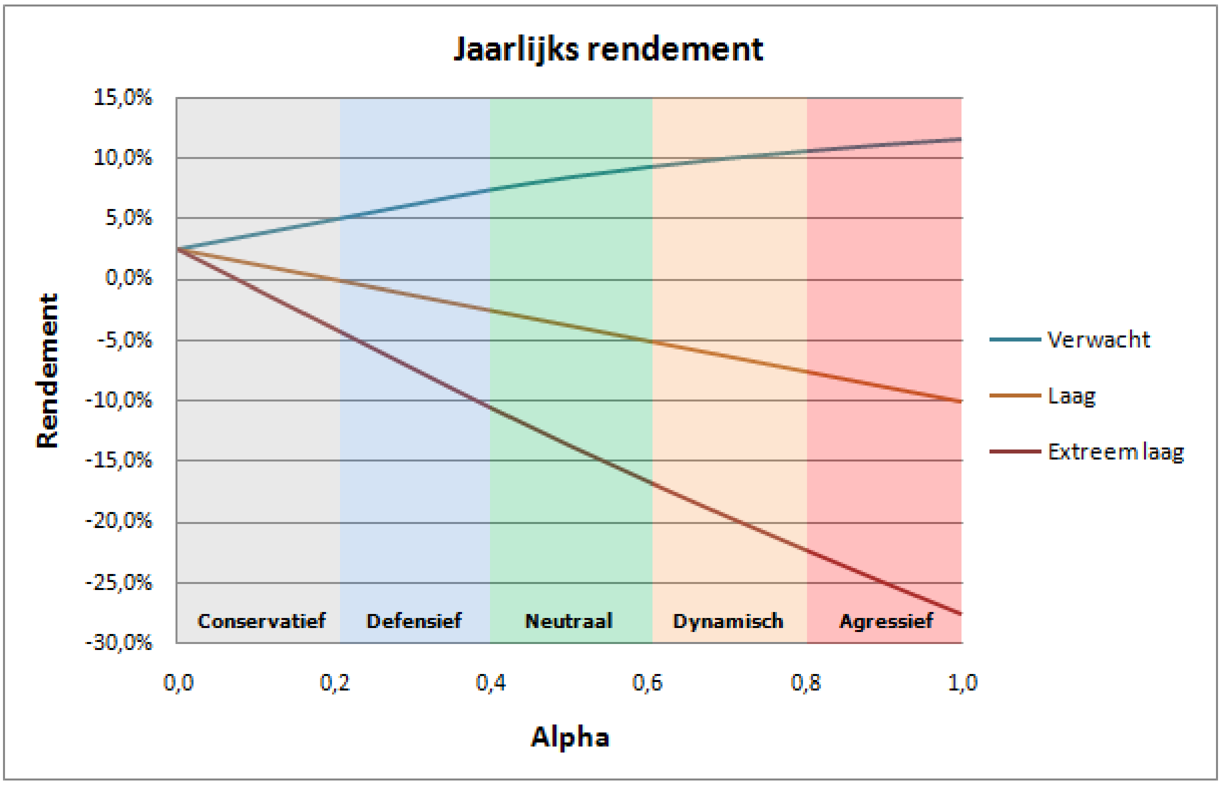
Vervolgens zal de klant moeten kiezen in welke portefeuille hij wenst te beleggen. Dit kan hij door de alpha aan te geven waarmee hij of zij tevreden is. Zo kan de klant bijvoorbeeld kiezen voor portefeuille A (zie figuur 22) met alpha = 0.2, met een verwacht rendement van 5%, een gewoon risicorendement van 0% en een extreem laag risicorendement van -4%. Hij kan ook kiezen voor portefeuille B met alpha = 0.8, met een verwacht rendement van 10.6%, een gewoon risicorendement van -7.5% en een extreem laag risicorendement van

-22.3%. Als de klant tevreden is met een bepaalde portefeuille, zal zijn vermogen hierin belegd worden. Men kan indien gewenst bepaalde periodieke evaluaties plannen om de optimalisatie opnieuw uit te voeren met up-to-date gegevens en voorspellingen, zodat de portefeuille optimaal blijft over zijn gehele levensduur.

10.6 Extra mogelijkheid: aangeven van profielen op de grafiek

De mogelijkheid bestaat om ook de profielen (zoals die door de banken worden gebruikt) op de grafiek aan te duiden. Op deze manier kan de alternatieve methode als aanvulling dienen en bovendien zullen beleggers niet moeten wennen aan een volledig nieuwe methode. Ze zijn immers al vertrouwd met de profielen. Men zou in dit geval ook de vragenlijst met profielen kunnen behouden om de risicobereidheid en de risicodraagkracht te bepalen en dit samen te vatten in een beleggersprofiel.

Als een bepaalde belegger bijvoorbeeld een neutraal profiel heeft volgens de vragenlijst, kan hij nog altijd kiezen om in een conservatieve of defensieve portefeuille te beleggen, of eventueel in een dynamische of agressieve portefeuille. Hij zal nu beter op de hoogte zijn van de risico's. Het resultaat kan gevonden worden in figuur 24. De profielen die werden aangeduid zijn de profielen die bij Fortis Bank gebruikt werden: conservatief (grijs), defensief (blauw), neutraal (groen), dynamisch (oranje) en agressief (rood).



Figuur 24: een voorbeeld van de outputgrafiek van de alternatieve methode, inclusief profielen

11 Praktijkvoorbeeld met Excel

In dit hoofdstuk zullen we een toepassing, die we in Microsoft Excel zullen opbouwen, bespreken. De toepassing behandelt een mogelijk praktijkprobleem. De toepassing kan een optimalisatieprobleem oplossen en de resultaten in een grafiek weergeven, zoals beschreven in het hoofdstuk van de alternatieve voorstelling.

11.1 Modelopbouw

In deze paragraaf zullen we beschrijven hoe we een toepassing kunnen programmeren in Excel. Eerst en vooral beschrijven we de inputdata. Redelijke data bekomen in slechte beurstijden is een moeilijke opgave. Alle recente returns zijn negatief en de volatiliteit is torenhoog. Daarom zullen we tien theoretische fondsen formuleren en hiermee verder werken. Deze tien fondsen geven we een theoretische jaarlijkse verwachte opbrengst en een theoretische jaarlijkse standaardafwijking. De verwachting is dat deze theoretische parameters in de toekomst zullen gelden. Deze fondsen kunnen bijvoorbeeld bundels van aandelen zijn van een bepaalde regio of industrie. In realiteit worden deze parameters geschat door de financiële expertise en bestaan er uiteraard meer dan tien fondsen.

De tien fondsen die we gebruiken in het model (met verwacht rendement en standaardafwijking) zijn:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
return	2,50%	3,00%	4,50%	6,00%	8,00%	10,00%	12,00%	14,00%	16,00%	18,00%
stdev	0,00%	3,50%	7,00%	12,00%	17,00%	22,00%	30,00%	45,00%	55,00%	75,00%

Vervolgens hebben we een variantie-covariantie matrix nodig om portefeuillerisico te berekenen. Om dit te bewerkstelligen simuleren we voor elk fonds 10.000 returns. We laten Excel 10.000 random getallen tussen 0 en 1 genereren. Deze getallen stellen een bepaalde kans voor. Aan de hand van deze kans kunnen we vervolgens een trekking doen uit de cumulatieve verdelingsfunctie van de returns. We veronderstellen hier (vooral om het model eenvoudig te houden) dat returns normaalverdeeld zijn. Met de volgende functie kunnen we random returns uit een verdeling trekken:

```
=NORM.INV(ASELECT();MeanReturn;StDev)
```

Op basis van deze formule kunnen we returns simuleren. Met deze gesimuleerde returns kunnen we vervolgens een covariantiematrix berekenen.

Variance-covariance matrix

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	**0,00000**	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
2	0,00000	**0,00123**	0,00004	0,00001	0,00118	0,00066	0,00138	0,00214	0,00192	0,00097
3	0,00000	0,00004	**0,00490**	0,00040	0,00002	0,00172	0,00602	0,00395	0,00002	0,00516
4	0,00000	0,00001	0,00040	**0,01440**	0,00097	0,00133	0,00387	0,00039	0,00877	0,01495
5	0,00000	0,00118	0,00002	0,00097	**0,02890**	0,00016	0,00282	0,01217	0,01620	0,00488
6	0,00000	0,00066	0,00172	0,00133	0,00016	**0,04840**	0,01597	0,00879	0,00484	0,03211
7	0,00000	0,00138	0,00602	0,00387	0,00282	0,01597	**0,09000**	0,00178	0,00422	0,04540
8	0,00000	0,00214	0,00395	0,00039	0,01217	0,00879	0,00178	**0,20250**	0,10153	0,10153
9	0,00000	0,00192	0,00002	0,00877	0,01620	0,00484	0,00422	0,00418	**0,30250**	0,12907
10	0,00000	0,00097	0,00516	0,01495	0,00488	0,03211	0,04540	0,10153	0,12907	**0,56250**

De volgende stap is de gewichten van elk fonds in de portefeuille in de juiste cellen plaatsen. Voorlopig stellen we deze allemaal in op 10%, zodat het totaal van alle wegingen sommeert tot 100%. De uitkomsten van het model zijn jaarlijkse return, jaarlijkse variantie en jaarlijkse standaardafwijking van de portefeuille. Deze worden als volgt berekend:

De **portefeuillereturn** wordt berekend door de rijvector met de gewichten te vermenigvuldigen met de kolomvector met de respectievelijke returns:

```
=PRODUCTMAT(WeightRowVector;ReturnColumnVector)
```

De **portefeuillevariantie** wordt berekend door de rijvector met de gewichten te vermenigvuldigen met het product van de covariantiematrix en de getransponeerde rijvector met de gewichten (=kolomvector met de gewichten).

```
=PRODUCTMAT(WeightRowVector;(PRODUCTMAT(CovarMatrix;WeightColumnVector)))
```

De **portefeuillestandaardafwijking** wordt vervolgens berekend door de wortel te nemen van de eerder berekende portefeuillevariantie:

```
=WORTEL(VarP)
```

Men kan nu spelen met de gewichten en de invloed hiervan op de portefeuillereturn, -variantie en -standaardafwijking bekijken. Nu de verdeling van portefeuillereturns en de parameters hiervan automatisch berekend worden kunnen we uitspraken maken over het toekomstige verloop van de portefeuille bij elke mogelijke combinatie van gewichten.

We bieden de gebruiker de mogelijkheid om vijf parameters in te stellen: de kansen van een extreem laag, laag, verwacht, hoog en extreem hoog rendement. Men kan deze naar eigen wens instellen door een kans in te vullen. Standaard zetten we deze kansen op respectievelijk 1%, 10%, 50%, 90% en 99%. Deze kansen stellen de kans voor dat men een bepaalde return of lager zal behalen. Er bestaat zo bijvoorbeeld 1% kans om het extreem laag rendement of lager te behalen, en 99% kans om het extreem hoog rendement of lager te behalen (en dus 1% kans om erboven te zitten). Indien men bijvoorbeeld liever 0.5%, 5%, 50%, 95% en 99.5% (of een andere combinatie) gebruikt kan men dat instellen door zelf de kansen in te vullen. De rendementen die bij deze kansen horen kunnen we berekenen met dezelfde functie die we gebruiken om returns te simuleren. Voor alle vijf de mogelijkheden is de functie:

```
=NORM.INV(UserProbability;PortfolioMean;PortfolioStDev)
```

Met deze functie kan men de rendementen berekenen die bij deze kansen horen en hierover uitspraken doen, bijvoorbeeld: "*In een portefeuille met verwacht rendement 11.12% en standaardafwijking 15.51% is er 1% kans dat de behaalde jaarlijkse return -24.95% of lager zal zijn*".

De volgende stap is het opstellen van een grafiek. Deze grafiek zal bij een gegeven alpha de drie (of vijf) eigenschappen van optimale portefeuille tonen: extreem laag, laag en verwacht rendement. Eventueel kan dit worden aangevuld worden met het hoog en extreem hoog rendement. Eén van deze eigenschappen zal een beperking in het model voorstellen, waarna de andere vier eigenschappen berekend kunnen worden. Het model kan verschillende optimalisatieproblemen omvatten:

- Maximaliseer verwacht rendement bij een gegeven extreem laag risico;
- Maximaliseer verwacht rendement bij een gegeven laag risico;
- Minimaliseer extreem laag risico bij een gegeven verwacht rendement;
- Minimaliseer laag risico bij een gegeven verwacht rendement;
- En nog andere combinaties.

Als we bijvoorbeeld werken met het volgende probleem: "*Maximaliseer verwacht rendement bij een gegeven laag rendement*", dan zal het laag rendement gegeven zijn, en worden de vier andere rendementen die bij de portefeuille horen hieruit berekend. We berekenen niet één optimale portefeuille, maar een oneindig aantal optimale portefeuilles (theoretisch gezien). In de praktijk berekenen we een aantal portefeuilles bij verschillende waarden voor alpha, die we vervolgens kunnen verbinden met een lijn op de grafiek. Men geeft een bepaalde minimum- en maximumwaarde voor de beperking in, respectievelijk *LowerBound* en *UpperBound.* Vervolgens gebruiken we de variabele alpha, die tussen 0 en 1 ligt, om de beperking te berekenen:

```
=LowerBound+Alpha*(UpperBound-LowerBound)
```

Voorbeeld: veronderstel dat men laag risico als gegeven (beperking) neemt in het probleem. Dan kiest men twee waarden waartussen dit laag risico mag variëren, bijvoorbeeld van -10% tot 2.5%. Bij verschillende alpha's kan men dan het gegeven laag risico berekenen:

alpha	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ex laag	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
laag	2,5%	1,8%	1,0%	0,3%	-0,5%	-1,3%	-2,0%	-2,8%	-3,5%	-4,3%	-5,0%
verwacht	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
hoog	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
ex hoog	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?

De vraagtekens in de tabel kunnen pas worden ingevuld nadat de optimalisatie werd uitgevoerd en de portefeuilleparameters werden berekend op basis van de optimale gewichten. De resultaten van deze tabel zullen voorgesteld worden op een grafiek volgens de alternatieve methode.

Alle nodige relaties werden gelegd en de tijd is aangebroken om het programmeringsprobleem te formuleren. Dit kan in Excel heel eenvoudig met de Oplosser toepassing (figuur 25). In deze toepassing vullen we de volgende zaken in:

Cel bepalen: vul hier de cel met de doelfunctie in
Gelijk aan: maximaliseer, minimaliseer of stel gelijk aan een bepaalde waarde
Door verandering cel: geef hier de range van cellen die de wegingen in
Restricties: geef hier alle beperkingen in

Figuur 25: Oplosser model in Excel 2007

Doelfunctie: De cel met de doelfunctie zal het portefeuillerendement zijn in het geval dat we dit willen maximaliseren bij een gegeven risico:

$$maximize\ z = \sum_{i=1}^{n} X_i R_i$$

Indien we het risico willen minimaliseren bij een bepaald rendement bevat deze cel de portefeuillestandaardafwijking:

$$minimize\ z = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} X_i X_j cov_{ij}\right) T}$$

Beperkingen: De beperkingen in het model kunnen allerlei zijn. We beginnen met de volgende beperkingen: de som van alle gewichten moet gelijk zijn aan 1 en alle gewichten moeten positief zijn:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 1$$

X1 ≥ 0, X2 ≥ 0, X3 ≥ 0, X4 ≥ 0, X5 ≥ 0, X6 ≥ 0, X7 ≥ 0, X8 ≥ 0

De derde beperking is een gegeven risico in het geval van maximalisatie van rendement. Het gegeven risico kan op verschillende manieren worden uitgedrukt. Bijvoorbeeld door de standaardafwijking, of door een berekende eigenschap: extreem laag, laag, hoog of extreem hoog rendement. Er zijn vele opties mogelijk:

$$\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_i X_j cov_{ij}\right)T} \leq \sigma_{max}$$

Hetgeen een maximum plaatst op de standaardafwijking van de portefeuille. Er is echter een risicobeperking mogelijk die intuïtief beter te begrijpen is:

$$\left(\sum_{i=1}^{n} X_i R_i\right)T - Z(P)\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_i X_j cov_{ij}\right)T} \geq R_{min}$$

Het linkerlid van de ongelijkheid in deze beperking stelt de verwachte return van de portefeuille verminderd met een bepaald aantal standaardafwijkingen voor. Z(P) is een functie die het aantal standaardafwijkingen retourneert dat bij een bepaalde kans P hoort (gebaseerd op een normaalverdeling) en T is de tijd in jaren. Deze beperking legt op dat over T jaren en met wegingen X_i (met i = 1, …, n) de kans dat de werkelijke return hoger zal zijn dan R_{min} gelijk is aan P. Dit impliceert dat de kans dat de werkelijke return lager zal zijn dan R_{min} gelijk is aan 1 - P. Merk ook op dat door het introduceren van deze beperkingen het model niet-lineair is geworden. De standaardafwijking van de portefeuille is immers een niet-lineaire functie van de wegingen en de covarianties. Een voorbeeld van deze beperking: veronderstel een belegger die de volgende uitspraak doet: "*Ik wil 99% zeker zijn dat ik na vijf jaar beleggen minstens mijn beginkapitaal behoud*". Dit komt overeen met een rendement van minstens 0% na vijf jaar. De formule wordt dan:

$$\left(\sum_{i=1}^{n} X_i R_i\right)5 - Z(0.99)\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_i X_j cov_{ij}\right)5} \geq 0.0$$

Deze beperking kan echter ook een gegeven rendement zijn, in het geval van minimalisatie van risico bij een gegeven rendement:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i R_i \geq R_{min}$$

Bovendien zijn er een hele reeks extra beperkingen mogelijk die afhankelijk zijn van de preferenties van de belegger: ethisch beleggen, a priori diversificatie, nationaal beleggen, beleggen volgens eigen inzichten, enzovoorts.

Beslissingsvariabelen: De beslissingsvariabelen zijn de gewichten. Deze zijn zoals eerder beschreven reeds ingegeven in het model. Men selecteert de cellen met de gewichten en voegt deze range toe in de Oplosser toepassing.

Extra opties: Tenslotte moeten we bij de opties van het model nog de assumptie van een lineair model uitvinken, aangezien ons model niet-lineair is. Eventueel kunnen we ervoor kiezen om een groter aantal iteraties uit te voeren, waardoor de juistheid van het model verbetert.

11.2 Concreet voorbeeld

In deze paragraaf zullen we bekijken hoe de toepassing uit de vorige paragraaf toegepast kan worden in een praktische situatie. Veronderstel een belegger met een vermogen van 500.000 euro. Hij vraagt ons om de optimale portefeuillesamenstelling te berekenen en hierbij rekening te houden met de volgende wensen:

1. Hij wil zelf het risico bepalen. Hij laat ons weten: *"Ik wil bij een gegeven risicorendement het maximale rendement. Dit gegeven risicorendement (of een nog slechter resultaat) wens ik slechts in 1 op 10 gevallen te behalen. Het mag fluctueren tussen 0% en 10% rendement over mijn volledige beleggingshorizon van 5 jaar".*
2. Hij wenst niet te investeren in wapenfirma's (fonds 5).
3. In de overige fondsen wenst hij minstens 5% en hoogstens 20% te beleggen.

Dit is duidelijk een optimalisatieprobleem waarbij het laag rendement gegeven is en vervolgens het extreem laag, verwacht, hoog en extreem hoog rendement berekend zullen worden. Hij kiest zelf het laag rendement dat met een kans van 10% zal voorkomen of overschreden worden.

Doelfunctie: het verwacht rendement moet gemaximaliseerd worden bij een gegeven risico. De doelfunctie zal dus zijn:

$$maximize\ z = \sum_{i=1}^{n} X_i R_i$$

Beperkingen: om te beginnen hebben we de standaardbeperkingen:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 1$$

X1 ≥ 0, X2 ≥ 0, X3 ≥ 0, X4 ≥ 0, X5 ≥ 0, X6 ≥ 0, X7 ≥ 0, X8 ≥ 0

Vervolgens moeten we ook rekening houden dat hij niet in fonds 5 wenst te beleggen:

$$X_5 = 0$$

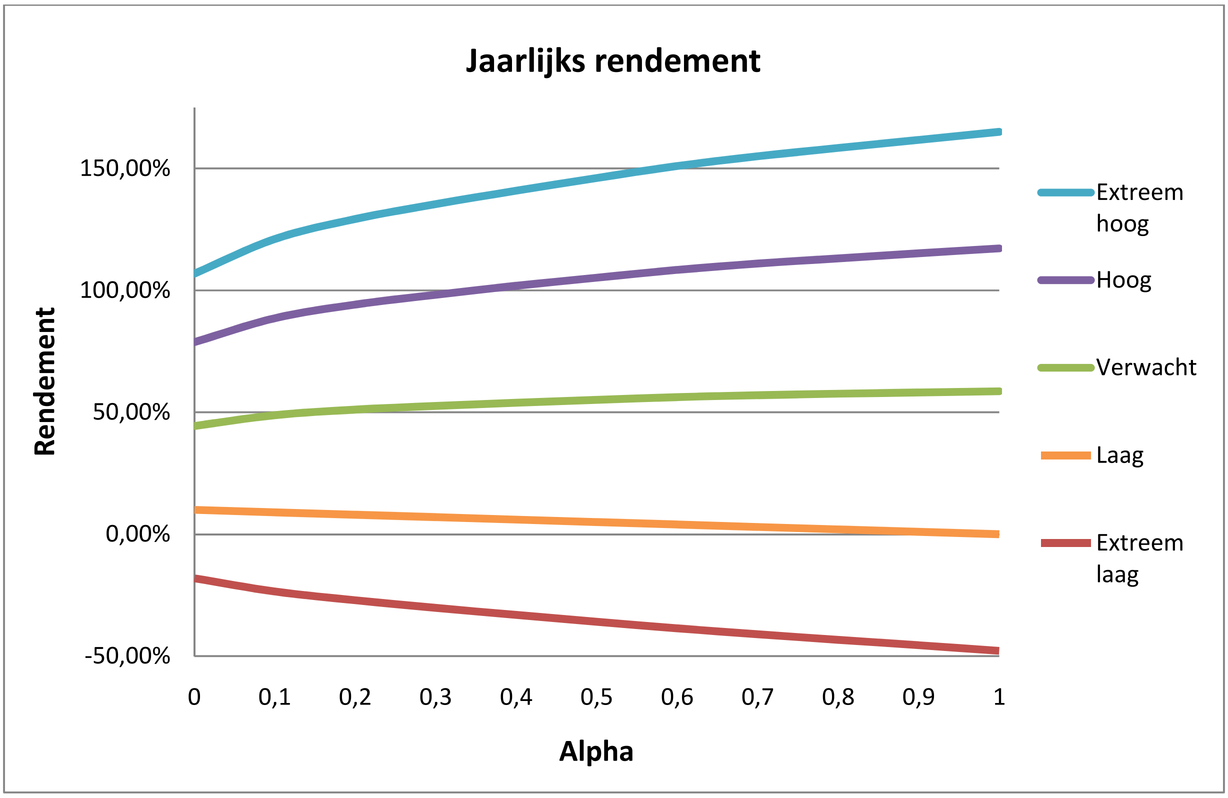
Hij wenst ook aan a priori diversificatie te doen door in elk fonds (behalve fonds 5) minstens 5% en hoogstens 20% te beleggen:

$$X_{1,2,3,4,6,7,8,9,10} \geq 0.05\ en\ X_{1,2,3,4,6,7,8,9,10} \leq 0.20$$

En ten slotte wenst hij het laag rendement (gewoon risico) als gegeven te beschouwen. Dit rendement (of slechter) wordt slechts met 10% kans behaald:

$$\left(\sum_{i=1}^{n} X_i R_i\right)5 - Z(0.90)\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_i X_j cov_{ij}\right)5} \geq 0.10 + \alpha(0 - 0.10)$$

Vervolgens lossen we het model op bij verschillende waarden voor alpha. De resulterende grafiek kan gevonden worden in figuur 26 (in dit geval inclusief opwaarts potentieel).



Figuur 26: resultaten optimalisatie over 5 jaren, inclusief opwaarts potentieel

De lijnen op figuur 26 stellen (van boven naar onder) voor: extreem hoog, hoog, verwacht, laag en extreem laag rendement. Het lage rendement is een rechte die tussen rendementen van 0% en 10% fluctueert zoals opgegeven door de belegger. De andere zijn krommes die werden berekend door het model.

De datapunten van de grafiek staan in onderstaande tabel (rendementen op 5 jaar):

alpha	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ex laag	-18,1%	-23,5%	-27,1%	-30,2%	-33,1%	-35,9%	-38,6%	-41,0%	-43,3%	-45,5%	-47,8%
laag	10,0%	9,0%	8,0%	7,0%	6,0%	5,0%	4,0%	3,0%	2,0%	1,0%	0,0%
verwacht	44,4%	48,8%	51,1%	52,6%	53,9%	55,1%	56,2%	57,0%	57,6%	58,1%	58,6%
hoog	78,8%	88,6%	94,2%	98,2%	101,9%	105,2%	108,4%	111,0%	113,1%	115,2%	117,2%
ex hoog	106,9%	121,1%	129,3%	135,4%	140,9%	146,1%	151,0%	155,0%	158,4%	161,7%	165,0%

De belegger kan vervolgens een bepaalde portefeuille kiezen door een alpha te specificeren waarmee hij tevreden is.

Bij elke alpha hoort een bepaalde portefeuille samenstelling:

alpha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,0	5,00%	5,00%	16,90%	20,00%	0,00%	20,00%	14,96%	7,47%	5,67%	5,00%
0,1	5,00%	5,00%	7,03%	20,00%	0,00%	20,00%	20,00%	10,27%	7,70%	5,00%
0,2	5,00%	5,00%	5,00%	17,30%	0,00%	20,00%	20,00%	12,69%	10,01%	5,00%
0,3	5,00%	5,00%	5,00%	13,88%	0,00%	20,00%	20,00%	14,46%	11,66%	5,00%
0,4	5,00%	5,00%	5,00%	10,95%	0,00%	20,00%	20,00%	15,97%	13,07%	5,00%
0,5	5,00%	5,00%	5,00%	8,31%	0,00%	20,00%	20,00%	17,33%	14,36%	5,00%
0,6	5,00%	5,00%	5,00%	5,86%	0,00%	20,00%	20,00%	18,59%	15,55%	5,00%
0,7	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	0,00%	19,39%	20,00%	17,64%	17,16%	5,81%
0,8	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	0,00%	17,57%	20,00%	18,15%	17,85%	6,43%
0,9	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	0,00%	15,84%	20,00%	18,64%	18,51%	7,01%
1,0	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	0,00%	14,20%	20,00%	19,08%	19,13%	7,60%

Uit deze gewichten blijkt ten eerste dat aan alle beperkingen werd voldaan. Alle gewichten zijn positief, ze sommeren tot 100%, zijn nooit groter dan 20% en nooit kleiner dan 5%, met uitzondering van fonds 5, waarin niet geïnvesteerd mocht worden wegens de wens om ethisch te beleggen. Deze wegingen geven bij elke alpha de optimale portefeuille, gegeven de beperkingen.

Veronderstel dat de belegger kiest voor een alpha van 0.3. Zijn geld wordt belegd in de fondsen met de volgende samenstelling:

alpha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,3	5,00%	5,00%	5,00%	13,88%	0,00%	20,00%	20,00%	14,46%	11,66%	5,00%

Deze portefeuille beschikt over de volgende karakteristieken:

- Jaarlijkse/vijfjaarlijkse verwachte return = 10.52% / 52.61%;
- Jaarlijkse/vijfjaarlijkse standaardafwijking = 15.92% / 35.59%;
- Na 5 jaar: 1% kans op totaalrendement van -30.19% of lager;
- Na 5 jaar: 10% kans op totaalrendement van 7.00% of lager;
- Na 5 jaar: 50% kans op totaalrendement van 52.61% of lager;
- Na 5 jaar: 90% kans op totaalrendement van 98.23% of lager;
- Na 5 jaar: 99% kans op totaalrendement van 135.41% of lager.

11.2.1 Kost van ethisch beleggen

De belegger kan zichzelf nu de vraag stellen: *"in welke mate verandert de return van de optimale portefeuille indien ik fonds 5 behandel als alle andere fondsen, of m.a.w. indien ik niet aan ethisch beleggen doe?"*. De beperking dat er niet in fonds 5 mag worden belegd valt dus weg en de beperkingen met de minimum- en maximumwegingen worden aangepast:

$$X_{1,\ldots,10} \geq 0.05 \; en \; X_{1,\ldots,10} \leq 0.20$$

De nieuwe optimale portefeuille wordt ingedeeld volgens de volgende wegingen:

alpha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,3	5,00%	5,00%	5,00%	13,88%	7,49%	20,00%	20,00%	14,46%	13,05%	5,00%

Deze portefeuille beschikt over de volgende karakteristieken:

- Jaarlijkse/vijfjaarlijkse verwachte return = 10.81% / 54.06%;
- Jaarlijkse/vijfjaarlijkse standaardafwijking = 16.42% / 36.72%;
- Na 5 jaar: 1% kans op totaalrendement van -31.37% of lager;
- Na 5 jaar: 10% kans op totaalrendement van 7.00% of lager;
- Na 5 jaar: 50% kans op totaalrendement van 54.06% of lager;
- Na 5 jaar: 90% kans op totaalrendement van 101.12% of lager;
- Na 5 jaar: 99% kans op totaalrendement van 139.49% of lager.

De verwachte return van de portefeuille is gestegen van 52.61% op vijf jaar naar 54.06% op vijf jaar (stijging van 1.45%). Hiermee gaat een stijging van de standaardafwijking van de portefeuille gepaard: van 35.59% op vijf jaar naar 36.72% op vijf jaar (stijging van 1.13%). Dit maakt dat het negatief risico groter wordt: hij kan, met dezelfde kansen als eerder, nu mogelijk meer verliezen. Dit geldt echter ook voor het opwaartse potentieel van de portefeuille.

11.3 Gebreken van het model

De toepassing die in dit hoofdstuk werd ontwikkeld heeft een aantal gebreken. Een eerste gebrek is de assumptie dat de returns een normaalverdeling volgen. Zoals eerder besproken klopt dit niet helemaal. De normaalverdeling is een redelijke benadering voor maandelijkse returns of returns over nog langere periodes, maar er bestaan betere verdelingen (bijv. Laplace verdeling). Het grote probleem is echter dat hierbij de wiskunde erg complex wordt. Een belangrijke vraag die we ons stellen is: wat is de verdeling van portefeuillereturns indien de fondsen bijvoorbeeld een Laplace verdeling volgen? Een lineaire combinatie van Laplace verdeelde variabelen volgt zelf geen Laplace verdeling, zoals bij de normaalverdeling wel het geval is.

Een ander gebrek is het feit dat alle returns dezelfde verdeling volgen. Gewone en extreme risico's worden op basis van dezelfde verdeling van portefeuillereturns bepaald. Een betere oplossing zou zijn om de verdeling van extreme risico's (dochterverdeling) te schatten op basis van Extreme Value Theory en de gewone risico's en het verwacht rendement te schatten uit de moederverdeling van alle returns, bijvoorbeeld een normaalverdeling of Laplace verdeling. Ook moet men in de realiteit rekening houden met derivaten, waarbij men ook gebruik zal moeten maken van de p.d.d., hetgeen de analyse nog ingewikkelder maakt.

Ten slotte is ook het feit dat de schaduwprijzen onderbelicht worden een gebrek van deze toepassing. Wegens een fout in Microsoft Excel was het niet mogelijk om de schaduwprijzen te berekenen. Andere software is hiertoe wel in staat, maar heeft dan weer het gebrek dat ze niet-lineaire programmering niet ondersteunt. Indien we moeten kiezen tussen een softwareprogramma dat een programmering met assumpties die de realiteit beter benaderen (d.w.z. niet-lineaire beperkingen) kan opstellen maar faalt bij de schaduwprijzen, of een softwareprogramma dat schaduwprijzen kan berekenen maar moet inboeten aan realisme, dan kiezen we bij uitstek voor de eerste optie, met name Microsoft Excel. Het concept van de schaduwprijzen werd bovendien eerder al verduidelijkt en men kon hieruit concluderen dat ze zeker een nuttige aanvulling geeft voor de belegger.

12 Enquête: huidige methode versus alternatieve methode

In dit hoofdstuk zullen we de resultaten van een enquête bespreken (zie bijlage 5) die tracht te toetsen welke van de twee methoden als beste worden gepercipieerd. We bespreken eerst het onderzoeksopzet en vervolgens de resultaten.

12.1 Onderzoeksopzet

Het doel van dit deelonderzoek is bepalen welke methode als beste wordt gepercipieerd door (potentiële) beleggers. De resultaten die voortvloeien uit deze enquête zullen met andere woorden dus enkel iets zeggen over de mening van deze beleggers over beide methoden. De onderzoekseenheden zijn (potentiële) beleggers. Dit is een vrij grote populatie. Mensen die beleggen, of mensen die mogelijk in de toekomst zullen beleggen of daarin geïnteresseerd zouden zijn, mogen antwoorden op de enquête en behoren tot de populatie.

Door gebrek aan tijd en vooral aan middelen is het onmogelijk om een aselecte steekproef te trekken uit de volledige (Vlaamse, Belgische of zelfs wereldwijde) populatie van (potentiële) beleggers. Er werd gebruik gemaakt van een accidentele steekproef, hetgeen wil zeggen dat de makkelijkst bereikbare onderzoekseenheden uit de populatie werden gevraagd om deel te nemen. Een nadeel hiervan is dat het onderzoek beperkt blijft tot een eerste, snelle exploratie en dat representativiteit niet kan gegarandeerd worden. De resultaten uit de steekproef mogen met andere woorden niet worden doorgetrokken naar de volledige populatie. We zullen in ieder geval beschrijven hoe het verwerken van de resultaten zou moeten gebeuren indien we wel beschikken over een aselecte steekproef.

Om beide methoden te vergelijken hebben we enkele eigenschappen van de methoden nodig. Die tien eigenschappen die werden getest worden hieronder opgenoemd, alsook de naam van de variabele tussen haakjes, waardoor we verder in de tekst gemakkelijker kunnen verwijzen naar deze variabelen:

1. *De mate waarin men vindt dat men zelf het risico van beleggingen kan bepalen (risicozelf);*
2. *De mate waarin men vindt dat het belegde geld veilig is (geldveilig);*
3. *De mate waarin men vertrouwen heeft in het feit dat de aangeraden portefeuille ook de optimale portefeuille is, d.w.z. het beste rendement geeft voor de risico's die men kan en wil lopen (vertrouwen);*

4. *De mate waarin men de methode eenvoudig vindt (eenvoudig);*
5. *De mate waarin men denkt zelf te kunnen kiezen in welke producten men belegt (keuzeprod);*
6. *De mate waarin men vindt dat men een goed beeld heeft van mogelijke (grote) verliezen die men kan lijden en de kans dat deze zich voordoen (beeldverliezen);*
7. *De mate waarin men de methode begrijpt (begrip);*
8. *De mate waarin men vindt veel keuzevrijheid te hebben bij het bepalen van het risico van de beleggingen (keuzerisico);*
9. *De mate waarin men denkt risico's te lopen waarvan men niet op de hoogte is (bangrisico);*
10. *De mate waarin men de methode flexibel vindt (flexibel).*

Eigenschappen 1 en 8 lijken op het eerste zicht op elkaar, maar toch meten ze een verschillende variabele. Eigenschap 1 meet de mate waarin men denkt zelf de controle te hebben over het risico van de beleggingen (*heb ik de controle?)* terwijl eigenschap 8 meet in welke mate men kan kiezen welk risico men loopt (*heb ik de keuze?*). Aan de namen van de variabelen zal _1 of _2 worden toegevoegd om te zien over welke methode het gaat, bijvoorbeeld: begrip_1 en begrip_2.

Alle eigenschappen worden gemeten aan de hand van een Likert schaal. Men krijgt de keuze tussen volgende antwoorden: helemaal niet mee eens, niet mee eens, geen mening, mee eens en helemaal mee eens. De scores die hieraan worden toegewezen zijn respectievelijk 1, 2, -1, 3 en 4. Enkel bij eigenschap 9 worden de scores omgekeerd: 4, 3, -1, 2 en 1. Immers, als men risico loopt waarvan men niet op de hoogte is, faalt de methode deze risico's te tonen aan de klant, hetgeen een zwakte van de methode betekent. Daarom krijgt deze variabele een hoge score als men het niet eens is, en een lage score als men het wel eens is. Alle andere eigenschappen meten de sterktes van een methode, waardoor we hun scores niet moeten omkeren. Indien men geen mening aanduidt krijgt de variabele de waarde -1, maar deze waarde wordt later tijdens de verwerking omgezet naar een *missing value.* Antwoorden met "geen mening" zullen dus weggelaten worden bij de berekeningen van gemiddelden, hetgeen logisch is. In een eerste fase werd voor "geen mening" de waarde 0 gebruikt, maar dit gaf problemen bij het programmeren van de enquête, waardoor we voor de waarde -1 hebben geopteerd.

Bovendien werden ook nog enkele extra vragen gesteld. Er werd ruimte gelaten om per methode extra opmerkingen te maken. Bovendien werden ook naam en e-mail gevraagd. Dit om de prijs (twee bioscooptickets) te kunnen uitkeren. Ook werd er gevraagd in welke van de volgende producten men belegt: spaarrekening, termijnrekening, kasbons, obligaties, certificaten, aandelen, fondsen en opties. Hierdoor kunnen we actieve beleggers van niet-actieve beleggers onderscheiden, en ons ook een beeld vormen van hun risicoprofiel. Ook laat dit ons toe te onderzoeken of er verschillen bestaan in de antwoorden van een beleggende en niet-beleggende groep. Door de kleine steekproef hebben we er echter voor geopteerd dit niet te doen.

De methode van analyse die we zullen gebruiken is vergelijking van gemiddelden. De steekproeven zijn niet onafhankelijk van elkaar, maar gekoppeld, omdat één persoon beide methodes beoordeelt. Per eigenschap meten we het gemiddelde van de twee scores en zullen we bekijken welke methode de beste score heeft. Zoals eerder aangehaald is de steekproef niet aselect. De centrale limietstelling garandeert ons dat voor grote aselecte steekproeven ($n>30$), de gemiddelden een normaalverdeling zullen volgen. Dit laat ons dan toe om betrouwbaarheidsintervallen van deze gemiddelden op te stellen en te onderzoeken of de verschillen in gemiddelden voor beide methodes statistisch significant zijn. Helaas beschikken we niet over zo'n aselecte steekproef en is de verdeling van gemiddelden ons dus onbekend, waardoor we de statistische significantie niet kunnen berekenen.

12.2 Resultaten

12.2.1 Vergelijking van gemiddelden

Er werden 50 personen ongevraagd. De gemiddelden en de standaardafwijkingen van de tien variabelen staan in tabel 5. We bespreken de conclusies die we uit deze resultaten mogen trekken. In de verdere bespreking noemen we de huidige methode M1 en de alternatieve methode M2.

M2 scoort beter dan M1 op de volgende variabelen: *risicozelf, vertrouwen, keuzeprod, beeldverliezen, keuzerisico, bangrisico* en *flexibel.* Dit wil zeggen dat de ondervraagden bij M2 in grotere mate het gevoel hebben hun risico zelf te kunnen bepalen ten opzichte van M1. De reden hiervoor is waarschijnlijk omdat alpha (de risicomaatstaf op de x-as) zelf bepaald kan worden en voor elke alpha de verschillende optimale portefeuilles en hun eigenschappen worden getoond.

Tabel 5: Resultaten enquête

Huidige methode (M1)				Alternatieve methode (M2)			
Variable	**N**	**Mean**	**Stdev**	**Variable**	**N**	**Mean**	**Stdev**
risicozelf_1	47	2,89	,667	risicozelf_2	49	3,16	,590
geldveilig_1	42	2,24	,617	geldveilig_2	38	2,11	,606
vertrouwen_1	43	2,53	,631	vertrouwen_2	43	2,81	,588
eenvoudig_1	46	3,04	,556	eenvoudig_2	42	2,52	,634
keuzeprod_1	45	2,76	,712	keuzeprod_2	46	3,07	,646
beeldverliezen_1	47	2,40	,742	beeldverliezen_2	47	2,98	,675
begrip_1	47	3,21	,549	begrip_2	47	3,09	,503
keuzerisico_1	39	2,59	,751	keuzerisico_2	45	3,20	,661
bangrisico_1	46	2,28	,655	bangrisico_2	43	2,60	,791
flexibel_1	41	2,44	,634	flexibel_2	37	3,03	,600

Ook hebben de ondervraagden bij M2 meer vertrouwen in het optimaal zijn van de portefeuille. Dit is logisch aangezien optimalisering aan de basis van de methode ligt. Bovendien hebben de ondervraagden het gevoel bij M2 over meer keuzevrijheid te beschikken bij het bepalen van producten waarin men kan beleggen. Dit ligt waarschijnlijk aan het feit dat men zelf bepaalde beperkingen kan stellen, bijvoorbeeld: "*minimaal 25% van het vermogen in een spaarrekening beleggen*" en de effecten hiervan op de portefeuille kan bekijken. Dit kan in principe bij M1 ook, maar het wordt minder duidelijk aangegeven. De ondervraagden hebben bij M2 ook het gevoel dat ze een beter beeld hebben van grote verliezen die ze kunnen lijden en de kans dat deze verliezen zich kunnen voordoen. Dit was te verwachten aangezien de gewone risico's en extreme risico's duidelijk worden aangegeven op de grafiek. Op het vlak van keuzevrijheid in het risico scoort M2 ook beter dan M1. Bovendien is men bij M2 minder bang om niet op de hoogte te zijn van bepaalde risico's. Dit is waarschijnlijk omdat deze risico's veel duidelijker worden aangegeven in M2. Ten slotte vindt men ook dat M2 flexibeler is dan M1.

Op een resterende variabelen scoort M2 slechter dan M1: *geldveilig, eenvoudig* en *begrip.* Men vind dat bij M1 het geld veiliger is dan bij M2. Dit kan verschillende oorzaken hebben: men schenkt meer vertrouwen aan de bank. Hiermee bedoelen we niet op vlak van het opstellen van optimale portefeuilles, maar op het vlak van op tijd ingrijpen als er iets misloopt, bijvoorbeeld. Een andere mogelijkheid zou kunnen zijn dat men bij M2 met de neus op de risico's wordt gedrukt, terwijl dit bij M1 niet echt gebeurt, waardoor men bij M2 in grotere mate op de hoogte wordt gesteld van "het gevaar" dat men loopt. Wel belangrijk is dat het verschil in gemiddelden erg klein is, waardoor we ook mogen stellen dat dit verschil te wijten is aan toevallige variatie, en er dus geen verschil in beide methodes bestaat op dit vlak. De ondervraagden zijn ook van mening dat M1 eenvoudiger is dan M2. Dit is ook logisch aangezien bij M2 veel meer aspecten komen kijken en het begrijpen van de grafiek enige tijd en concentratie vereist indien men nog nooit heeft gewerkt met deze methode. Ten slotte een eigenschap die aanleunt bij de vorige: *begrip*. M1 scoort hier ook beter dan M2 wat, zoals bij de vorige eigenschap, te verklaren valt door het feit dat M2 complexer en uitgebreider is dan M1. Ook hier is het verschil in gemiddelden echter vrij klein, waardoor een verschil mogelijk ook kan worden toegewezen aan toevallige variatie.

Uit deze analyse mogen we concluderen dat M1 vooral makkelijk te begrijpen is, en M2 vooral op vlakken van duidelijkheid en doorzichtigheid beter dan M1 scoort. M2 komt in deze analyse dus naar voor als een duidelijke, doorzichtige en flexibele methode, terwijl M1 naar voor komt als een eenvoudige maar minder doorzichtige methode. Er bestaat dus een trade-off tussen eenvoud en duidelijkheid. Het valt te verwachten dat beleggers vooral zullen streven naar duidelijkheid, gezien het risicoaverse karakter van de mens.

12.2.2 Het geval van een aselecte steekproef

Deze paragraaf dient enkel ter illustratie van hoe de analyse zal gebeuren indien we over een aselecte steekproef beschikken. In dit geval zullen alle variabelen random getrokken worden uit de populatieverdeling. De centrale limietstelling zegt dat de som (of het gemiddelde) van verschillende random variabelen die identiek en onafhankelijk verdeeld zijn (i.i.d.) een normaalverdeling zal volgen in het geval van een grote steekproef ($n>30$).

We beschikken over de scores van tien variabelen, die elk een score voor methode 1 en een score voor methode 2 bevatten. Per variabele kunnen we voor elke respondent het verschil in score d_i (=M1-M2) en het gemiddelde verschil in score $\bar{d}$ berekenen (zie tabel 6). Aan de hand van deze gegevens kan men vervolgens voor het verschil in gemiddelden, per variabele, een 95% betrouwbaarheidsinterval opstellen. Deze betrouwbaarheidsinterval geeft een bereik van waarden waarbinnen het werkelijke verschil in gemiddelden met een kans van 95% zal liggen. Het totaal aantal scores per variabele wordt weergeven door n.

Tabel 6: Verschil in gemiddelden berekenen

	Score variabele X		
	M1 (X_{1i})	M2 (X_{2i})	Verschil (d_i)
Respondent 1	3	4	-1
Respondent 2	2	1	1
…	…	…	…
Respondent n	…	…	…
		Gemiddelde:	$\bar{d} = (\sum_{i=1}^{n} d_i)/n$

Deze betrouwbaarheidsinterval berekent men als volgt:

$$BI_{\alpha=0.05} = \bar{d} \pm 1.96 \frac{s_d}{\sqrt{n}} \qquad (als\ n \geq 30)$$

Waarbij:

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2}{n-1}}$$

Indien de waarde 0 deel uitmaakt van deze betrouwbaarheidsinterval kunnen we niet stellen dat er een significant verschil in gemiddelden bestaat. Indien 0 geen deel uitmaakt van de betrouwbaarheidsinterval is het verschil in gemiddelden wel significant (bij een bepaald betrouwbaarheidsniveau). Laten we deze analyse toepassen op onze gegevens, onder de assumptie dat onze steekproef random is en we dus op de hoogte zijn van de verdeling van de gemiddelden (centrale limietstelling). Opnieuw, dit dient enkel ter illustratie van de methode waaruit men een uitgebreidere conclusie kan trekken. De resultaten worden vermeld in tabel 7.

Er bestaan tien verschillende paren van variabelen. Per variabele bestaan er immers twee scores: een score voor M1 en een score voor M2. Het gemiddelde verschil in scores (M1 - M2) staat in de tweede kolom: *mean*. Als dit verschil positief is scoort M1 beter dan M2, als het verschil negatief is scoort M2 beter dan M1. Vervolgens worden ook de standaardafwijking (*st.dev.*) en de standaardfout (*st.error*) weergegeven die nodig zijn bij het berekenen van de betrouwbaarheidsinterval (*95% C.I.*). Ten slotte vinden we in de laatste kolom de p-waarde. Als deze waarde kleiner is dan 0.05 mogen we spreken over een statistisch significant (95% betrouwbaarheid) verschil in gemiddelden van beide methodes.

Voor alle variabelen, met uitzondering van *geldveilig* en *begrip* kunnen we spreken over een significant verschil in gemiddelde scores. De conclusies die we zouden kunnen trekken uit deze gegevens zijn dezelfde als bij de eerdere analyse, maar in deze analyse komt ook statistische significantie aan bod, hetgeen een waardevolle bijdrage levert aan de analyse. Zoals eerder besproken mag deze tabel in principe niet worden opgesteld omdat de steekproef niet random is, maar de tabel dient enkel ter illustratie onder de assumptie van een aselecte steekproef.

Uit dit verkennende onderzoek blijkt dat M2 duidelijk een meerwaarde kan bieden voor de (potentiële) belegger. Verder onderzoek (met een aselecte steekproef) is hierom aangewezen om deze meerwaarde verder te onderzoeken. Bovendien kan het interessant zijn om te onderzoeken welke de invloed is van de kenmerken van de grafiek (bijv. inhoud, weergave of zelfs opmaak) op de perceptie van (potentiële beleggers). Beleggers kunnen mogelijk erg gevoelig zijn voor wijzigingen in elementen die op het eerste zicht slechts details lijken. Hierbij kan dan ook gezocht worden naar verbeteringen van de alternatieve voorstelling.

Tabel 7: Resultaten verschil in gemiddelden analyse

		Statistics			95% C.I.		Sig.
		Mean	St.dev.	St.error	Lower	Upper	(2-tailed)
1	risicozelf1 - risicozelf2	-,283	,935	,138	-,560	-,005	,046
2	geldveilig1 - geldveilig2	,086	,612	,103	-,125	,296	,413
3	vertrouwen1 - vertrouwen2	-,256	,677	,108	-,476	-,037	,023
4	eenvoudig1 - eenvoudig2	,487	,885	,142	,200	,774	,001
5	keuzeprod1 - keuzeprod2	-,357	1,032	,159	-,679	-,036	,030
6	beeldverliezen1 - beeldverliezen2	-,591	,844	,127	-,848	-,334	,000
7	begrip1 - begrip2	,114	,493	,074	-,036	,263	,133
8	keuzerisico1 - keuzerisico2	-,706	1,001	,172	-1,055	-,357	,000
9	bangrisico1 - bangrisico2	-,359	,778	,125	-,611	-,107	,006
10	flexibel1 - flexibel2	-,625	1,008	,178	-,988	-,262	,001

13 Conclusie

In dit laatste hoofdstuk zullen we een besluit formuleren, inclusief mogelijke problemen en kritieken. We sluiten af door aan te geven op welk vlak er verder onderzoek kan gebeuren.

13.1 Besluit

Veel (vooral kleine) beleggers zijn niet op de hoogte van de risico's die ze lopen. Dit werd in de tweede helft van 2008 duidelijk toen Lehman Brothers failliet ging en de financiële markten in mekaar stuikten, gevolgd door een grote daling van de aandelenprijzen en een globale recessie. Om deze onwetendheid te elimineren of op zijn minst te verminderen kan men gebruik maken van een alternatieve methode bij het voorstellen van beleggingen en hun risico's. De portefeuillesamenstelling gebeurt aan de hand van lineaire of niet-lineaire programmering, hetgeen garandeert, gegeven een bepaalde financiële expertise, dat de portefeuillesamenstelling optimaal zal zijn. Bovendien worden de gewone en extreme risico's duidelijk aangegeven.

13.1.1 Over de financiële expertise

Uit dit onderzoek blijkt dat de normaalverdeling best vermeden wordt bij het beschrijven van returns, vooral op korte termijn. Dit zal de complexiteit van het model verhogen, maar ook de juistheid. Aangezien risicokapitaal van groot belang is in deze globale economie, maar tot tragedies kan leiden indien er zich extreme en onverwachte gebeurtenissen voordoen, lijkt een complex model met goede uitkomsten aangewezen boven een eenvoudig model met matige uitkomsten. De reden waarom de normaalverdeling best vermeden wordt bij asset returns is vooral te wijten aan een onderschatting van waarden rond het gemiddelde en van de extreme risico's.

Uit het empirische onderzoek van het Google aandeel bleek dat de hypothese van de normaalverdeling telkens verworpen kon worden door verschillende statistische tests. Dit is voor bijna alle aandelen het geval, zoals bijvoorbeeld Mandelbrot (1963) heeft aangetoond. Uit ons onderzoek bleek bovendien dat de Laplace verdeling een goede kandidaat is om de verdeling van returns te beschrijven. De staarten van de verdelingen, waar de extreme risico's schuilen, kunnen geschat worden met Extreme Value Theory. Dit is een taak voor de financiële expertise. De banken moeten, indien dit nog niet het geval is, werk maken van een financiële expertise die rekening houdt met deze conclusies. Ook belangrijk is het feit dat men moet aanvaarden dat de kans op extreme gebeurtenissen in sommige gevallen onmogelijk te voorspellen is. Hoe groot was de kans (in 2001) dat er twee vliegtuigen in de WTC torens zouden vliegen? De mogelijkheid bestond, maar de kans was onmogelijk te berekenen. Men moet zich in dat geval niet concentreren op het berekenen van kansen, maar op het voorbereiden van wat men moet doen in het geval zo'n gebeurtenis zich voordoet.

13.1.2 Over de wiskundige optimalisatie

De wiskundige optimalisatie is een complexe aangelegenheid, vooral in het geval van niet-lineaire optimalisatie. In deze thesis werd op een wetenschappelijke manier aangetoond hoe een dergelijk model kan worden opgebouwd. In het eenvoudige model dat wij presenteren volstaat het om het verwacht rendement en de standaardafwijking te berekenen op basis van financiële expertise. Het volstaat om deze gegevens in een grote database op te slaan, zodat de personen die optimalisatie doorvoeren hiervan ad hoc gebruik kunnen maken bij de alledaagse optimalisatieproblemen die ze moeten doorvoeren met hun individuele klanten.

Het model dat in deze thesis werd besproken is echter niet goed genoeg om in de realiteit toe te passen. Er is nood aan de modellering van een complexere samenhang. Bijvoorbeeld welke verdeling volgt een portefeuille met assets die allemaal verschillende verdelingen volgen? Dit zijn complexe problemen waar een student T.E.W. vanuit zijn beperkte ervaring op dat vlak onmogelijk een antwoord op kan formuleren. Professionele statistici hebben ongetwijfeld meer ervaring op dit vlak en zullen op efficiënte en effectieve wijze kunnen omspringen met dit soort problemen.

13.1.3 Over de voorstelling van de resultaten

De alternatieve voorstelling biedt een oplossing om een einde te maken aan de onwetendheid van de (kleine) belegger. We introduceren de concepten van gewoon risicorendement (op basis van de moederverdeling – alle returns) en extreem risicorendement (op basis van de dochterverdeling – extreme returns), die op een duidelijke, effectieve en intuïtieve manier de risico's die de belegger loopt tonen. Is dit een perfect systeem? Uiteraard niet. De kansen van sommige extreme risico's zijn onmogelijk te bepalen. De beste oplossing in dit geval is de belegger voorbereiden op wat er te doen staat indien zo een situatie zich voordoet. Uit de resultaten van de enquête bleek dat veel beleggers de alternatieve methode transparanter vinden. De methode slaagt erin om (extreem) risico duidelijk en intuïtief voor te stellen en daarom is het belangrijk een (eventueel aanvullende) implementatie van deze voorstelling voor te stellen. De voorstelling gaat in principe best gepaard met de wiskundige optimalisatie, maar dit is geen vereiste. Men kan de huidige producten, optimaal of niet, ook weergeven in de grafiek waardoor de risico's duidelijker worden en beleggers voor minder onaangename verrassingen zullen komen te staan.

13.2 Aanzet tot verder onderzoek

Het lijkt een goed idee om verder onderzoek te doen op het vlak van de behavioral finance. Ten eerste wordt hierin het belang van niet-rationele, behavioral beleggers erkend, wat niet gebeurt in de Modern Portfolio Theory van Markowitz. Welk effect hebben deze behavioral beleggers op het prijsverloop van assets? Op welke manier moet men zich beveiligen tegen mogelijke irrationele zeepbeleffecten die ontstaan door kuddegedrag? Men kan ook bijkomend onderzoek doen naar de alternatieve methode. Een eerste belangrijke opgave is een aselecte steekproef trekken die representativiteit garandeert en op grote schaal aantoont dat de alternatieve methode meer duidelijkheid verschaft en dus tot minder onaangename verrassingen zal leiden. Verder onderzoek kan zich ook richten op andere vragen. In welke mate verandert het investeringsgedrag naarmate men gebruik maakt van de alternatieve methode? Zijn beleggers gevoelig voor kleine aanpassingen in de voorstelling?

Banken zijn cruciaal in de economie en zullen hun winstgevendheid niet op het spel willen zetten. Wat zullen de effecten van zo'n alternatieve methode zijn op de kostenstructuur en de omzet van de banken? Een mogelijk probleem is dat er een grote nood zal zijn aan dure, complexe systemen en hoog opgeleide adviseurs die niet langer standaardprocedures volgen bij het verkopen van producten. Bovendien zullen de banken mogelijk geld verliezen omdat grote risico's in de alternatieve voorstelling duidelijk worden aangegeven zijn en sommige beleggers zullen afhaken. Ook op maatschappelijk vlak heeft dit schadelijke gevolgen aangezien beleggen in risicokapitaal gewenst is voor economische groei. Het is dus belangrijk de effecten voor beiden partijen te onderzoeken en hierbij na te gaan of er een netto stijging van de welvaart plaatsvindt. Ook kan men onderzoeken in welke mate de overheid een rol speelt: deze kan bijvoorbeeld ontwikkelingssamenwerking stimuleren door het rendement van aandelen uit ontwikkelingslanden te verhogen (met bijvoorbeeld subsidies) zodat deze aandelen meer worden opgenomen in optimale portefeuilles.

Lijst met geraadpleegde literatuur

Boeken en wetenschappelijke artikels

Alexander, C. (2008-1). *Market Risk Analysis: Volume I - Quantitative Methods in Finance.* Southern Gate, Chichester: John Wiley & Sons Ltd.

Alexander, C. (2008-2). *Market Risk Analysis: Volume II - Practical Financial Econometrics.* Southern Gate, Chichester: John Wiley & Sons Ltd.

Bachelier, L. (1900). Théorie de la Spéculation. *Ann. Sci. Ecole Norm. Super.,* Sér. 3, 17, 21.

Bollerslev, T., Engle, R. & Wooldridge, J. (1988) A capital asset pricing model with time-varying covariaces. *Journal of Political Economy*, 96, 116-131.

Debels, T. (2006). *Behavioral Finance: motivatiepsychologie van de belegger.* Antwerpen: Garant.

Fama, E.F. (1965). The behavior of stock market prices. *The Journal of Business*. Vol. 38, No. 1., 34-105.

Fama, E.F. (1976). Reply. *Journal of Finance*, vol 31, 143-144.

Friedman, M. (1953). The Methodology of Positive Economics. *Essays In Positive Economics.* Chicago: Univ. of Chicago Press, 1966, pp. 3-16, 30-43.

Jagannathan, R., Wang, Z. (1996). The conditional CAPM and the cross-section of expected returns. *Journal of Finance*, 51, 3-53.

Laveren, E., Engelen, P.J., Limère, A. & Vandemaele, S. (2002). *Handboek financieel beheer*. Antwerpen: Intersentia.

Linden, M. (2001). A Model For Stock Return Distribution. *International Journal of Finance and Economics,* 6, 159-169.

Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investment in stock porfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*, 47, 13-37

Lorie, J.H., Dodd, P., Hamilton Kimpton, M. (1985). *The Stock Market: Theories and Evidence*. Homewood: Richard D. Irwin, Inc.

Mandelbrot, B. (1963). The variation in certain speculative prices. *The Journal of Business,* vol 6 issue 4, 394-419.

Mandelbrot, B., Hudson, R.L. (2008). *The (mis)behavior of markets – A fractal view of financial turbulence*. New York: Basic Books.

McNeil, A.J. (1999). Extreme Value theory for risk managers. Manuscript. Department Mathematik, ETH Zentrum, Zurich. Opgevraagd via Google Scholar.

Motmans, L., Mercken, R. (2007). Het Black-Scholes model voor het waarderen van call opties. *Wiskunde en Onderwijs*, 33, 335-341.

Nolan, J.P. (2008). *Stable Distributions*. Gedeeltelijk vrij ter beschikking gesteld op internet. Opgevraagd via http://academic2.american.edu/~jpnolan/stable/.

Sharpe, W.F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19, 425-442.

Treynor, J. (1965). How to rate management of investment funds. *Harvard Business Review*, 43, 63-75.

Vinod, H.D., Reagle, D. (2005). *Preparing for the Worst: Incorporating Downside Risk*. New Jersey: Wiley.

Voit, J. (2005). *The Statistical Mechanics of Financial Markets*. Berlijn: Springer.

Wong, S. (1987). Positive Economics. *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*, 3, 920-921.

Tijdschriften en kranten en niet-wetenschappelijke publicaties

Aragonés, J.R., Blanco, C., Dowd, K. (2003). Extreme Value VaR. *Learning Curve: Derivatives Week*. Niet gepubliceerd. Opgevraagd via Google Scholar.

Duchateau, S. (2007). *Een professionele kijk op de actuele beleggingsthema's*. Bundel presentatie voor faculteit TEW UHasselt.

Duchateau, S. (2008). *Is er leven na de financiële crisis?*. Bundel presentatie voor faculteit TEW UHasselt.

Fortis Bank (2007). *Het beste advies begint bij uw beleggersprofiel*. Brussel: Fortis Bank NV

Goovaerts, A., Coenjaerts, T. (2008, 9 oktober). In één jaar 7.2 miljard euro kwijt. *Trends*, jaargang 34 nr 41, p46-64.

KBC (2008). *Beleggingsvormen: sterke en zwakke punten*. Brussel: KBC Bank NV

Taleb, N.N. (1997). The Jorion-Taleb Debate. *Derivativesstrategy.com, April 1997*. Website: http://www.derivativesstrategy.com/magazine/archive/1997/0497fea2.asp.

Taleb, N.N. (2008). *De Zwarte Zwaan*. Amsterdam: Uitgeverij Nieuwezijds

Websites

www.tijd.be

www.demorgen.be

www.standaard.be

http://nl.wikipedia.org/wiki/Sint-Petersburgparadox

Bijlage 1: Berekening gemiddelde jaarlijkse groei Fortis aandeel

Hieronder volgt een tabel met daarin de verschillende koersen in de periode tussen januari 2003 en januari 2007:

Periode	2003	2004	2005	2006	2007
Koers (€)	17.62	16.4	20.71	27.18	33.03
Return (%)	/	-6.92	26.28	31.24	21.52

De returns werden berekend met volgende formule:

$$R = \frac{S_{T+1} - S_T}{S_T}$$

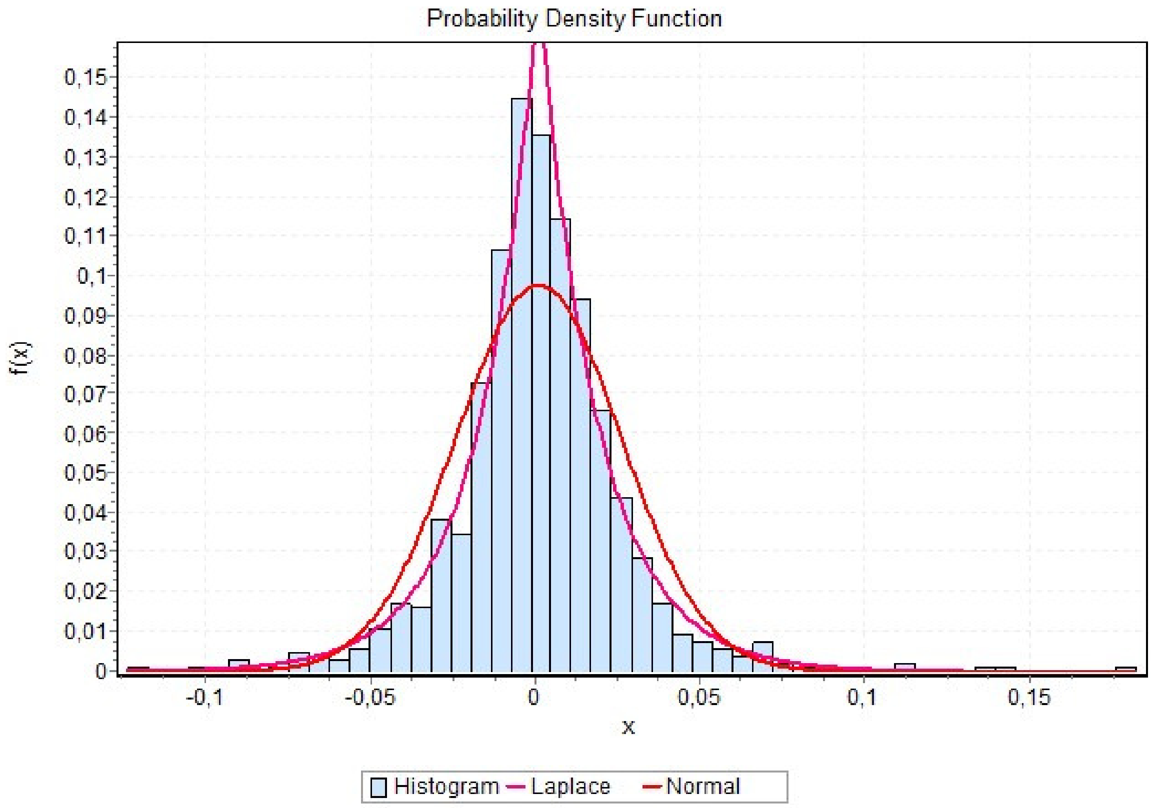
Het rekenkundig gemiddelde hiervan bedraagt 18.03 percent, maar dit is een incorrecte voorstelling van het gemiddelde jaarlijkse rendement want: € 17.62 $(1,1803)^4$ = € 34.20. Dit is niet gelijk aan de koers van € 33.03 die zich in januari 2007 voordoet.

De correcte manier is om het meetkundig gemiddelde van het bruto rendement te berekenen en dit vervolgens met één te verminderen:

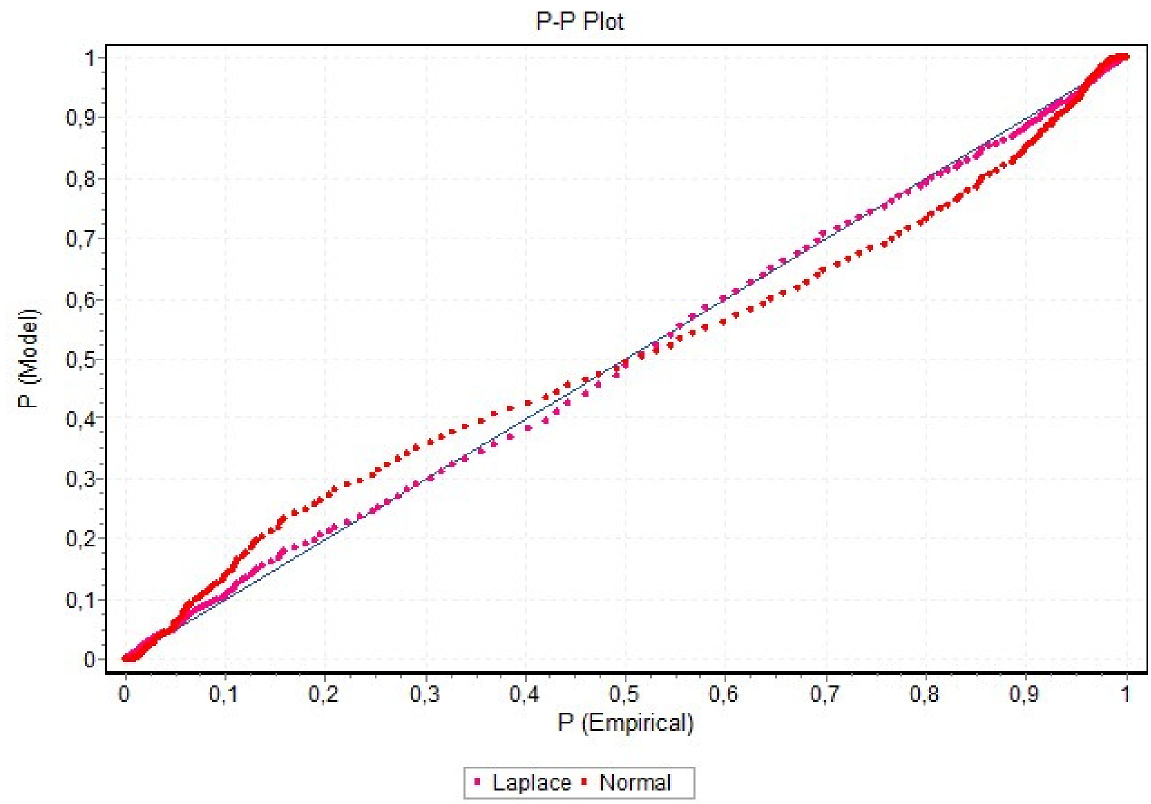
$(0.9307 \times 1.2628 \times 1.3124 \times 1.2152)^{1/4} - 1 = 17.01\%$.

En inderdaad € 17.62 $(1,1701)^4$ = € 33.03.

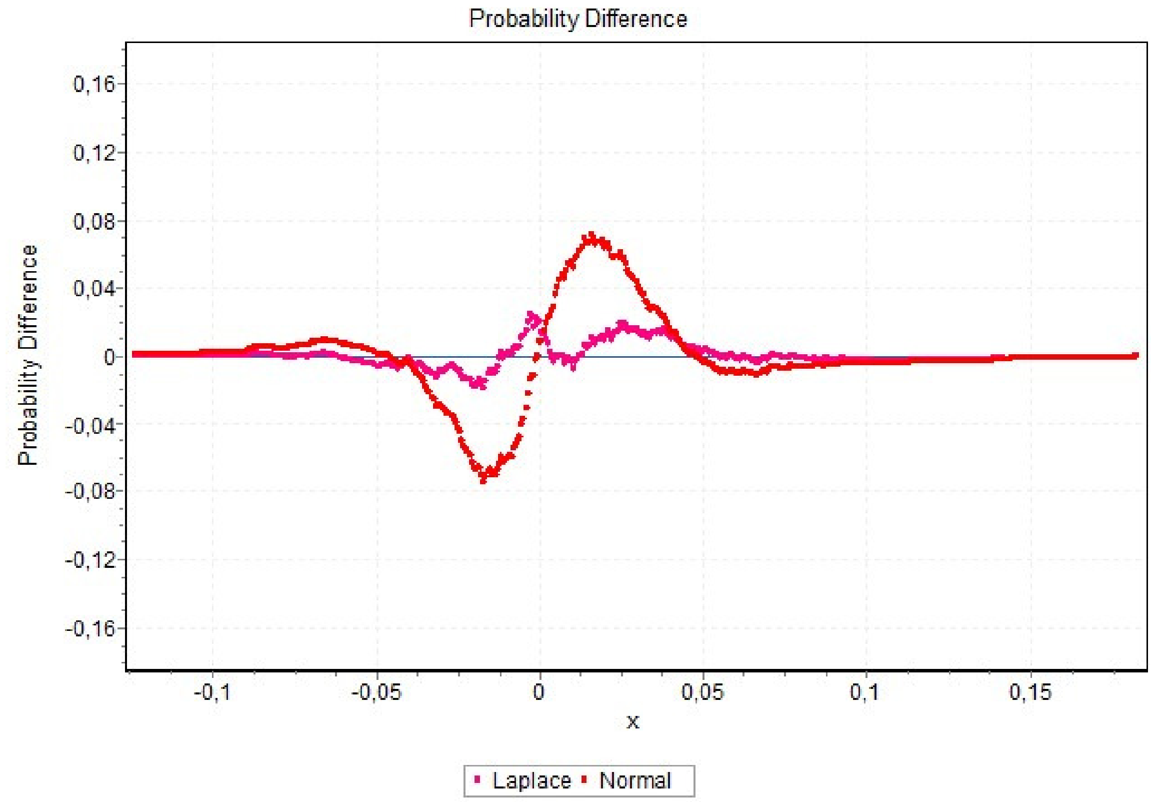
Bijlage 2: Analyse kansdichtheid aandelen



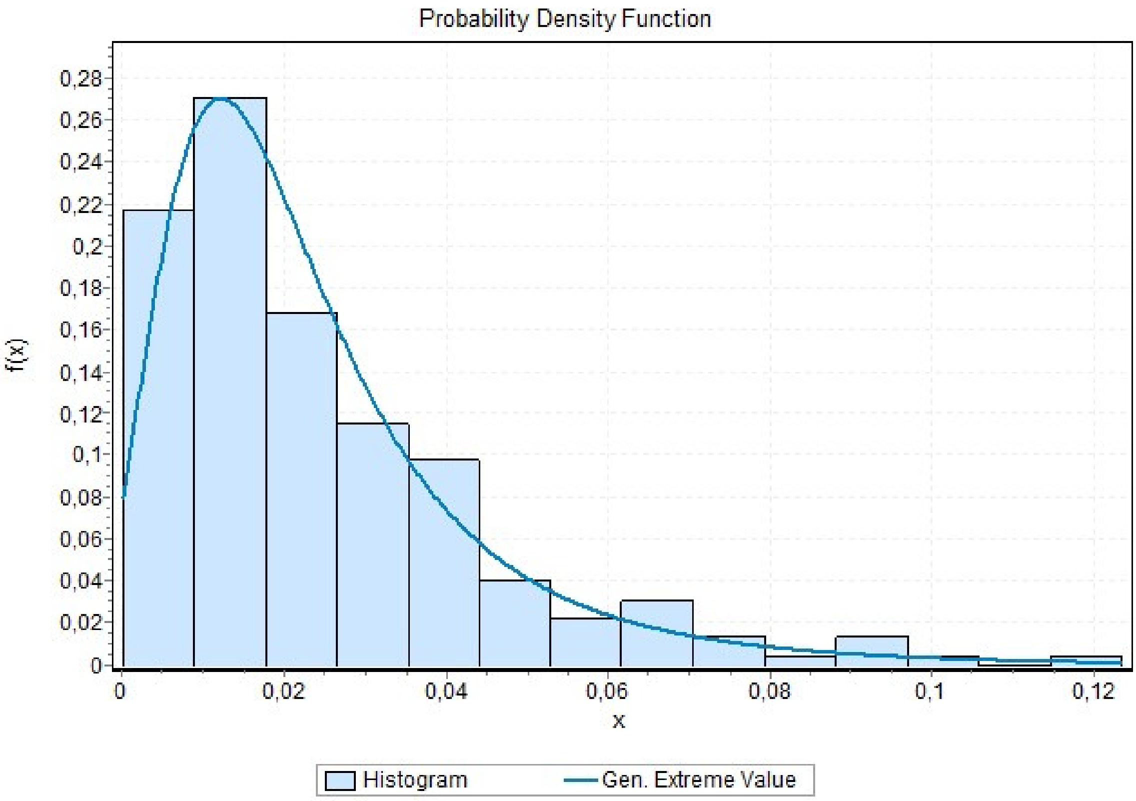
Vergelijking historische data met normaalverdeling en Laplace verdeling.



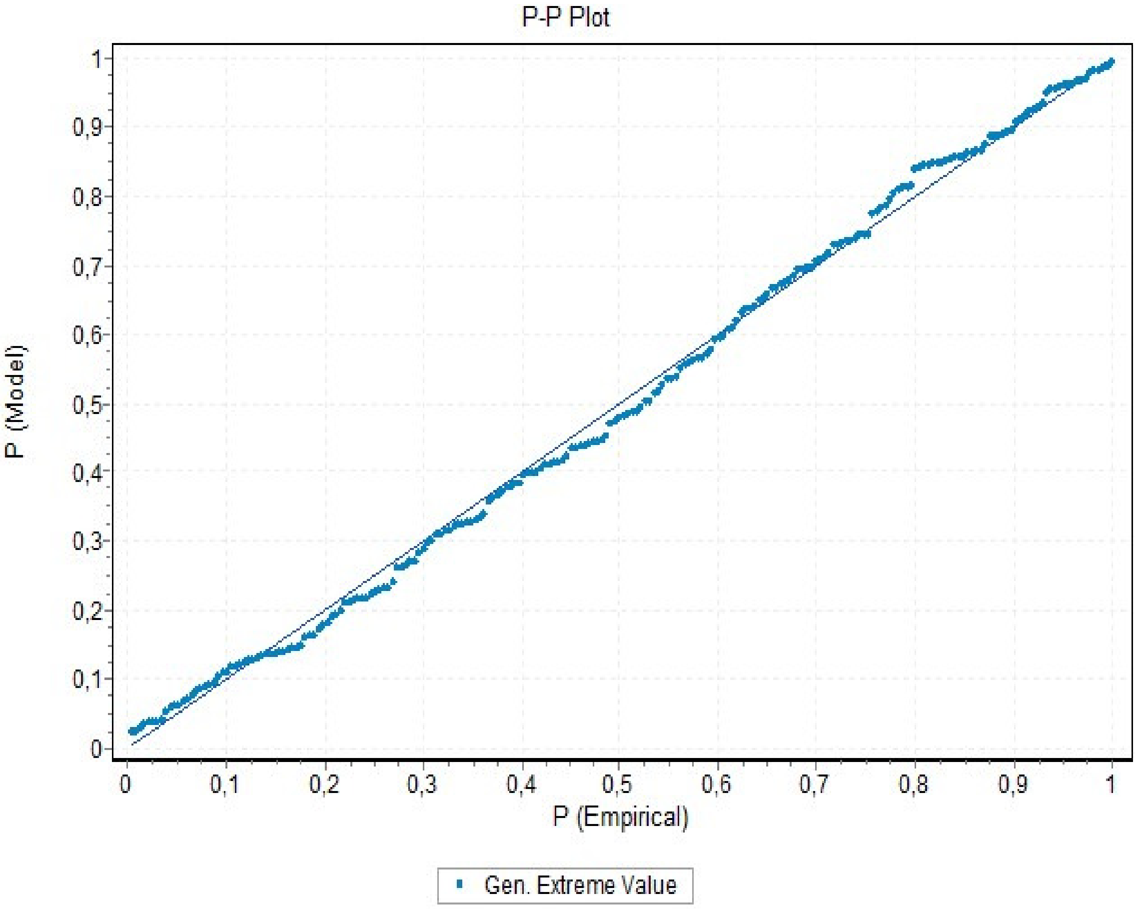
P-P plots normaalverdeling en Laplace verdeling



Kansverschillen normaalverdeling en Laplace verdeling

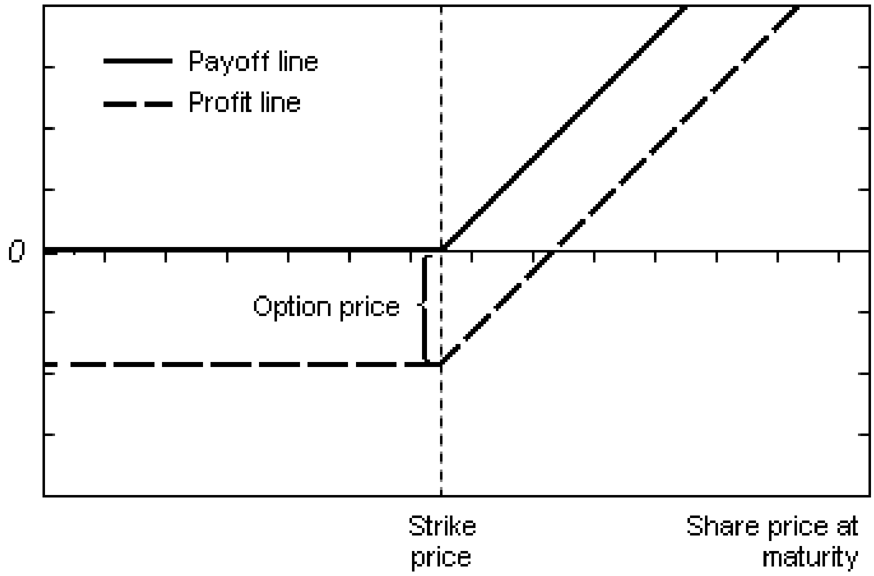


Vergelijking historische extreme data met GEV kansverdeling

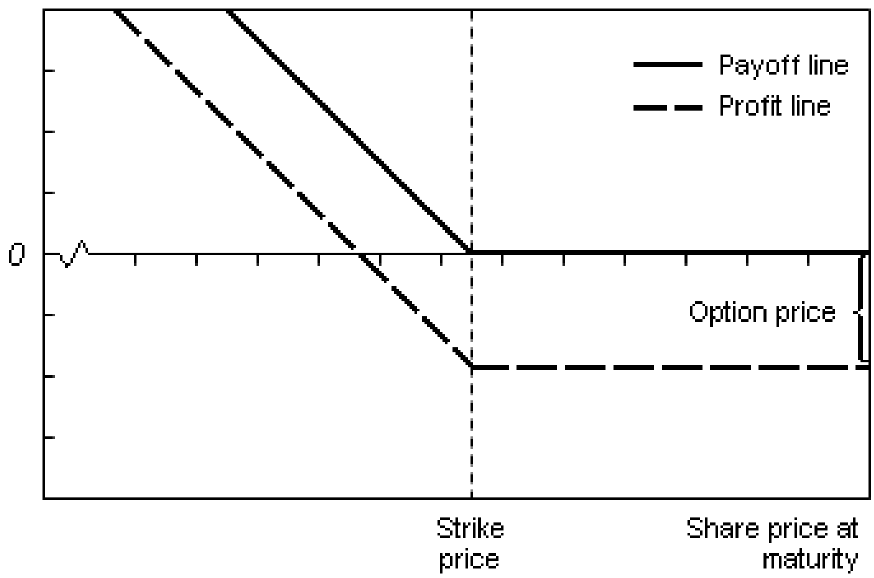


P-P plots GEV verdeling

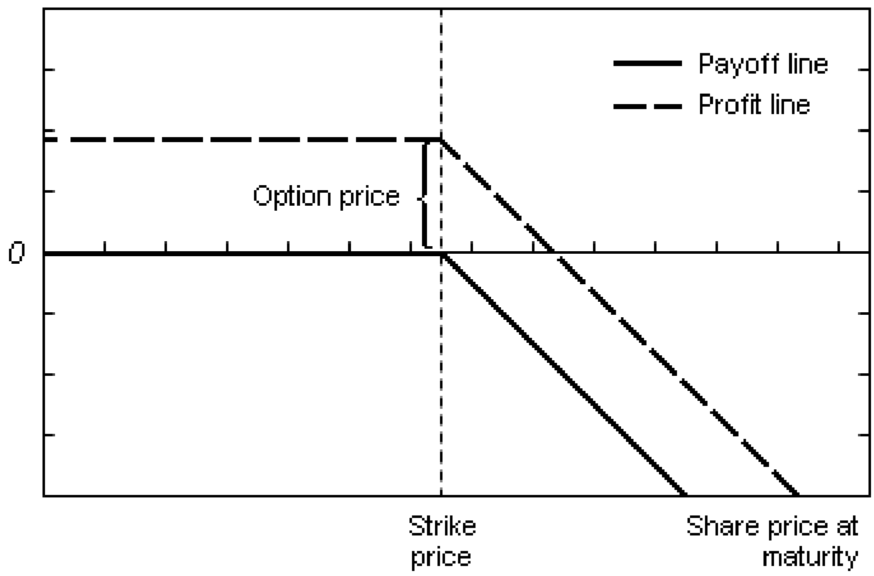
Bijlage 3: Optiestrategieën



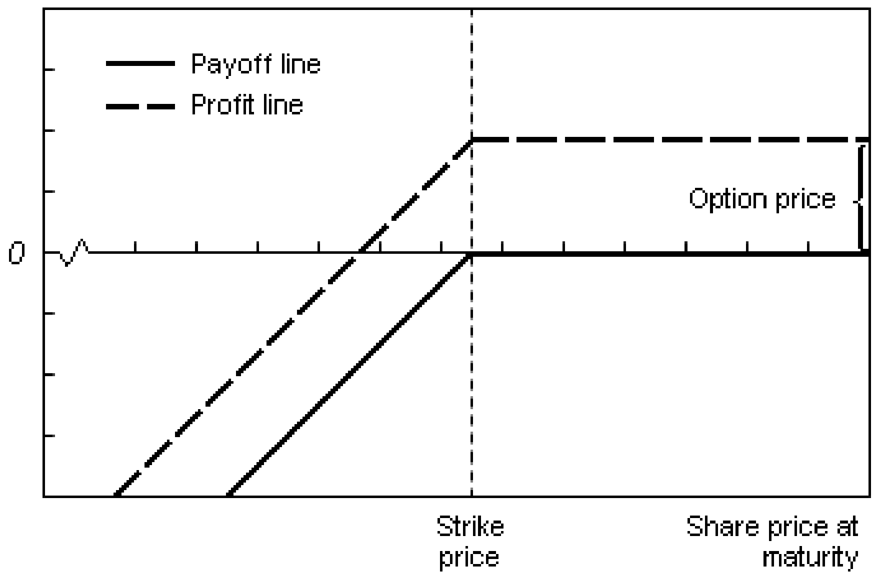
Long position in een call optie



Long position in een put optie



Short position in een call optie



Short position in een put optie

Bijlage 4: Vragenlijst en profielen bij Fortis Bank

Vragenlijst Fortis Bank

1. Hoe groot is uw vermogen?

Uw spaar- en beleggingstegoeden (cash, obligaties, aandelen en andere beleggingen)

- [ ] minder dan 25000 EUR
- [ ] van 25000 tot 125000 EUR
- [x] van 125000 tot 250000 EUR
- [ ] meer dan 250000 EUR

Uw onroerend vermogen (huizen, appartementen, bouwgronden)

- [ ] minder dan 150000 EUR
- [x] van 150000 tot 300000 EUR
- [ ] van 300000 tot 500000 EUR
- [ ] meer dan 500000 EUR

2. Hoe groot is uw maandelijks netto-inkomen (loon, uitkeringen, huurinkomsten, interesten)?

- [ ] minder dan 1250 EUR
- [ ] van 1250 tot 2500 EUR
- [ ] van 2500 tot 5000 EUR
- [x] meer dan 5000 EUR

3. Hoeveel kunt u maandelijks sparen, rekening houdend met uw regelmatige uitgaven?

- [ ] minder dan 250 EUR
- [ ] van 250 tot 500 EUR
- [ ] van 500 tot 1000 EUR
- [x] meer dan 1000 EUR

4. Wat is uw beleggingshorizon? Hoelang kunt u (minstens driekwart van) uw portefeuille beleggen zonder dat dit deel in deze periode beschikbaar is?

- niet langer dan 3 jaar
- 3 tot 5 jaar
- 5 tot 10 jaar
- langer dan 10 jaar

5. Wat is uw belangrijkste beleggingsdoelstelling voor de volgende 5 jaar?

- Ik wil driekwart of meer van mijn geld gebruiken om een woning aan te kopen of te verfraaien of om een nieuwe wagen aan te schaffen.
- Ik wil een aanvullend inkomen uit mijn kapitaal halen. Aan het kapitaal zelf wens ik niet te raken.
- Ik wil deels een aanvullend inkomen uit mijn kapitaal halen, en deels mijn kapitaal verder laten groeien.
- Ik wil de inkomsten uit mijn portefeuille herbeleggen. Ik ga voluit voor een verdere groei van mijn kapitaal.

6. Welke eisen stelt u doorgaans aan uw beleggingen?

- Ik vind kapitaalbescherming erg belangrijk. Bovendien wil ik graag op voorhand het rendement van mijn belegging kennen.
- Ik geef de voorkeur aan beleggingen met kapitaalbescherming. Het resultaat van mijn beleggingen hoef ik niet vooraf te kennen.
- Ik kijk eerst naar het rendement dat ik met een belegging kan halen; kapitaalbescherming vind ik minder belangrijk. Ik ben dus bereid om een zeker risico te nemen.
- Ik ga steeds voor een hoog rendement. Ik aanvaard dat de waarde van mijn beleggingen flink kan schommelen en dat ik, zeker op korte termijn, aanzienlijke verliezen kan lijden.

7. Met welk rendement bent u tevreden? Weet wel dat het risico toeneemt, naarmate u een hoger rendement nastreeft.

- ( ) Ik wens een gemiddeld rendement van 4%. Ik kan aanvaarden dat de waarde van mijn portefeuille op jaarbasis met ongeveer 6% kan dalen.
- ( ) Ik wens een gemiddeld rendement van 6%. Ik kan aanvaarden dat de waarde van mijn portefeuille op jaarbasis met ongeveer 9% kan dalen.
- ( ) Ik wens een gemiddeld rendement van 8%. Ik kan aanvaarden dat de waarde van mijn portefeuille op jaarbasis met ongeveer 12% kan dalen.
- (•) Ik wens een gemiddeld rendement van minstens 10%. Ik kan aanvaarden dat de waarde van mijn portefeuille op jaarbasis met ongeveer 15% kan dalen.

8. Hoe zou u reageren, indien de waarde van uw portefeuille met meer dan 6% / 9% / 12% / 15% zou dalen? (afhankelijk van antwoord gegeven op vraag 7)

- ( ) Ik slaap hier niet van. Ik verkoop mijn risicovolle beleggingen onmiddellijk en kies voortaan voor veiliger beleggingsvormen.(bijvoorbeeld obligaties in euro)
- (•) Ik verkoop mijn risicovolle beleggingen niet onmiddellijk. Ik blijf de evolutie van kortbij volgen. Mocht de toestand verder verslechteren, dan kan ik nog altijd ingrijpen.
- ( ) Ik houd mijn risicovolle beleggingen in portefeuille in de hoop dat ik mijn verliezen op termijn kan goedmaken.
- ( ) Een daling van de waarde van mijn beleggingen zie ik als een mooie opportuniteit. Ik maak van de gelegenheid gebruik om bij te kopen.

9. Welke van de volgende beleggingen kent u? In welke van deze beleggingen hebt al belegd? En hoe vaak belegt u zoal?

	Kruis de beleggingscategorieën aan die u ként.	Kruis aan in welke beleggingen u in de voorbije 5 jaar minstens twee keer hebt belegd.
Obligaties (eurobonds, staatsbons, kasbons...)	☑	☐
Beleggingsfonds zonder kapitaalbescherming (aandelenfonds, obligatiefonds, strategiefonds ...)	☑	☐
Beleggingsfonds met kapitaalbescherming (fixfonds) of structured note	☑	☐
Financiële verzekering	☑	☐
Aandelen	☑	☐
Grondstoffen of edelmetalen (goud, ...)	☑	☐
Optie, future of andere complexe beleggingsproducten	☑	☐

10. Op welke manier informeert u zich over de financieel-economische wereld?

○ Dit interesseert me niet of nauwelijks. Ik ga zelf niet op zoek naar informatie. Ik houd hooguit rekening met de informatie die ik krijg van mijn bank.

○ Ik lees regelmatig de financiële bladzijden in mijn krant.

○ Ik volg de financiële pers. Daarnaast ga ik op zoek naar bijkomende informatie op het internet of woon ik geregeld informatieavonden over 'beleggen' bij.

◉ Ik volg de financiële markten beroepshalve. Ik werk bijvoorbeeld voor een financiële instelling, een beursvennootschap of de financiële afdeling van een bedrijf.

Profielen Fortis Bank

Conservatief
Beleggers met een conservatief profiel kiezen voor zekerheid. Kapitaalbescherming vinden zij belangrijker dan rendement. Zij geven de voorkeur aan Staatsbons, kasbons en andere vastrentende waarden in euro. Zij wensen niet in aandelen te beleggen.

Defensief
Beleggers met een defensief profiel wensen vooral zekerheid, maar willen toch ook een graantje meepikken van een mogelijke stijging van de aandelenkoersen. Zij beleggen het grootste deel van hun portefeuille in veilige, vastrentende waarden en fondsen met kapitaalbescherming. Een beperkt deel van hun portefeuille kan gaan naar aandelenfondsen en/of individuele aandelen.

Neutraal
Beleggers met een neutraal profiel zoeken een goed evenwicht tussen risico en rendement. Ze weten dat aandelen op langere termijn een hoger gemiddeld rendement geven dan andere beleggingsvormen en zijn dan ook bereid om ongeveer de helft van hun portefeuille in aandelen te beleggen. Vaak hebben zij een langere beleggingshorizon voor ogen.

Dynamisch
Beleggers met een dynamisch profiel gaan bewust voor rendement. De positie "vastrentende beleggingen" in hun portefeuille is beduidend kleiner dan de "aandelenpositie". Ze aanvaarden dat de waarde van hun portefeuille als gevolg van negatieve ontwikkelingen op de aandelenmarkten tussentijds (sterk) kan dalen; ze liggen hier helemaal niet wakker van en houden vooral het rendement op lange termijn in de gaten. Binnen hun obligatieportefeuille hebben zij ook aandacht voor obligaties in andere munten of van meer risicovolle debiteuren.

Agressief
Beleggers met een agressief profiel beleggen hoofdzakelijk (of enkel) in aandelen. Vastrentende beleggingen en cash zien zij hooguit als een tijdelijke parkeerplaats voor hun geld. Ze volgen de prestaties van hun aandelen van kortbij en verkopen en kopen heel actief op de beurs. Ze zijn vaak geabonneerd op een beleggingsblad, lezen de financiële bladzijden in hun krant of de aandelenactualiteit op internet.

Bijlage 5: Enquête - huidige versus alternatieve methode

De enquête werd online afgenomen: http://student.uhasselt.be/kurt.verstegen/

Deze bijlage geeft de website, in de mate van het mogelijke, weer op papier.

Inleiding:

Vragenlijst - De voorstelling van beleggingen en hun risico's

Geachte mevrouw
Geachte heer

Deze vragenlijst dient ter voorbereiding van een **masterproef** met als onderwerp *de wiskundige optimalisatie en de duidelijke voorstelling van het verwachte rendement en risico van beleggingen, met bijzondere aandacht voor extreme risico's*. De promotor van deze masterproef is prof.dr.ir. Frans Lemeire. De copromotor is prof.dr. Sigrid Vandemaele. Het doel van deze enquête is om kennis te maken met de mening van enkele beleggers, studenten en andere personen.

U zult **twee methodes** gepresenteerd krijgen. Deze methodes bieden u als potentiële belegger een voorstelling van beleggingen en hun bijbehorende risico's. De eerste methode is degene die op dit moment gebruikt wordt door de banken. De tweede methode is een alternatieve methode die wij voorstellen. We zullen u over beide methodes enkele vragen stellen. U heeft geen voorkennis van beleggen nodig.

Het lezen van de methodes en het invullen van de enquête duurt ongeveer **20 minuten**. De individuele gegevens worden strikt vertrouwelijk behandeld. Als u dit wenst kunt u een samenvatting van de resultaten ontvangen. U kunt op het einde van de vragenlijst voor deze optie kiezen. Als u de enquête invult maakt u bovendien **kans op twee Kinepolis bioscooptickets**.

Met vriendelijke groeten

Kurt Verstegen
Student Master T.E.W.

Beginnen

Uitleg huidige methode:

Methode 1 - voorstelling van de banken

Op deze pagina zal u de eerste methode gepresenteerd krijgen en vervolgens stellen we u enkele vragen hierover. Deze methode noemen we ***de voorstelling van de banken***. Ze wordt immers door de meeste banken toegepast.

Hoe werkt deze methode?

STAP 1: De banken zullen u een vragenlijst voorschotelen en op basis hiervan uw beleggersprofiel bepalen. Op basis van uw antwoorden zullen ze u in één van de 3 tot 5 mogelijke profielen plaatsen. Deze profielen gaan gewoonlijk van conservatief (weinig risico) tot agressief (veel risico).

STAP 2: Als men eenmaal uw profiel heeft bepaald, zal de bank u een bepaalde portefeuillesamenstelling aanraden. Het geld dat u beschikbaar hebt om te beleggen zal volgens deze samenstelling belegd worden. Bent u een defensieve belegger? Dan zal Fortis Bank u bijvoorbeeld aanraden om 18.50% van uw vermogen in aandelen, 44.50% in obligaties en 37% in alternatieve beleggingen (vastgoed, grondstoffen, ...) te investeren. Bent u daarentegen een agressieve belegger, dan zullen ze u aanraden om 82% in aandelen te investeren en de rest in alternatieve beleggingen. Hoe meer risico u kunt en wilt dragen, hoe groter de portie aandelen in uw portefeuille zal worden. Deze invulling van uw portefeuille maken ze duidelijk met een taartdiagram.

STAP 3: Per profiel laat Fortis Bank u bovendien een voorspelling van de toekomst zien in een grafiek waarop de grenzen zichtbaar zijn waarbinnen uw profiel met een waarschijnlijkheid van 90% zal bewegen, en dit voor de komende 192 maanden. Zo kan een belegger met een dynamisch profiel bijvoorbeeld aflezen dat 1.000 euro die hij vandaag belegt, binnen 9 jaar met 90% zekerheid tussen 1.000 en 2.500 euro waard zal zijn. Ook laten de banken vaak ook nog een grafiek zien waarin ze het rendement van verschillende profielen in het verleden vergelijken met elkaar. Hierbij vermelden ze dat historische prestaties geen garantie voor de toekomst bieden.

STAP 4: Bij de invulling van uw portefeuille (welke effecten? hoeveel effecten?) kunt u uiteraard zelf keuzes maken of advies inwinnen bij uw bank. Indien u buiten uw profiel gaat, door bijvoorbeeld een te groot deel van uw geld in aandelen te investeren, of door agressieve aandelen te kopen als u een defensieve belegger bent, dan zal de bank u vragen om een document te onderteken. Dit document zal dan dienen tot bewijs dat u op de hoogte bent dat een bepaalde belegging niet binnen uw profiel past en dat u desondanks toch wenst te investeren in de belegging. Als er achteraf iets mis gaat kunt u de bank niet verantwoordelijk stellen voor deze belegging.

(hier komt de vragenlijst, zie verder)

Uitleg alternatieve methode:

Methode 2 - alternatieve voorstelling

Op deze pagina zal u de tweede methode gepresenteerd krijgen en vervolgens stellen we u enkele vragen hierover. Deze methode noemen we ***de alternatieve voorstelling***.

Hoe werkt deze methode?

Bij deze methode maken we gebruik van drie begrippen:

1. **Verwacht rendement:** Het rendement dat u zult behalen in het meest realistische scenario. U heeft ruwweg 50% kans om meer te behalen en 50% kans om minder te behalen.
2. **Gewoon risicorendement:** Het rendement (vaak negatief) dat u zult behalen in een vrij pessimistisch scenario. De kans dat u dit rendement of een nog lager rendement behaalt is klein (10%).
3. **Extreem risicorendement:** Het rendement (vaak negatief) dat u zult behalen in een extreem pessimistisch scenario. De kans dat u dit rendement of een nog lager rendement behaalt is (1%).

Een negatief rendement wil zeggen dat u geld verliest. Als u vandaag bijvoorbeeld aandelen koopt voor 1000 euro, en deze binnen één jaar nog maar 950 euro waard zijn, heeft u een rendement behaald van -5%. Het verwacht rendement en deze risico's worden bepaald op basis van de financiële expertise van de bank. De tijdsduur waar ze betrekking op hebben bepaalt u zelf (bijvoorbeeld 1 jaar of 25 jaar).

STAP 1: U bepaalt samen met uw beleggingsadviseur een **beleggingshorizon** (1, 2, ..., 25 jaar).

STAP 2: U maakt een keuze tussen een aantal **mogelijkheden** om optimale portefeuilles samen te stellen. Voorbeelden van deze mogelijkheden zijn:

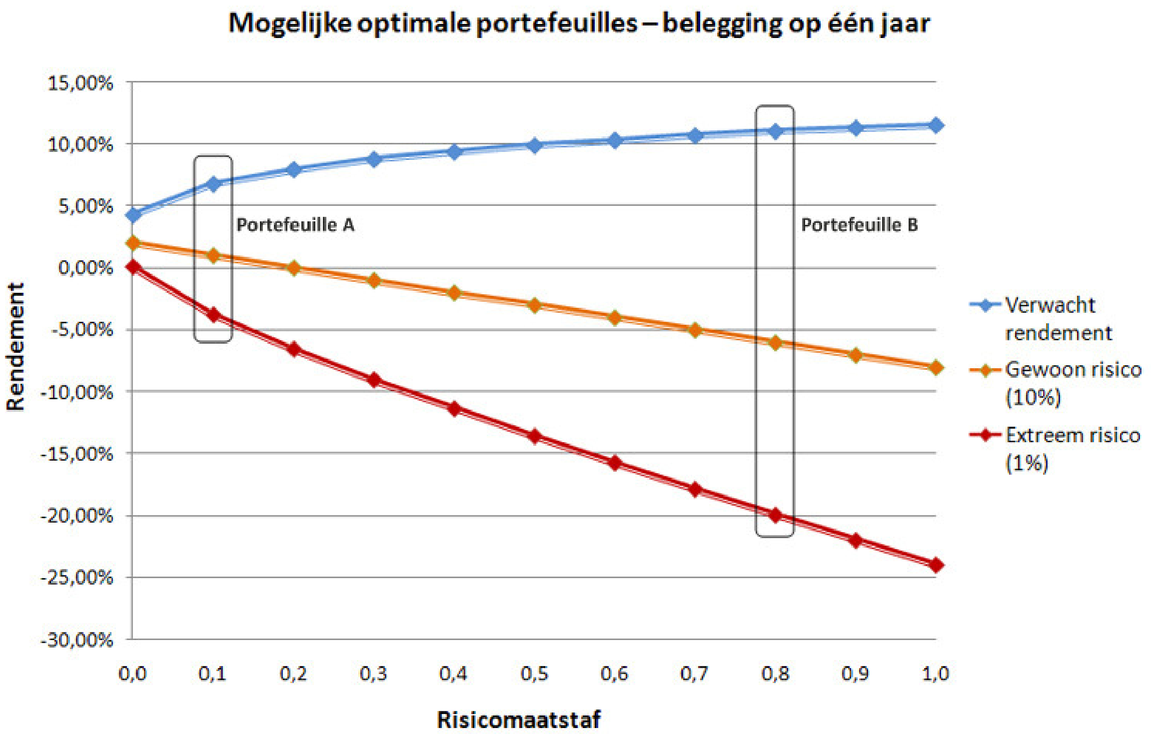
- De portefeuilles die bij een bepaald verwacht rendement het laagste gewoon risico hebben;
- De portefeuilles die bij een bepaald verwacht rendement het laagste extreem risico hebben;
- De portefeuilles die bij een bepaald gewoon risico het hoogste verwacht rendement hebben;
- De portefeuilles die bij een bepaald extreem risico het hoogste verwacht rendement hebben;

STAP 3: Indien u wenst, kunt u nog **speciale wensen** uiten. Voorbeelden hiervan kunnen zijn:

- *"Ik wil minstens 25% van mijn geld in spaarrekeningen beleggen"*
- *"Ik wil niet beleggen in producenten van wapens"*
- *"Ik wil de helft van mijn geld beleggen in aandelen uit ontwikkelingslanden"*

Het effect van deze keuzes op uw rendement zal bovendien worden berekend zodat u een goed overzicht heeft welke invloed uw eigen beslissingen hebben op het verwacht rendement van de optimale portefeuille.

STAP 4: De **optimale portefeuilles worden berekend** door uw beleggingsadviseur. U krijgt een grafiek te zien waarop alle portefeuilles die u kunt kiezen zichtbaar zijn:



Deze grafiek is een grafiek voor een belegger die één jaar wenst te beleggen. Deze belegger heeft nu de mogelijkheid om te kiezen voor een groot aantal portefeuilles.

Op de grafiek worden alle mogelijke optimale portefeuilles weergegeven, rekening houdend met uw eigen keuzes uit de vorige stappen. Voor elke portefeuille wordt zowel het verwachte rendement (blauwe lijn), het gewoon risico (oranje lijn) en het extreme risico (rode lijn) getoond. Elke portefeuille heeft een verschillende samenstelling. Zo zal de ene portefeuille bijvoorbeeld vooral cash en obligaties bevatten, en de andere portefeuille vooral aandelen en fondsen. Op de horizontale as vindt u "risicomaatstaf". Dit is een maatstaf voor het risico dat u loopt. Hoe hoger deze maatstaf, hoe meer risico u loopt. Elk punt op deze as vertegenwoordigt een andere portefeuille.

Neem bijvoorbeeld **portefeuille A**. Deze portefeuille heeft een risicomaatstaf van 0.1. Deze portefeuille draagt dus relatief weinig risico. Ze zal vooral effecten bevatten met relatief laag risico: spaarrekeningen, obligaties, kasbons, enzovoorts. De kenmerken van de portefeuille kunt u aflezen op de grafiek:

- Verwacht rendement A = 6.81%
- Gewoon risicorendement A = 1.00%
- Extreem risicorendement A = -3.74%

Dit wil zeggen dat de belegger in een realistisch scenario 6.81% rendement zal behalen. In 10% van de gevallen zal de belegger minder dan 1.00% rendement behalen en in 1% van de gevallen zal de belegger minder dan -3.74% rendement behalen.

De belegger kan ook kiezen voor bijvoorbeeld **portefeuille B**. Deze portefeuille heeft een risicomaatstaf van 0.8. Deze portefeuille draagt dus relatief veel risico. Ze zal vooral effecten bevatten met relatief hoog risico: aandelen, opties, fondsen, enzovoorts. De kenmerken van de portefeuille kunt u aflezen op de grafiek:

- Verwacht rendement B = 11.11%
- Gewoon risicorendement B = -6.00%
- Extreem risicorendement B = -19.95%

Dit wil zeggen dat de belegger in een realistisch scenario 11.11% rendement zal behalen. In 10% van de gevallen zal de belegger minder dan dan -6.00% rendement behalen en in 1% van de gevallen zal de belegger minder dan -19.95% rendement behalen.

De belegger kan trouwens ook andere portefeuilles kiezen. Zoals bijvoorbeeld een portefeuille met een risicomaatstaf van 0.25, 0.5, 0.75, 1, enzovoorts.

STAP 5: De belegger **kiest voor een bepaalde portefeuille** en vervolgens zal hierin geïnvesteerd worden.

(hier komt opnieuw de vragenlijst, zie verder)

Vragenlijst

Deze vragenlijst moet worden ingevuld na het lezen van de uitleg over methode 1 en methode 2, in totaal wordt ze dus tweemaal ingevuld.

Vragenlijst

Beoordeel de volgende uitspraken naar de mate waarin u het met ze eens bent, **ervan uitgaande dat u uw geld belegt volgens de huidige/alternatieve methode**:

		Helemaal niet mee eens	Niet mee eens	Geen mening	Mee eens	Helemaal mee eens
1)	Ik kan het risico dat ik loop zelf bepalen.	○	○	○	○	○
2)	Mijn geld is veilig wanneer ik volgens deze methode beleg.	○	○	○	○	○
3)	Ik heb er vertrouwen in dat de portefeuillesamenstelling, die door de beleggingsadviseur wordt aangeraden, het beste rendement biedt gegeven de risico's die ik kan en wil lopen.	○	○	○	○	○
4)	Deze methode is eenvoudig.	○	○	○	○	○
5)	Ik kan beleggen in producten (spaarrekening, kasbons, obligaties, aandelen, ...) die ik zelf kies.	○	○	○	○	○
6)	Ik heb een duidelijk beeld van eventuele (grote) verliezen die ik kan lijden, en de kans dat deze zich zullen voordoen.	○	○	○	○	○
7)	Ik begrijp deze methode.	●	○	○	○	○
8)	Ik heb veel keuzevrijheid in het bepalen van het risico van mijn beleggingen.	○	○	○	○	○
9)	Ik ben bang dat ik risico's zal lopen waarvan ik niet op de hoogte ben.	○	○	○	○	○
10)	Deze methode is flexibel.	○	○	○	○	○

Als u nog bijkomende opmerkingen over deze methode wenst te maken, kan dat hieronder (niet verplicht):

Het volgende wordt toegevoegd aan de vragenlijst van methode 2:

In welke producten belegt u zelf? (**niet** verplicht)

☐ Spaarrekening	☐ Certificaten
☐ Termijnrekening	☐ Aandelen
☐ Kasbons	☐ Fondsen
☐ Obligaties	☐ Opties

Vul alstublieft de volgende velden in (verplicht).
Als u uw naam of email niet wilt vrijgeven mag u "anoniem" invullen.

Naam:

Voornaam:

E-mail adres :

Wat is uw functie?

Wenst u de resultaten van dit onderzoek te ontvangen via mail?

○ Ja ○ Neen

Gegevens verzenden