

2012•2013  
FACULTEIT BEDRIJFSECONOMISCHE WETENSCHAPPEN  
*master in de toegepaste economische wetenschappen:  
handelsingenieur: operationeel management en logistiek*

Masterproef  
Het effect van gebruikersflexibiliteit bij dial-a-ride diensten

Promotor :  
Prof. dr. An CARIS

Copromotor :  
dr. Kris BRAEKERS

Yves Molenbruch  
*Masterproef voorgedragen tot het bekomen van de graad van master in de toegepaste  
economische wetenschappen: handelsingenieur, afstudeerrichting operationeel management  
en logistiek*

**2012•2013**

**FACULTEIT BEDRIJFSECONOMISCHE  
WETENSCHAPPEN**

*master in de toegepaste economische wetenschappen:  
handelsingenieur: operationeel management en logistiek*

**Masterproef**

Het effect van gebruikersflexibiliteit bij dial-a-ride  
diensten

**Promotor :**  
Prof. dr. An CARIS

**Copromotor :**  
dr. Kris BRAEKERS

**Yves Molenbruch**

*Masterproef voorgedragen tot het bekomen van de graad van master in de toegepaste  
economische wetenschappen: handelsingenieur, afstudeerrichting operationeel management  
en logistiek*



## WOORD VOORAF

Deze masterproef vormt het sluitstuk van mijn opleiding tot Handelsingenieur aan de Universiteit Hasselt en situeert zich meer bepaald in het domein van Operationeel Management en Logistiek, zijnde de afstudeerrichting waarvoor ik enthousiast geopteerd heb. Mijn concrete keuze voor het *dial-a-ride* probleem als onderwerp van dit proefschrift werd enerzijds ingegeven door een brede interesse in thema's als mobiliteit en organisatie van collectieve vervoersvormen, maar anderzijds ook door de wens om een onderzoek te verrichten met een grote maatschappelijke bijdrage, in het bijzonder voor de meest kwetsbare groepen in onze samenleving.

Hoewel het opstellen van deze masterproef een leerrijke uitdaging vormde om zelfstandigheid te verwerven bij het uitvoeren en het rapporteren van wetenschappelijk onderzoek, hebben tal van personen me, al dan niet bewust, hierbij op de meest diverse wijzen ondersteuning geboden. Mijn dankbaarheid gebiedt me dan ook om hen een uitdrukkelijke vermelding te geven.

Uiteraard denk ik in de eerste plaats aan prof. dr. An Caris, de promotor van dit proefschrift. Niet alleen stond zij tijdens het afgelopen jaar steeds klaar met heldere en accurate raadgevingen om me te begeleiden bij de inhoudelijke en vormelijke aspecten van deze opdracht, maar ook hebben haar boeiende lessen mijn interesse en leergierigheid in het domein van operationeel onderzoek en logistiek nog verder aangewakkerd. Daarnaast gaat mijn dank uit naar dr. Kris Braekers, op wiens deskundig advies ik steeds mocht rekenen tijdens de uitvoering van het praktijkonderzoek. Al hun inhoudelijke bijdragen zijn van een onschatbare waarde gebleken om heden dit resultaat te kunnen voorleggen.

Evenmin mag het belang onderschat worden van de morele steun die ik mocht ervaren tijdens de gehele duur van mijn opleiding, en bij het schrijven van deze masterproef in het bijzonder. Vooral mijn ouders, die me de kansen en het vertrouwen hebben gegeven om deze opleiding tot een goed einde te brengen en me op de zware momenten gesterkt hebben met doorzettingsvermogen, ben ik veel dank verschuldigd. In stilte denk ik ook aan twee dierbaren die dit moment jammer genoeg net niet meer kunnen meemaken, alsook aan alle anderen die me steeds tot steun zijn.

Tot slot hoop ik nog dat u, beste lezer, bij het doornemen van deze proef hetzelfde enthousiasme ervaart dat mij al die tijd heeft aangezet om dit document succesvol tot stand te brengen en dit als een verrijking te beschouwen.

Yves Molenbruch  
Maasmechelen, mei 2013



## SAMENVATTING

Een *dial-a-ride* systeem wordt gedefinieerd als een invulling van vraagafhankelijk, doch collectief vervoer. Elke klant vraagt een verplaatsing aan tussen twee locaties naar keuze, waaraan ook een aantal kwaliteitsvoorwaarden gekoppeld worden. De operator verzamelt al deze input en tracht op basis hiervan efficiënte voertuigroutes op te stellen, waarbij elk voertuig steeds meer dan één klant aan boord mag hebben. De resulterende planning dient alle aanvragen in te willigen, maar tegelijk ook de door de operator opgelopen werkingskost te minimaliseren. De hierin schuilende afweging tussen het menselijke en het economische aspect verklaart waarom dergelijke systemen bijzonder geschikte toepassingen kennen in de organisatie van vervoer op maat voor reizigers met specifieke noden. Voorts wordt dit principe toegepast bij het opzetten van openbaar vervoer in dunbevolkte gebieden of tijdens dagdelen met een beperkte vraag.

Een courante wiskundige formulering van bovenstaand probleem heeft de vorm van een gemengd binaire programmering, waarbij een netwerk van knooppunten en bogen gecreëerd wordt. Daarin stelt elk ophaal- en afleverpunt een knooppunt voor, terwijl elke verbinding tussen knooppunten een boog vormt. Hiermee gaat bovendien een kost gepaard, die enkel wordt opgelopen indien de desbetreffende boog deel uitmaakt van de oplossing. Een minimalisatie van de totale kost wordt nagestreefd, weliswaar rekening houdend met tal van voorwaarden. Het betreft hier enerzijds een aantal probleeminherente beperkingen. Zo hoort elk knooppunt exact eenmaal bediend te worden, dienen een gepaarde herkomst en bestemming steeds in dezelfde route en in de juiste volgorde aangedaan te worden en moet de capaciteit van het voertuig te allen tijde gerespecteerd blijven. Anderzijds dienen de met de klant overeengekomen kwaliteitsgaranties gegarandeerd te worden. Bij systemen met een voorafgaande reservatie gaat het hier veelal om tijdsbeperkingen, waaronder een maximale afwijking van een door de klant opgegeven richtuur waarop de verplaatsing moet doorgaan, alsook een afbakening van de maximale reistijd. Daarnaast kunnen nog tal van andere kwaliteitscriteria toegevoegd worden om de realiteitszin aan te scherpen. Een kwaliteitsbeperking mag hard of zacht zijn. In het eerste geval leidt een overschrijding ervan steeds tot een ongeldig resultaat, terwijl in het tweede geval een strafkost in de doelfunctie wordt aangerekend.

Inzake de optimalisatiestrategie kunnen een statische en een dynamische variant onderscheiden worden. In een statisch systeem wordt de reservatielijst afgesloten op het moment dat de planning wordt opgemaakt en kunnen de resulterende routes achteraf niet meer wijzigen. Daarentegen kan een dynamisch systeem afwijken van een nog niet uitgevoerd deel in een reeds aangevatte route, zodat verkeersinvloeden, pannes, extra reservaties of afzeggingen ogenblikkelijk verwerkt kunnen worden. Een oplossingsmethode met een beperkte rekentijd is hierbij essentieel.

De literatuurstudie verschaft een analyse van de oplossingstechnieken die worden aangewend om tal van probleemvarianten wiskundig te benaderen. In de vroegste literatuur wordt eerst gefocust op systemen met slechts één betrokken voertuig, waarbij het probleem dus beperkt blijft tot het ordenen van klanten binnen een route. Een aantal exacte oplossingmethoden, zoals het dynamisch programmeren en het geavanceerd invoegen, zijn gebaseerd op een benadering in opeenvolgende fases, maar door hun snel toenemende complexiteit enkel bruikbaar voor kleine instanties. Voorts komt een heuristische decompositiemethode aan bod, waarin de bedieningsvolgorde aan de hand van een heuristische, iteratieve methode tot stand komt, terwijl het tijdsschema exact opgesteld

wordt. Hierbij wordt gesteund op het principe van een stroomnetwerk, dat in feite de visualisatie is van een lineaire programmering.

De recentere literatuur focust daarentegen hoofdzakelijk op systemen met meerdere voertuigen, waarvoor vier benaderingswijzen onderscheiden worden. De weinige exacte methoden die tot op heden ontwikkeld werden, passen het *branch-and-cut* principe toe op een gemengde of zuivere binaire programmering, naar analogie met de eerder toegelichte formulering. Om de rekentijd van dergelijke methoden te beperken, is zowel voorafgaand als tijdens de procedure een inzichtelijke reductie van de probleemomvang essentieel. Een tweede categorie omvat heuristieken op basis van parallelle invoeging, waarbij aanvragen eerst volgens een relevant criterium geordend worden en vervolgens sequentieel en in een optimale positie toegevoegd worden in hierdoor geleidelijk gecreëerde routes. Het myopische karakter van deze werkwijze garandeert echter niet noodzakelijk een optimaal eindresultaat, zelfs al werden diverse technieken ontworpen om dit fenomeen in grote mate te verhelpen. Voorts werd de mogelijkheid tot het incorporeren van stochastische reistijden voor deze categorie aangetoond. Een derde benaderingswijze omvat het voorafgaand vormen van miniclusters op basis van een gereduceerd netwerk, bestaande uit een selectie van bogen waarvan de waarschijnlijkheid groot is dat ze uiteindelijk deel zullen uitmaken van een optimale oplossing. Een aantal clusters wordt vervolgens op een wiskundig optimale wijze weerhouden en aan elkaar geschakeld, zodanig dat elke aanvraag correct wordt ingewilligd. Tot slot maken metaheuristieken een laatste categorie van oplossingsmethodes uit. Hierbij wordt een algemeen oplossingskader concreet ingevuld op basis van de exacte problemeigenschappen. Kenmerkend is het iteratieve karakter van de procedure en de diversificatiemogelijkheden waarover deze dient te beschikken. In tegenstelling tot een traditionele heuristiek slaagt een metaheuristiek er daarom in te ontstappen uit een lokaal, doch niet globaal optimum. Hierdoor kan een groot deel van het oplossingsdomein verkend worden binnen een acceptabele rekentijd, zij het weeral zonder absolute garantie dat het optimale resultaat achterhaald wordt.

In het praktijkdeel van deze masterproef wordt een metaheuristische oplossingsmethode op basis van *deterministic annealing* toegepast op een dataset van 24.400 verplaatsingen, uitgaande van 473 Vlaamse operatoren. Voor eender welke instelling van twee kwaliteitsparameters, zijnde de toegelaten afwijking van het door de klant opgegeven richtuur en de toegelaten overschrijding van de directe reistijd tussen diens herkomst en bestemming, kan hiermee een minimalisatie van de af te leggen afstand en van het aantal benodigde voertuigen uitgevoerd worden.

Een eerste doel van het praktijkonderzoek bestaat erin het effect van een variatie in de vermelde kwaliteitsparameters na te gaan. Op basis van 50 onderzochte scenario's wordt aangetoond dat de operationele kost consequent daalt zodra één van beide parameterinstellingen versoepeld wordt. De patronen in deze daling en de onderlinge invloed van de parameters worden besproken. Voorts blijkt het potentieel voor een kostenreductie groter voor bepaalde deelselecties van de dataset, die immers kan worden opgesplitst naargelang de omvang van de beschouwde aanbieder, het dagdeel waarin een aanvraag gesitueerd is of de instantie die de verplaatsing verzorgt. Gemiddeld wordt zo vooral bij de grootste aanbieders en in de drukste dagdelen een relatief groter voordeel bekomen. Vervolgens wordt geanalyseerd hoe de vastgestelde kloof concreet evolueert bij een variatie van de kwaliteitsparameters. Tot slot wordt een indicatie van de economische relevantie van bovenstaande onderzoeken verschaft.

In de tweede sectie van de praktijkanalyse wordt opgemerkt dat de door de klant gewenste limiet inzake de toegelaten afwijking van het richtuur afhangt van het feit of deze zich verplaatst in het kader van een activiteit met een vast of een variabel tijdstip van aanvang. In het tweede geval zal de klant immers een goedkopere dienstverlening verkiezen boven een exact respecteren van het opgegeven richtuur. Dit impliceert dat de operator voor een deel van het cliënteel een bijkomende operationele besparing kan realiseren zonder de gepercipieerde kwaliteit van de dienstverlening te schaden. Om het potentieel van dit onderscheid op basis van verplaatsingsdoel te becijferen wordt dezelfde analysetechniek toegepast als in het eerste praktijkdeel. Bovendien wordt zowel globaal als per deelselectie een verband vastgesteld tussen de resultaten in beide analyses.





## INHOUDSTABEL

WOORD VOORAF .....	I
SAMENVATTING .....	III
INHOUDSTABEL .....	VII
LIJST VAN FIGUREN .....	IX
LIJST VAN TABELLEN .....	IX
1. SITUERING VAN HET ONDERWERP .....	1
1.1 Omschrijving van het praktijkprobleem .....	1
1.2 Courante beperkingen .....	2
1.3 Optimalisatie .....	4
1.4 Wiskundige formulering van het DARP .....	5
1.4.1 Basisformulering van het probleem .....	5
1.4.2 Reducties van de probleemomvang .....	9
1.5 Complexere systemen .....	11
2. LITERATUURSTUDIE .....	13
2.1 Het DARP met één voertuig .....	14
2.1.1 Methoden op basis van dynamisch programmeren .....	14
2.1.2 Methoden op basis van geavanceerde invoeging .....	17
2.1.3 Decompositiemethoden .....	19
2.2 Het DARP met meerdere voertuigen .....	22
2.2.1 Methoden op basis van integer programmeren .....	22
2.2.2 Invoegingsheuristieken .....	27
2.2.3 Clustermethoden .....	38
2.2.4 Metaheuristieken .....	41
2.2.4.1 Taboeprocedure .....	41
2.2.4.2 Tabu thresholding .....	44
2.2.4.3 Genetisch algoritme .....	45
2.2.4.4 Simulated annealing .....	49
2.2.4.5 Variabele zoekomgeving .....	50
2.2.4.6 Tweede doelfunctie .....	52
3. PRAKTIJKONDERZOEK .....	55
3.1 Algemene toelichting .....	55
3.1.1 Structuur van de dataset .....	55
3.1.2 Onderzoeksopzet .....	57
3.1.3 Opbouw van de oplossingsmethode .....	58
3.2 Analyse zonder onderscheid tussen vast en variabel begintijdstip .....	60

3.2.1	Globale resultaten .....	60
3.2.2	Resultaten naargelang de grootte van de aanbieder .....	64
3.2.3	Resultaten naargelang het dagdeel .....	65
3.2.4	Resultaten naargelang het type aanbieder .....	67
3.2.5	Gemengde scenario's .....	69
3.2.6	Economische interpretatie .....	71
3.3	Analyse met onderscheid tussen vast en variabel begintijdstip .....	74
3.3.1	Kwaliteitsnoden van diverse gebruikerscategorieën .....	74
3.3.2	Globale resultaten .....	75
3.3.3	Terugkoppeling naar eerdere analyses .....	78
3.3.4	Resultaten per deelselectie .....	80
3.3.5	Economische interpretatie .....	81
3.4	Conclusies en aanbevelingen voor verder onderzoek .....	83
LIJST VAN GERAADPLEEGDE WERKEN .....		87
BIJLAGEN .....		91

## LIJST VAN FIGUREN

Figuur 1: Illustratie van de structuur van stroomnetwerken .....	20
Figuur 2: Illustratie van uitgaande en inkomende vorkstructuren .....	24
Figuur 3: Afgelegde afstand, als percentage van de afstand in scenario (0, 0) .....	61
Figuur 4: Aantal voertuigen, als percentage van het aantal voertuigen in scenario (0, 0).....	61
Figuur 5: Besparing in afgelegde afstand door onderscheid doel.....	76
Figuur 6: Besparing in aantal voertuigen door onderscheid doel .....	76

## LIJST VAN TABELLEN

Tabel 1: Structuur van de literatuurstudie .....	13
Tabel 2: Indeling van de dataset per type aanbieder.....	56
Tabel 3: Resultaten naargelang omvang van de aanbieder .....	64
Tabel 4: Resultaten naargelang dagdeel.....	66
Tabel 5: Resultaten naargelang type aanbieder.....	68
Tabel 6: Besparing d.m.v. versoepeling der kwaliteitsparameters, per type aanbieder .....	72
Tabel 7: Besparing d.m.v. onderscheid doel, per type aanbieder .....	81



## 1. SITUERING VAN HET ONDERWERP

### 1.1 Omschrijving van het praktijkprobleem

Een *dial-a-ride* systeem wordt door Cordeau en Laporte (2007) omschreven als een invulling van vraagafhankelijk, doch collectief vervoer, waarbij de flexibiliteit en de op maat afgestemde service van een taxidienst gecombineerd worden met de beperktere operationele kost van het traditionele openbaar vervoer. De klant vraagt een verplaatsing aan tussen twee punten naar keuze en wordt door de operator aan een bepaald voertuig toegewezen, dat per definitie op elk ogenblik meerdere passagiers aan boord mag hebben. De nagestreefde planning tracht alle verzoeken in te willigen en minimaliseert de bijhorende operationele kost, maar houdt tegelijk ook rekening met een aantal kwaliteitsvereisten die aan de dienstverlening worden opgelegd. Deze afweging tussen menselijke en economische aspecten geldt als een essentiële eigenschap van dergelijke systemen en verklaart bovendien waarom ze in de praktijk steeds meer hun toepassing vinden.

Calvo en Colorni (2006) achten de implementatie van een dial-a-ride systeem bijzonder geschikt in drie courante praktijksituaties. Het betreft eerst en vooral het transport van reizigerscategorieën met specifieke noden. De vergrijzing van de bevolking en de ontwikkeling van dagopvangsystemen voor gehandicapten creëren bijvoorbeeld een grotere behoefte aan vervoer op maat van bejaarden en mindervaliden. In deze context vervult het systeem een belangrijke maatschappelijke functie, aangezien het een bijdrage levert aan het tegengaan van de vereenzaming of het sociaal isolement van de meest kwetsbare groepen in onze samenleving, die moeilijk gebruik kunnen maken van de traditionele vervoersmodi. Ook in het gewone personenvervoer zijn de toepassingen echter legio. Een tweede aanwending van het dial-a-ride systeem komt voor in landelijke gebieden. De Vlaamse vervoersmaatschappij De Lijn creëerde bijvoorbeeld haar belbusnetwerken om te voldoen aan de basismobiliteit, waarvan de vereisten sinds 2003 werden opgenomen in de "Beheersovereenkomst, afgesloten tussen de Vlaamse Regering en de VVM" (2003). Het karakter van dergelijke netwerken laat immers toe om ook in de minder dichtbevolkte gebieden op een kostenefficiënte manier een minimumaanbod te bewerkstelligen. Het dial-a-ride systeem heeft er in dat opzicht toe bijgedragen dat openbaar vervoer in Vlaanderen een sociaal recht voor elk individu is geworden. Tot slot wordt het dial-a-ride systeem ook frequent benut om in dichtbevolkte gebieden daluren te overbruggen. Psaraftis (1980) situeert de opkomst van deze toepassing in diverse metropolen in de jaren '70.

Door de toenemende vraag lukt het operatoren vaak niet meer om routes handmatig uit te tekenen zonder onnodig hoge werkingskosten op te lopen, waardoor een efficiënt planningsmiddel wenselijk wordt. Het uitwerken van een optimale rittenplanning, oftewel het efficiënt oplossen van het dial-a-ride probleem (DARP), is immers van cruciaal belang om deze kosten te beperken. De kwaliteit van de rittenplanning vormt dus de ruggengraat van het operationele beslissingsniveau in bedrijven die dergelijk collectief, vraagafhankelijk vervoer organiseren, niet in het minst omwille van de invloed op de overige planningsaspecten. Als probleemeigenaar is het voor hen nuttig om hoogkwalitatieve methodes te implementeren en op die manier een aanzienlijk efficiëntie-effect teweeg te brengen. Dit illustreert meteen ook de significante bedrijfseconomische impact van het DARP en de hiervoor ontwikkelde oplossingstechnieken.

Parragh (2008) onderstreept dat het DARP geen uniform toepasbare formulering kent. De wijze waarop de basiskennmerken, zijnde de doelfunctie en de beperkingen, gedefinieerd worden, hangt af van de praktische context die behandeld wordt. De meest voorkomende probleemkenmerken worden besproken in het resterend deel van dit hoofdstuk. Vanzelfsprekend zal ook de opbouw van de uiteindelijke oplossingsmethodes bepaald worden door de concrete probleemeigenschappen. In combinatie met de erg grote praktische relevantie verklaart dit waarom de voorbije kwarteeuw een veelheid aan onderzoek verricht is naar adequate oplossingsmethoden voor almaar meer varianten. Voor nadere toelichting bij de hieronder vermelde publicaties wordt verwezen naar de uitgebreide literatuurstudie in hoofdstuk 2, waar de kwantitatieve aanpak van de methoden aan bod komt.

## 1.2 Courante beperkingen

De input voor het vraagstuk is enerzijds afkomstig van de klant zelf, die een verplaatsing tussen een vertrekpunt en een bestemming naar keuze aanvraagt. Hierbij dient een onderscheid gemaakt te worden tussen twee werkwijzen. Afhankelijk van het toegepaste systeem, wordt een verschillend type beperking in het probleem geïntroduceerd.

De eerste, meest flexibele werkwijze betreft het ogenblikkelijk reserveren. De klant hoeft hierbij op voorhand geen aanvraag door te geven en wordt na de reservatie zo snel als mogelijk bediend. De operator ontvangt de verschillende reservaties en tracht de volgorde van de aanvragen in zekere mate te respecteren in de rittenplanning. Hiertoe dient een zogenaamde *MPS*-waarde opgelegd te worden, hetgeen staat voor *maximum position shift*. Deze waarde bepaalt hoe groot de afwijking mag zijn tussen de positie op de reservatielijst en de werkelijke bedieningspositie. Psaraftis (1980) behandelt een dergelijke context in het kader van het DARP met één voertuig.

In het tweede geval geeft de klant bij het reserveren een richttijd op. Volgens Cordeau en Laporte (2007) gaat het veelal om een combinatie van twee aanvragen op dezelfde dag. Tijdens de eerste verplaatsing wordt een heenreis naar een bepaalde bestemming afgelegd, waarbij het respecteren van een bepaald aankomstuur essentieel is. Voor de tweede verplaatsing, die vaak een terugreis huiswaarts voorstelt, is het daarentegen belangrijk dat het opgegeven vertrek uur gerespecteerd wordt. In een dergelijke context dient een toereikende oplossingsmethode de klant dus minstens in staat te stellen om hetzij een gewenst vertrek uur, hetzij een gewenst aankomstuur als richttijd te formuleren, waaraan dan een maximale toegelaten afwijking gekoppeld wordt. Bij de heenreis mag deze afwijking zich in negatieve richting voordoen, terwijl het omgekeerde geldt voor de terugreis. Dit principe, dat voor het eerst werd geïntroduceerd door Jaw et al. (1986) en sindsdien in talloze methoden is overgenomen, resulteert in een tijdsvenster rond het vertrek- of het aankomstpunt.

Bovenstaande beperkingen volstaan op zich nog niet om de kwaliteitsverwachtingen van de klant in te lossen. Hiertoe dient immers ook de reistijd beperkt te worden, hetgeen doorgaans gebeurt door een maximale waarde op te leggen, die uiteraard groter dient te zijn dan de directe reistijd tussen de herkomst en de bestemming. In Jaw et al. (1986) wordt deze gedefinieerd als functie van de directe reistijd, terwijl Cordeau (2006) een arbitraire, voor iedere klant geldende waarde oplegt en Xiang et al. (2006) uitgaan van een onderhandeling tussen de klant en de operator. In de context van voorafgaandelijke reservering laat deze maximale reistijd toe om, vertrekkend van het eerder

berekende tijdsvenster rond één van beide punten, ook een tijdsvenster rond het andere punt te definiëren. Voor klanten die een gewenst aankomstuur opgegeven, stellen Jaw et al. (1986) dat de ondergrens van het tijdsvenster bij hun vertrekpunt berekend wordt door de vroegst mogelijke aflevertijd, d.i. het opgegeven aankomstuur minus de maximale afwijking, te verminderen met de maximale toegelaten reistijd. De bovengrens is het verschil van het opgegeven aankomstuur en de rechtstreekse reistijd tussen het vertrekpunt en de bestemming. Diana en Dessouky (2004) vinden het desgevallend logischer om de ondergrens te bepalen door niet het vroegst mogelijke, maar wel het opgegeven (dus laatst mogelijke) aankomstuur te verminderen met de maximale reistijd. Deze berekeningswijze is voordeliger en duidelijker voor de klant, maar het onnodig strikte tijdsinterval zal wel de kans op het vinden van een geldige oplossing verkleinen en wordt daarom door andere auteurs weinig toegepast. Een analoge redenering kan worden gevoerd voor het tijdsvenster rond het aankomstpunt van klanten met een gewenst vertrekkuur.

Niettegenstaande de logica in bovenstaande benaderingen, komen in de praktijk nog een aantal andere werkwijzen voor. Psaraftis (1983) ontwikkelde een methode ter oplossing van een probleem waarin de klant steeds twee tijdsintervallen opgeeft, die grenzen voor het vertrek- en aankomstuur afbakenen. Het geheel aan voorwaarden riskeert dan echter zodanig strak te worden dat vaak geen oplossing mogelijk is. In Sexton en Bodin (1985a, 1985b) wordt alleen het opgegeven richttijdstop in beschouwing genomen en resulteert iedere afwijking, overigens enkel toegelaten in de meest logische richting, in een proportionele kost. Bij Bergvinsdottir et al. (2004) en Melachrinoudis et al. (2007) wordt een context met zogenaamde zachte tijdsvensters behandeld. Waar overschrijdingen van tijdsvensters normaliter een ongeldige oplossing voortbrengen, worden deze hier toegestaan, doch ontmoedigd door de verrekening van een kost die proportioneel is met de afwijking van de dichtstbijzijnde grens van het tijdsvenster. Merk op dat deze denkwijze twee probleemsituaties kan veroorzaken. Enerzijds kan de heenreis van een klant in principe later dan gewenst eindigen, zodat deze een eventuele afspraak mist. Anderzijds kunnen zachte tijdsvensters niet worden toegepast indien het voertuig zich vroeger dan gevraagd aandient in het ophaalpunt van een terugreis. Daar de klant het tijdstip waarop zijn afspraak eindigt als ondergrens opgeeft, kan het vertrek in realiteit niet eerder plaatsvinden. Hieruit volgt de fundamentele bedenking dat de ondergrens bij het vertrek van de terugreis gerespecteerd dient te worden. Het voertuig zal dus ter plaatste moeten wachten totdat deze (harde) ondergrens bereikt is.

Nog talloze andere tijdsbeperkingen kunnen ontstaan uit de noodzaak van de operator om de klant een kwaliteitsvolle dienstverlening te bieden. Zo wordt in ieder punt best een bepaalde servicetijd voorzien, eventueel afgestemd op de tijd die iedere specifieke klant nodig heeft voor verrichtingen bij het in- en uitstappen. In dat geval moet, met betrekking tot het opstellen van tijdsvensters, bepaald worden of het door de klant opgegeven richttijdstop refereert aan het begin of einde van de volledige dienstverlening, dan wel aan het werkelijke vertrekkuur of aankomstuur van het voertuig. Voorts kan bijvoorbeeld nog opgelegd worden dat een voertuig niet onnodig of niet langer dan een bepaalde tijd mag staan wachten terwijl zich klanten aan boord bevinden, omdat dit een indruk van inefficiëntie kan opwekken. Een dergelijke wachttijd kan nochtans nuttig zijn indien een voertuig vroegtijdig, d.w.z. vooraleer de ondergrens van het tijdsvenster bereikt is, arriveert in een bepaald punt. Psaraftis (1983) merkt immers op dat op die manier wordt vermeden dat de schending van een ondergrens een oplossing ongeldig zou maken. Anderzijds wordt bij een bestemmingspunt dan wel, ietwat onrealistisch, verondersteld dat de af te leveren klant langer dan nodig aan boord blijft.



Bovenop de kwaliteitsgaranties die de vervoerder de klant biedt, wordt hij ook geconfronteerd met de typische beperkingen van een rittenplanning, meer bepaald de beperkingen van operationele aard. Deze zijn volgens Cordeau en Laporte (2007) inherent aan het DARP en dienen bijgevolg in elke formulering ingebouwd te worden. Om alle klanten correct te bedienen, moeten alle betrokken locaties exact eenmaal aangedaan worden. De overeenkomstige vertrek- en bestemmingspunten dienen zich in dezelfde route te situeren en in de correcte volgorde bezocht te worden, hetgeen ook de legitimiteitsvoorwaarde genoemd wordt. De begin- en eindpunten van routes worden mogelijk gevormd door één of meerdere depots. Daarnaast horen de rechtstreekse reistijden tussen alle punten in het bediend gebied gekend te zijn. Parragh (2008) spreekt van asymmetrische reistijden indien deze in beide richtingen verschillen, bijvoorbeeld als gevolg van de verkeersinrichting. Fu (2002) merkt op dat het van meer realiteitszin getuigt om reistijden niet als een constante, maar als het resultaat van een gekende toevalsfunctie te beschouwen. De auteur ontwikkelt daarom een techniek die inspeelt op de kenmerken van een stochastische en tijdstipafhankelijke omgeving.

Een volgende reeks voorwaarden heeft betrekking op het aantal voertuigen en de capaciteit ervan. Methoden die op minder complexe praktijksituaties gericht zijn, gaan uit van een homogene vloot. Wong en Bell (2006) laten daarentegen niet enkel voor elk voertuig een verschillende capaciteit toe, maar delen de capaciteit ook nog in volgens het type reiziger, hetgeen de methode bijzonder geschikt maakt om toegepast te worden in de context van het transport voor mindervaliden. Vanuit hetzelfde oogpunt introduceren Xiang et al. (2006) een kwalificatiesysteem voor de bestuurders, dat bepaalt aan welke voertuigen zij gekoppeld kunnen worden, alsook welk type van mindervalide reiziger zij kunnen bedienen. In de recente literatuur worden ten slotte vanuit organisatorische of wettelijke invalshoek nog andere beperkingen toegevoegd. Zo laten Xiang et al. (2006) toe om aan bestuurders pauzes en maximale reistijden op te leggen, hetgeen wordt ingegeven door verplichte rij- en rusttijden. Andere auteurs trachten dit te bewerkstelligen door een maximale duur van de totale route af te bakenen.

### **1.3 Optimalisatie**

De hierboven besproken vereisten worden gekwantificeerd en vervolgens ingebracht in de diverse modellen, zodat de optimale oplossing slechts bekomen wordt na een delicate evenwichtsoefening tussen het operationele en het menselijke aspect. De eerste component wordt meestal omschreven als de werkingskost, terwijl de tweede component het gebruikersongemak genoemd wordt. Een grote variatie is echter mogelijk in de beslissing welke componenten exact in de te minimaliseren doelfunctie worden opgenomen. Globaal kan een onderscheid gemaakt worden tussen twee types, waarbij een mix van de werkingskost en het gebruikersongemak, dan wel enkel de werkingskost in rekening wordt gebracht. In het laatste geval wordt het kwaliteitsniveau verondersteld voldoende gegarandeerd te zijn door middel van de opgelegde beperkingen. Per slot van rekening verklaart de klant zich akkoord met de maximale reistijd en maximale afwijking van zijn richttijd. Wanneer hieraan voldaan is, mag verondersteld worden dat het gewenste kwaliteitsniveau bereikt is. Deze zienswijze is echter niet correct indien één of meerdere voorwaarden zacht van aard zijn en dus geschonden mogen worden, zoals in Bergvinsdottir et al. (2004) en Melachrinoudis et al. (2007). In dat geval dient de doelfunctie steeds de desbetreffende kwalitatieve component te bevatten.

Gegeven de vastgelegde beperkingen kan het echter in bepaalde gevallen onmogelijk blijken om een geldige oplossing te genereren, bijvoorbeeld omwille van een ontoereikende grootte van de vloot. In een dergelijk scenario kan dus niet aan de volledige vraag voldaan worden. In dat geval stellen Cordeau en Laporte (2007) nog een aantal alternatieve formuleringen van de doelfunctie voor. Een eerste optie is het maximaliseren van de voldane vraag onder ongewijzigde beperkingen. In dat geval moet dus wel nog steeds een aantal aanvragen geweigerd worden. Een andere optie bestaat erin de grootte van de beschikbare vloot theoretisch te laten variëren totdat het mogelijk is om aan de volledige vraag te voldoen. Het tekort kan dan bijgesteld worden door taxi's.

De frequentie waarmee de procedure wordt doorgevoerd, verschilt naargelang de methode in een statische, dan wel een dynamische context wordt toegepast. In het eerste geval wordt immers een op voorhand aangelegde reservatielijst definitief afgesloten op het moment dat de procedure in werking treedt. Latere aanvragen kunnen daar nadien niet meer in worden opgenomen. Dergelijke invoegingen tijdens de uitvoering van de route(s) zijn daarentegen wel mogelijk in een dynamische context. Essentieel is dat kan worden afgeweken van eerder geplande, maar nog niet uitgevoerde trajecten. Dit impliceert dat de procedure heruitgevoerd dient worden telkens een aanvraag van een nieuwe klant binnenloopt. Volgens Psaraftis (1980) houdt dit een potentieel probleem in indien de procedure een zekere rekentijd vergt, zeker in het geval dat deze op voorhand onvoorspelbaar is. Op het moment dat het resultaat beschikbaar is, bevindt het voertuig zich immers niet meer in het punt van waaruit de doorgevoerde herberekening start. Dit argument is intussen wel enigszins gedateerd als gevolg van de toegenomen computercapaciteiten.

Häme (2010) argumenteert dat methoden met een dynamische invalshoek ook bijzonder nuttig kunnen zijn om andere effecten te incorporeren. Zelfs als klanten hun reservaties vooraf dienen door te geven en alle aanvragen dus tijdig gekend zijn, kunnen tijdens het verzekeren van de ritten immers onverwachte gebeurtenissen optreden, zoals een opstopping, een panne of een laattijdige afzegging. Het is dus aangewezen om de modellen niet alleen te bestuderen vanuit een statische invalshoek, waarop het merendeel van de oplossingsmethodes voor meerdere voertuigen tot op heden heeft gefocust, maar ook ruimte te laten voor dynamische aspecten. Cordeau en Laporte (2007) merken dan ook algemeen op dat het, met het oog op dynamische toepassingen, wenselijk is om in de opbouw van methoden te streven naar het incalculeren van een zekere flexibiliteit.

## **1.4 Wiskundige formulering van het DARP**

### **1.4.1 Basisformulering van het probleem**

Eén van de meest courant geciteerde wiskundige formuleringen van het DARP werd opgesteld door Cordeau (2006). Deze heeft de vorm van een gemengd binair programmeringsprobleem, dat zich volgens Hillier en Lieberman (2010) onderscheidt van een klassieke lineaire programmering door het karakter van de variabelen. In een geldige oplossing mag minstens één beslissingsvariabele immers uitsluitend de waarden 0 of 1 aannemen. De concrete formulering en de daarin gebruikte symbolen worden hieronder gedetailleerd toegelicht. Een exacte oplossingsmethode zal aangehaald worden in sectie 2.2.1.

$$(1) \quad \text{Min} \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij}^k x_{ij}^k$$

subject to

$$(2) \quad \sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{ij}^k = 1 \quad \forall i \in P$$

$$(3) \quad \sum_{j \in N} x_{ij}^k - \sum_{j \in N} x_{n+i,j}^k = 0 \quad \forall i \in P, \forall k \in K$$

$$(4) \quad \sum_{j \in N} x_{0j}^k = 1 \quad \forall k \in K$$

$$(5) \quad \sum_{j \in N} x_{ji}^k - \sum_{j \in N} x_{ij}^k = 0 \quad \forall i \in P \cup D, \forall k \in K$$

$$(6) \quad \sum_{i \in N} x_{i,2n+1}^k = 1 \quad \forall k \in K$$

$$(7) \quad B_j^k \geq (B_i^k + d_i + t_{ij}) x_{ij}^k \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in K$$

$$(8) \quad Q_j^k \geq (Q_i^k + q_i) x_{ij}^k \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in K$$

$$(9) \quad L_i^k = B_{n+1}^k - (B_i^k + d_i) \quad \forall i \in P, \forall k \in K$$

$$(10) \quad B_{2n+1}^k - B_0^k \leq T_k \quad \forall k \in K$$

$$(11) \quad e_i \leq B_i^k \leq l_i \quad \forall i \in N, \forall k \in K$$

$$(12) \quad t_{i,n+i} \leq L_i^k \leq L \quad \forall i \in P, \forall k \in K$$

$$(13) \quad \max\{0, q_i\} \leq Q_i^k \leq \min\{Q_k, Q_k + q_i\} \quad \forall i \in N, \forall k \in K$$

$$(14) \quad x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in K$$

Beslissingsvariabelen:

$x_{ij}^k$  Binaire variabele die slechts de waarde 1 aanneemt indien voertuig  $k$  het traject aflegt tussen de knooppunten  $i$  en  $j$

$B_i^k$  Tijdstip waarop de bediening door voertuig  $k$  in knooppunt  $i$  aanvat

$Q_i^k$  Bezetting van voertuig  $k$  bij het verlaten van knooppunt  $i$

$L_i^k$  Effectieve reistijd van klant  $i$  in voertuig  $k$ , exclusief servicetijd

Overige symbolen:

$N$  Verzameling van alle knooppunten in het netwerk, inclusief depots

$P$  Verzameling van alle ophaalpunten

$D$  Verzameling van alle bestemmingspunten

$K$  Verzameling van alle voertuigen

$c_{ij}^k$  Kost die voertuig  $k$  oploopt op het traject tussen de knooppunten  $i$  en  $j$

$d_i$  Servicetijd die voorzien wordt in knooppunt  $i$

$t_{ij}$  Directe reistijd tussen de knooppunten  $i$  en  $j$

$q_i$  Netto aantal opstappende reizigers in knooppunt  $i$

$T_k$  Maximale reistijd van voertuig  $k$

$e_i$	Ondergrens van het tijdsvenster in knooppunt $i$
$l_i$	Bovengrens van het tijdsvenster in knooppunt $i$
$L$	Arbitrair bepaalde maximale reistijd, gelijk voor elke klant
$Q_k$	Maximale capaciteit van voertuig $k$

Het probleem wordt voorgesteld als een netwerk van knooppunten en bogen. Elke locatie die de herkomst of de bestemming van een klant uitmaakt, wordt weergegeven als een knooppunt. Voor een totaal van  $n$  bediende klanten geldt dat het vertrekpunt en de bestemming van een bepaalde klant  $i$  resp. als  $i$  en  $i + n$  benoemd worden. Aan deze set worden nog de knooppunten  $0$  en  $2n + 1$  toegevoegd, die het begin en het einde van elke route voorstellen en dus overeenkomen met het depot. Elke verbinding tussen twee knooppunten is een boog, die gekenmerkt wordt door een vaste reistijd en een gekende kost. Deze wordt uiteraard enkel opgelopen indien de desbetreffende boog deel uitmaakt van het traject van één van de voertuigen. Een minimalisatie van de totale opgelopen kost wordt nagestreefd. Gegeven dat  $x_{ij}^k$  gedefinieerd wordt als een binaire variabele die enkel de waarde  $1$  aanneemt als voertuig  $k$  het traject tussen de knooppunten  $i$  en  $j$  aflegt, kan de doelfunctie bijgevolg gesymboliseerd worden als in (1).

Hierbij dienen uiteraard diverse beperkingen in acht te worden genomen. Een eerste reeks verwijst naar de wijze waarop routes geconstrueerd mogen worden. In elk herkomst- of bestemmingspunt (niet in het depot) dient exact één boog te arriveren en te vertrekken. Voorts moet elk koppel  $i$  en  $i + n$  door hetzelfde voertuig worden aangedaan. Deze beperkingen garanderen dat de herkomst en de bestemming van iedere klant exact één maal en op dezelfde route worden bediend. Ook geldt dat de route van ieder voertuig begint en eindigt in het depot. Parragh (2008) stelt dat voorgaande beperking niet noodzakelijk impliceert dat elk beschikbaar voertuig ook werkelijk ingezet wordt. Een voertuig waaraan enkel de rit tussen de knooppunten  $0$  en  $2n + 1$  wordt toegewezen, zal het depot de facto niet verlaten. Normaliter wordt de kost van deze boog dan ook gelijkgesteld aan  $0$ . Bovenstaande voorwaarden worden gesymboliseerd door de beperkingen (2)-(6).

Een tweede reeks beperkingen is temporeel van aard. Het vroegst mogelijke tijdstip waarop de dienstverlening in een bepaald punt kan aanvangen, wordt berekend als de som van het werkelijke startmoment in het vorige knooppunt, vermeerderd met de bedieningstijd in dat vorige knooppunt en de directe reistijd naar het huidig knooppunt. Dit neemt niet weg dat een voertuig na aankomst in een ophaalpunt eerst een zekere wachttijd kan inlassen, opdat de reistijd voor de opstappende klant verkleind zou worden. Hoe dan ook dient het begin van de dienstverlening echter binnen het tijdsvenster van het beschouwde punt te vallen. Een andere tijdsbeperking houdt de totale duur van elke route binnen een vooropgesteld maximum. Ook wordt de maximale toegelaten reistijd per klant bepaald. De reistijd wordt berekend als het verschil tussen het begin van de dienstverlening in het aankomstpunt en het feitelijke vertrekkuren in het vertrekpunt, waardoor enkel de werkelijke reistijd en niet de duur van de dienstverlening relevant is. Het feit dat deze waarde groter dient te zijn dan de directe reistijd tussen beide punten en dus nooit negatief is, garandeert bovendien de legitimiteit van de oplossing. Bovenstaande beperkingen worden weergegeven in (7) en (9)-(12).

Ten slotte wordt ook de capaciteit van de voertuigen beperkt, die overigens verondersteld worden deel uit te maken van een homogene vloot. De bezetting van een voertuig bij het vertrek uit een bepaald knooppunt wordt recursief opgevolgd, rekening houdend met het feit dat deze nooit kleiner

is dan de bezetting bij het verlaten van het voorgaande knooppunt, vermeerderd of verminderd met resp. het aantal ophalingen en aantal afleveringen in het huidige knooppunt. Gegeven dat een bepaald knooppunt hier ofwel een herkomst, ofwel een bestemming vormt, situeert de bezetting bij het verlaten ervan zich dus steeds tussen het aantal opstappers en het verschil van de maximale capaciteit van het voertuig en het aantal afstappers. Dit alles stemt overeen met (8) en (13).

Later herformuleerden Røpke et al. (2007) het probleem als een zuiver binaire programmering. Hier wordt een verzameling gedefinieerd waartoe alle subsets behoren die minstens het knooppunt 0 en één bestemming  $i + n$  bevatten, maar niet het knooppunt  $2n + 1$ , noch de herkomst  $i$  die bij de vermelde bestemming hoort. Een dergelijke subset wordt als  $S$  genoteerd. Een andere verzameling omvat alle denkbare paden  $R$ , die niet noodzakelijk beginnen en eindigen in het depot, maar wel een tijdsbeperking schenden. De set van bogen in een dergelijk pad is  $A(R)$  genaamd. Het vooraf opstellen van deze verzamelingen laat toe het aantal beperkingen in de formulering van Cordeau (2006) te reduceren en enkel  $x_{ij}$  als beslissingsvariabele over te houden. De herwerkte formulering is geïnspireerd op literatuur over andere planningsproblemen, waaronder Ruland en Rodin (1997), Ascheuer et al. (2000), alsook Naddef en Rinaldi (2002). De wijzigingen ten opzichte van Cordeau (2006) worden hieronder nader toegelicht, maar voor de volledigheid is de formulering van Røpke et al. (2007) eveneens integraal opgenomen:

$$(15) \quad \text{Min} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij}$$

*subject to*

$$(16) \quad \sum_{i \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in P \cup D$$

$$(17) \quad \sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in P \cup D$$

$$(18) \quad \sum_{i,j \in S} x_{ij} \leq |S| - 2 \quad \forall S \in \mathcal{S}$$

$$(19) \quad \sum_{i,j \in S} x_{ij} \leq |S| - \max\{1, \lceil |q(S)|/Q \rceil\} \quad \forall S \subseteq N \setminus \{0, 2n + 1\}, |S| \geq 2$$

$$(20) \quad \sum_{(i,j) \in A(R)} x_{ij} \leq |A(R)| - 1 \quad \forall R \in \mathcal{R}$$

$$(21) \quad x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, \forall j \in N$$

De vereiste dat elk koppel  $i$  en  $i + n$  met hetzelfde voertuig en in de juiste volgorde bediend wordt, wordt hier weergegeven door de voorwaarde dat het aantal gebruikte bogen tussen knooppunten die beide tot een willekeurige subset  $S$  behoren niet groter mag zijn aan het aantal knooppunten in die subset minus twee. Stel dat een bepaalde route, beginnend bij 0 en eindigend bij  $2n + 1$ , niet het knooppunt  $i$  bedient, maar wel  $i + n$  en een aantal andere locaties aandoet, dan kan een subset  $S$  beschouwd worden waarin al deze knooppunten (behalve  $2n + 1$ ) gelegen zijn. In dit geval zal het

aantal gebruikte bogen tussen knooppunten die beide in deze subset zijn gelegen, gelijk zijn aan het aantal knooppunten in deze subset minus één, waardoor de beperking geschonden wordt. Het omgekeerde scenario, waarin het knooppunt  $i$ , maar niet het knooppunt  $i + n$  wordt aangedaan, zondigt niet rechtstreeks tegen de voorwaarde, maar kan evenmin tot een geldige oplossing leiden. Aangezien ieder knooppunt exact eenmaal bediend wordt, zal een andere route immers steeds de voorwaarde schenden. Ook iedere route waarin de knooppunten  $i$  en  $i + n$  in de verkeerde volgorde aangedaan worden, leidt tot een schending van de voorwaarde. Als  $i$  en  $i + n$  de enige knooppunten zijn op het traject van 0 naar  $2n + 1$ , ligt deze schending voor de hand. Indien nog een willekeurig aantal andere punten betrokken is, kan ze aangetoond worden door een subset te beschouwen waarin, naast de obligate knooppunten 0 en  $i + n$ , ook alle locaties zijn opgenomen die eerder dan  $i + n$  worden aangedaan. In deze subset is het aantal gebruikte bogen tussen knooppunten die beide in de subset gelegen zijn immers gelijk aan het aantal opgenomen knooppunten minus één.

Dankzij de aangehaalde definiëring van de subset  $A(R)$  kunnen de tijdsbeperkingen in de originele formulering vervangen worden door de eenvoudige voorwaarde dat een geldige oplossing nooit alle bogen kan bevatten die voorkomen in een dergelijke subset. Het aantal gebruikte bogen binnen iedere subset  $A(R)$  kan dus ten hoogste gelijk zijn aan het totaal aantal minus één.

De capaciteitsbeperking kan verzekerd worden door alle mogelijke subsets van minstens twee knooppunten in beschouwing te nemen, waarbij  $|q|$  de absolute waarde van het verschil tussen het aantal opstappers en afstappers binnen deze subset voorstelt. In een geldige oplossing mag het aantal gebruikte bogen tussen twee punten die beide tot de subset behoren nooit hoger liggen dan het verschil tussen enerzijds het aantal punten in de beschouwde subset en anderzijds het naar boven afgeronde quotiënt van  $|q|$  en de capaciteit van één voertuig. Naarmate het netto aantal op- of afstappers binnen een bepaalde subset een groter veelvoud wordt van de maximale toegelaten bezetting, is het immers logisch dat een voertuig deze subset vaker zal moeten binnenrijden en verlaten en het maximaal aantal gebruikte bogen tussen knooppunten in deze subset dus verkleint. Het is daarbij irrelevant of het telkens hetzelfde voertuig, dan wel verschillende voertuigen betreft.

Hoewel de beslissingsvariabele  $x_{ij}$  bij Røpke et al. (2007) niet voorzien is van een derde index  $k$ , is het niet nodig te veronderstellen dat de voertuigenvloot homogeen is. Het volstaat immers om de maximale toegelaten bezetting van alle voertuigen gelijk te stellen aan de grootst voorkomende capaciteit en enkele dummystops te creëren. Voor elk voertuig dat in werkelijkheid een kleinere capaciteit heeft, wordt kunstmatig een ophaalpunt gecreëerd dat enkel vanuit het depot bereikbaar is. Het aantal opstappende klanten wordt gelijkgesteld aan het verschil tussen de theoretische en de werkelijke capaciteit. Analoog wordt dan ook een kunstmatig bestemmingspunt gecreëerd, van waaruit enkel het depot bereikt kan worden en dat evenveel, in werkelijkheid onbestaande klanten bedient. Uiteraard gaan met deze bijkomende verbindingen geen kosten of reistijd gepaard.

#### 1.4.2 Reducties van de probleemomvang

Hoewel het geheel van bovenvermelde voorwaarden volstaat om achteraf een geldige oplossing te verkrijgen, oppert Cordeau (2006) de mogelijkheid om door toevoeging van bijkomende, algemeen geldende beperkingen de onderliggende netwerkstructuur te vereenvoudigen en zo de toepassing van eender welke oplossingsmethode minder complex te maken. Het gaat om beperkingen die niet

afhangen van een concreet oplossingsvoorstel, zodat ze a priori kunnen worden doorgevoerd en in de permanente schrapping van een aantal bogen uit het netwerk resulteren. Zo stelt de auteur dat bogen van het depot naar een bestemmingspunt, van een ophaalpunt naar het depot en van een bestemmingspunt naar het bijhorende ophaalpunt irrelevant zijn. Hetzelfde geldt voor bogen die hoe dan ook leiden tot een schending van de tijdsvensters, omdat zelfs een zo vroeg mogelijk begin van de bediening in het ene knooppunt niet toelaat tijdig in het andere aan te komen. Ook indien een bepaald knooppunt wordt aangedaan tussen een ophaalpunt  $i$  en de bijhorende bestemming  $i+n$ , maar klant  $i$  daardoor een overschrijding van de maximale reistijd ervaart, kunnen beide betrokken bogen verwijderd worden. Hierbij dient te worden rekening gehouden met het meest voorzichtige scenario, door te veronderstellen dat de bediening in het ophaalpunt begint op het laatst mogelijke tijdstip dat de tijdsvensters van alle volgende punten niet schendt.

Voorts wordt verwezen naar een eliminatietechniek van Dumas (1991), waarbij de bediening van ieder klantenduo wordt uitgesplitst in de zes volgordes die hierbij mogelijk zijn:

$$\begin{array}{lll}
 (1) i \rightarrow j \rightarrow i+n \rightarrow j+n & (2) i \rightarrow j \rightarrow j+n \rightarrow i+n & (3) i \rightarrow i+n \rightarrow j \rightarrow j+n \\
 (4) j \rightarrow i \rightarrow j+n \rightarrow i+n & (5) j \rightarrow i \rightarrow i+n \rightarrow j+n & (6) j \rightarrow j+n \rightarrow i \rightarrow i+n
 \end{array}$$

Door de temporele geldigheid van de routes na te gaan, kan vaak al een groot aantal bogen vooraf verwijderd worden. De directe reistijd om bovenstaande trajecten af te werken kan immers groter zijn dan het tijdsinterval tussen de ondergrens van het eerste en de bovengrens van het laatste punt. Wanneer dit het geval is voor volgorde (1), kan de middelste boog uit die reeks geëlimineerd worden, omdat ook andere routes waarin deze boog voorkomt de tijdsbeperkingen geenszins zullen kunnen respecteren. Hetzelfde geldt voor (3), (4) en (6). Indien de volgordes (1) en (2) beide tot ongeldige tijdsschema's leiden, kan de eerste boog verwijderd worden. Wanneer beide klanten vlak na elkaar en in die volgorde opgehaald worden, kunnen ze immers nooit op geldige wijze worden afgeleverd. Dit geldt eveneens bij (4) en (5). Indien de volgordes (1) en (5) of (2) en (4) allebei onmogelijk zijn, kan deze redenering gevoerd worden voor de laatste boog. Indien ten slotte alle trajecten ongeldig zijn, kunnen beide klanten niet aan hetzelfde voertuig worden toegewezen.

Merk op dat alle bovenstaande reducties van het aantal bogen in Røpke et al. (2007) reeds vervat zitten in de berekening van de op temporeel vlak ongeldige routes  $R$ . Ze behoren daar dus tot de eigenlijke probleemformulering en worden niet als een vrijblijvende toevoeging beschouwd. Røpke et al. (2007) realiseren wel een verdere reductie van het netwerk door toevoeging van een aantal andere versterkingen. De eerder aangehaalde beperking dat een geldige oplossing nooit alle bogen uit eender welke subset  $A(R)$  kan bevatten, wordt bijvoorbeeld uitgebreid. Indien een ongeldig pad  $R$  start bij het ophalen van een klant en eindigt bij het afleveren van diezelfde klant, geldt dat het aantal bogen uit  $A(R)$  in een geldige oplossing nooit hoger kan liggen dan het aantal bogen in  $A(R)$  minus twee, niet minus één. Indien slechts één boog uit een dergelijke subset werd weggelaten, zouden namelijk twee knooppunten uit de beschouwde route via een ander, nog niet betrokken punt verbonden moeten worden, hetgeen het pad enkel maar langer maakt en de tijdsbeperkingen dus nog sterker schendt. Een tweede door Røpke et al. (2007) toegevoegde beperking beschouwt korte paden die de tijdsvensters van de betrokken punten respecteren en geldig zijn. Hierbij wordt getracht de ophaalpunten bij de op deze paden gelegen bestemmingen, als ook de bestemmingen bij de op deze paden gesitueerde herkomstpunten op correcte wijze resp. vooraan en achteraan toe te voegen. Lukt dit niet, dan kan de beschouwde combinatie van bogen verwijderd worden.

De besproken technieken ter reductie van de probleemopvang focusten tot nog toe alleen op de netwerkstructuur. Cordeau (2006) stelt echter ook voor het vertrek en de aankomst in het depot van een permanente tijdsbeperking te voorzien. Een ondergrens voor het vertrek wordt berekend door de ondergrens bij elke herkomst te verminderen met de directe reistijd vanuit het depot en hieruit het minimum te selecteren, terwijl een bovengrens voor de aankomst gevonden wordt door de bovengrens van elke bestemming te vermeerderen met de som van de bedieningstijd in deze bestemming en de directe reistijd naar het depot en hieruit het maximum te weerhouden.

## **1.5 Complexere systemen**

Uiteraard worden in de praktijk talloze varianten aangetroffen op de beschreven basiskenmerken. Zo stelt Stein (1978) vast dat netwerken met één of meerdere aansluitingsknooppunten bestaan, waarin overstappen toegelaten is en bijdraagt aan de optimalisatie van de routes. Het bediende gebied wordt dan onderverdeeld in subregio's, die allen op vraagafhankelijke basis bediend worden met één bepaald voertuig. Wanneer de klant een verplaatsing naar een andere subregio aanvraagt, dient hij over te stappen op een voertuig dat in een vaste route en met een hoge frequentie de connectie tussen de diverse subregio's verzekert, waarbij telkens één punt per subregio bediend wordt. Reistijden kunnen nog verkort worden door een ander voertuig diezelfde verbindingroute in de tegengestelde richting te laten afleggen. In dergelijke scenario's zijn vanzelfsprekend te veel varianten denkbaar om ze allemaal expliciet aan te halen in het kader van deze masterproef.





## 2. LITERATUURSTUDIE

Dit hoofdstuk schetst een beeld van de oplossingsmethoden voor het DARP in diverse varianten. Telkens worden de relevante probleemcontext, de concrete opbouw, de complexiteit en de kwaliteit van het resultaat toegelicht. De eerste sectie bespreekt technieken voor een aantal elementaire probleemvarianten met één voertuig, waarna de hierbij verworven kennis wordt aangewend om de discussie in de tweede sectie naar meer realistische praktijksituaties uit te breiden. Deze worden doorgaans gekenmerkt door de inzet van een grotere vloot en de aanwezigheid van beperkingen allerhande. Hoewel de literatuur hoofdzakelijk focust op de statische probleemvariant, wordt ook geregeld verwezen naar de toepasbaarheid in een dynamische context.

Onderstaande tabel 1 geeft een overzicht van methoden die in de literatuurstudie uitgebreid aan bod komen. De groepering gebeurt in beide secties volgens de gebruikte wiskundige technieken. Toch waarschuwt Parragh (2008) dat onderlinge vergelijkingen met de grootste voorzichtigheid verricht moeten worden. De diversiteit aan praktijksituaties, waardoor de doelstelling, de rigiditeit van de beperkingen en de aangewende datasets in elke studie sterk verschillen, laat vaak niet toe om louter op basis van de vastgestelde rekentijd en de omvang van het opgeloste probleem de performantie van de vergeleken methodes eenduidig te beoordelen.

Sectie	Oplossingsmethode	Literatuur	Oplossing
2.1	<i>DARP met één voertuig</i>		
2.1.1	Methoden op basis van dynamisch programmeren	Psaraftis (1980) Psaraftis (1983) Desrosiers et al. (1986)	Exact
2.1.2	Geavanceerde invoeging	Håme (2010)	Exact
2.1.3	Decompositie	Sexton en Bodin (1985a) Sexton en Bodin (1985b)	Heuristisch
2.2	<i>DARP met meerdere voertuigen</i>		
2.2.1	Methoden op basis van integer programmeren	Cordeau (2006) Røpke et al. (2007) Calvo en Colorni (2006)	Exact Heuristisch
2.2.2	Parallele invoeging	Jaw et al. (1986) Diana en Dessouky (2004) Luo en Schonfeld (2007) Toth en Vigo (1997) Wong en Bell (2006) Fu (2002)	Heuristisch
2.2.3	Clustermethoden	Ioachim et al. (1995)	Heuristisch
2.2.4.1	Taboeprocedure	Cordeau en Laporte (2003b) Melachrinoudis et al. (2007)	Metaheuristisch
2.2.4.2	Tabu thresholding	Toth en Vigo (1997)	
2.2.4.3	Genetisch algoritme	Bergvinnsdottir et al. (2004) Rekiek et al. (2006)	
2.2.4.4	Simulated annealing	Mauri en Lorena (2006)	
2.2.4.5	Variabele zoekomgeving	Parragh et al. (2010)	
2.2.4.6	Tweede doelfunctie	Xiang et al. (2006)	

Tabel 1: Structuur van de literatuurstudie

## 2.1 Het DARP met één voertuig

### 2.1.1 Methoden op basis van dynamisch programmeren

Het dynamisch programmeren wordt door Hillier en Lieberman (2010) omschreven als een techniek om de optimale combinatie van een aantal opeenvolgende en onderling gerelateerde beslissingen te achterhalen. Dit impliceert dat het onderliggende probleem opdeelbaar dient te zijn in meerdere fases, die allen gekenmerkt worden door een bijhorende status. Deze status wordt omschreven als een indicatie van de mogelijke toestanden waarin het systeem zich in de desbetreffende fase kan bevinden. In iedere fase dient een beslissing genomen te worden, op basis waarvan de status in de volgende fase van het probleem bepaald wordt. De procedure tracht voor elke mogelijke toestand de beslissing te identificeren die uiteindelijk naar een globaal optimale oplossing zal leiden. Cruciaal hierbij is de vereiste dat de optimale beslissing in een bepaalde toestand onafhankelijk dient te zijn van de manier waarop het systeem in deze toestand beland is. Dit laat toe om eerst de laatste fase van het probleem te behandelen, waarna alle voorgaande fases stapsgewijs bestudeerd worden en de tot dan toe gerealiseerde bijdrage aan de doelfunctie telkens met een recursieve formulering in kaart wordt gebracht. Uiteindelijk kan de optimale beslissingscombinatie voor het gehele probleem bepaald worden op basis van het goedkoopste pad waarmee de initiële status bereikt kan worden.

Psaraftis (1980, 1983) wendde deze techniek aan om exacte oplossingsmethodes te ontwikkelen voor twee verschillende praktijksituaties. De opbouw van deze algoritmen wordt in onderstaande bespreking vergeleken.

In het eerste algoritme wordt een principe van ogenblikkelijke reservatie gehanteerd en tracht de auteur doelfunctie (1) te minimaliseren. Deze bevat een gewogen som van enerzijds de nodige tijd om de volledige route af te leggen, berekend door de reistijden  $T_j$  over deeltrajecten te sommeren, maar anderzijds ook een willekeurige verhouding van de wachttijd  $WT_i$  en de reistijd  $RT_i$  per klant. Hierbij wordt de wachttijd gedefinieerd als de tijd die verstrijkt tussen de reservatie en de aanvang van de bediening. De reistijd van een klant omvat de duur van de eigenlijke verplaatsing. De keuze van de parameter  $\alpha$ , die zich logischerwijze steeds in het interval  $[0,2]$  dient te situeren, hangt af van de voorkeur van de klant en bepaalt of de wachttijd, dan wel de reistijd het zwaarst doorweegt in de berekening van het gebruikersongemak.

$$(1) \quad w_1 \cdot \sum_j T_j + w_2 \cdot \sum_i (\alpha \cdot WT_i + (2 - \alpha) \cdot RT_i)$$

Twee praktische voorwaarden, die in beide gevallen slechts bindend zijn indien de waarden kleiner zijn dan het totaal aantal reservaties, kunnen deze doelfunctie beperken. In de eerste plaats gaat het om een strikt positieve voertuigcapaciteit. Voorts kan ook een positieve *MPS*-waarde opgelegd worden, die per individuele klant geformuleerd mag worden en zelfs kan verschillen naargelang het de volgorde van ophalen of afleveren betreft. In de statische variant is deze louter te beschouwen als een bijkomende kwaliteitsgarantie, maar in een dynamische context is het formuleren van de *MPS* essentieel om tegemoet te komen aan het risico dat een geografisch ongunstig gelegen klant na iedere bijwerking van de route steeds laatst geplaatst wordt, waardoor hij in feite nooit bediend zou worden.

Uitgaande van  $N$  reserverende klanten, creëert het algoritme een statusvector  $(L, k_1, k_2, \dots, k_N)$ . De waarde  $L$  duidt het punt aan waar het voertuig zich momenteel bevindt en bedraagt maximaal  $2N$ . Een pad begint namelijk in een willekeurig punt  $L = 0$  en eindigt bij de aflevering van de laatste klant. Het gaat dus niet om gesloten rondes, maar desondanks schaden dergelijke open paden volgens Papadimitriou (1977) de generaliseerbaarheid van de methode niet. De waarde van  $k$  geeft aan of elke individuele klant nog niet opgehaald is ( $k = 3$ ), op dit ogenblik in het voertuig zit ( $k = 2$ ) of reeds ter bestemming is ( $k = 1$ ). Het in- of uitstappen van klanten op een bepaald punt is steeds verrekend in de vector die met het desbetreffende punt correspondeert. Merk op dat het algoritme geen extra stilstandtijd voorziet voor deze verrichtingen.

Voor iedere denkbare status wordt vervolgens de geldigheid nagegaan. Hierbij dienen de reeds opgesomde praktische voorwaarden inzake capaciteit en bedieningsvolgorde met een eenvoudige wiskundige beperking geverifieerd te worden. Daarnaast wordt de consistentie van de status in kwestie nagegaan. Zo is een combinatie van  $L = 0$  met  $k \neq 3$  bijvoorbeeld bij voorbaat ongeldig.

Geldigheid is echter nog geen voldoende voorwaarde. Bijkomend moet *a priori* nagegaan worden of voor iedere geldige status, met uitzondering van de laatste (iedereen afgeleverd), minstens één volgende status bestaat die eveneens geldig is. Deze recursieve aard van het probleem verklaart waarom de techniek van het dynamisch programmeren aangewend wordt. Om te bepalen welke combinaties in aanmerking komen als een volgende status, worden alle ophaalpunten waarvoor  $k = 3$ , alsook alle bestemmingspunten met  $k = 2$  beschouwd. Nog niet bediende klanten kunnen dus opgehaald worden, net zoals klanten aan boord van het voertuig kunnen afgeleverd worden. Deze denkwijze verzekert ook de legitimiteit van de oplossing.

Deze redenering leidt tot formulering (2). Hierin schetst  $V$  de optimale doelfunctiewaarde waarmee de laatste status bereikt kan worden vanuit de huidige status  $(L, k_1, k_2, \dots, k_N)$ . Deze wordt berekend op basis van de te minimaliseren som van de reistijd tot het volgende punt, na vermenigvuldiging met de parameter  $M$ , en de optimale waarde  $V$  in die volgende status. Wanneer meerdere geldige volgende statussen  $(L', k'_1, k'_2, \dots, k'_N)$  bestaan, zal uitsluitend het optimale traject onthouden worden.

$$(2) \quad V(L, k_1, k_2, \dots, k_N) = \text{Min} ( t(L, L') \cdot M + V(L', k'_1, k'_2, \dots, k'_N) )$$

De parameter  $M$  helpt de marginale bijdrage aan de kostenfunctie in rekening te brengen wanneer het traject tussen  $L$  en  $L'$  wordt afgelegd en wordt concreet gedefinieerd in (3). Vermenigvuldigd met de reistijd tussen  $L$  en  $L'$ , brengt de eerste term dus de bijkomende totale reistijd in rekening, terwijl de tweede term de bijkomende wachttijd voor alle nog niet opgehaalde klanten (aantal  $x_3$ ) en de bijkomende reistijd voor alle klanten aan boord (aantal  $x_2$ ) kwantificeert.

$$(3) \quad M = w_1 + w_2 \cdot (\alpha \cdot x_3 + (2 - \alpha) \cdot x_2)$$

Wanneer het algoritme wordt toegepast in een dynamische context, wordt op het moment dat een nieuwe reservatie binnenloopt het aantal nog niet afgeleverde klanten de nieuwe waarde voor  $N$  en wordt de actuele positie van het voertuig gelijkgesteld aan  $L = 0$ . Voor elke klant die reeds aan boord is op het moment van de update dient echter wel een dummy te worden ingevoerd in de vorm van een bijkomende halte. Deze stelt theoretisch het vertrekpunt van de desbetreffende

klanten voor en valt samen met het nieuwe beginpunt van de route, zodat het algoritme wiskundig nog steeds zonder reizigers aan boord kan starten en dan meteen één of meer klanten ophaalt. Voor hen wordt dan ook logischerwijs geen wachttijd meer in rekening gebracht.

Aangezien systemen op basis van ogenblikkelijke reservatie zeldzaam zijn, werkte Psaraftis (1983) nog een variant op het hierboven besproken algoritme uit, waarin het frequenter voorkomende DARP met tijdsvensters wordt behandeld. De doelfunctie van dit probleem is louter gericht op een minimalisatie van de totale reistijd van het voertuig. Kwaliteitsvereisten worden hier dus niet meer rechtstreeks worden opgenomen, in de veronderstelling dat het respecteren van de door de klant zelf opgelegde tijdsintervallen moet volstaan om diens tevredenheid te garanderen. Daarnaast wordt geen rekening gehouden met eventuele andere voorwaarden, zoals een capaciteitslimiet, maar de invoering ervan is zonder problemen mogelijk, naar analogie met het basialgoritme. De *MPS*-waarde is hier niet langer relevant, zelfs niet in de dynamische context, daar de tijdsvensters verhinderen dat een klant herhaaldelijk achteraan de route geplaatst kan worden.

De introductie van de tijdsintervallen maakt het noodzakelijk om het eerder toegelichte principe van achterwaartse recursiviteit te verlaten, aangezien het respecteren van de tijdsindicaties slechts kan worden nagegaan wanneer het algoritme de verstreken tijd kan berekenen vanaf een *specifiek* startmoment. Daarom wordt hier een *voorwaartse* recursiviteit toegepast en wordt naar geldige *voorgaande* statussen gezocht, maar fundamenteel blijft het principe hetzelfde.

Een belangrijke vaststelling is het feit dat werkwijze van Psaraftis (1983) niet veralgemeenbaar is wanneer de doelfunctie andere componenten dan de reistijd bevat. Dit wordt geïllustreerd door het algoritme van Desrosiers et al. (1986), waarin de totale door het voertuig afgelegde afstand wordt geminimaliseerd met behulp van voorwaartse recursiviteit. In dit geval is het niet correct om in elke status enkel het meest optimale traject te behouden. Een bepaalde status kan immers bereikt worden via een korte, doch tijdrovende route, waardoor het tijdens het verdere verloop van de procedure onmogelijk zal blijken om een traject uit te werken dat deze deelroute bevat en tegelijk alle tijdsvensters van de verderop gelegen punten respecteert. Daarom is het noodzakelijk om in elke status verschillende labels bij te houden, die de doelfunctiewaarde voor het bereiken van deze status combineren met de hiervoor benodigde tijd. Enkel trajecten die zowel in afstand als in tijd gedomineerd worden, worden verwijderd. Pas in de finale status kan de tijdsindicatie achterwege worden gelaten en wordt het kortste (geldige) traject geselecteerd als optimale oplossing van het probleem. Deze gedachtegang wordt omschreven als het optimaliteitsprincipe.

Gezien de complexere structuur van dit algoritme, is het cruciaal bijzondere aandacht te besteden aan het vroegtijdig elimineren van statussen die in geen geval naar een geldige oplossing kunnen leiden. Daarom vullen Desrosiers et al. (1986) de in Psaraftis (1980, 1983) opgesomde controles met betrekking tot consistentie, legitimiteit, tijdsvensters en capaciteit nog aan met een aantal bijkomende voorwaarden, die anticiperen op de meest waarschijnlijke ongeldigheden tijdens de verdere constructie van de route. Het betreft dus slechts een beperkte controle, aangezien de door deze vooruitziendheid gerealiseerde tijdswinst steeds dient te blijven opwegen tegen de benodigde berekeningstijd. Uit praktijktests blijkt dat de grootste winst wordt geboekt door bij de constructie van de huidige status na te gaan of, gegeven de passagetijd in het beschouwde punt, tijdig kan worden gearriveerd in een arbitrair aantal nog niet bediende punten. Uiteraard worden deze punten onderzocht in stijgende volgorde van de resterende tijd tot de bovengrens van hun tijdsvenster

bereikt wordt. Andere eliminatiebasissen die de auteurs voorstellen, blijken een beperkter effect te veroorzaken. Exacte cijfers hangen weliswaar sterk af van de omvang van het probleem en van de volgorde waarin de controles worden uitgevoerd.

Ten slotte merken de auteurs op dat twee punten die op dezelfde fysieke locatie gelegen zijn en vlak na elkaar bediend kunnen worden zonder schending van eender welke voorwaarde, leiden tot de creatie van een zinloze status. Daar de bedieningsvolgorde desgevallend de doelfunctiewaarde niet beïnvloedt, ligt het immers voor de hand dat het punt met het laatst gesitueerde tijdsvenster ook laatst van beide bediend wordt, zodat een hogere mate van flexibiliteit wordt ingebouwd. Deze eigenschap wordt in de praktijk aangewend om de complexiteit te reduceren indien meerdere te bedienen punten dicht bij elkaar liggen, hetgeen zelden tot een suboptimale oplossing leidt.

In praktijktests op de besproken algoritmen stelt Psaraftis (1980, 1983) een exponentieel verband vast tussen het aantal klanten en de benodigde rekentijd. Deze neemt eveneens toe naarmate de *MPS* en/of de toegelaten capaciteit van het voertuig stijgen, aangezien dan meer pistes onderzocht dienen te worden. De rekentijd voor een probleem met negen klanten stijgt bij Psaraftis (1980, 1983) tot 591 seconden. De bijkomende eliminatiebasissen in Desrosiers et al. (1986) reduceren deze echter tot minder dan zes seconden voor instanties met 40 klanten, dankzij het feit dat het aantal te onthouden statussen ongeveer constant kan worden gehouden door de iteraties heen.

#### 2.1.2 Methoden op basis van geavanceerde invoeging

De methode van Häme (2010) is geïnspireerd op het principe van geavanceerde invoeging. Klanten worden hier één voor één ingevoegd op de gunstigste positie in de op dat moment voorliggende routevoorstellen. In iedere fase blijven *alle geldige voorstellen* bewaard voor verder onderzoek. Pas nadat elke klant werd ingevoegd, wordt de gunstigste oplossing geselecteerd, die bijgevolg steeds het globale optimum vormt en bovendien maakt dat de volgorde van invoegen irrelevant is. Deze werkwijze dient nu reeds duidelijk onderscheiden te worden van de nog te bespreken heuristische invoegingstechnieken, die in Jaw et al. (1986) en de daarop gebaseerde methoden aan bod komen.

De complexiteit van dit algoritme dreigt echter exponentieel toe te nemen naarmate het aantal betrokken klanten stijgt. Het maximaal aantal te onderzoeken routes bij  $i$  klanten bedraagt liefst  $(2i)!/2^i$ . Dit impliceert dat veel belang gehecht wordt aan de breedte van de tijdsvensters. Wanneer tijdsbeperkingen immers een bepaalde volgorde van bedienen niet toelaten, kan de desbetreffende piste buiten beschouwing worden gelaten in de volgende fase van de procedure. Bijgevolg kan vooraf verondersteld worden dat dit algoritme sneller functioneert naarmate het probleem door strakkere tijdsvensters gekenmerkt wordt. Blijft de complexiteit in een bepaalde praktijksituatie toch te hoog, dan is het algoritme reduceerbaar tot een heuristiek.

Concreet wordt een probleem opgelost met dezelfde kenmerken als Psaraftis (1983), waarbij de tijdsvensters dus liefst krap gedefinieerd zijn. Deze formulering wordt echter gecombineerd met de in Psaraftis (1980) gesuggereerde, uitgebreidere doelfunctie, waarin ook de reistijd en de wachttijd van de klant zijn opgenomen. De introductie van de tijdsvensters laat overigens toe om de wachttijd voortaan te definiëren als het verschil tussen de ondergrens van het opgegeven tijdsinterval en het werkelijke uur van het vertrek.

Bij elke invoeging worden de legitimiteit, de tijdsbeperkingen en de capaciteit geverifieerd. Ook kan eventueel een maximale toegelaten reistijd per klant worden opgelegd, waarvan de invloed op de complexiteit van het algoritme superexponentieel blijkt. Wanneer het natuurlijk logaritme van de complexiteit immers in functie van de maximale toegelaten reistijd wordt voorgesteld, blijkt de richtingscoëfficiënt van de curve te stijgen naarmate de maximale toegelaten reistijd toeneemt, ceteris paribus. Indien één van bovenvermelde voorwaarden geschonden is, wordt de voorliggende oplossingspiste niet verder onderzocht en wordt de complexiteit van het algoritme dus kleiner dan het berekende maximum. Idealiter gebeurt dit voor een groot aantal onderzochte routes.

Daarnaast is het van belang om het aantal te onderzoeken oplossingsvoorstellen *a priori* reeds zo beperkt als mogelijk te maken. Op basis van de tijdsvensters kunnen immers een aantal trajecten uitgesloten worden vooraleer het algoritme effectief geactiveerd is. Deze denkwijze werd reeds toegelicht in het kader van de formulering van Cordeau (2006).

Indien de complexiteit toch te groot blijft om het algoritme uit te voeren, kan ook een heuristische variant van deze techniek toegepast worden. Daarbij wordt snel een lokaal optimum gezocht door het aantal te onthouden volgordes bij de invoeging van elke klant te beperken met een vooraf vastgelegde limiet, die omschreven wordt als de graad van de heuristiek. Als criterium voor de selectie van het beperkte aantal volgordes, kan echter niet dezelfde doelfunctie gebruikt worden als die van het globale probleem, omdat op die manier het risico zou bestaan dat een marginaal duurdere route steeds verworpen zou worden, terwijl deze verderop in de procedure eventueel een makkelijkere invoeging van de overige klanten zou kunnen toelaten. Daarom wordt voorgesteld om de temporele flexibiliteit te maximaliseren door de routes te bewaren waarin de totale stilstandtijd in de punten het grootst is, waarin het voertuig in zoveel mogelijk punten een stilstandtijd heeft, enzovoort. Dit zijn criteria die de tijds marge voor alle nog niet ingevoegde klanten maximaliseren. Merk overigens op dat de graad van de heuristiek zich steeds tussen 1 en  $(2i)!/2^i$  dient te situeren. De ondergrens impliceert dat de methode zou verworden tot een myopische invoegingsheuristiek van de meest elementaire vorm, waarover nadere toelichting verschaft wordt bij de bespreking van Jaw et al. (1986), terwijl de bovengrens uitmondt in een exacte oplossing, aangezien alle geldige oplossingen onthouden worden. Bij een verhoging van de graad van de heuristiek stijgt de kans dat een geldige oplossing gevonden wordt, maar neemt ook de complexiteit toe.

Tot slot haalt de auteur aan dat het in een dynamische context nuttig is om de hierboven vermelde doelfuncties ter maximalisatie van de temporele flexibiliteit aan te wenden als component in de doelfunctie van het globale probleem. Aangezien zich nieuwe klanten kunnen aandienen terwijl de oorspronkelijk geplande route wordt afgewerkt, is het niet onverstandig om hierop te anticiperen door enige tijds marge te voorzien. Overigens is dit algoritme erg geschikt om in een dynamische context te functioneren. Wanneer niet alle aanvragen vanaf het begin gekend zijn, maar slechts geleidelijk aan binnensijpelen, zorgt de relatief korte planningshorizon er voor dat de complexiteit beperkt blijft. Een naar dynamische maatstaven typisch probleem met een twintigtal simultaan beschouwde klanten kan gemiddeld in minder dan een seconde optimaal opgelost worden, hetgeen meteen de praktische bruikbaarheid van het algoritme staft.

### 2.1.3 Decompositiemethoden

Sexton en Bodin (1985a, 1985b) passen het algemene decompositieraamwerk van Benders (1962) toe om een oplossingsmethode te ontwikkelen waarin de constructie van de route en het opstellen van de tijdsplanning gescheiden worden. Dit laat hen toe een snelle oplossing te identificeren voor problemen van minder beperkte omvang. Concreet wordt enerzijds de bedieningsvolgorde van de verschillende klanten heuristisch bepaald en iteratief verbeterd naarmate de procedure vordert, terwijl anderzijds het bijhorende tijdschema (en dus de bijhorende waarde van de doelfunctie) aan de hand van een snel, niet-iteratief algoritme optimaal berekend kan worden. Hierbij wordt het probleem voorgesteld als een door capaciteiten en kosten gekenmerkt netwerk, met een bepaalde stroomhoeveelheid die tegen de laagste kost doorheen dit netwerk dient te vloeien. Het feit dat een dergelijke structuur volgens Hillier en Lieberman (2010) te beschouwen is als de visualisatie van een handige lineaire programmering, verklaart de vlotte oplosbaarheid ervan. Weliswaar wordt niet noodzakelijk de optimale oplossing van het probleem bekomen.

Een belangrijk nadeel is de weinig voorkomende probleemcontext waarop deze methode gericht is, ondanks het feit dat er tijdsindicaties in verwerkt zijn. De heuristiek is namelijk enkel in staat om ofwel voor alle klanten een gewenst vertrekpunt, ofwel voor iedereen een gewenst aankomstuur te verwerken. In de realiteit zal echter ongeveer de helft van de klanten een heenreis afleggen en dus minstens een uiterst aankomstuur wensen te preciseren, terwijl de andere helft een terugreis doet en daarbij niet vroeger dan een bepaald tijdstip kan vertrekken. In dat opzicht is de incorporatie van de tijdsindicaties dus bijzonder irrealistisch. In deze bespreking wordt het tweede scenario uitgediept. Naast de tijdsbeperkingen kan de heuristiek ook rekening houden met de capaciteit van het voertuig en wordt de legitimiteit van de bedieningsvolgorde gegarandeerd.

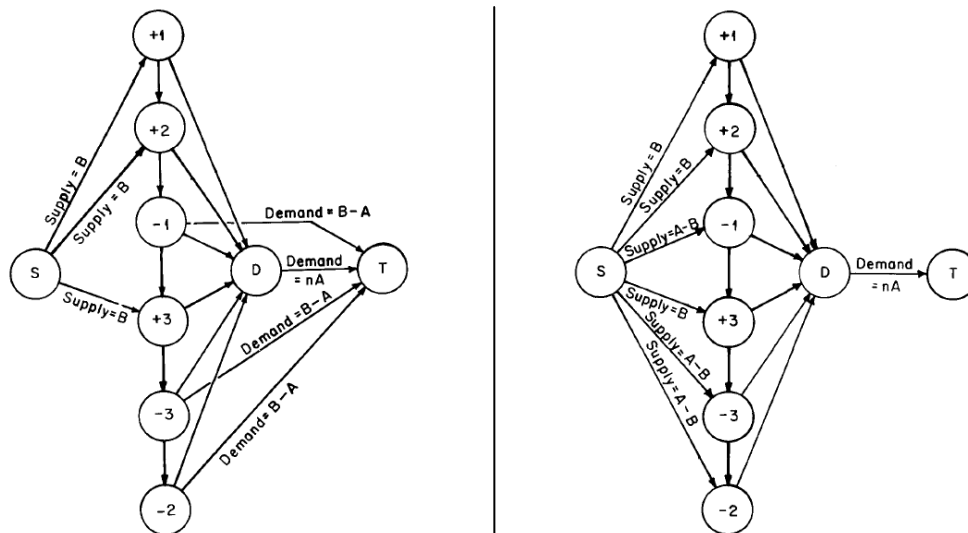
De doelfunctie tracht enkel het gebruikersongemak te minimaliseren, dat per klant gedefinieerd is als een gewogen som van de overtollige reistijd, d.i. de werkelijke reistijd minus de directe reistijd, en het verschil tussen de opgegeven richttijd en het werkelijke aankomstuur. Daar een laattijdige aankomst niet is toegestaan, is dit verschil altijd positief. De gewichten zijn strikt positief en voor elke klant gelijk.

Allereerst wordt op gestructureerde wijze een initiële bedieningsvolgorde vastgelegd, aangezien de kwaliteit van de uiteindelijke oplossing hierdoor beïnvloed wordt. Dit geldt in het bijzonder indien de gewichten in de doelfunctie ongeveer gelijk zijn en geen van beide criteria dus een duidelijke doorslag geeft in de iteratieve verbeteringsprocedure. Als eerste schakel wordt gekozen voor het vertrekpunt met de vroegste uiterste bedieningstijd, berekend door de uiterste bedieningstijd van de bijhorende bestemming te verminderen met de directe reistijd tussen beide. Daarna wordt de scheiding berekend met alle punten die onmiddellijk hierna bediend kunnen worden. Deze omvat een ruimtelijke en een temporele component. Het is namelijk de som van enerzijds de directe reistijd tussen de beschouwde punten en anderzijds het verschil tussen de uiterste bedieningstijden van het tweede en het eerste punt. Terwijl de ruimtelijke component positief is, wordt het teken van de temporele component bepaald door de concrete tijdsindicaties. Deze wordt groter naarmate de uiterste bedieningstijd van het tweede punt zich later situeert dan deze van het eerste punt en impliceert dan dat het minder noodzakelijk is om dat tweede punt als volgende schakel in de route op te nemen. Het is daarom evident dat het gekozen punt telkens over de kleinste scheiding met het laatst vastgelegde punt moet beschikken. De procedure eindigt zodra de route compleet is.



Eén uitzondering wordt toegestaan om een inefficiënt patroon te vermijden. Wanneer het voertuig op een zeker traject met een arbitrair vastgestelde maximale verlenging van de reistijd het ophaal- of het afleverpunt van een reeds opgehaalde klant kan aandoen, wordt de omweg ingelast. In het eerste geval houdt dit in dat het vertrek van de klant in kwestie verlaat wordt. Voor eenzelfde klant mag een dergelijke ingreep slechts een beperkt aantal keer toegelaten worden, daar de heuristiek anders in een oneindige cirkelredenering kan vervallen. In het tweede scenario, wanneer het een bestemming betreft, is deze beperking niet relevant. Als meerdere punten in aanmerking komen om door een omweg aangedaan te worden, gaat de voorkeur naar het punt dat het dichtst bij het vorige ligt. Merk op dat het arbitrair opleggen van de maximale reistijdverlenging zorgvuldig dient te gebeuren. Indien deze waarde te klein is, krijgt de klant de terechte indruk dat de routebepaling inefficiënt is. Wordt voor een te grote waarde geselecteerd, dan vergt de heuristiek veel rekentijd en dreigt de logica in de routeplanning eveneens te verdwijnen.

Nu een eerste geldige route geconstrueerd is, kan het bijhorende tijdsschema opgesteld worden aan de hand van een algoritme. De auteurs tonen aan dat de structuur van het probleem toelaat het te formuleren in de vorm van een stroomnetwerk en op die manier tot een optimale oplossing te komen. Alle te bedienen punten stellen een knooppunt in het netwerk voor, maar de precieze constructie hangt af van de keuze van de gewichten in de doelfunctie. Noem  $A$  het gewicht dat aan de afwijking van de richttijd is toegekend, terwijl  $B$  het gewicht van overtollige reistijd voorstelt. Onderstaande figuur 1 schetst (louter illustratief) de netwerkstructuren indien  $B > A$ , dan wel  $B \leq A$  voor een route met drie klanten, waarbij een plusteken een ophaalpunt voorstelt en een minteken een bestemming uitmaakt. Uiteraard bepaalt de eerder opgestelde initiële route de volgorde waarin deze voorkomen. Voorts omvat het netwerk een bron, een uitloop en een dummyknoop. Indien de capaciteit van een verbinding beperkt is, wordt deze vermeld.



Figuur 1: illustratie van de structuur van de stroomnetwerken voor  $B > A$  (links) en  $B \leq A$  (rechts) en de capaciteiten van de betrokken verbindingen. Aangepast uit Sexton en Bodin (1985a).

Voor nadere details omtrent de vaste oplossingsprocedure van dergelijke stroomnetwerken wordt verwezen naar Sexton en Bodin (1985a, 1985b). In het optimale resultaat evenaren de totale aan- en afvoer elkaar, zodanig dat een stroom ten bedrage van  $nB$  (indien  $B > A$ ) of  $nA$  (indien  $B \leq A$ ) doorheen het volledige netwerk geleid wordt en tegelijk de kosten geminimaliseerd worden. In

beide scenario's wordt enkel een kost opgelopen per eenheid stroom over een traject dat twee opeenvolgende taken, zijnde ophaal- of afleverpunten, verbindt. Om de grootte van deze kost te bepalen, wordt teruggegrepen naar de eerder gedefinieerde scheiding van twee punten.

Op basis van het opgeloste stroomnetwerk kan voor elk punt een afwijking van het uiterste tijdstip van bediening achterhaald worden. Indien het traject tussen twee punten langer duurt dan op basis van de directe reistijd verwacht zou worden, is reservetijd toegekend. Dit is het equivalent van de noodzakelijke wachttijd bij vroegtijdige aankomst, die hier echter niet voorkomt in de punten van het netwerk, maar zich enkel manifesteert op een traject dat vertrekt vanuit de bestemming van een klant. Indien het laatst bediende punt immers de herkomst van een klant uitmaakte, was het voordeliger de reserve op het vorige deeltraject in te plannen, omdat op die manier de overtollige reistijd van de opstappende klant kleiner wordt, terwijl niets verandert voor wie reeds aan boord is. Wanneer  $B > A$  zal de reserve bovendien ook enkel voorkomen op een traject dat uitmondt in een ophaalpunt. Wanneer het traject naar een bestemming leidde, zou het immers voordeliger zijn om de klant in kwestie eerst af te leveren, daar een grotere afwijking van diens richttijdstip minder nefast is voor de doelfunctie dan een langere reistijd. Het feit dat deze bemerking niet geldt indien de verhouding van de gewichten in de doelfunctie omgekeerd is, leidt in bepaalde gevallen tot ogenschijnlijk vreemde resultaten. Het is namelijk niet voor de hand liggend dat een klant baat zou hebben bij reservetijd op een traject dat naar zijn bestemming leidt. Toch kan dit in de context van het vervoer van ouderen en gehandicapten weldegelijk het geval zijn, bijvoorbeeld omdat de bestemming niet altijd voorzien is van geschikt wachtcomfort.

Als volgende stap in de procedure wordt getracht de initieel vastgestelde route te verbeteren. Aan de hand van de kosten op elke boog van het opgeloste stroomnetwerk worden de verbindingen in stijgende volgorde van wenselijkheid bestudeerd. De eerste twee taken die in aanmerking komen om verplaatst te worden, zijn bijgevolg deze die de minst wenselijke verbinding omsluiten. Voor beide knooppunten wordt achtereenvolgens nagegaan op welke andere posities ze geldig kunnen worden ingevoegd, waarbij de relatieve volgorde van alle overige knooppunten ongewijzigd blijft. Voor alle geldige posities wordt opnieuw het optimale tijdsschema opgesteld aan de hand van het stroomnetwerk. Indien de nieuwe volgorde een betere doelfunctiewaarde oplevert, wordt deze verder beschouwd als de beste tot dan toe geconstrueerde route en kan een volgende iteratie van de verbeteringsheuristiek ingezet worden. In het andere geval wordt de op één na minst wenselijke verbinding tussen twee taken bestudeerd, enzovoort. Worden binnen een bepaalde iteratie alle verbindingen van de beste tot dan toe geconstrueerde route doorlopen zonder enige verbetering, dan eindigt de heuristische procedure en worden de op dat ogenblik behandelde route en het bijhorende optimale tijdsschema verondersteld een goede oplossing te bieden voor het probleem. Het aantal nog door te voeren iteraties is overigens steeds onvoorspelbaar en hangt niet samen met de in de voorgaande iteraties bereikte resultaten.

## 2.2 Het DARP met meerdere voertuigen

### 2.2.1 Methoden op basis van integer programmeren

De eerste exacte oplossingmethode voor het DARP met meerdere voertuigen en tijdsvensters werd voorgesteld door Cordeau (2006) en later uitgebreid door Røpke et al. (2007). De overeenkomstige formuleringen in de vorm van een gemengd binair en een zuiver binair programmeringsprobleem kwamen reeds aan bod in sectie 1.4.

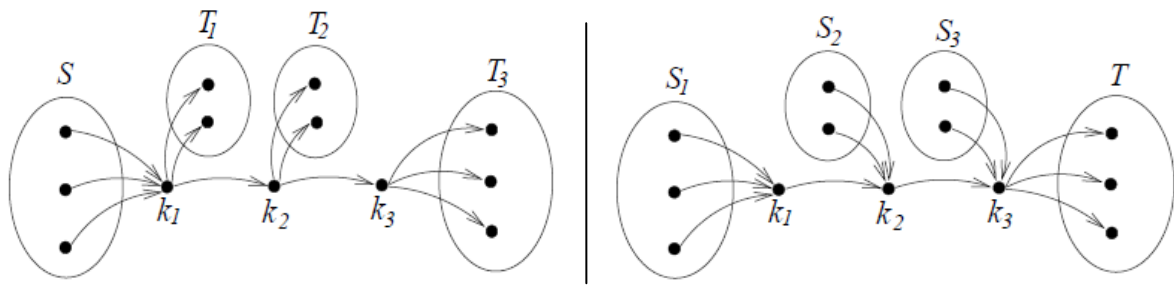
De formulering in de vorm van een binaire programmering, waarbij de assumptie van deelbaarheid niet opgaat, impliceert dat de klassieke simplexmethode veelal niet zal volstaan om tot een geldige oplossing te komen. Daarom wenden de auteurs de *branch-and-cut* techniek aan, die steunt op het feit dat het behandelde probleem als gevolg van de binaire aard van de beslissingsvariabelen een beperkt aantal oplossingen heeft. Daardoor is het namelijk mogelijk om het domein intelligent te doorzoeken en stapsgewijs te verkleinen. Hillier en Lieberman (2010) geven de verschillende fases van een dergelijke procedure weer. Allereerst wordt een aantal voorbereidende stappen toegepast. Variabelen waarvoor slechts één waarde bestaat die uitmondt in een geldige oplossing worden a priori vastgelegd en beperkingen worden zo veel als mogelijk verstrakt of geëlimineerd. Hierdoor wordt de omvang van het probleem vooraf al gereduceerd. Vervolgens wordt een lineaire relaxatie doorgevoegd, waarbij het probleem wordt opgelost alsof de voorwaarde van integriteit niet zou gelden. Indien dit toevallig een geldig resultaat oplevert, is dat meteen ook de optimale oplossing van het probleem. In het andere geval worden nieuwe beperkingen opgelegd die het domein van de lineaire relaxatie weliswaar verkleinen, maar uiteraard niet leiden tot een eliminatie van geldige oplossingen. Vervolgens wordt de lineaire relaxatie herhaald. Indien uiteindelijk geen bijkomende beperkingen meer gegenereerd kunnen worden en nog geen geldig resultaat achterhaald is, wordt een vertakking doorgevoerd, hetgeen betekent dat de procedure voor twee scenario's verdergezet wordt. In de ene vertakking wordt een bepaalde beslissingsvariabele op 0 vastgelegd, terwijl deze in de andere vertakking de waarde 1 krijgt. Een vertakking wordt afgesloten zodra een geldig resultaat wordt bekomen, geen geldige lineaire relaxatie meer kan worden doorgevoerd of de doelfunctie slechter wordt dan de beste tot dan toe achterhaalde waarde. Deze laatste regel steunt op het inzicht dat de doelfunctiewaarde van een ongeldige oplossing alleen kan verslechteren naarmate verder vertakt wordt en dus stapsgewijs naar een geldig resultaat wordt toegewerkt.

Bovenstaand raamwerk dient vervolgens vertaald te worden naar een concrete uitwerking. Beide auteurs bespreken eerst en vooral een aantal technieken om, vertrekkend vanuit hun formulering, de probleemomvang te reduceren. Merk op dat al deze toevoegingen niet noodzakelijk zijn om een geldige oplossing te bekomen, maar wel bijdragen aan een efficiëntere lineaire relaxatie en zo de benodigde rekentijd verminderen. In het bijzonder bij complexere problemen zal dit van cruciaal belang blijken. Naast een eerste serie vereenvoudigingen die bij de bespreking van de formulering werden toegelicht en a priori resulteren in permanente schrappingen van concrete bogen uit de netwerkstructuur, creëren de auteurs hier nog een aantal bijkomende voorwaarden in de vorm van ongelijkheden. Het feit of deze in een bepaalde fase al dan niet gerespecteerd zijn, hangt af van de concrete waarde die op dat ogenblik onderzocht wordt voor de beslissingsvariabelen, zodat in elke fase van de procedure een nieuwe controle dient te worden uitgevoerd. Onderstaand overzicht van ongelijkheden is niet-uitputtend en geeft bij elke voorwaarde slechts een basisredenering weer. Het

is steeds mogelijk deze extensiever uit te werken door meer klanten simultaan in beschouwing te nemen, maar dit beïnvloedt wel de benodigde rekentijd bij de uitvoering van het algoritme.

Cordeau (2006) verwijst eerst naar de bijzondere volgordebeperingen die het DARP kenmerken. Steunend op theorieën van Balas et al. (1995) en Grötschel en Padberg (1985), kunnen op basis van subsets van knooppunten kleine netwerken met enkele bogen opgebouwd worden, waarvoor is aangetoond dat slechts een beperkt aantal van deze bogen gezamenlijk mag voorkomen in een geldige oplossing. Zo niet, zal de geconstrueerde route een subtour bevatten. Als bijvoorbeeld een subset van twee overeenkomstige ophaalpunten en bestemmingen wordt beschouwd, mag in beide ophaalpunten samen maximaal één boog vanuit een ander betrokken punt aankomen, net zoals uit beide bestemmingen samen hooguit één boog naar een ander betrokken punt kan vertrekken. Een soortgelijke reeks van voorwaarden ontleent Cordeau (2006) aan de theorie van Ruland en Rodin (1997), waarin evenveel subsets geconstrueerd worden als er klanten zijn. Vervolgens krijgt elke subset precies één ophaalpunt en één niet-corresponderend bestemmingspunt toegewezen en worden beide punten in elke subset in beide richtingen met elkaar verbonden. Nu kan het aantal van deze bogen dat ook voorkomt in een geldige oplossing nooit hoger liggen dan het aantal klanten minus één. In het andere geval kan immers geen route geconstrueerd worden waarin de legitimiteitsvoorwaarde voldaan is en elk punt tegelijk slechts eenmaal bediend wordt. De drie overige beperkingen die Cordeau (2006) toevoegt, corresponderen met de drie wijzigingen die Røpke et al. (2007) aanbrachten in de basisformulering van Cordeau (2006). Achteraf zullen de praktijktests aantonen in hoeverre deze verschillende structureringen de rekentijd beïnvloeden.

Ook Røpke et al. (2007) voegen nog enkele voorwaarden toe. Een eerste bouwt verder op de door hen uitgewerkte formulering van de capaciteit. Indien een pad een willekeurig aantal knooppunten bedient tussen het ophaalpunt en de bestemming van één of meerdere beschouwde klanten en het netto aantal opstappende klanten in die willekeurige knooppunten positief is, worden twee subsets opgebouwd. Voornoemde willekeurige knooppunten worden in de eerste set verzameld, terwijl de tweede set de bestemmingen van de beschouwde klant(en) omvat. Als nu alle mogelijke bogen in elke subset worden beschouwd, alsook die van de eerste naar de tweede subset (enkel in deze richting), dan is het aantal van deze bogen dat gezamenlijk kan voorkomen hoogstens gelijk aan het aantal bogen binnen beide subsets, verminderd met het naar boven afgerond quotiënt van het netto aantal beschouwde opstappers en de capaciteit van een voertuig. Intuïtief is dit een logische verstrakking van de oorspronkelijke voorwaarde. Naarmate een groter aantal klanten al aan boord is op het ogenblik dat het pad de subset van willekeurige knooppunten binnentreedt, zal dit pad de grens van deze subset immers vaker moeten overschrijden, d.i. de in de set opgehaalde reizigers erbuiten afzetten, vooraleer elke in de set opstappende reiziger uiteindelijk opgehaald is. Bijgevolg kunnen in een geldige oplossing minder beschreven bogen geactiveerd worden. Een laatste type beperking, ook aangehaald door Røpke et al. (2007), wordt een vorkstructuur genoemd, vanwege de verhouding tussen de subsets die aan de basis van de redenering liggen. In figuur 2 zijn twee varianten weergegeven. De linkerhelft stelt een uitgaande vork voor, terwijl de rechterhelft een inkomende vork afbeeldt. Indien het pad van  $k_1$  naar  $k_r$  (met  $r = 3$  in figuur 2) geldig is en elk van deze knooppunten met die hieronder aangeduide bogen aan een willekeurige subset gekoppeld kan worden, zodanig dat elk denkbaar pad van een set  $S$  naar een set  $T$  ongeldig is, dan is het grafisch voor de hand liggend dat, gezien het feit dat in elk punt hoogstens één boog kan aankomen en vertrekken, maximaal  $r$  afgebeelde bogen gelijktijdig kunnen voorkomen in een geldige oplossing.



Figuur 2: illustratie van uitgaande en inkomende vorkstructuren. Uit Røpke et al. (2007).

Ook kunnen een aantal bijkomende voorwaarden gecreëerd worden betreffende de tijdsvensters. De ondergrens voor het begin van de bediening in een bepaald knooppunt hangt namelijk af van de ondergrens in het voorgaande knooppunt. Het verschil tussen beide moet minimaal de som van de duur van de bediening in het voorgaande knooppunt en de directe reistijd naar het huidige punt bedragen, waardoor, afhankelijk van de voorliggende oplossingspiste, het vroegst mogelijke begin van de dienstverlening in het beschouwde knooppunt eventueel kan worden verlaat. De route dient hierbij van voor naar achter beschouwd te worden. De bovengrens voor het begin van de bediening is afhankelijk van de bovengrens van het volgende knooppunt, zodat hier een analoge redenering kan worden opgezet, weliswaar in de omgekeerde richting. De basis van deze werkwijze werd door Desrochers en Laporte (1991) gelegd.

Nadat alle beperkingen gegenereerd zijn, kan een lineaire relaxatie uitgevoerd worden. Indien deze toevallig een geldige oplossing voortbrengt, is dit de optimale oplossing van het probleem. In het andere geval suggereren zowel Cordeau (2006) als Røpke et al. (2007) de uitvoering van enkele (meta)heuristische procedures, gericht op het versterken van bovenvermelde beperkingen. Door hun grote complexiteit kunnen ze niet als een algemeen geldende voorwaarde aan de volledige gegevensset opgelegd worden. Daarom wordt een vooraf vastgelegd aantal iteraties uitgevoerd waarbij intelligent geselecteerde subsets van punten en bogen beschouwd worden. Het betreft dus een gerichte steekproef, eerder dan een sluitende controle. Als een schending van een onderzochte voorwaarde wordt aangetroffen, kan een gedeelte van de verkende oplossing bestempeld worden als ongeldig en wordt, daarmee rekening houdend, de lineaire relaxatie opnieuw uitgevoerd. Voor details over de keuze en de uitvoering van de technieken wordt verwezen naar Cordeau (2006) en Røpke et al. (2007). Een ietwat meer theoretische achtergrond wordt aangetroffen in Augerat et al. (1999), Ruland (1995) en Cormen et al. (1990).

Indien de gevonden oplossing niet meer beperkt kan worden door scheidingstechnieken, maar wel nog steeds fractioneel is, dient een boomstructuur te worden uitgewerkt. De vertakking gebeurt bij de variabele die het verst van een toegelaten waarde verwijderd is. Indien meerdere vertakkingen in aanmerking komen voor verder onderzoek, wordt de meest veelbelovende vertakking eerst onderzocht. Dit is concreet deze waarvoor de voorlopige waarde van de kostenfunctie het laagst is. De uitwerking van een vertakking eindigt als één van de drie reeds besproken stopcriteria bereikt wordt, alsook wanneer de beschouwde kost hoger ligt dan in het resultaat van de nog te bespreken heuristiek van Cordeau en Laporte (2003b), die aldus wordt aangewend als bovengrens voor de waarde van de kostenfunctie. Nadat alle takken zijn afgesloten, kan het tot dan toe beste resultaat beschouwd worden als de optimale oplossing.

Om de verwachte superioriteit van hun techniek mathematisch te staven, ontwerpen Røpke et al. (2007) liefst 42 verschillende praktijktests, waarin een grondige vergelijking met het algoritme van Cordeau (2006) wordt opgezet. De helft wordt uitgevoerd onder erg strakke beperkingen inzake voertuigcapaciteit en maximale reistijd voor de klant, terwijl deze bij de andere helft veel minder doorwegen. In elke groep varieert het aantal klanten van 16 tot 96, terwijl het aantal beschikbare voertuigen geleidelijk aan mee stijgt tot acht. Alle aanvragen worden willekeurig gegenereerd met vooraf bepaalde parameters, waarvan de details raadpleegbaar zijn in Røpke et al. (2007).

Allereerst wordt een vergelijking gemaakt tussen de kost die beide algoritmen bekomen indien een eerste lineaire relaxatie wordt uitgevoerd, waarmee de kracht van de formulering wordt nagegaan. Uit de resultaten blijkt dat Røpke et al. (2007) inderdaad een veel sterkere formulering geponeerd hebben. Waar zij een kost realiseren die, naargelang de beschouwde gegevensheft, respectievelijk 90,40% en 94,55% van de uiteindelijke optimale oplossing bedraagt, is dit bij Cordeau (2006) slechts 70,56% en 76,50%. In het bijzonder de vorkstructuren en bereikbaarheidsbeperkingen blijken de duidelijkste meerwaarde te bieden. Bovendien wordt ook een verschil vastgesteld in de rekestijd wanneer beide algoritmen volledig uitgevoerd worden. De reden voor dit prestatieverschil schuilt in de kracht van de beperkingen, zodat Røpke et al. (2007) doorgaans minder vertakkingen nodig hebben en de oplossing vaak zelfs al in de wortelknoop achterhalen. De combinatie van een herwerkte formulering en extra beperkingen is dus waardevol om de complexiteit van de procedure te reduceren en laat toe om problemen van iets grotere omvang voortaan optimaal op te lossen.

Desondanks blijft een dergelijke exacte methode onbruikbaar in het merendeel van de realistische contexten, waaraan vaak honderden aanvragen te pas komen. Daarom werd door Calvo en Colorni (2006) een heuristiek ontwikkeld die op dezelfde probleemformulering gebaseerd is, maar hieraan een aantal benaderende, complexiteitreducerende ingrepen doorvoert zonder de kwaliteit van de oplossing sterk te schaden. De belangrijkste aanpassing is de creatie van een hulpgrafiek, waarin enkel vertrekpunten worden voorgesteld. Hierdoor halveert het aantal knopen, terwijl het aantal bogen zelfs met ruim driekwart vermindert. Achteraf worden de bestemmingspunten toegevoegd en wordt de geldigheid van de oplossing verzekerd met twee snelle, doch efficiënte technieken.

De doelfunctie van de heuristiek is samengesteld uit twee termen, waaraan een ongelijk gewicht wordt toegekend. Primair wordt gestreefd naar een maximaal aantal bediende klanten, hetgeen wiskundig wordt voorgesteld als de maximalisatie van het aantal uit een ophaalpunt vertrekkende bogen. Aangezien de omvang van de vloot verondersteld wordt vast te liggen, is deze doelstelling relevant om in een drukbezette context een groot aantal verworpen aanvragen te vermijden. In de ondergeschikte component wordt een hoogkwalitatieve dienstverlening beoogd. Hiertoe wordt het verschil tussen de werkelijke aankomsttijd en de vroegst mogelijke vertrektijd voor elke klant gedeeld door de directe reistijd tussen het ophaalpunt en de bestemming in kwestie. Omdat het resultaat best zo klein mogelijk is, wordt de gehele term voorafgegaan door een minteken. In het ideale geval is deze term gelijk aan het aantal klanten, aangezien het geleverde serviceniveau voor een individuele klant steeds groter dan of gelijk aan één is.

Vanzelfsprekend is de doelfunctie ook hier gebonden door een aantal beperkingen, waarvan de formulering grotendeels overeenstemt met Cordeau (2006). Twee aanpassingen worden echter doorgevoerd. Aangezien klanten verworpen kunnen worden, dient vanuit elk knooppunt immers niet langer precies één voertuig, maar wel hoogstens één voertuig te vertrekken. Voorts laten de

auteurs toe dat geen wachttijd wordt ingelast wanneer een bestemming vroegtijdig bereikt wordt, ondanks de reeds vermelde bezwaren van diverse auteurs, zoals Sexton en Bodin (1985a, 1985b).

Elke boog heeft een geassocieerde kost  $\bar{p}_{ij}$ , die wordt berekend op basis van alle reis- en wachttijd die nodig is om de drie mogelijke paden geldig te maken waarmee klanten  $i$  en  $j$  in een geïsoleerde beschouwing, met eenzelfde voertuig en in de gegeven volgorde van ophalen bediend zouden kunnen worden. De waarde  $\bar{p}_{ij}$  meet dus zowel de ruimtelijke (reistijd) als de temporele (wachttijd) afstand tussen twee aanvragen. Indien beide klanten niet op geldige wijze met eenzelfde voertuig bediend kunnen worden, wordt de geassocieerde kost gelijkgesteld aan oneindig. Deze werkwijze laat toe de exacte tijdsvensters achterwege te laten in het verdere verloop van de heuristiek.

Aangezien de grootte van de voertuigenvloot op voorhand moet vastgelegd worden, is het nuttig om een benaderd beeld te kunnen vormen van het aantal voertuigen dat nodig zal zijn om aan alle aanvragen te kunnen voldoen. Hiertoe worden twee technieken uit eerdere literatuur aangewend, waarvan dan het hoogste resultaat geselecteerd wordt. Het algoritme van Carraghan en Pardalos (1990) zoekt de grootste groep klanten die om temporele redenen niet door hetzelfde voertuig bediend kunnen worden. De techniek van Kontoravdis en Bard (1995) berekent voor elke knoop  $i$  de benodigde tijd, m.a.w. de som van de reistijd en de eventuele wachttijd, om de meest gunstig gelegen knoop  $j$  te bedienen. Alle andere knopen in het netwerk komen hiervoor in aanmerking. Dit resultaat wordt gesommeerd over alle  $i$ , gedeeld door de totale breedte van het tijdsvenster waarin een voertuig actief is en naar boven afgerond. Aangezien de totale benodigde tijd op deze manier nooit overschat wordt, is ook het berekende aantal voertuigen hoe dan ook een minimum.

Het op te lossen toewijzingsprobleem is gebaseerd op de eerder geconstrueerde hulpgrafiek, alsook op het afzwakken van een aantal voorwaarden. Het achterwege laten van de tijdsbeperkingen werd reeds verantwoord. Daarnaast worden ook beperkingen die het onderscheid maken tussen vertrek- en bestemmingspunt hier irrelevant. Ten slotte worden beperkingen in verband met de lading van de voertuigen, die in praktijkscenario's zelden het grootste probleem vormen, tijdelijk genegeerd. Hierdoor blijven in de vereenvoudigde programmering nog maar twee beperkingen over, meer bepaald deze die vermijden dat een knooppunt eenzijdig of meervoudig bediend wordt. In deze fase van de oplossingsmethode is het voorts nog verboden om klanten te verwerpen, zodat tijdelijk wordt verondersteld dat in elk knooppunt precies één en hetzelfde voertuig aankomt en vertrekt. Om dit ook voor het depot te laten gelden, worden evenveel (virtuele) depotknopen gecreëerd als het aantal voertuigen dat beschikbaar is. De doelfunctie van het vereenvoudigde probleem tracht de som van alle betrokken  $\bar{p}_{ij}$ , te minimaliseren. Voor verbindingen tussen depotknopen geldt een oneindig grote geassocieerde kost, zodat deze uiteindelijk nooit met elkaar verbonden kunnen zijn.

Bovenstaande vereenvoudiging resulteert in een makkelijk oplosbaar probleem, dat echter zelden een geldige oplossing voor het originele probleem genereert. Concreet worden diverse gesloten paden geconstrueerd die allen een aantal van de beschouwde ophaalpunten bevatten. Het betreft evenveel hoofdpaden als voertuigen, waarbij een hoofdpad gedefinieerd wordt als een pad dat één van de depotknopen bevat en dus beschouwd kan worden als een pad dat begint en eindigt in het depot. Daarnaast ontstaat een veelal beperkt aantal nevenpaden, die enkel ophaalpunten bevatten en dus achteraf nog in een hoofdpad geïntegreerd dienen te worden. Merk op dat een veelheid aan korte nevenpaden, met bijvoorbeeld slechts twee punten, echter ontweken wordt door het feit dat

de betrokken knopen in beide richtingen zowel temporeel als ruimtelijk erg dicht bij elkaar gelegen moeten zijn, aangezien geldt dat  $\bar{p}_{ij} \neq \bar{p}_{ji}$ .

Ten slotte dienen nog een aantal technieken aangewend te worden om tot een oplossing te komen die geldig is voor het oorspronkelijke probleem. Eerst en vooral worden ophaalpunten die op een nevenpad gelegen zijn individueel opnieuw bestudeerd, waarbij wordt nagegaan op welke positie deze het best kunnen worden toegevoegd aan de hoofdpaden en de beste optie weerhouden wordt. Het doorgaans kleine aandeel van de nevenpaden laat een volledige scan toe. Indien nergens een invoeging mogelijk is zonder een voorwaarde van het oorspronkelijke probleem te schenden, wordt de klant in kwestie verworpen. Het resultaat is een reeks hoofdpaden die allen met één voertuig overeenstemmen en uitsluitend zijn opgebouwd uit een aantal ophaalpunten en een depotknoop. Een logische laatste stap bestaat er dus in te zoeken naar geldige punten waar de overeenkomstige bestemmingsknopen kunnen worden toegevoegd. Vanzelfsprekend kan dit enkel in het hoofdpad dat het bijhorende ophaalpunt bevat, alsook pas nadat de klant in kwestie is opgehaald. De auteurs stellen hiervoor twee elkaar uitsluitende technieken voor. Een eerste techniek gaat erg triviaal te werk door het afleverpunt van een klant telkens vlak na zijn ophaalpunt te positioneren. Indien dit niet lukt, wordt de klant direct verwijderd. Een tweede techniek omvat een completere benadering. Eerst wordt gezocht naar alle posities waar de bestemmingsknoop op basis van de tijdsbeperkingen geldig zou kunnen worden ingevoegd. Nadat alle mogelijkheden achterhaald zijn, wordt telkens de globale doelfunctiewaarde berekend. Indien een bepaalde voorwaarde van het originele probleem geschonden wordt, wordt arbitrair een ongunstige waarde toegekend. Uiteindelijk wordt het beste alternatief weerhouden. Indien een bestemming nergens geldig kan worden ingevoegd, wordt de klant in kwestie weeral niet bediend. Uit alle praktijktesten blijkt dat de tweede techniek steeds tot betere resultaten leidt.

### 2.2.2 Invoegingsheuristieken

Parallele invoeging vormt een frequent voorkomende heuristische benadering voor het DARP met meerdere voertuigen, omdat hiermee instanties van zeer grote omvang opgelost kunnen worden. De aanvragen worden gesorteerd volgens een relevant criterium, waarna ze sequentieel (één voor één) in routes worden toegevoegd, die hierdoor dus stapsgewijs geconstrueerd worden. Bij iedere toevoeging wordt getracht de op dat ogenblik geldende waarde van de doelfunctie zo gunstig als mogelijk te houden, maar wordt de positionering van de reeds ingevoegde klanten onveranderlijk geacht. Het is bij omvangrijke problemen onmogelijk om in elke fase het bestaan van eender welke voordelige herschikking te onderzoeken. Hierin schuilt meteen ook de belangrijkste zwakte van een dergelijke procedure, alsook de reden waarom de bekomen oplossing niet noodzakelijk optimaal is. Dit fundamentele verschil met het principe van geavanceerde invoeging, zoals voorgesteld in Häme (2010), wordt omschreven als het myopische gedrag van de parallelle invoeging.

De basisheuristiek in dit onderzoeksdomein werd ontworpen door Jaw et al. (1986) en is in staat om in een beperkte rekentijd kwalitatief hoogstaande oplossingen te genereren voor de meest omvangrijke systemen die tot op heden onderzocht werden. Bovendien zijn de concrete kenmerken waarop deze gebaseerd is erg realistisch vanuit praktisch oogpunt. De klant geeft bij de reservatie één specifiek tijdstip (dus geen interval) op: een gewenst aankomstuur of een gewenst vertrekuur, te respecteren in de meest logische richting. Een klant met een gewenst aankomstuur mag dus



nooit later worden afgezet, waar een klant met een gewenst vertrekuur niet vroeger mag worden opgehaald. De afwijking van het gewenste tijdstip in de andere richting is gebonden aan een vooraf bepaald maximum, dat individueel kan worden vastgelegd. Ook kan een maximale reistijd, alsook een benodigde tijd voor verrichtingen tijdens het in- en/of uitstappen opgelegd worden voor elke individuele klant en mag elk voertuig een verschillende, strikt positieve voertuigcapaciteit hebben.

De heuristiek ordent de betrokken klanten naar het vroegste tijdstip waarop ze opgehaald kunnen worden. Dit tijdstip is gekend bij klanten die een gewenst vertrekuur hebben opgegeven en kan in het andere geval berekend worden op basis van het gewenst aankomstuur, de toegelaten afwijking en de maximale reistijd. Vervolgens wordt telkens getracht om de herkomst en de bestemming van de bovenste klant op de lijst in te voegen in de routes. Hierbij dient rekening te worden gehouden met de assumptie dat een beklant voertuig louter voor het in- en uitladen van medepassagiers mag stilstaan, zodat inactieve periodes enkel mogen worden ingelast op een moment dat zich geen klanten aan boord bevinden. Gegeven dat de hieruit resulterende continue intervallen van activiteit tussen twee inactieve periodes planningsblokken genoemd worden, kan een nieuwe klant op twee manieren ingevoegd worden. Enerzijds kunnen beide haltes in een bestaand planningsblok met reeds  $d$  ingeplande stops worden ingelast. Desgevallend zijn  $(d + 2) \cdot (d + 1) / 2$  combinaties mogelijk, de legitimiteitsvoorwaarde indachtig. Anderzijds kan een voertuig geactiveerd worden tijdens een periode waarin het momenteel stilstaat, zodat een nieuw planningsblok gecreëerd wordt. Diana en Dessouky (2004) merken op dat de heuristiek niet in staat is om het ophalen en het afleveren van een klant in een verschillend planningsblok onder te brengen, hoewel een dergelijke positionering toch tot een toegelaten route zou kunnen leiden indien de bijkomende benodigde tijd voor het afleggen van de route ervoor zorgt dat de tussenliggende inactieve periode verdwijnt en dus twee planningsblokken worden samengevoegd. In hun heuristiek, die later nog besproken wordt, blijkt echter dat deze uitbreiding alleen bij omvangrijke problemen een (beperkte) meerwaarde biedt. Het elimineren van inactieve periodes reduceert immers ook de verdere flexibiliteit.

Nadat de hierboven besproken technieken voor het invoeren van de nieuwe haltes aangewend zijn, dient eerst de geldigheid van alle verkregen routes te worden nagegaan. De heuristiek berekent eerst de bijkomende benodigde tijd om de route af te leggen en gaat na of de reeds ingeplande stops in voldoende mate kunnen worden verschoven zonder schending van een tijdsbeperking. Zo ja, worden aan de hand van een eenvoudige gegevensscan de overige beperkingen nagegaan.

Indien geen enkele geldige manier gevonden wordt waarop de klant in kwestie in het traject van eender welk voertuig kan worden ingevoegd, wordt deze geweigerd. Indien daarentegen meerdere mogelijkheden weerhouden worden, dient een systematische manier ontwikkeld te worden om de beste optie te selecteren. In dit artikel wordt hiervoor een te minimaliseren doelfunctie opgesteld, die een gewogen som is van het bijkomende ongemak voor de klanten en de bijkomende kost voor de operator. De eerste component bestaat uit twee onderdelen. Enerzijds wordt het ongemak van de zonet ingevoegde klant gekwantificeerd op basis van de afwijking van het gewenste tijdstip en de overschrijding van de rechtstreekse reistijd. Anderzijds wordt het bijkomende ongemak van alle reeds ingedeelde klanten gesommeerd. De tweede component, zijnde de bijkomende kost voor de operator, wordt bepaald aan de hand van de bijkomende tijd waarin het voertuig actief is, het verschil in rusttijd, alsook door middel van een indicator voor de belasting van het systeem, die berekend wordt door het aantal klanten (in een vrij te definiëren tijdsperiode rond het moment

waarop de nieuwe stop wordt ingevoerd) te delen door het aantal ingezette voertuigen en bijgevolg zwaarder doorweegt in periodes met grote vraag.

Diana en Dessouky (2004) ontwikkelden een licht aangepaste heuristiek om een meer efficiënte oplossing te vinden voor een probleem van dezelfde aard. Concreet worden twee aanpassingen doorgevoerd: een meer intelligente keuze van de zaadpunten en een procedure die de potentiële kost van het niet onmiddellijk toewijzen van een aanvraag verrekent, hetgeen deels tegemoetkomt aan het myopische gedrag van de heuristiek van Jaw et al. (1986).

De eerste techniek wijzigt de redenering waarmee elk voertuig een eerste af te werken aanvraag, ook wel een zaadpunt genoemd, krijgt toegewezen. Dit is namelijk bepalend voor de kwaliteit van de uiteindelijke oplossing. In de basisheuristiek worden de aanvragen geordend op basis van een tijdsgegeven, zijnde het eerste moment waarop de klant mag worden opgehaald. In twee situaties is echter een afwijking van deze volgorde wenselijk. Enerzijds speelt een geografische component mee in het plannen van trajecten. Het is niet wenselijk om klanten met een afgelegen herkomst of bestemming in het midden van de route te bedienen, omdat dit voor de andere klanten aan boord een negatieve invloed kan hebben op reistijden en op de afwijkingen van de opgegeven tijdstippen. Daarom wordt voor iedere aanvraag  $k$  een decentralisatie-index  $D_k$  berekend, die zich situeert in het interval  $[0,1]$  en toeneemt naarmate het vertrekpunt en/of de bestemming van de klant ver van de andere betrokken punten gelegen zijn. Stel dat een aanvraag  $k-1$  in de chronologische lijst voorafgaat aan een aanvraag  $k$ , dan zal de aanvraag  $k$  toch eerst ingepland worden indien aan de voorwaarde  $D_k - D_{k-1} \geq 1 - \alpha$  voldaan is. Zo ja, worden vervolgens de decentralisatie-indices van de aanvragen  $k$  en  $k-2$  vergeleken, enzovoort. Hoe groter de parameter  $\alpha$  is, des te meer nadruk ligt op het geografische aspect. In systemen met strakke tijdsbeperkingen en veel vervoersaanvragen is dit echter allesbehalve evident. Anderzijds werkt de structuur van de basisheuristiek ook de waarschijnlijkheid in de hand dat, indien  $m$  voertuigen beschikbaar zijn, de eerste  $m$  klanten elk aan een verschillend voertuig worden toegewezen. In een geïsoleerde beschouwing kan dit weliswaar vaak de kleinste toename van de doelfunctie garanderen, maar het vergroot tegelijk ook het risico dat een volgende aanvraag, die eventueel door meer uitdagende tijdsbeperkingen gekenmerkt wordt, niet voldaan kan worden. Om in zekere mate hieraan tegemoet te komen, verbiedt de aangepaste procedure dat een aanvraag  $k+1$  in aanmerking komt als zaadpunt indien deze zonder risico op overlapping achter het net daarvoor ingeplande zaadpunt, hier aanvraag  $k$  genoemd, kan worden toegevoegd. Concreet wordt dus geen bijkomend voertuig geactiveerd om klant  $k+1$  te bedienen wanneer het eerste moment waarop deze mag worden opgehaald zich later situeert dan het uiterste ogenblik waarop klant  $k$  mag worden afgezet, vermeerderd met de directe reistijd tussen de bestemming van klant  $k$  en het vertrekpunt van klant  $k+1$ . Dit garandeert dat de volgende aanvraag met zekerheid kan worden ingepland, aangezien steeds nog de optie rest om een nog niet geactiveerd voertuig aan te wenden. Uiteindelijk verkleint dit het risico op verworpen aanvragen in de globale oplossing.

Aan de hand van bovenstaande technieken kan het zaadpunt van elk voertuig vastgelegd worden. Bij de invoeging van de overige aanvragen wordt nog een andere procedure gebruikt. Deze gaat uit van de prijs die mogelijk betaald zal worden voor het niet onmiddellijk invoegen van een bepaalde aanvraag. Het doel hierbij is weeral het myopische gedrag van de basisheuristiek te compenseren. Deze werkwijze brengt immers de toekomstige (potentiële) impacts op de doelfunctie in kaart. Concreet worden alle overgebleven aanvragen in de rijen van een matrix ondergebracht, terwijl de

routes van de voertuigen de kolommen vormen. In iedere cel wordt de waarde berekend waarmee de doelfunctiewaarde zou toenemen indien de daarmee geassocieerde aanvraag en route in elkaar gepast zouden worden. Indien dit een ongeldig resultaat zou opleveren, wordt arbitrair een hoge waarde toegekend. Vervolgens wordt per rij de som berekend van de verschillen tussen de waarde in iedere cel en het minimum van de rij in kwestie. De aanvraag met het hoogste individuele resultaat wordt als eerste ingepland in de gunstigste route, daar het uitstellen van deze handeling het grootste risico op een inefficiënte oplossing inhoudt. Deze procedure wordt herhaald tot alle routes zijn toegewezen. Indien geen oplossing mogelijk is, bedraagt de som van de rijen telkens nul, want elke cel bevat de arbitrair hoge waarde, die meteen ook het minimum van de rij is.

Ter volledigheid wordt opgemerkt dat de doelfunctiewaarde enigszins anders wordt berekend dan in de basisheuristiek, meer bepaald aan de hand van een gewogen som die enkel rekening houdt met de totale afgelegde afstand, de totale overschrijding van de rechtstreekse reistijden van alle klanten en de duur van de inactieve periodes. De totale afwijking van het door klanten opgegeven richttijdstip en de maatstaf voor de belasting van het systeem zijn hier dus achterwege gelaten.

Hoewel deze heuristiek ontworpen is met het oog op toepassing in een statische omgeving, zal hij in de praktijk waarschijnlijk geconfronteerd worden met bepaalde dynamische aspecten, zoals een onvoorziene opstopping. Daarom wordt voorgesteld de flexibiliteit in te bouwen die wenselijk is in een operationele context door, indien bij het invoegen van een nieuwe stop zich de keuze voordoet om eerdere haltes naar voren te schuiven of latere haltes naar achteren te verplaatsen zonder dat bij één van beide opties de geldigheid van het geheel geschonden wordt, steeds te opteren voor het eerste scenario, zelfs al leidt dit tot meer inactieve periodes en dus tot een kostentoeename.

Uit praktijktesten van de auteurs blijkt dat hun methode significant bijdraagt aan een vermindering van de totale afgelegde afstand, de benodigde voertuigen en de totale reistijd ten opzichte van Jaw et al. (1986). Deze meerwaarde neemt af naarmate de tijdsintervallen breed worden, aangezien de resultaten van de klassieke methode dan sneller toereikend worden. Ook te krappe tijdsintervallen reduceren de efficiëntiewinst, daar het aantal alternatieven dan beperkt is. Een tweede belangrijke vaststelling is dat deze procedure ook de variatie in voornoemde prestatie maatstaven verkleint. Een dienstverlener hoeft, gegeven het feit dat de hoeveelheid aanvragen in een bepaalde regio min of meer stabiel is, zo dus geen onredelijk hoog aantal voertuigen te voorzien om te vermijden dat men, precies als gevolg van deze variabiliteit, regelmatig klanten moet afwijzen. Dit geldt des te meer in praktijksituaties van beperkte omvang. Daarnaast blijft de rekentijd, die weliswaar hoger is dan in de basisheuristiek, ongeveer constant en wordt deze niet beïnvloed door de structuur van de input, waardoor het mogelijk is om de duur van de berekeningsfase op voorhand in te schatten.

Ook Luo en Schonfeld (2007) trachtten verbeteringen aan te brengen in de door Jaw et al. (1986) ontworpen heuristiek. De auteurs suggereren hiervoor twee technieken, waarvoor de inhoudelijke basis gelegd werd in de nog te bespreken metaheuristiek van Toth en Vigo (1997).

Een eerste procedure wordt uitgevoerd op het moment dat de basisheuristiek een aanvraag zou verwerpen omdat het vertrekpunt en/of de bestemming niet kunnen worden ingevoegd in de route van eender welk voertuig. Deze verwerping vloeit mogelijk voort uit de wijze waarop voorgaande aanvragen zijn opgenomen. Indien één van de deze op een andere manier was ingepland, die in een geïsoleerde beschouwing weliswaar minder optimaal was, kon de huidige aanvraag misschien

wel nog toegevoegd worden. Het myopische gedrag van de heuristiek laat echter niet toe om een dergelijk probleem op voorhand te voorzien. Daarom gaat deze procedure na of de mogelijkheid bestaat om een eerder ingeplande verplaatsing naar een andere route te verschuiven, daarna de in te plannen aanvraag op de vrijgekomen plek in te voegen en zo dus een efficiëntere oplossing te realiseren. Gezien de niet onaanzienlijke rekentijd van deze verbeteringsprocedure is het raadzaam om slechts een weloverwogen selectie van de reeds ingeplande verplaatsingen in beschouwing te nemen. Hiervoor wordt een tijdsinterval opgesteld, waarbij het vroegst mogelijke vertrekken en het laatst mogelijke aankomstuur als grenzen fungeren. Een verplaatsing wordt slechts in beschouwing genomen indien het bijhorende tijdsinterval overlapt met dat van de verworpen aanvraag. Van alle mogelijke opties wordt de kostenimpact berekend, waarmee de meest wenselijke verplaatsing wordt achterhaald. Ter vereenvoudiging wordt voorgesteld om enkel een economische maatstaf, met name het totaal aantal afgelegde kilometers of de totale tijdsduur, op te nemen in de doelfunctie, in de veronderstelling dat de kwaliteit van de dienstverlening voldoende bewaakt wordt door de maximale toegelaten afwijking van het richttijdstip. Uiteraard dient de geldigheid van de nieuwe oplossing nagegaan te worden. Tijdsbeperkingen van één of meer klanten kunnen immers geschonden worden wanneer een bijkomende aanvraag wordt ingevoegd, maar – gezien het feit dat onnodige stilstand niet toegelaten is terwijl zich passagiers aan boord bevinden – ook wanneer een verplaatsing uit een bepaalde route wordt weggenomen.

De tweede techniek omvat een tweedelig lokaal optimalisatieproces dat meestal wordt doorgevoerd na een bepaald aantal toevoegingen of na een bepaald tijdsinterval. De grootte van het interval heeft geen sterke invloed op de resultaten van de procedure, maar wel op de benodigde rekentijd. Een eerste component van deze procedure is er op gericht een verplaatsing uit een bepaalde route weg te halen en deze vervolgens in te voegen in de route van een ander voertuig, op voorwaarde dat dit eveneens een geldige oplossing oplevert en bovendien een kostenbesparing genereert. Alle betrokken verplaatsingen worden hierbij één voor één beschouwd. De tweede component van de procedure omvat een complexere methode die twee verplaatsingen uit verschillende routes met elkaar tracht om te wisselen, met dien verstande dat een verplaatsing in haar nieuwe route steeds op de meest optimale manier wordt ingevoegd. Omwille van de vaak bijzonder hoge rekentijd dient het aantal beschouwde verplaatsingen hierbij tot een minimum beperkt te worden. Om de meest zinvolle kandidaten te weerhouden, worden de verplaatsingen geselecteerd aan de hand van de erg strenge voorwaarde dat zowel het interval van de toegelaten vertrektijd als dat van de toegelaten aankomsttijd afzonderlijk moeten overlappen. Beide componenten worden herhaaldelijk achter elkaar toegepast, totdat geen verbetering meer mogelijk is en dus een lokaal optimum is bereikt.

Luo en Schonfeld (2007) werkten een praktijkstudie uit, waarin hun heuristiek vergeleken wordt met de eerder besproken methoden van Jaw et al. (1986) en van Diana en Dessouky (2004). De toepassing op dezelfde gegevens biedt een gelegenheid om de prestaties overzichtelijk in beeld te brengen. De resultaten rapporteren enkele relevante maatstaven, op basis waarvan een verschil wordt vastgesteld in de prestaties, steeds in het voordeel van Luo en Schonfeld (2007). Concreet gaat het om het aantal benodigde voertuigen om een geldige oplossing te kunnen bekomen, de totale afgelegde afstand en de totale tijd waarin de voertuigen zich in een rustperiode bevinden. Het voordeel van Luo en Schonfeld (2007) blijkt af te nemen naarmate de vereiste kwaliteit van de dienstverlening stijgt en het probleem dus door strengere restricties gekenmerkt wordt, daar in dat geval minder ruimte voor alternatieven rest. De omvang van de benodigde vloot blijkt robuuster te zijn, d.i. minder gevoelig voor variatie. Het nadeel van Luo en Schonfeld (2007) is echter de sterk

toenemende rekentijd naarmate de structuur van het probleem minder complex wordt, omdat in dat geval zeer veel alternatieven moeten worden overwogen. Voor de andere heuristieken blijft de benodigde tijd constant in de diverse scenario's. Ten slotte wordt nog vastgesteld dat de heuristiek van Diana en Dessouky (2004), die nochtans voorgesteld werd als een beter alternatief voor Jaw et al. (1986), juist slechter presteert op vlak van totale afgelegde afstand en inactieve periodes. Deze bevinding is dus deels in tegenspraak met de praktijktoets die de auteurs zelf uitvoerden.

Ondanks het feit dat het DARP frequent toegepast wordt in de context van het transport op maat van mindervaliden blijken de tot hiertoe besproken methoden onvoldoende in staat om een aantal typische beperkingen te verwerken. De heuristiek van Toth en Vigo (1997), die eveneens steunt op het principe van parallelle invoeging, voert daarom een fundamentele aanpassing door om alsnog te kunnen voorzien in adequaat vervoer voor deze specifieke doelgroep.

Met het oog op transport is het doorgaans relevant om mindervalide reizigers volgens twee criteria in te delen: de mobiliteit van de persoon en de behoefte aan de aanwezigheid van gespecialiseerd begeleidingspersoneel. Bij het eerste criterium wordt een onderscheid gemaakt tussen enerzijds rolstoelgebruikers die tijdens de rit in hun rolstoel gezeten blijven en bijgevolg enkel door een aangepast voertuig, voorzien van een lift en ruimte voor opengeklapte rolstoelen, vervoerd kunnen worden, en anderzijds reizigers die in staat zijn om plaats te nemen in een onaangepast voertuig. Het kan hier reizigers betreffen die goed te been zijn, alsook klanten wier rolstoel tijdens de rit kan worden dichtgeklapt en dus geen bijkomende ruimte inneemt. Vanzelfsprekend zal de benodigde tijd bij het in- en uitstappen verschillen. Bovenstaand onderscheid op basis van mobiliteit zal leiden tot een tweedimensionale formulering van de voertuigcapaciteit. Een eerste parameter zal immers het aantal zitplaatsen in elk individueel voertuig aanduiden, terwijl een tweede weergeeft hoeveel opengeklapte rolstoelen vervoerd kunnen worden. Hierbij betreft het altijd gehele getallen en wordt uitgegaan van onmogelijkheid tot substitutie. Het tweede criterium bepaalt of een klant al of niet nood heeft aan begeleiding tijdens het transport, waarbij de begeleider verondersteld is gekoppeld te zijn aan het voertuig. Bijgevolg wordt een binaire variabele gecreëerd die voor elk individueel voertuig de eventuele aanwezigheid van begeleidend personeel aangeeft. Merk op dat het vervoer op maat van mindervaliden in de praktijk vaak gerealiseerd wordt met een heterogene vloot aan voertuigen, die niet noodzakelijk allen toebehoren aan dezelfde instantie, zodat niet alle klanten altijd door elk voertuig getransporteerd kunnen worden. Een voertuig zonder lift heeft bijvoorbeeld per definitie een capaciteit van nul voor het vervoeren van opengeklapte rolstoelen. Ook is het mogelijk dat niet alle instanties gespecialiseerd begeleidingspersoneel kunnen voorzien.

Voor het overige behandelt de heuristiek van Toth en Vigo (1997) een probleem met dezelfde kenmerken als in Jaw et al. (1986), afgezien van het feit dat het vertrekpunt van een klant die een gewenst vertrekkur opgeeft theoretisch wel vroeger bediend mag worden, net zoals een klant met een te respecteren aankomstuur alsnog te laat kan arriveren. Bij complexe problemen vergroot dit de kans om alsnog een acceptabele oplossing te verkrijgen, zij het op een weinig klantvriendelijke wijze. Om dergelijke scenario's tot een minimum te beperken, is de kost voor een afwijking van het richttijdstip wel groter wanneer wordt afgeweken in de minst wenselijke richting, dan wanneer zich een tegengestelde afwijking van dezelfde grootte voordoet. Overigens biedt de heuristiek ook de mogelijkheid om arbitrair een maximale toegelaten afwijking vast te leggen, die dus evenzeer nul kan bedragen voor de minst acceptabele afwijkingrichting.

De doelfunctie houdt rekening met een vaste kost voor elk te activeren voertuig, alsook met een variabele kost die zowel kan variëren met de totale afgelegde afstand als met de daarbij benodigde tijd. Logischerwijze zijn deze kosten anders voor elk type voertuig. Aangezien voertuigen worden verondersteld toe te behoren aan een depot wordt ook de rit van en naar dat depot in rekening gebracht. Wanneer een aanvraag niet door de voorziene voertuigenvloot kan worden ingewilligd, kan beroep worden gedaan op een oneindig aantal taxi's. Deze brengen enkel een (hoge) variabele kost met zich mee, die berekend wordt aan de hand van de eigenlijke verplaatsing. Ze worden verondersteld geen depot te hebben. Het gebruik van taxi's wordt echter geminimaliseerd door de opgelopen kosten met een factor tien te vermenigvuldigen, omdat de kwaliteit van hun service zelden is afgestemd op de noden van mindervaliden. Overigens zijn ze hoe dan ook niet geschikt om opengeklapte rolstoelen of personen met nood aan begeleiding te vervoeren. Voor andere types passagiers is het gebruik van taxi's soms echter onvermijdelijk, bijvoorbeeld omdat de aanvragen in de praktijk vaak sterk geclusterd zijn rond bepaalde piekmomenten.

Initieel wordt een beperkt aantal routes  $r_0$  geactiveerd. Om te vermijden dat dit aantal hoger is dan strikt nodig, wordt  $r_0$  bepaald als het minimaal aantal voertuigen waarvan zowel het totale aantal zitplaatsen als de totale capaciteit voor opengeklapte rolstoelen toelaat om een bepaalde fractie  $\pi$  van de overeenkomstige gebruikers te vervoeren. De auteurs stellen vast dat de beste resultaten worden bekomen voor  $\pi = 0,6$ . De toewijzing van een eerste aanvraag aan elke geactiveerde route gebeurt onder meer op basis van de moeilijkheidsgraad  $\delta_i$  van elke individuele verplaatsing:

$$\delta_i = \beta_1 \cdot (a_i + s_i + u_i) + \beta_2 \cdot \left( \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{j \neq i} \Delta_{ij} \right) - \beta_3 \cdot C_i + \beta_4 \cdot (p_i + q_i + \lambda_i)$$

Allereerst dient hierbij aangestipt te worden dat variabelen die niet binair van aard zijn, werden genormaliseerd ten opzichte van het overeenkomstig maximum met het oog op het gebruik in deze formule. Alle variabelen situeren zich dus in het interval  $[0,1]$ . De eerste term van de vergelijking weegt het zwaarst door ( $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3 > \beta_4$ ) en omvat de binaire variabelen  $a_i$ ,  $s_i$  en  $u_i$ , die resp. de waarde 1 aannemen als klant in kwestie een rolstoelgebruiker is, permanent in zijn rolstoel gezeten blijft en nood heeft aan begeleidend personeel. De tweede term omvat het gemiddelde van de gemiddelde benodigde reistijd om de aanvraag in kwestie te koppelen aan iedere andere aanvraag. Een dergelijke koppeling kan op drie wijzen gebeuren. Gegeven dat klant  $i$  eerst wordt opgehaald, kan ofwel klant  $j$  opgehaald worden, waarna beide klanten in dezelfde of in omgekeerde volgorde afgeleverd worden, ofwel klant  $i$  eerst ter bestemming gebracht worden en daarna pas de aanvraag van klant  $j$  volledig behandeld worden. De variabele  $\Delta_{ij}$  is dus gelijk aan een derde van de som van de directe reistijden in deze drie situaties, zonder rekening te houden met de situering van de tijdsvensters. In feite betreft het een decentralisatie-index, die hier echter enkel op basis van de temporele afstand tussen twee aanvragen berekend wordt. In de derde term geeft de variabele  $C_i$  het verschil aan tussen de maximale toegestane reistijd enerzijds en de som van de directe reistijd en de benodigde servicetijden anderzijds. Vanzelfsprekend wordt deze term voorafgegaan door een minteken. In de laatste term wordt de servicetijd, bestaande uit de vaste instap- en uitstaptijden  $p_i$  en  $q_i$  per klantencategorie en een individuele toevoeging  $\lambda_i$ , nog eens expliciet vermeld. Op basis van bovenstaande gegevens wordt dan de moeilijkheidsgraad  $\delta_i$  van elke individuele aanvraag  $i$  berekend. In principe zouden de  $r_0$  hoogst scorende aanvragen nu dus eerst in de route van elk van de  $r_0$  initieel geactiveerde voertuigen ingevoegd moeten worden, vanuit de redenering dat het later invoegen van deze aanvragen de uiteindelijke kwaliteit van de oplossing zou schaden.

De auteurs stellen echter voor om niet enkel te oordelen op basis van de moeilijkheidsgraad van de individuele aanvragen, maar nog een aantal andere, zij het minder zwaar doorwegende criteria in beschouwing te nemen. Het betreft hier allereerst een term die de heuristiek een dynamische toets geeft door, beginnend vanaf de tweede route die een eerste verplaatsing krijgt toegewezen, de decentralisatie te berekenen ten opzichte van de eerder ingevoegde eerste verplaatsingen in de reeds geïnitieerde routes. Het verband is positief, in die zin dat een grotere decentralisatie de nood aan invoeging in de nog niet ingevulde routes vergroot. Daarnaast wordt voorgesteld om ook rekening te houden met de attractiviteit van een verplaatsing, zijnde de mate waarin een aanvraag rond een piek gesitueerd is, alsook met de afstand tot het depot van de initieel actieve voertuigen. Een grotere attractiviteit vergroot de noodzaak tot invoegen, terwijl een situering dichtbij het depot een omgekeerde invloed uitoefent. Met al deze elementen kan de uiteindelijke invoegingscore berekend worden. De hoogst scorende verplaatsing wordt ingevoegd in de eerstvolgende initieel geactiveerde route. Merk op dat de scores van de overige routes vervolgens wijzigen door toedoen van de dynamische toets. Het proces wordt herhaald totdat alle  $r_0$  initieel geactiveerde voertuigen van een eerste verplaatsing voorzien zijn.

In een volgende fase worden de overige aanvragen toegewezen aan de hand van een techniek die enkele jaren later ook in de heuristiek van Diana en Dessouky (2004) aan bod zou komen en bij de bespreking van dat artikel uitgebreid werd toegelicht. Aan de hand van een kostenmatrix wordt de prijs in kaart gebracht die later eventueel betaald moet worden om een bepaalde aanvraag in een bepaalde route op te nemen. Indien in een bepaalde route geen enkele aanvraag nog kan worden ingevoegd, mag deze worden afgesloten. Een nieuwe route wordt slechts geopend wanneer een aanvraag in geen enkele reeds actieve route kan worden ondergebracht. Omdat deze werkwijze echter typisch resulteert in een restgroep van routes die slechts één of enkele aanvragen omvatten en noodzakelijkerwijs met dure taxi's worden uitgevoerd, wordt een metaheuristiek gesuggereerd die aansluitend kan worden uitgevoerd. In sectie 2.2.4 wordt hiervan een bespreking gevoerd.

Ook Wong en Bell (2006) publiceerden een heuristiek waarin bijzondere aandacht uitgaat naar de specifieke noden van mindervalide reizigers, al wordt wel enkel de tweedimensionale aard van de capaciteit in rekening gebracht, niet de behoefte aan begeleidingspersoneel. De doelfunctie omvat, naar analogie met in Toth en Vigo (1997), een operationele component die varieert met de totale reistijd, waarbij de kosten voor taxi's weeral merkkelijk zwaarder doorwegen. Als garantie voor de kwaliteit van de dienstverlening wordt voor elke klant het verschil tussen de werkelijke en de directe reistijd berekend. De som hiervan maakt eveneens deel uit van de doelfunctie.

Ook deze heuristiek rangschikt klanten op basis van een moeilijkheidsgraad, die zo allesomvattend als mogelijk berekend wordt door elementen uit eerdere methoden te combineren:

$$\delta_i = \beta_1 \cdot (r_i) - \beta_2 \cdot (EPT_i) + \beta_3 \cdot (p_i + q_i) + \beta_4 \cdot (d_i)$$

De eerste term focust op het type reiziger en komt in een vereenvoudigde vorm voor in Toth en Vigo (1997). Hier wordt de variabele  $r_i$  echter bekomen door de waarde één te verminderen met de deling van het aantal voertuigen dat geschikt is om klant  $i$  te vervoeren en de totale grootte van de voertuigenvloot. De minst mobiele reizigers, die de aanwezigheid van een rolstoellift in het voertuig vergen, worden dus geacht een grotere moeilijkheid bij het plannen te vormen. De tweede term komt voor in Jaw et al. (1986) en rangschikt klanten volgens hun vroegst mogelijke vertrek  $EPT_i$ .

De derde term brengt servicetijden  $p_i$  en  $q_i$  in rekening, met dezelfde betekenis als in Toth en Vigo (1997). In de vierde en laatste term wordt ten slotte een decentralisatie-index  $d_i$  berekend door de directe reistijden op de trajecten  $(i^+, j^+)$ ,  $(i^+, j^-)$ ,  $(i^-, j^+)$  en  $(i^-, j^-)$  te sommeren, waarbij alle aanvragen  $j (\neq i)$  beschouwd worden. Samengevat houdt de ordeningsprocedure dus rekening met vier elementen: het type reiziger, het tijdsaspect, eventuele bijkomende servicetijden en de al of niet afgelegene ligging. De termen zijn gerangschikt volgens dalend belang ( $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3 > \beta_4$ ) en zijn, waar nodig, ook hier weer genormaliseerd.

De eigenlijke invoeging gebeurt op dezelfde wijze en met dezelfde rekencomplexiteit als in Jaw et al. (1986). Indien een aanvraag onmogelijk kan worden ingepland, wordt beroep gedaan op een taxi. Dit gebeurt eveneens in het zeldzame geval dat de kost van een taxi lager is dan de kleinste toename in de doelfunctie, bijvoorbeeld omdat een aanvraag extreem afgelegen gesitueerd is. Deze heuristiek laat het concept van planningsblokken, zoals die gedefinieerd werden in Jaw et al. (1986), buiten beschouwing. In elk knooppunt mag dus een stilstand ingevoegd worden.

Als gedeeltelijke remedie voor het myopische gedrag van bovenstaande invoeging wordt beroep gedaan op de tweeledige lokale verbeteringsprocedure van Luo en Schonfeld (2007), waar echter nog een derde component aan wordt toegevoegd. Deze tracht een verplaatsing uit één bepaalde route in het traject van een ander voertuig onder te brengen en de hierdoor ontstane leemte vervolgens op te vullen met een andere verplaatsing uit een derde route. Deze techniek is van dezelfde complexiteit als de tweede component van Luo en Schonfeld (2007), zodat het ook hierbij aangewezen is om eerst een beperkt aantal beschouwde mogelijkheden af te bakenen. Overigens dient ook vermeld te worden dat de auteurs zelf vaststellen dat de bijdrage van de tweede en de derde component aan de uiteindelijke oplossing vaak marginaal is, zodat het om rekentechnische redenen veelal raadzaam is om enkel de eerste component herhaaldelijk uit te voeren.

De auteurs testen deze heuristiek aan de hand van een simulatie, waarbij op een willekeurige en onafhankelijke wijze 75 heen- en terugreizen gegenereerd worden en rolstoelgebruikers ongeveer 30% van alle aanvragers vertegenwoordigen. In de resultaten wordt ook een onderscheid gemaakt tussen twee serviceniveaus op basis van de toegelaten afwijking van het door de klant opgegeven richtuur in de meest acceptabele richting. In het laagkwalitatieve scenario blijkt de bijdrage van deze heuristiek enorm groot. De eigenlijke invoeging presteert reeds 6,4% beter dan de heuristiek van Jaw et al. (1986), weliswaar uitgebreid met de verwerking van multidimensionale capaciteiten. Wanneer aan beide technieken de lokale optimalisatietechniek wordt toegevoegd, bedraagt het verschil zelfs 9,1%. De intelligentere ordening van de aanvragen laat dus uiteindelijk ook de lokale optimalisatietechniek toe om beter te presteren, hetgeen het belang van de combinatie van beide onderdelen aantoont. In het hoogkwalitatieve scenario wordt een verbetering met resp. 6,6% en 6,5% geconstateerd. Aangezien dit systeem erg drukbezet is, kan de lokale optimalisatietechniek achteraf amper verbeteringen opsporen. Hoewel de voorgestelde ordeningstechniek dus steeds tot een betere oplossing leidt dan de klassieke heuristiek voor parallelle invoeging, kan de lokale verbeteringsprocedure slechts tot haar recht komen in een niet te strak gereguleerd systeem. Voor meer details omtrent de exacte parameterinstellingen wordt verwezen naar Wong en Bell (2006).

Een voorwaarde doorheen de tot hiertoe besproken methoden is de gekende, deterministische en constante reistijd tussen de verschillende punten in het netwerk. Dit betekent dat de reistijd op een bepaald traject niet door variatie gekenmerkt wordt en onafhankelijk is van het moment waarop



het traject in kwestie wordt afgelegd, hetgeen in het bijzonder voor stadsnetwerken echter niet strookt met de realiteit. De gerealiseerde reistijden zijn daar immers geregeld onderhevig aan een aantal onvoorspelbare toevalsfactoren, waarvan het voorkomen bovendien gerelateerd is aan het moment van de dag. Zeker wanneer de geformuleerde tijdsvensters krap zijn, is het niet evident om een betrouwbaar tijdsschema op te stellen. Fu (2002) tracht de nodige opwaarderingen door te voeren in de conventionele invoegingstechnieken met het oog op toepasbaarheid in een dergelijke stochastische en tijdstipafhankelijke omgeving. Cruciaal is de assumptie dat doorheen de tijd geen correlatie wordt vastgesteld tussen de reistijden over verschillende trajecten. De heuristiek is dus niet geschikt is om structurele filevorming in de spits te verwerken, maar kan bijvoorbeeld wel gebruikt worden om het risico op file door toedoen van ongevallen of onvoorziene omstandigheden, dat verondersteld wordt te variëren naargelang het moment van de dag, in rekening te brengen.

Het behandelde probleem heeft dezelfde kenmerken als in Jaw et al. (1986), met uitzondering van de definitie van de reistijd tussen twee punten. Deze wordt telkens in kaart gebracht door middel van een stochastisch proces, dat gekenmerkt is door een gemiddelde en een standaardafwijking. Deze waarden zijn beide afhankelijk van de positie van het tijdsvenster omheen het vertrekpunt. Veronderstellend dat dit eerder smal is, stelt de auteur dat de standaardafwijking van de reistijd op het daaropvolgende traject als constant kan beschouwd worden, ongeacht op welk moment binnen dat smalle tijdsvenster het voertuig werkelijk zal vertrekken. Het gemiddelde wordt gedetailleerder weergegeven als een lineaire functie van de exacte vertrektijd. Om de bijhorende parameters te bepalen, worden de grootte van het gemiddelde en de standaardafwijking aan de uiteinden van het desbetreffende tijdsvenster als referentie genomen.

Deze heuristiek is er primair op gericht een volgorde en een tijdsschema op te stellen waarin alle individuele punten met een vooropgestelde *waarschijnlijkheid* binnen hun bijhorende tijdsvenster bediend worden, waarbij tegelijkertijd een kostenfunctie geminimaliseerd wordt. De eerste term van deze kostenfunctie omvat de totale reistijd van alle voertuigen. Aangezien verondersteld wordt dat de operator alleen financiële gevolgen ondervindt van afwijkingen van de verwachte reistijd, volstaat het om deze operationele kost proportioneel met de verwachte reistijd te berekenen. Op langere termijn benadert de kost van de verwachte reistijd dan de werkelijk opgelopen kost. Voor de klant ligt dat anders en houdt variatie in de reistijd weldegelijk een ongemak in. Negen keer te vroeg en één maal te laat arriveren op een afspraak wordt minder geapprecieerd dan tien keer stipt aanwezig zijn. Deze redenering is verwerkt in de tweede term van de kostenfunctie, waarin niet enkel het kwadraat van de verwachte afwijking van het richttijdstip wordt opgenomen, maar ook de risicomijdende aard van de doorsnee klant geformaliseerd is via de verwachte variatie in de reistijd. De derde term van de kostenfunctie kwadrateert het percentage waarmee de verwachte reistijd van de ingeplande verplaatsing de verwachte directe reistijd overtreft. Samengevat wordt de kostenfunctie dus gevormd door een gewogen som van drie termen, waarbij de eerste term op courante wijze de operationele kost weergeeft, terwijl de laatste twee termen het ongemak voor de klant weergeven, zij het na aanpassing aan de stochastische context.

Het traject van een bepaald voertuig wordt ingedeeld in planningsblokken, naar analogie met Jaw et al. (1986). Deze beginnen hier steeds in het depot of in het laatste punt van het vorige blok en eindigen zodra de laatste klant in het voertuig wordt afgeleverd. Variatie aan het begin van een planningsblok wordt, ietwat irrealistisch, verondersteld onbestaande te zijn, zelfs indien de marge tussen twee opeenvolgende blokken krap is. Dit betekent dus dat een voertuig in theorie steeds op

het voorziene tijdstip aan een nieuw planningsblok kan beginnen. Deze visie wordt gecombineerd met de assumptie dat de passagetijd in ieder punt normaalverdeeld is, waarbij het gemiddelde slechts afhankelijk is van de passagetijd in het vorige punt en de daaruit te berekenen verwachte reistijd tussen beide punten, die immers reeds geformuleerd werd als een lineaire functie van de passagetijd in het vorige punt. Bijgevolg kan een recursieve relatie worden opgesteld, zodanig dat de verwachte passagetijd van een voertuig in een bepaald punt nog enkel afhankelijk is van het startmoment van het desbetreffende planningsblok. Wat de standaardafwijking van de passagetijd in ieder punt betreft, is de berekening zelfs nog eenvoudiger. In de wetenschap dat de afgelegde route binnen een planningsblok eigenlijk niet meer is dan een aaneenschakeling van ritten tussen twee opeenvolgende punten en dat de standaardafwijking van de reistijd tussen twee dergelijke punten eerder benaderd werd als een constante, althans binnen het tijdsvenster waarin het vertrek van de rit in kwestie is toegelaten, kan de standaardafwijking in ieder punt van het planningsblok immers bepaald worden zonder het precieze tijdschema te kennen en is de standaardafwijking in het geheel onafhankelijk van het moment waarop het planningsblok in kwestie wordt aangevat. Wel is het uiteraard zo dat de standaardafwijking van een verplaatsing achteraan een blok groter zal zijn dan voor een verplaatsing vooraan.

Een tweede aanpassing vloeit voort uit de onmogelijkheid om vooraf met zekerheid te beoordelen of de tijdsvensters in elk punt gerespecteerd zullen worden. Daarom wordt, zoals gesteld, naar een tijdschema gestreefd waarin het tijdsvenster van elk individueel punt met een vooropgestelde waarschijnlijkheid nageleefd wordt. Aangezien de passagetijd een normaalverdeling volgt, kan aan de hand van deze minimale waarschijnlijkheid een interval worden opgesteld waarin de verwachte passage dient te liggen. Dit interval wordt logischerwijze smaller naarmate de standaardafwijking van de passage in het punt in kwestie groter is. Op basis van dit interval kan dan een zogenaamd effectief tijdsinterval opgesteld worden. Hierin wordt de ondergrens bijgesteld totdat deze, gegeven dat binnen een planningsblok geen inactiviteit voorzien mag worden, ook in alle voorgaande stops binnen het beschouwde planningsblok een geldig passagetijdstip verzekert. De bovengrens wordt dan weer zodanig aangepast dat de passage in alle volgende punten geldig is. Indien het effectieve tijdsvenster een negatieve breedte heeft, zal het bijhorende punt niet op geldige wijze kunnen worden ingevoegd. Anders dan bij Jaw et al. (1986) betekent de indeling in planningsblokken in deze stochastische context overigens niet dat het voertuig in de praktijk nooit zal stilstaan op een moment dat zich klanten aan boord bevinden. Hoewel inactiviteit in de berekeningen niet voorzien is, kan variatie in de reistijden een voertuig alsnog te vroeg of te laat in een punt laten arriveren.

Voor het overige werkt deze procedure precies zoals de invoegingsheuristiek van Jaw et al. (1986). Merk wel op dat de invoeging van een bijkomend punt in een route de standaardafwijking van het bedieningstijdstip in alle volgende punten zal vergroten en hun tijdsvensters dus zal versmallen. De in een deterministische context geldige invoeging van een bijkomende stop kan hier dus soms niet toegelaten worden omdat zo een latere, maar eerder ingeplande bediening buiten het versmalde tijdsvenster valt. Het omgekeerde geldt echter niet. Aangezien de tijdsvensters van de andere punten nooit zullen verbreden bij een bijkomende invoeging, zal een eerdere afkeuring achteraf nooit onterecht blijken en laat de heuristiek op dat vlak dus geen kansen onbenut.

Het resultaat is een verzameling van routes, die allen bestaan uit een combinatie van een reeks planningsblokken. Daarbinnen bestaat mogelijk nog een zekere marge voor het vastleggen van de exacte bedieningstijden, die even ruim is als de breedte van het berekende effectieve tijdsvenster

omheen het startpunt van het planningsblok in kwestie. Zoals vermeld, bepaalt de vertrektijd in dit startpunt immers de verwachte bedieningstijden in alle volgende punten binnen het planningsblok. Het meest wenselijke startmoment wordt bepaald door de diverse elementen in de kostenfunctie te noteren in functie van het startmoment en de hieruit resulterende uitdrukking te minimaliseren. Valt het resultaat binnen het effectieve tijdsvenster van het startpunt, dan zal het voertuig op dat ogenblik vertrekken. Als het resultaat zich voor (resp. achter) het effectieve tijdsvenster situeert, zal het voertuig vertrekken op het vroegste (resp. laatste) toegelaten tijdstip. Aangezien variatie verondersteld wordt niet over te gaan naar het volgende planningsblok, dient deze minimalisatie afzonderlijk te worden opgelost voor elk planningsblok binnen een route. Een uitzondering stelt zich wanneer het effectieve tijdsvenster van het laatste punt in de voorgaande route overlapt met het effectieve tijdsvenster van het eerste punt in de nieuwe route. De auteur stelt in dat geval voor om de breedte van de vensters zodanig te verkleinen dat twee onafhankelijke problemen ontstaan.

### 2.2.3 Clustermethoden

Het voorafgaand groeperen van aanvragen is volgens Cordeau en Laporte (2007) een courant aangewende techniek bij het exact oplossen van het DARP met meerdere voertuigen. Dit geldt in het bijzonder wanneer het behandelde probleem van een aanzienlijke omvang is en door een groot aantal bijkomende beperkingen gekenmerkt wordt. Concreet wordt de complexiteit gereduceerd door in de eerste fase van de oplossingsprocedure een aantal miniclusters te onderscheiden, die gedefinieerd worden als een groep van geografisch en temporeel nabijgelegen aanvragen die op geldige wijze door hetzelfde voertuig bediend kunnen worden. Een dergelijke minicluster is steeds een minimale set van verweven verbindingen en kan dus nooit een lege rit bevatten, omdat dan twee verschillende miniclusters gecreëerd zouden kunnen worden. Voorts dienen alle principes die voortvloeien uit de definitie van het DARP gerespecteerd te worden. In een tweede fase wordt een selectie gemaakt uit alle geldige miniclusters, zodanig dat de aaneenschakeling ervan leidt tot een geldige en goedkope oplossing voor het globale probleem.

Ioachim et al. (1995) ontwierpen een methode waarin de miniclusters *optimaal* gevormd worden, zij het op basis van een gereduceerd onderliggend netwerk. Een te simplistische samenstelling van vaak te omvangrijke clusters zou weliswaar de combinatiefase vereenvoudigen, maar verslechtert tegelijk de kwaliteit van de uiteindelijke oplossing. De omvang van de miniclusters wordt niet op voorhand gespecificeerd, maar bepaald door de wiskundige optimalisatie. Het proces steunt deels op Dumas et al. (1991), waarin een eenvoudiger exact algoritme wordt ontworpen in het kader van kleinschalig goederentransport.

Het behandelde probleem houdt rekening met een indeling naar de eerder besproken types van handicaps en hun bijhorende servicetijd. De doelfunctie streeft een minimalisatie van de totale reistijd na, bestaande uit de sommatie van twee componenten. Interne reistijd wordt berekend als de nodige reistijd om het traject binnen alle miniclusters af te werken en is gekend op het moment dat deze gevormd worden. Externe reistijd omvat de tijd om de miniclusters te verbinden en wordt initieel geschat door het aantal miniclusters te vermenigvuldigen met een courant gemiddelde.

Miniclusters worden gevormd op basis van een gereduceerd netwerk, waardoor de complexiteit van het probleem wordt verkleind. De geldigheid van een bepaald pad zal daarom op zich niet volstaan

om opgenomen te worden in een minicluster. Ook aan een aantal kwaliteitsvereisten dient voldaan te zijn. De reductie van het netwerk kan worden doorgevoerd voor de eigenlijke procedure start. Voor elk koppel aanvragen  $i$  en  $j$  wordt naburigheid nagegaan. Hiertoe dienen de tijdsvensters van beide aanvragen te overlappen in de meest soepele betekenis, dient de benodigde reistijd om het vertrekpunt en de bestemming van één der aanvragen met elkaar te verbinden via het ophaalpunt van de andere aanvraag kleiner te zijn dan  $\rho$  maal (vrij te kiezen) de directe reistijd, dient de hoek tussen de lijnstukken die het vertrek en de bestemming van beide aanvragen met elkaar verbinden kleiner te zijn dan een (vrij te kiezen) hoek  $\beta$  en dient het verweven van de aanvragen globaal een tijdswinst te genereren. Indien twee aanvragen  $i$  en  $j$  volgens de definitie niet naburig zijn, kunnen ze voorts toch als dusdanig beschouwd worden indien ze beide naburig zijn aan eenzelfde aanvraag  $k$ .

Twee aanvragen  $i$  en  $j$  kunnen op de zes hieronder weergegeven wijzen verweven worden. Merk op dat de paden (5) en (6) slechts relevant zijn indien zich nog een andere klant aan boord bevindt, aangezien het voertuig binnen één cluster nooit leeg mag zijn.

- |   |   |   |
|---|---|---|
| (1) $i \rightarrow j \rightarrow i+n \rightarrow j+n$ | (2) $i \rightarrow j \rightarrow j+n \rightarrow i+n$ | (3) $j \rightarrow i \rightarrow i+n \rightarrow j+n$ |
| (4) $j \rightarrow i \rightarrow j+n \rightarrow i+n$ | (5) $i \rightarrow i+n \rightarrow j \rightarrow j+n$ | (6) $j \rightarrow j+n \rightarrow i \rightarrow i+n$ |

In deze zes paden komen de volgende acht verschillende bogen voor:

- |                           |                           |                         |                         |
|---------------------------|---------------------------|-------------------------|-------------------------|
| (1) $i \rightarrow j$     | (2) $j \rightarrow i$     | (3) $i \rightarrow i+n$ | (4) $j \rightarrow i+n$ |
| (5) $i+n \rightarrow j+n$ | (6) $j+n \rightarrow i+n$ | (7) $j+n \rightarrow i$ | (8) $i+n \rightarrow j$ |

Indien nu een verzameling van bovenstaande bogen wordt samengesteld voor alle koppels  $i$  en  $j$  die volgens de opgesomde criteria als naburig beschouwd worden, wordt een netwerk gecreëerd van bogen die, dankzij de samenhang tussen de aanvragen waaruit zij stammen, verwacht worden een grote bijdrage te kunnen leveren bij het opstellen van goede clusters. Voor alle overige bogen is de waarschijnlijk klein, doch niet onbestaande, dat ze deel zouden uitmaken van de optimale oplossing voor het probleem, zodat ze niet meer beschouwd worden. Deze eliminatie verkleint dus het aantal opties dat in de eigenlijke oplossingsprocedure overwogen zal worden.

Om de selectie van de clusters uit de voeren, wendt de eigenlijke oplossingsprocedure het principe van kolomgeneratie aan, dat uitgebreid is beschreven in Lasdon (1970). Hierbij wordt het probleem onderverdeeld in een hoofd- en een subprobleem. Het hoofdprobleem, dat wordt voorgesteld in de vorm van een lineaire programmering, wordt initieel benaderd door bij de lineaire relaxatie slechts een beperkte hoeveelheid aan variabelen in aanmerking te nemen, zijnde een selectie van alle paden die geschikt kunnen zijn. Eerst worden de meest eenvoudige paden geïntroduceerd. Op basis van de duale waarden in de hieruit resulterende simplextableaus in de diverse vertakkingen, kan vervolgens worden uitgemaakt welke bijkomende variabelen, oftewel meer complexe paden, best door het subprobleem gegenereerd worden om naar een optimale oplossing toe te werken. Hoewel de lengte van de beschouwde paden bijgevolg in elke fase van de oplossingsprocedure toeneemt, worden deze slechts in rekening gebracht indien ze een nuttige bijdrage aan de waarde van de doelfunctie kunnen geven. Een dergelijke benadering kan daarom bijzonder zinvol zijn voor bij omvangrijke problemen. Uiteindelijk wordt een oplossing bekomen die optimaal is, gegeven de gereduceerde structuur van het onderliggende netwerk.

Mathematisch wordt het hoofdprobleem voorgesteld door onderstaande lineaire programmering, die uitgaat van het feit dat theoretisch  $M$  mogelijke miniclusters gevormd kunnen worden, waarvan een beperkt aantal dan uiteindelijk geselecteerd dient te worden opdat het probleem een geldige oplossing zou hebben.

$$(1) \quad \text{Min } \sum c_m X_m \qquad (2) \quad \sum \gamma_{im} X_m = 1$$

De eerste vergelijking stelt de doelfunctie voor. Wanneer een bepaalde minicluster  $m \in M$  wordt opgenomen in de uiteindelijke oplossing en de binaire variabele  $X_m$  als gevolg hiervan de waarde 1 aanneemt, wordt een integrale kost  $c_m$  veroorzaakt, die in casu berekend wordt als een functie van de reistijden van de betrokken bogen. Het is duidelijk dat de totale kost bekomen wordt door te sommeren over alle waarden van  $m \in M$ . Wanneer een bepaalde minicluster niet wordt opgenomen neemt de variabele  $X_m$  immers de waarde 0 aan en wordt hiervoor geen kost in rekening gebracht. De doelfunctie dient geminimaliseerd te worden, zij het onder invloed van een beperking die de geldigheid van de oplossing garandeert. In de tweede formule neemt de variabele  $\gamma_{im}$  slechts de waarde 1 aan indien een bepaalde aanvraag  $i$  in minicluster  $m$  is opgenomen. Bijgevolg dwingt deze beperking af dat iedere aanvraag in exact één geselecteerde minicluster wordt ondergebracht. Merk op dat de variabele  $\gamma_{im}$  in combinatie met een geselecteerde minicluster nooit groter dan 1 kan zijn in een geldige oplossing, waardoor cirkelbewegingen worden vermeden.

Initieel worden enkel de eenvoudigste variabelen beschouwd, zijnde alle miniclusters waarin één aanvraag wordt opgenomen. De te verrekenen kost  $c_m$  van een dergelijke minicluster ligt voor de hand, aangezien slechts één mogelijke bedieningsvolgorde bestaat en de interne reistijd van die minicluster dus meteen gekend is. Zodra de kolomgeneratie de opname van een aantal complexere miniclusters vereist, dient echter een subprobleem geformuleerd te worden, waarin het eerder besproken dynamisch programmeren wordt aangewend om de gewenste paden optimaal te construeren en gedomineerde paden te elimineren. Uiteraard wordt hierbij enkel gebruik gemaakt van bogen die op basis van de criteria inzake geldigheid en naburigheid tot het netwerk behoren.

Om een vergelijkingsbasis voor de prestaties van het clusteralgoritme te bekomen, gebruiken de auteurs een heuristiek die middels parallelle invoeging clusters creëert. Deze wordt gedetailleerd toegelicht in Ioachim et al. (1995). Bij relatief kleine problemen met hooguit 250 aanvragen blijkt de techniek van kolomgeneratie in staat de interne reistijd met gemiddeld 9,7% te verminderen ten opzichte van de heuristiek. Anderzijds wordt de oplossing daarmee steeds erg snel bekomen, terwijl de rekentijd van het algoritme sterk afhangt van het aantal te verkennen paden. Daarom rijst het vermoeden dat het algoritme niet rechtstreeks bruikbaar is bij het oplossen van grotere instanties, hetgeen wordt bevestigd aan de hand van een meer omvangrijke dataset, die 2545 aanvragen omvat. Aangezien de heuristiek er wel in slaagt om relatief snel een clusteroplossing voor te leggen, besluiten de auteurs de hieruit verkregen miniclusters inzichtelijk te groeperen en zo 17 problemen van ongeveer 150 aanvragen te creëren, waarop vervolgens de kolomgeneratie wordt toegepast. Deze werkwijze ondermijnt uiteraard de optimaliteit van de globale clustering, maar laat wel toe te onderzoeken in hoeverre het algoritme nog in staat is om verbeteringen aan te brengen in de heuristische oplossing. Uit de resultaten blijkt dat het algoritme een oplossing genereert die 5,9% minder reistijd vergt. De besparing vloeit nagenoeg uitsluitend voort uit de vorming van sterkere clusters. Wanneer op basis daarvan dan concrete voertuigroutes worden samengesteld worden, vermindert het aantal benodigde voertuigen met liefst 9,7%.

## 2.2.4 Metaheuristieken

Hoewel de eerder besproken invoegingsheuristieken ideaal zijn om een snelle, degelijke oplossing te bekomen, bestaat geen enkele garantie dat het verkregen resultaat optimaal is. Volgens Hillier en Lieberman (2010) raakt een klassieke heuristiek onvermijdelijk vast in een lokaal optimum, dat niet noodzakelijk ook het globaal optimum van het probleem vormt. Een metaheuristiek omzeilt dit door een lokale optimalisatietechniek te combineren met diversificatie. Hierbij wordt getracht uit dergelijke lokale optima te ontsnappen door een tijdelijke verslechtering van de doelfunctiewaarde te tolereren, zij het onder voorwaarden. Dit laat toe om de zoektechniek op een groter gedeelte van het domein te concentreren, waardoor de kans op het achterhalen van een betere oplossing toeneemt en de afhankelijkheid van de beginsituatie verkleint. Het feit dat vroeg of laat echter een stopcriterium toegepast dient te worden, meestal op basis van een vooraf bepaald aantal iteraties, een bepaalde rekentijd of een bepaald aantal iteraties zonder verbetering, impliceert echter dat zelfs bij een metaheuristiek de optimaliteit van de oplossing niet kan worden gegarandeerd. Terwijl een heuristiek vaak ontworpen wordt op basis van één specifiek probleem, is een metaheuristiek gebaseerd op een algemene oplossingsmethode, die in het kader van het voorliggende probleem verfijnd wordt.

### 2.2.4.1 Taboeprocedure

Een eerste metaheuristiek, waaraan gerefereerd wordt als de taboeprocedure, werd ontworpen door Glover (1989, 1990). Deze bevat een analogie met een bergbeklimmer, die in principe steeds de steilste, nog niet bewandelde route naar boven verkiest, maar soms geen andere keuze heeft dan tussenin een dal te trotseren. Vertrekkend van de op dat ogenblik voorliggende oplossing zal deze methode in elke iteratie de onmiddellijke omgeving scannen en dan het beste zoekresultaat als beginoplossing voor de volgende iteratie selecteren, tenzij de gewenste beweging opnieuw in de richting van een recent verkende oplossing zou leiden en daarom als taboe genoteerd staat. Mocht deze beperking niet worden opgelegd, dan zou de heuristiek wellicht snel in een cyclus (en dus in een lokaal optimum) verstrikt geraken. Merk op dat het geselecteerde resultaat niet noodzakelijk beter hoeft te zijn dan de voorliggende oplossing. Indien geen verbetering van de doelfunctie mogelijk is zonder het taboe te doorbreken, wordt immers geopteerd voor de kleinst mogelijke verslechtering. Dit laat toe om na het bereiken van een lokaal optimum in een diversificatiefase te belanden en de focus te verleggen naar andere gebieden van het onderzochte domein. Cordeau en Laporte (2003b) ontwikkelden in het kader van het DARP een concrete invulling voor dit raamwerk.

De procedure start met een initiële oplossing waarin elke aanvraag aan een willekeurige route is toegevoegd en het vertrekpunt en de bestemming van de klant in kwestie gewoon vlak na elkaar bediend worden. Vanzelfsprekend zijn op die manier niet noodzakelijk alle voorwaarden voor een geldige oplossing voldaan, maar worden het ophaalpunt en de bestemming van elke klant wel door hetzelfde voertuig en in de juiste volgorde bediend.

De eerder vermelde *onmiddellijke omgeving* vergt eveneens nadere specificatie. Gegeven dat een oplossing kan worden voorgesteld als een verzameling van attributen, waarbij ieder attribuut een bepaalde vervoersaanvraag aan een route koppelt, kan de bijhorende onmiddellijke omgeving gedefinieerd worden als het geheel van routes dat bekomen kan worden door bij één attribuut uit

de oplossing de geselecteerde route te wijzigen. Exact één aanvraag krijgt dus een nieuwe route toegewezen. Daarin wordt het punt met het door de klant opgegeven tijdsinterval eerst ingevoegd op de meest wenselijke positie. In functie daarvan wordt het tweede punt gepositioneerd. Slechts dezelfde voorwaarden als in de initiële route dienen hierbij gerespecteerd te worden. Nadat de aanpassing is doorgevoerd, wordt het oorspronkelijke attribuut gedurende een aantal iteraties taboe. Het mag enkel opnieuw worden opgenomen als daarmee een kleinere kost gerealiseerd kan worden dan bij de beste tot dan toe gekende oplossing die het taboeattribuut bevat.

De wenselijkheid van een oplossing wordt beoordeeld aan de hand van een kostenfunctie. Deze omvat een kost die proportioneel is met het afgelegde traject, maar brengt ook bijkomende kosten in rekening naarmate meer voorwaarden van het globale probleem geschonden worden. Het betreft de capaciteit en de totale reistijd van de voertuigen, alsook de tijdsvensters en maximale reistijd van de klanten. De gewichten van de voorgaande vier termen worden in de loop van de procedure dynamisch aangepast om de meest veelbelovende gebieden grondiger te verkennen. Indien een bepaalde voorwaarde in de vorige iteratie geschonden werd, vergroot in de huidige iteratie het overeenkomstige gewicht in de kostenfunctie en wordt de heuristiek dus aangespoord om andere oplossingsterreinen te verkennen. Zo worden geldige oplossingen in de hand gewerkt. Achteraf zal de beste geldige oplossing weerhouden worden.

Uiteraard hangt de mate waarin de vier bovenvermelde voorwaarden geschonden zijn af van het tijdsschema dat aan de bedieningsvolgordes gekoppeld wordt en is het noodzakelijk dat dit steeds op dezelfde wijze wordt opgesteld. Concreet wordt het vertrek van ieder voertuig in het depot in een eerste fase op het vroegst mogelijke tijdstip ingepland en wordt ook ieder volgend punt zo vroeg als mogelijk bediend. Wachtijd bij een te vroege aankomst in een punt is toegestaan. Een laattijdige aankomst houdt een schending van de tijdsbeperkingen in. Bovenstaande werkwijze garandeert echter dat dergelijke schendingen, één van de elementen in de kostenfunctie, met prioriteit geminimaliseerd worden. In een tweede fase wordt berekend hoezeer het vertrek uit het depot verlaat kan worden *zonder de schendingen van de tijdsbeperkingen te verergeren*. Zo wordt de totale duur van de route, een ander element uit de kostenfunctie, met tweede prioriteit verkort. In een laatste fase wordt elk ophaalpunt in volgorde bestudeerd. Het begin van de dienstverlening in elk punt wordt zoveel mogelijk verlaat zonder de elementen uit de vorige fases te verslechteren, waardoor het risico van een schending van de maximale reistijd van de klanten met derde prioriteit verkleind wordt. Dit alles levert een snelle en efficiënte berekening van de kostenfunctie op, maar het resultaat is niet noodzakelijk optimaal, gezien de niet-simultane behandeling van de termen.

De taboeheuristiek bevat voorts nog een bijkomende diversificatiestrategie, die de valstrik van het vroegtijdig vastzitten in een lokaal, doch niet globaal optimum nog verder vermijdt. Wanneer de heuristiek evolueert naar een minder goede oplossing, wordt namelijk een strafterm toegevoegd aan de kostenfunctie, die proportioneel is met het aantal keer dat het in deze iteratie toegevoegde attribuut reeds verkend werd. Op die manier worden herhalende bewegingen vermeden en wordt de verkenning van nog niet bestudeerde gebieden aangemoedigd. Aanvullend wordt de kwaliteit van de oplossing na een vast aantal iteraties, alsook na het verbeteren van de beste oplossing, nog verder gestimuleerd met een herschikking van alle punten in een bepaalde route. Ze worden dan één voor één verwijderd en op de best mogelijke positie in dezelfde route weer ingevoegd.

De auteurs gaan de kracht van deze heuristiek na door middel van twintig simulaties, waarvan de helft door brede tijdsvensters gekenmerkt wordt, terwijl de andere helft strenge tijdsbeperkingen bevat. Elke simulatie omvat drie verschillende tests, overeenkomstig de eerder besproken fases bij het opstellen van het tijdsschema. Eerst wordt de kostenfunctie enkel berekend met behulp van de eerste fase, waarbij een eventuele wachttijd aan het eerste punt weliswaar wordt weggewerkt door een later vertrek uit het depot te voorzien. Andere wachttijden blijven gewoon behouden. In een tweede test worden de eerste twee fases toegepast op dezelfde gegevens, terwijl een laatste test de volledige uitvoering van de heuristiek toelaat. De resultaten liggen in de lijn der verwachtingen, in die zin dat een eenvoudiger versie van de heuristiek snellere, doch minder goede oplossingen blijkt te genereren. Dat laatste is logisch, omdat een aantal oplossingen slechts geldig wordt als gevolg van de aanpassingen in de laatste twee fases. De grootste vooruitgang wordt geboekt bij het doorvoeren van de tweede fase, aangezien deze de heuristiek amper blijkt te vertragen, maar wel sterk verbeterde resultaten aflevert. De rekentijd blijkt vooral te worden beïnvloed door het aantal aanvragen, terwijl de breedte van de tijdsvensters samenhangt met de resulterende kost.

Aan hetzelfde taboeprincipe wordt een andere invulling gegeven door Melachrinoudis et al. (2007), die een probleem op basis van zachte tijdsvensters trachten op te lossen. Deze dwingen steeds tot de opname van een kwaliteitscomponent in de doelfunctie, omdat de belangen van de reiziger niet langer via harde beperkingen veilig gesteld worden. Bijgevolg wordt een gewogen som opgemaakt van een operationele component en een kwaliteitsindicatie. De operationele component omvat de totale benodigde tijd voor de voertuigen. In de kwalitatieve component worden zowel een kost voor het overschrijden van tijdsvensters als de totale overtollige reistijd in rekening gebracht.

Als gevolg van de zachte tijdsvensters zou een exacte methode niet in staat zijn om het probleem binnen een redelijke termijn op te lossen, aangezien het aantal te beschouwen mogelijkheden te groot is. Daarom wordt een procedure op basis van het taboeprincipe uitgewerkt. Klanten worden geordend volgens een gewogen functie van de ligging ten opzichte van het depot en de situering van de tijdsvensters, zodanig dat klanten dicht bij het depot en met een vroeg richtuur eerst in beschouwing worden genomen. Een eerste route wordt geactiveerd, waarin de verplaatsingen worden bijgevoegd totdat ofwel de capaciteit van het voertuig overschreden wordt, ofwel een klant laattijdig op zijn bestemming arriveert. Dat laatste is geen schending van de voorwaarden voor een geldige oplossing, maar het vermijden van deze onwenselijkheid in de initiële oplossing laat wel toe om sneller naar een kwalitatief goed resultaat te evalueren, hetgeen later beargumenteerd wordt. Desgevallend wordt dus toch een volgende route geactiveerd.

Naar analogie met Cordeau en Laporte (2003b) wordt het beste resultaat uit de daar gedefinieerde onmiddellijke omgeving weerhouden en krijgt een verwijderde combinatie gedurende een aantal iteraties de taboestatus, tenzij het doorbreken van het taboe een beter resultaat genereert dan de beste tot dan toe achterhaalde oplossing. Deze voorwaarde is strenger dan in Cordeau en Laporte (2003b), waar het taboe reeds genegeerd mocht worden indien een beter resultaat werd bekomen dan de beste tot dan toe achterhaalde oplossing *die het desbetreffende taboeattribuut bevatte*.

De procedure wordt toegepast op een medische instantie. Patiënten dienen geregeld op consultatie te gaan op diverse externe locaties, waarvoor een intern transportsysteem is opgezet. Het vervoer naar elke locatie wordt heden echter geïsoleerd georganiseerd. Het is de bedoeling om door de implementatie van de hierboven beschreven procedure een gecoördineerd netwerk uit te bouwen,



waarbij een efficiëntere exploitatie de hoofddoelstelling is. Ter illustratie worden de gegevens van twee geïsoleerde systemen gedurende 20 dagen bijgehouden. Waar exacte methoden niet in staat blijken om voldoende snel een geïntegreerde oplossing te berekenen, wordt het resultaat met de taboeprocedure in één seconde achterhaald en blijkt het voor 70% van de testinstanties optimaal. De afwijking elders bedraagt maximaal 2%, hetgeen de kracht van deze metaheuristiek staft.

De centrale coördinatie blijkt in precies 25% van de gevallen een oplossing te kunnen uitwerken die ondubbelzinnig beter is dan wanneer beide systemen afzonderlijk worden beheerd. Dit is niet toevallig het geval bij de instanties waarvan de aanvragen uit de verschillende systemen temporeel overlappen. In een dergelijke situatie kan immers een aanzienlijke besparing op de benodigde rit- en wachttijd gerealiseerd worden. In de overige 75% van de gevallen is het resultaat identiek of levert de centrale coördinatie naast de gereduceerde benodigde tijd ook een lichte toename in het gebruikersongemak op en wordt deze bijgevolg niet als voordeliger beschouwd. De keuze blijft in dat geval onbeslist. Het oorspronkelijke beleid blijkt echter nooit het beste resultaat te genereren.

In de praktijkstudie wordt ook onderzocht welke waarden het meest geschikt zijn voor de vrij te bepalen parameters. Klanten lijken liever met een verlengde reistijd dan met een afwijking van hun tijdsinterval geconfronteerd te worden, hetgeen impliceert dat het tweede element zwaarder dient door te wegen in de kwalitatieve component van de te minimaliseren kostenfunctie. Wanneer de diverse afwijkingen binnen dat tweede element afzonderlijk beschouwd worden, dient een grotere proportionele kost aangerekend te worden voor het laattijdig arriveren op een bestemming, dan voor het vroegtijdig beëindigen van een heenreis of het laattijdig beginnen van een terugreis. Dit draagt bij aan een beperking van het aantal klanten dat te laat op een afspraak verschijnt. Merk op dat de proportionele kost voor het vroegtijdig aanvatten van een terugreis hierbij niet voorkomt, omdat in een dergelijke situatie een wachttijd en dus een operationele kost ontstaat.

#### 2.2.4.2 *Tabu thresholding*

Het grootste nadeel van de taboeprocedure is het feit dat de toepasbaarheid ervan gelimiteerd is tot omgevingen die op een geheugen steunen, aangezien de taboattributen steeds gedurende een bepaald aantal iteraties onthouden dienen te worden. Om deze beperking te verhelpen ontwierp Glover (1995) de zogenaamde *tabu thresholding*. Kenmerkend hier is het feit dat de onmiddellijke omgeving van een bepaalde oplossing bij elke iteratie willekeurig wordt opgedeeld in een aantal subsets, die bijgevolg steeds anders zijn samengesteld. Wanneer telkens willekeurig slechts één van deze subsets in aanmerking wordt genomen, is de kans bijzonder klein is dat één of meerdere van de taboattributen in een volgende iteratie beschouwd zullen worden. Bovendien wordt op die manier de rekentijd gereduceerd zonder de kwaliteit van de oplossing te schaden. Deze techniek wordt in het kader van het DARP concreet uitgewerkt door Toth en Vigo (1997) en is eigenlijk een aanvulling op hun eerder besproken heuristiek. Herneem dat hierbij het risico bestaat dat een vrij grote restgroep van korte, doch aan dure taxi's toe te wijzen routes gecreëerd wordt.

De selectieprocedure laat toe de onmiddellijke omgeving ruimer te definiëren dan in de eerder besproken methoden. Concreet wordt niet enkel overwogen om een bepaalde aanvraag van route te veranderen, maar worden nog twee andere operaties beschouwd. Het betreft het omwisselen van twee aanvragen uit twee verschillende routes en het doorschuiven via een derde route, zoals

besproken in Wong en Bell (2006). Gezien de beperkte meerwaarde en de grote complexiteit is het wel raadzaam om dergelijke operaties te limiteren in aantal en oordeelkundig te kiezen. Zo getuigt het van weinig inzicht om aanvragen te beschouwen uit temporeel ver uit elkaar gelegen routes.

Aangezien de beschouwde onmiddellijke omgeving nooit volledig is, kan de oplossingsprocedure best opgedeeld worden in een verbeterings- en een diversificatiefase. Tijdens de verbeteringsfase wordt naar een optimum gestreefd. Dit impliceert dat niet onmiddellijk een verslechtering in de doelfunctiewaarde wordt toegelaten wanneer in de beschouwde subset geen enkele verbeterende beweging mogelijk blijkt. Het is desgevallend wenselijk dat eerst de overige subsets één voor één beschouwd worden. Pas indien op basis van de gegevens in alle subsets geen noemenswaardige verbetering realiseerbaar is, kan verondersteld worden dat een lokaal optimum bereikt is. Daarna wordt de diversificatiefase ingezet, waarbij gedurende een aantal iteraties slechts één willekeurige subset in aanmerking genomen wordt en binnen deze subset de kleinste verslechtering aanvaard wordt. Wanneer na een bepaald aantal iteraties blijkt dat opnieuw een verbetering mogelijk is, kan verondersteld worden dat de procedure een ander optimum op het spoor is gekomen, afgaande op de veronderstelling dat de kans om een taboeattribuut te selecteren bijzonder klein is. Bijgevolg zal dan de verbeteringsfase opnieuw geïntroduceerd worden en wordt de gehele werkwijze herhaald. Indien voldoende tijd beschikbaar is, worden beide fases afgewisseld totdat na een bepaald aantal iteraties geen beter resultaat gevonden werd dan de beste tot dan toe geïdentificeerde oplossing.

Het effect van tabu thresholding wordt duidelijk uit een praktijktoepassing, uitgewerkt door Toth en Vigo (1997). Deze is gebaseerd op vijf waarheidsgetrouwe datasets van een drukbezet systeem in Bologna, dat dagelijks ongeveer 300 aanvragen verwerkt, waarvan ruim de helft door aangepaste voertuigen dient te worden uitgevoerd. De routeplanning wordt momenteel manueel opgemaakt, maar de sterke clustering van aanvragen rond bepaalde piekmomenten maakt het vaak zelfs al onmogelijk om een geldig resultaat voor te leggen, laat staan dat aandacht aan efficiëntie besteed wordt. De toepassing van de eigenlijke heuristiek van Toth en Vigo (1997) leidt, in vergelijking met de voor fouten gecorrigeerde manuele berekeningen, tot een reductie van 55,9% voor het aantal ingezette taxi's, alsook tot een verbetering van 26,2% in de doelfunctie. Vooral de combinatie met de hier besproken tabu thresholding blijkt echter zeer bevredigende resultaten te genereren. In vergelijking met de oorspronkelijke planning wordt het aantal taxi's met liefst 82,9% verminderd, terwijl de doelfunctie met 59,0% verbetert. De volledige uitvoering vereist gemiddeld wel bijna 62 minuten rekentijd, terwijl het toepassen van de eigenlijke heuristiek slechts 27 seconden vergt.

#### *2.2.4.3 Genetisch algoritme*

Een andere, eveneens frequent aangewende metaheuristiek is het genetisch algoritme, dat volgens Hillier en Lieberman (2010) principieel geïnspireerd is op Darwins natuurlijke selectieprocedure en de typische kenmerken van de genetica. Uit een populatie van een aantal oplossingen, waarvan de eigenschappen telkens in de chromosomen vervat zitten, worden in elke iteratie twee instanties geselecteerd, die dan als ouderpaar zullen trachten één of meerdere nakomelingen te produceren die de sterkste eigenschappen van beide combineren en de zwakste leden van de populatie kunnen vervangen. De sterkte van een lid, ook wel fitheid genoemd, wordt opgemeten aan de hand van de doelfunctiewaarde. Naarmate de uitvoering van de metaheuristiek vordert, zal de populatie over meer wenselijke kenmerken beschikken, sterker worden en evolueren naar een lokaal optimum.

Het beste resultaat zal vanzelfsprekend fitter zijn dan elke hieruit voortkomende kruising en dus nooit verworpen worden. Om niet vast te raken in lokale optima treedt bij een bepaald percentage van de nakomelingen een mutatie op, waardoor eventuele onontgonnen oplossingsdomeinen dan verkend kunnen worden. Indien een bepaalde nakomeling een onmogelijke oplossing impliceert, wordt een correctie doorgevoerd, dan wel een nieuwe nakomeling gegenereerd.

De metaheuristiek wordt door Bergvinsdottir et al. (2004) aangewend in een context waarin enkel harde beperkingen opgelegd worden voor de fundamentele probleemeigenschappen, terwijl alle overige beperkingen zacht van aard zijn. Concreet worden overschrijdingen van een tijdsvenster, van de toegelaten reistijd voor de klant en van de maximale reistijd van het voertuig enkel bestraft met een bijkomende kost in de doelfunctie. Dit garandeert dat elke klant bediend wordt, zij het eventueel niet binnen de vooropgestelde kwaliteitscriteria. Naast drie traditionele componenten, waarmee gedoeld wordt op de totale reistijd van alle voertuigen, de overschrijding van de directe reistijd en de wachttijd voor alle klanten, nopen deze zachte beperkingen tot het in rekening brengen van straftermen in de doelfunctie. Deze zijn telkens proportioneel met de mate waarin een dergelijke beperking geschonden wordt. Aan de hand van de toegekende gewichten kan bovendien het risico op de schending van een bepaalde zachte beperking beïnvloed worden.

Het genetisch algoritme wordt in deze context toegepast om de aanvragen onder te brengen in evenveel groepen als het aantal beschikbare voertuigen. Wegens deze groepsdimensie dienen de chromosomen te worden voorgesteld in de vorm van een tweedimensionale tabel, waarin het aantal rijen gelijk is aan het aantal voertuigen, terwijl evenveel kolommen gecreëerd worden als de som van het aantal klanten en het aantal depots. De cellen worden binair opgevuld, waarbij een 1 aangeeft dat het bijhorende voertuig en de bijhorende klant aan elkaar gekoppeld worden.

Als eerste ouder wordt het lid van de populatie gekozen dat over de beste fitheid beschikt, terwijl de andere ouder willekeurig geselecteerd wordt. Hun kruising zal één nakomeling verwekken, die een random lid uit het zwakste deel van de populatie vervangt. Deze werkwijze garandeert dat de sterkste oplossingen steeds overleven. De gegenereerde nakomeling is een duplicaat van de eerste ouder, met uitzondering van één rij. De waarden in deze rij worden namelijk bekomen door in elke cel de binaire aanduiding van één van beide ouders te kiezen, waarbij de aanduiding van de eerste ouder met een iets grotere kans geselecteerd wordt. De auteurs stellen vast dat een waarde van 60% de grootste kans biedt om de kwaliteiten van de eerste ouder te behouden en tegelijk een verbetering mogelijk te maken. Merk op dat de nakomeling niet noodzakelijk meteen een geldige oplossing voorstelt, omdat sommige klanten meermaals of niet toegewezen zullen zijn. De klanten in kwestie worden dan op basis van toeval aan precies één voertuig toegewezen. Sporadisch treedt een mutatie op, waarbij een toevallig geselecteerde klant uit de aangepaste rij in een andere groep wordt ingedeeld. In het geval dat een nakomeling dezelfde doelfunctiewaarde als de eerste ouder scoort en dus met grote waarschijnlijkheid dezelfde oplossing inhoudt, zal altijd mutatie optreden. Een populatie met twee identieke leden verlaagt immers de efficiëntie van de methode.

Nadat is vastgelegd welke klanten door welk voertuig bediend zullen worden, worden de concrete constructie van de routes en de berekening van de bijhorende kost uitgevoerd met behulp van een heuristiek uit Baugh et al. (1998). Beginnend bij de klant met het vroegst mogelijke vertrek, wordt iteratief gezocht naar de meest geschikte volgende schakel in de te construeren route. De kost van een toevoeging wordt echter niet enkel op basis van de eigenlijke toevoeging bepaald, maar houdt

ook rekening met de drie vervolgbewegingen die desgevallend gesuggereerd zouden worden door een scheidingsmaatstaf die zowel het ruimtelijke als het temporele aspect in acht neemt. Het gaat meer bepaald om een gewogen som van de rechtstreekse reistijd en de absolute schending van de tijdsvensters. Merk op dat de tijdsvensters in deze heuristiek dus als zacht worden beschouwd. Bergvinsdottir et al. (2004) voeren wel een kleine aanpassing door in bovenstaande methode, in die zin dat klanten volgens hun laatst mogelijke vertrektijd geordend worden. Dit wordt beschouwd als een geschiktere vergelijkingsbasis, daar de vroegste vertrektijd van een reiziger op heenreis mee afhangt van de wijze waarop de maximaal toegelaten reistijd bepaald wordt en dus moeilijker objectief vergelijkbaar is met de ondergrens van het direct interpreteerbare tijdsinterval dat door terugkerende reizigers omheen hun vertrekpunt wordt opgegeven.

Vooraleer formele praktijktests uit te voeren gaan de auteurs na voor welke parameterkeuzes de procedure het best functioneert. Opvallend is dat het ideale aantal iteraties, rekening houdend met de afweging tussen de oplossingskwaliteit en de bruikbaarheid in de praktijk, wordt vastgesteld op slechts 15 000. Dit aantal is tamelijk laag door toedoen van de hoge vereiste rekentijd, die echter voor 99% veroorzaakt blijkt te worden door de fase waarin de heuristiek van Baugh et al. (1998) wordt toegepast. De tijdrovende routeconstructie doet dus de efficiëntiewinst van het genetisch algoritme teniet. De populatiegrootte, het mutatiepercentage en het populatiepercentage dat als zwak beschouwd wordt, worden idealiter vastgesteld op resp. 50, 0,01% en 10%.

Om de kwaliteit van de door de zonet besproken metaheuristiek geleverde oplossingen te kunnen vergelijken met de taboeprocedure van Cordeau en Laporte (2003b) wordt hierbij dezelfde dataset gebruikt. Waar bij Cordeau en Laporte (2003b) de gewichten van de termen in de doelfunctie op dynamische wijze evolueerden tijdens het verloop van de procedure, worden ze hier vastgelegd. Uiteraard bepaalt de exacte keuze voor welke criteria de grootste kwaliteitsverschillen genoteerd zullen worden. De auteurs opteren voor een erg klantgerichte keuze, waarin de belangrijkste focus gelegd wordt op het door de klant ervaren tijdverlies. In dat geval blijkt de methode in staat te zijn om de wachttijd en de reistijd voor de klant te reduceren met maximaal resp. 40% en 9%, al gaat dit wel ten koste van de totale routeduur van de voertuigen, die toeneemt met 14%.

Het algemene kader van een genetisch algoritme wordt op een andere manier ingevuld door het OPTIBUS-systeem, dat bij de Brusselse vervoersmaatschappij MIVB gebruikt wordt om een vloot van minibusjes te coördineren. Deze worden ingezet voor vooraf aangevraagd transport op maat van mindervaliden, als aanvulling op het standaardaanbod van bus, tram en metro. De gebruikte procedure is van de hand van Rekiek et al. (2006) en vervangt sinds 2006 de tot dan toe manueel uitgevoerde routeplanning. Ook hier dient het standaardraamwerk van het genetisch algoritme met een tweede dimensie uitgebreid te worden, als gevolg van het groepsaspect. Voorts valt het op dat iedere klant bediend mag worden door elk voertuig, hetgeen geen evidentie is bij het transport van mindervaliden, en worden de reistijden, ondanks de stedelijke context, steeds constant geacht.

De heuristiek wordt geïnitieerd door alle beschikbare voertuigen te activeren en hieraan telkens een eerste klant toe te wijzen op basis van hun vroegst mogelijke vertrektijd. De overige klanten worden op een geldige wijze toegevoegd aan de hand van een klassieke invoegingsheuristiek. De doelfunctie maximaliseert een quotiënt van twee elementen. In de teller wordt het kwadraat van de efficiëntiecoëfficiënt inzake het voertuiggebruik opgenomen. Deze kan worden berekend door de effectieve reistijd van ieder voertuig te delen door de maximale beschikbaarheid en dit resultaat te

sommeren over de volledige vloot. Het kwadrateren van deze efficiëntiecoëfficiënt laat de best gebruikte voertuigen zwaarder doorwegen en helpt zo vermijden dat meer voertuigen dan nodig ingeschakeld worden. In de noemer van de doelfunctie wordt het aantal geactiveerde voertuigen opgenomen, dat kan variëren doorheen de verschillende iteraties.

De weerspiegeling van de twee dimensies in de structuur van de chromosomen verloopt in deze procedure niet op dezelfde wijze als bij Bergvinsdottir et al. (2004). Ieder lid van de populatie bezit hier immers een chromosoom waarin een cijfer- en een lettercode gecombineerd worden. Hierbij verwijzen de cijfers naar een bepaalde klant, terwijl de letters weergeven in welke voertuigroute elke klant ingedeeld is. Het aantal voorkomende letters stemt bijgevolg overeen met het aantal geactiveerde routes. In elke iteratie worden twee bestaande chromosomen geselecteerd, die als ouderpaar zullen fungeren, maar geen exacte selectieprocedure wordt beschreven. Hoe dan ook is het volgens Hillier en Lieberman (2010) gebruikelijk dat hierbij een in het voordeel van de sterkere chromosomen beïnvloede toevalsmethode aangewend wordt. Nadat het ouderpaar geselecteerd is, wordt voor elke ouder een letterreeks samengesteld, waarin elke in de desbetreffende chromosoom voorkomende letter (actieve route) één keer voorkomt. Bijgevolg hoeven deze reeksen niet voor beide ouders even lang te zijn. Op twee willekeurige posities wordt een scheiding gemarkeerd. De letters tussen de twee scheidingslijnen van de tweede ouder worden ingevoegd in de letterreeks van de eerste ouder, meer bepaald op de positie van de eerste scheidingslijn. Bovendien worden bij deze eerste ouder alle oorspronkelijke letters (routes) gewist waarin minstens één item (klant) voorkomt dat ook is opgenomen in de zonet ingevoegde routes van de tweede ouder. Hetgeen nu overblijft, is een chromosoom met een aantal routes, waarin sommige klanten ontbreken. Het gaat met name om klanten die wel tot de zonet gewiste routes behoorden, maar niet voorkomen in de nieuw ingevoegde routes. Hun verplaatsingen worden met een traditionele invoegingsheuristiek ingepland in de nog actieve routes. Slechts als dit niet lukt, wordt een nieuw voertuig geactiveerd. Idealiter wordt dus een chromosoom geboren met minder actieve routes. Deze kunnen eventueel herdoopt worden, zodat opnieuw een aaneensluitende lijst van letters ontstaat, al is deze in feite louter illustratief. Doorgaans worden meerdere nakomelingen gegenereerd, waarvan de geldige resultaten behouden worden, evenals een kopie van de ouders. De beste oplossingen worden dan weerhouden, zodanig dat de iteratie eindigt met evenveel, maar veelal betere chromosomen.

Om het onderzoek in onontgonnen gebieden van het domein te stimuleren, wordt na de geboorte van een nakomeling sporadisch een willekeurige mutatie doorgevoerd. Dit gebeurt door één van de bekomen routes te verwijderen en de hierin gepositioneerde verplaatsingen te herverdelen aan de hand van een klassieke invoegingsheuristiek. Daarnaast is het interessant om een inversieoperator te hanteren, die de volgorde in de letterreeks van elke ouder voor aanvang van de procedure op inzichtelijke wijze herschikt. Als de meest veelbelovende, goed gevulde routes naast elkaar staan, vergroot immers de kans dat deze samen worden overgedragen naar het nieuwe chromosoom.

Waar de MIVB voorheen drie personen moest aanwenden om fulltime aan de manuele planning van haar minibussysteem te werken, volstaat het tegenwoordig om alle aanvragen in te geven in het automatische systeem. Een gemiddeld probleem met 164 klanten en 18 voertuigen wordt in een tijd van ongeveer 30 minuten opgelost. Dit laat de vervoersmaatschappij toe sneller te reageren op de aanvraag van de klant en het vrijgekomen personeel elders nuttig in te zetten.

#### 2.2.4.4 *Simulated annealing*

Een andere welbekende metaheuristiek is de *simulated annealing* techniek, die is ontworpen door Kirkpatrick et al. (1983) en een analogie met de thermodynamische afkoeling van verhitte atomen bevat. Hillier en Lieberman (2010) zien in deze techniek een grote analogie met het taboeprincipe, in die zin dat steeds op zoek gegaan wordt naar de beste verbetering of de kleinste verslechtering in de doelfunctiewaarde. Een minder goede oplossing wordt hier echter slechts aanvaard met een kans die afhangt van de mate waarin de doelfunctie verslechtert, alsook van een vooraf vastgelegd temperatuurschema. Dit schema doet de kans afnemen naarmate de tijd vordert en laat zo toe het oplossingsdomein eerst te verkennen, vervolgens te evolueren naar het gebied waarin de sterkste vooruitgang geboekt kan worden en daarin als het ware vast te vriezen op de degelijkste oplossing.

Mauri en Lorena (2006) gebruiken deze metaheuristiek om een probleem met eenzelfde structuur als in Bergvinsdottir et al. (2004) op te lossen, zij het met toevoeging van een aantal bijkomende eigenschappen. Zo bevat de doelfunctie nog een extra term, waarmee getracht wordt het aantal ingezette voertuigen te minimaliseren door het aantal uit een depot vertrekkende bogen in kaart te brengen. Voorts wordt niet enkel naar een minimalisatie van de totale reistijd van alle voertuigen gestreefd, maar wordt ook rekening gehouden met de daarbij afgelegde totale afstand. Enigszins opmerkelijk wordt bovendien de reeks overschrijdingstermen uitgebreid met een term die elke overschrijding van de maximumcapaciteit, die trouwens per voertuig mag verschillen, proportioneel bestraft. Hieruit blijkt dat de auteurs hieromtrent een afwijkende visie hebben. Waar Bergvinsdottir et al. (2004) uitsluitend voorwaarden opnamen waarvan de schending een zeker ongemak, maar geen fundamenteel bezwaar veroorzaakte, dreigt in de voorliggende formulering immers wel een fundamenteel probleem te ontstaan. Een route waarin de voertuigcapaciteit overschreden wordt, is namelijk niet uitvoerbaar. Als gevolg daarvan moet het gewicht van deze term in de doelfunctie zodanig gekozen worden dat een schending van de capaciteit extreem zwaar doorweegt, hetgeen het bijhorende risico met een aan zekerheid grenzende waarschijnlijkheid moet uitsluiten.

Een initiële oplossing wordt bekomen door toepassing van een eenvoudige distributieheuristiek, die afwijkt van een klassieke invoegingsheuristiek door het aantal actieve routes onmiddellijk gelijk te stellen aan het aantal voertuigen en de aanvragen willekeurig, maar *gelijkmatic* te spreiden over al deze routes. Eens de volgorde van de bediening vastligt, wordt de in Cordeau en Laporte (2003) besproken, drieledige heuristiek voor de opstelling van efficiënte, doch niet noodzakelijk optimale tijdsschema's toegepast, waarna ook de bijhorende doelfunctiewaarde kan berekend worden.

Een uniforme verdeling laat het toeval bepalen welk van drie bewegingspatronen de onmiddellijke omgeving van een bepaalde oplossing uitmaakt, hetgeen overigens een goede diversificatie in de hand zal werken. Een eerste mogelijkheid is de verplaatsing van één bepaald punt naar een andere positie, op voorwaarde dat het zo bekomen resultaat geldig is. Een tweede optie bestaat er in een volledige aanvraag naar een andere route over te verplaatsen en deze op een geldige positie in te voegen. Een laatste ingreep betreft het omwisselen van twee aanvragen uit verschillende routes. In dat geval worden de overgeplaatste aanvragen steeds op de vrijgekomen posities, die echter niet noodzakelijk de meest wenselijke posities zijn, ingevoegd. In de drie gevallen worden alle opties overwogen, waarna de voordeligste, dan wel minst nadelige verplaatsing weerhouden wordt.

Simulated annealing wordt toegepast op dezelfde testgegevens als in Cordeau en Laporte (2003b), waarna het resultaat wordt vergeleken met de taboeprocedure, alsook met het genetisch algoritme van Bergvinsdottir et al. (2004). Inhoudelijk ligt de vergelijking met Bergvinsdottir et al. (2004) het meest voor de hand, aangezien dezelfde keuze kan worden gemaakt voor de gewichten in de doelfunctie. Om zo realistisch mogelijk te vergelijken, worden de toegevoegde eigenschappen niet beschouwd. Het is wel noodzakelijk om het gewicht van de nieuwe, aan de capaciteit gerelateerde overschrijdingsterm voldoende groot te kiezen, daar deze is opgenomen ter vervanging van een harde beperking in Bergvinsdottir et al. (2004). Uit het resultaat blijkt dat simulated annealing in staat is de duur van de totale route, de wachttijd en de reistijd van de klanten met maximaal resp. 11,71%, 48,53% en 75,33% te verminderen. De totale afgelegde afstand werd niet gerapporteerd in Bergvinsdottir et al. (2004) en kan dus niet besproken worden. Wanneer op basis van identieke parameters vergeleken wordt met Cordeau en Laporte (2003b), wordt dezelfde trend vastgesteld als in de vergelijking tussen Bergvinsdottir et al. (2004) en Cordeau en Laporte (2003b), met name een sterke reductie in de wachttijd en de reistijd per klant, hetgeen wel lichtelijk ten koste gaat van de routeduur. Betreffende de rekentijd blijkt de besproken combinatie van simulated annealing om de bedieningsvolgorde te bepalen en de heuristiek van Cordeau en Laporte (2003b) om het exacte tijdschema vast te leggen veel efficiënter dan de eerdere werkwijzen.

#### *2.2.4.5 Variabele zoekomgeving*

Parragh et al. (2010) trachten eenzelfde probleem als in Cordeau en Laporte (2003b) op te lossen met een metaheuristiek op basis van een variabele zoekomgeving, waarvan de werkwijze wordt toegelicht in Mladenovic en Hansen (1997). Deze techniek tracht steeds eerst de huidige oplossing te perfectioneren door een beperkt aantal bewegingen in een nauwe omgeving te beschouwen. Als dit niet lukt, wordt de bestudeerde omgeving geleidelijk verruimd om diversificatie te realiseren.

Een beginoplossing wordt bekomen door de klanten te rangschikken volgens hun vroegst mogelijke vertrek. Het aantal geactiveerde routes is gelijk aan het aantal beschikbare voertuigen. De eerste klanten in bovenstaande rangschikking worden vooraan bediend, waarna een afstandscriterium de verdere invulling bepaalt. Wanneer de beginoplossing volledig geconstrueerd is, wordt deze nog onderworpen aan een lokale optimalisatietechniek, die later aan bod komt. Desondanks blijft de mogelijkheid bestaan dat de beginoplossing ongeldig is, bijvoorbeeld inzake de tijdsbeperkingen.

Drie definities van de onmiddellijke omgeving worden, indien nodig, achtereenvolgens beschouwd. Een eerste omvat het verwisselen van reeksen opeenvolgende knooppunten met een willekeurig beginpunt en een willekeurige lengte, ook wel de omvang van de omgeving genoemd. Concreet worden op basis van toeval twee reeksen geselecteerd, waarvan de betrokken knooppunten dan één voor één, beginnend bij het knooppunt met het smalste tijdsvenster, op de meest gunstige positie in de andere route worden ingevoegd. Ook ieder vertrek- of aankomstpunt dat hoort bij een punt in deze reeks wordt uiteraard mee overgeplaatst, ook al maakt het er eigenlijk geen deel van uit. Een tweede, iets ruimere definitie van de onmiddellijke omgeving is op een uitwerpprincipe van Glover (1996) gebaseerd, waarbij dezelfde werkwijze als hierboven wordt toegepast, doch met een op voorhand bepaald aantal herhalingen, dat desgevallend de omvang van de omgeving genaamd wordt. Vanaf de tweede herhaling is de geselecteerde reeks bovendien niet langer toevallig gekozen, maar wel het deel van de route dat het meest bijdraagt aan de verslechtering van de nog

te bespreken doelfunctie. Een laatste, bijzonder ruime definiëring beschouwt zogenaamde natuurlijke sequenties, zijnde reeksen van knooppunten tussen twee bogen waarop het voertuig volledig leeg is. In het meest extreme geval betreft het dus een volledige route, uitgezonderd de ritten van en naar het depot. De volgorde waarin deze definiëringen gehanteerd worden bij de uitvoering van een iteratie wordt vooraf vastgelegd. Eerst worden de eerste twee definiëringen afwisselend toegepast, waarbij de omvang van de omgeving geleidelijk wordt uitgebreid van één tot zes. Dit leidt stapsgewijs tot een uitbreiding van het maximum aantal te verplaatsen punten. De eerste definiëring wordt telkens eerst toegepast, omdat de bijhorende techniek minder rekentijd vergt. Indien al deze pogingen niet tot een gewenst resultaat leiden, wordt de laatste definiëring aangewend. De criteria voor het aanvaarden van een nieuwe oplossing worden later toegelicht.

Eerder werd melding gemaakt van een lokale zoektechniek, die op iedere route individueel wordt toegepast om een gunstigere schikking van de aanvragen te bekomen. De meest veelbelovende oplossingsvoorstellingen, meer bepaald resultaten op basis van de hierboven besproken acties die hoogstens twee procent meer operationele kosten veroorzaken, worden hieraan onderworpen. Hierbij wordt dus niet de volledige doelfunctiewaarde beschouwd, hetgeen vermijdt dat het effect van een lichte, makkelijk te corrigeren schending van een voorwaarde zwaar zou doorwegen in de beoordeling. Ook heeft elk ander oplossingsvoorstel een selectiekans van één procent, hetgeen een bijkomende mogelijkheid tot diversificatie inbouwt. Ten slotte wordt elke aanvaarde oplossing nog eens aan de lokale zoekstrategie onderworpen indien de bijhorende operationele kost maximaal vijf procent slechter is dan in de huidige oplossing. Opvallend is dat de nogal hoge grenswaarde betere resultaten blijkt te veroorzaken, andermaal als gevolg van de kracht van diversificatie. Inhoudelijk beschouwt de voorliggende lokale zoektechniek achtereenvolgens de verschillende routes, waarbij één voor één alle herkomstpunten en hun bijhorende bestemming verwijderd worden. Eerst wordt het punt met het smalste tijdsvenster opnieuw ingevoegd op de meest ideale positie in dezelfde route, terwijl het andere punt wordt gepositioneerd op de dichtstbijzijnde geldige positie. Indien geen geldige invoeging mogelijk is, worden andere invoegposities voor het eerste punt beschouwd. De procedure eindigt wanneer alle herkomstpunten in alle routes uitgelicht zijn.

De gehanteerde doelfunctie is exact dezelfde als in Cordeau en Laporte (2003b), met incorporatie van de vermelde dynamische coëfficiënten, de straftermen en de techniek om op een eenvoudige wijze een efficiënt tijdschema te bekomen. Aangezien de initiële oplossing doorgaans ongeldig is, wordt in de oplossingsprocedure eerst naar een geldig resultaat gestreefd. Een bepaald voorstel wordt in eerste instantie dus steeds aangenomen van zodra het geldig is. In tweede instantie wordt een verbetering nagestreefd aan de hand van simulated annealing. De metaheuristiek eindigt op basis van een vooraf vastgelegd stopcriterium. Het is echter niet wenselijk om louter het aantal te verrichten iteraties in rekening te brengen, daar de uiteindelijke, eventueel optimale oplossing bij minder omvangrijke problemen doorgaans snel geïdentificeerd wordt. Desgevallend werkt het dan ook tijdbesparend om nog een tweede stopcriterium te definiëren, in de vorm van een maximaal aantal iteraties zonder verbetering in de doelfunctiewaarde.

De auteurs wenden dezelfde dataset aan als in Cordeau en Laporte (2003b) om de prestaties van voorliggende heuristiek te toetsen. Indien enkel de eerste twee definiëringen van de onmiddellijke omgeving beschouwd worden, blijkt de variabele zoekomgeving niet in staat om het resultaat van de taboeprocedure te benaderen. Dit gebeurt wel wanneer ook de mogelijkheid tot het aanwenden van de derde definiëring wordt toegevoegd, althans indien geoordeeld wordt op basis van het beste



resultaat uit vijf replicaties. Het aandeel van de derde, nochtans laatst gerangschikte definitie blijkt tamelijk groot. Ook worden de resultaten sneller bekomen, hetgeen de efficiëntie van het tweede stopcriterium illustreert. Geen dergelijke conclusie kan getrokken worden wanneer de gemiddelde oplossing uit eenzelfde aantal replicaties beschouwd wordt.

#### 2.2.4.6 Tweede doelfunctie

Ten slotte wordt het door Xiang et al. (2006) toegepaste principe besproken, waarbij een gewone zoekheuristiek wordt opgewaardeerd tot een metaheuristiek door een op een tweede doelfunctie gebaseerde diversificatiemogelijkheid in te bouwen. Kenmerkend is dat deze tweede doelfunctie inhoudelijk moet verschillen van de primaire, zodat de procedure naar een ander gebied van het oplossingsdomein geleid wordt, maar dat tegelijk ook een zekere afhankelijkheid dient te bestaan, opdat de met de eerste functie verkregen oplossing niet onomkeerbaar verslechtert. Idealiter wijst de tweede doelfunctie een alternatieve route naar eenzelfde optimum aan en is deze bruikbaar in het geval dat de zoekprocedure op basis van de eerste doelfunctie in een lokaal optimum verstrikt raakt. De basis voor deze werkwijze werd gelegd in Healy en Moll (1995).

Xiang et al. (2006) passen dit principe toe op een veelomvattende probleemformulering, waarin nog een bijkomend probleemkenmerk wordt aangebracht. Dit heeft betrekking op de kwalificaties van de bestuurder inzake het bedienen van mindervalide reizigers. De beperkingen van de diverse types reizigers worden geordend volgens stijgende moeilijkheidsgraad. Een kwalificatie voor een bepaalde moeilijkheidsgraad laat een bestuurder enkel toe om reizigers te vervoeren die zich ten hoogste in deze categorie bevinden. De eerder behandelde multidimensionele capaciteit van de voertuigen geldt ook hier, hetgeen niet enkel impliceert dat een bepaald type reiziger slechts kan bediend worden door een voertuig met een strikt positieve capaciteit voor een moeilijkheidsgraad die minstens even hoog ligt als de categorie waartoe hij zelf behoort, maar ook dat een bestuurder verondersteld wordt geen voertuig te kunnen aanwenden met een strikt positieve capaciteit voor een reizigerstype dat hij niet mag vervoeren. Vanzelfsprekend stijgen de gebruikskosten van een voertuig naarmate het complexere reizigerstypes kan vervoeren en worden beter gekwalificeerde bestuurders beter betaald. Dit zal vermijden dat de veelal beperkte middelen voor het vervoer van reizigers in de hoogste moeilijkheidscategorieën onzinnig aangewend worden. Bovendien stijgt ook de benodigde haltetijd naarmate de reiziger meer beperkt is.

Bovenstaande elementen verschijnen in de doelfunctie, die streeft naar een minimalisatie van de kosten. Tot deze kosten behoren verschillende componenten. Het betreft enerzijds een vaste kost en een kilometerkost, samenhangend met het ingezette type voertuig, terwijl anderzijds ook de bestuurder vergoed dient te worden. Deze vergoeding gebeurt op basis van zijn kwalificaties en verschilt naargelang de tijd die hij rijdend, wachtend, dan wel bedienend (klanten helpend bij het in- en uitstappen) doorbrengt. Uiteraard is het resultaat van de kostenberekening afhankelijk van de wijze waarop, gegeven een zekere bedieningsvolgorde, het exacte tijdschema wordt ingevuld, omdat de onderweg opgelopen wachttijd hiervan afhangt. Concreet wordt eerst stapsgewijs de vroegst mogelijke bediening van elk punt vastgelegd, gegeven de ondergrens van het bijhorende tijdsvenster, het bedieningstijdstip in het voorgaande punt en het feit dat wachttijd in geval van vroegtijdige aankomst is toegestaan. Vervolgens wordt in omgekeerde volgorde de tijds marge van ieder punt berekend, oftewel hoeveel de start van de bediening kan verlaat worden zonder het

tijdsvenster van het huidige en alle reeds beschouwde punten, die dus later in de route gesitueerd zijn, te schenden. Wanneer uiteindelijk de tijds marge van het eerste punt in de route berekend is, kan het vertrekur in het depot bepaald worden door deze marge op te tellen bij de ondergrens van het tijdsvenster van het eerste punt, verminderd met de directe reistijd vanuit het depot.

De heuristiek start op basis van een beginoplossing. Hoewel de kwaliteit van het resultaat hier niet van afhangt, kan wel veel rekentijd uitgespaard worden door enige aandacht te besteden aan een goede, doch snel te achterhalen initiële route. Concreet worden in een eerste fase alle mogelijke combinaties van twee aanvragen beschouwd. De vier betrokken punten, telkens dus twee vertrek- en bestemmingspunten, worden oplopend geordend volgens de bovengrens van hun tijdsvenster. Vervolgens wordt gecheckt of beide verplaatsingen in het slechtst denkbare geval door hetzelfde voertuig bediend kunnen worden. Dit houdt in dat het voertuig, indien het op het laatst mogelijke ogenblik in elk van de beschouwde punten vertrekt, toch tijdig in het volgende punt kan arriveren, gegeven de directe reistijd. Is dit niet het geval, dan worden beide verplaatsingen als conflicterend beschouwd voor het construeren van een initiële route. Dit wil niet zeggen dat ze in de uiteindelijke oplossing, waarin het slechtst denkbare scenario zich doorgaans niet voordoet, niet in eenzelfde route kunnen belanden. De procedure voor het opstellen van een snelle beginoplossing is echter niet gesofisticeerd genoeg om hiermee rekening te houden. Op basis van deze scan wordt dan een groepering doorgevoerd. Een verplaatsing wordt bijgevoegd in een bestaande groep indien deze met geen enkele reeds opgenomen verplaatsing conflicteert. In het andere geval wordt een nieuwe groep gecreëerd. In een tweede fase worden aanvragen dan één voor één uit eenzelfde groep gepikt en ondergebracht in een zogenaamde trip. Bij de vorming van deze trips worden echter ook de overige beperkingen nagegaan. Als een aanvraag niet op geldige wijze in een bepaalde trip kan worden ondergebracht, wordt een nieuwe trip geactiveerd. Het uiteindelijke aantal trips is bijgevolg minstens gelijk aan het aantal groepen. Dit eenvoudig, doch inzichtelijk groeperen resulteert, zoals ook beaamd wordt door Gillet en Miller (1974), in een sterke vereenvoudiging van de tweede fase.

Daarin wordt eerst getracht bovenvermelde beginroute te verbeteren met een lokale zoekstrategie, die een grondiger onderzoek doorvoert van de momenteel verkende omgeving. Concreet worden twee klanten weggenomen uit een trip en apart ingevoegd op de beste positie in de eerstvolgende trip waar dit een kostenvermindering oplevert. Volgens Van Breedam (2001) is het niet significant voordeliger om, na het vinden van die eerstvolgende trip, voort te zoeken naar andere trips waarin de winst nog groter is. Eenzelfde strategie kan worden toegepast wanneer slechts één klant uit zijn oorspronkelijke trip wordt weggenomen. Het eerste scenario vergt meer rekentijd, maar houdt wel een grotere kans op een vermindering van het aantal trips in, indien althans effectief een geschikte invoeging in een andere trip wordt gevonden. Is dit niet het geval, dan volgt een herinvoeging op de beste positie in de oorspronkelijke trip. Wanneer het zo niet langer lukt om het aantal trips te verminderen, wordt overgeschakeld op het principe van uitwisseling. Een klant wordt weggehaald uit de ene trip en ingevoegd op de beste positie in een andere trip, terwijl een andere klant van daaruit overgeplaatst wordt naar de best mogelijke positie in de eerste trip. Deze operaties worden uitgevoerd totdat geen verbetering meer mogelijk blijkt en dus een lokaal optimum bereikt is.

Vervolgens bereikt de heuristiek de diversificatiefase, waarin het zoekproces afgewend wordt van het gebied rond het zonet bereikte lokale optimum en naar een andere, veelbelovende omgeving gedreven wordt. Hiertoe wordt een secundaire doelfunctie opgesteld, die in casu streeft naar een minimalisatie van de kost die opgelopen wordt op het moment dat het voertuig leeg is. Het is de

bedoeling de operationele efficiëntie van iedere trip in kaart te brengen en de klanten vervolgens zodanig in te delen dat de duurste voertuigen een efficiënte route met de meest hulpbehoevende reizigers toegewezen krijgen, terwijl operationele inefficiënties naar goedkopere voertuigen worden doorgeschoven. Dit zal eveneens tot kostenminimalisatie leiden, zij het via een andere benadering. Concreet wordt de kost hier gedefinieerd als een vermenigvuldiging van twee factoren. De eerste factor betreft de som van het aantal lege kilometers, met uitzondering van de onvermijdelijke ritten van en naar het depot, en het loon dat aan de bestuurder betaald wordt voor de tijd dat hij zich rijdend of wachtend in een leeg voertuig bevindt. De tweede factor meet welk percentage van de reistijd van de klanten in de desbetreffende trip gemiddeld aan omwegen gespendeerd wordt.

Beide fases alterneren, zodat afwisselend de primaire en secundaire doelfunctie geminimaliseerd worden. De procedure eindigt zodra de in een bepaalde iteratie gerealiseerde verbetering kleiner is dan vijf promille, steeds beoordeeld op basis van de primaire doelfunctiewaarde, alsook het aantal beschouwde trips in deze iteratie niet verminderd is. Het perspectief op toekomstige verbeteringen is desgevallend te klein geworden. Daarna volgt nog een intensificatiefase, waarin de uit de vorige fase verkregen trips initieel als *waarschijnlijk beste trips* worden bestempeld, omdat het nota bene nog onzeker is dat ze ook allemaal in de uiteindelijke oplossing zullen verschijnen. Immers dienen nog concrete voertuigen en bestuurders aan de ontwikkelde trips toegewezen te worden, met het risico dat zich een hierbij een tekort zal voordoen. Daarom krijgen de trips in dalende volgorde van efficiëntie een voertuig en een bestuurder toegewezen. Hierbij worden telkens het voertuig en de bestuurder geselecteerd die nog over de grootste ongevulde tijdsruimte beschikken, voor zover alle beperkingen, ook inzake de uitrusting van het voertuig en de kwalificaties van de bestuurder, daarbij voldaan zijn. Een voertuig en een bestuurder kunnen meerdere trips afwerken in de loop van de dag en zijn niet permanent aan elkaar gekoppeld, aangezien de bestuurder doorgaans door striktere reistijdbeperkingen gebonden is. Na deze toewijzingsprocedure blijven een aantal trips over, die in twee types kunnen worden ingedeeld. Enerzijds betreft het niet-efficiënte trips, maar anderzijds kunnen ook een aantal efficiënte trips niet toegewezen zijn, omdat het soms niet meer mogelijk blijkt om zowel een geschikte bestuurder als een geschikt voertuig te selecteren. Hiervoor wordt het intensificatieproces toegepast. Alle klanten die bij de overgebleven trips betrokken zijn, worden onderworpen aan een herhaling van de volledige heuristiek, vanuit de veronderstelling dat het waarschijnlijk mogelijk moet zijn om dit beperktere aantal aanvragen in efficiënte trips onder te brengen. Deze werkwijze gaat door totdat alle trips toegewezen zijn of geen enkele trip nog op een geldige wijze aan een bestuurder en een voertuig gekoppeld kan worden.

De auteurs voeren een test uit aan de hand van door toeval gegenereerde gegevens, waarbij drie types van klanten, voertuigen en bestuurders beschouwd worden. De aanvragen worden ingedeeld in twee verschillende groepen, die zich van elkaar onderscheiden door de gekozen breedte van de tijdsvensters. Dit blijkt een duidelijk effect te veroorzaken, in die zin dat een positief verband wordt vastgesteld met de benodigde rekentijd en een logischerwijze negatief verband met de kost van de uiteindelijke oplossing. Anderzijds is het wel zo dat de klant uiteraard smalle tijdsvensters verkiest. De rekentijd stijgt met het aantal klanten en is doorgaans nipt acceptabel in een systeem waarvoor de berekeningen eenmaal daags dienen te worden uitgevoerd. Tot slot blijkt de voertuigcapaciteit in deze context zelden problematisch te zijn, hetgeen operators zou moeten overtuigen om geen te ruime voertuigen aan te kopen.

### 3. PRAKTIJKONDERZOEK

#### 3.1 Algemene toelichting

In dit hoofdstuk zullen de eigenschappen van het DARP nader onderzocht worden aan de hand van een praktijkstudie. Hierbij wordt concreet nagegaan welk effect het door de operator aangeboden kwaliteitsniveau van de dienstverlening uitoefent op de opgelopen werkingskost. De instelling van twee parameters, zijnde de toegelaten afwijking van het door de klant opgegeven richttijdstip en de toegelaten overschrijding van de directe reistijd tussen diens herkomst en bestemming, worden gevarieerd om diverse kwaliteitsscenario's te creëren. Uitgaande van een realistische, doch fictief gegenereerde dataset van 24.400 verplaatsingen op een weekday zal de bijhorende werkingskost voor elk scenario berekend worden met behulp van een metaheuristische oplossingstechniek, die gebaseerd is op het principe van *deterministic annealing*. De omvang van deze werkingskosten en het patroon in de evolutie ervan zal niet enkel voor de globale dataset geanalyseerd worden, maar ook voor een aantal welbepaalde deelselecties, geconstrueerd op basis van de eigenschappen van de aanvragen of de aanbieders.

Allereerst worden in sectie 3.1.1 meer details verschaft bij de opbouw van de aangewende dataset, op basis waarvan het onderzoeksopzet vervolgens nader kan worden toegelicht in sectie 3.1.2. Tot slot preciseert sectie 3.1.3 de karakteristieken van de oplossingsmethode.

##### 3.1.1 Structuur van de dataset

Bij elke aanvraag definieert de klant een herkomst en een bestemming. De door Jaw et al. (1986) gesuggereerde methode wordt aangewend om deze locaties op een praktisch relevante wijze van een tijdsvenster te voorzien. Dit betekent dat de klant één richttijdstip opgeeft. Zoals toegelicht in sectie 1.2, gaat het bij een heenreis in principe om een gewenst aankomstuur, terwijl het bij een terugreis een gewenst vertrekuur betreft. In combinatie met de nog nader toe te lichten variabelen in dit onderzoek, zijnde de maximale afwijking van de richttijd (slechts in één richting toegelaten) en de maximale overschrijding van de directe reistijd op het aangevraagde traject, kan dan zowel rond het vertrek- als rond het aankomstpunt een tijdsvenster geconstrueerd worden.

Op basis van de persoonskenmerken, het inkomen en de geografische ligging van de klant wordt voor elke aanvraag eerst bepaald welke instantie de gewenste verplaatsing zal verzekeren. Globaal kunnen de 473 Vlaamse aanbieders worden onderverdeeld in drie types, zijnde de *Minder Mobielen Centrales*, de *Diensten voor Aangepast Vervoer* en de taxidiensten. De toewijzingsprocedure gaat prioritair na of de klant terecht kan bij een Minder Mobielen Centrale. Bij dit type aanbieder, veelal gecoördineerd via gemeenten of OCMW's, voorzien vrijwillige chauffeurs het vervoer van personen die over een beperkt inkomen beschikken en om financiële of medische redenen niet op andere transportwijzen kunnen terugvallen. Aangezien de vrijwilligers hierbij hun eigen wagen gebruiken, is vervoer van permanent in een rolstoel gezeten klanten onmogelijk. Merk op dat hieruit ook volgt dat een aanbieder in het beschouwde probleem over meerdere depots kan beschikken, aangezien de vrijwilligers hun rit beginnen en eindigen op hun thuisadres. Wanneer een klant geen beroep

kan doen op een Minder Mobielen Centrale of de dichtstbijzijnde aanbieder van dit type onredelijk ver gesitueerd is, worden zogenaamde Diensten voor Aangepast Vervoer beschouwd. Zij bieden specifiek vervoer aan op maat van personen met een mobiliteitsbeperking die hen verhindert de conventionele transportmodi te benutten. Hierbij wordt een onderscheid gemaakt naargelang een klant al dan niet in een rolstoel vervoerd wordt, naar analogie met het door Wong en Bell (2006) geïntroduceerde principe van een tweedimensionale capaciteit. Aangezien dergelijke aanbieders in de realiteit echter schaars zijn, gebeurt het regelmatig dat zij op een te grote afstand van de klant gevestigd zijn of hun capaciteit voor rolstoelgebruikers ontoereikend is. In dat geval wordt de klant ingedeeld bij een taxidienst die, indien nodig, in staat is om rolstoelgebruikers te vervoeren.

Nadat aan de hand van bovenstaande procedure is vastgelegd welke instantie het vervoer van een klant zal verzekeren, wordt de aanvraag concreet toegewezen aan de dichtstbijzijnde individuele aanbieder van dit type. Het gevolg is dat niet alle 473 beschouwde operatoren noodzakelijkerwijze één of meerdere verplaatsingen krijgen toegewezen. Onderstaande tabel 2 schetst de resulterende indeling van alle 24.400 aanvragen over de drie types aanbieders, alsook het aantal potentiële en actieve aanbieders dat elke categorie omvat.

Type aanbieder	Aantal aanvragen	Potentiële aanbieders	Actieve aanbieders
Minder Mobielen Centrales	11.666	240	70
Diensten voor Aangepast Vervoer	2.892	25	14
Taxidiensten	9.842	208	194
<b>Totaal</b>	<b>24.400</b>	<b>473</b>	<b>278</b>

Tabel 2: Indeling van de dataset per type aanbieder

Hoewel de drie types operatoren transport van deur tot deur aanbieden, wordt in deze analyse het relevante gebied om praktische redenen onderverdeeld in 2.386 subzones. De reistijden tussen de diverse subzones zijn gekend. Door de herkomst en de bestemming van iedere verplaatsing toe te wijzen aan de subzone waarin deze gelegen zijn, kan dus ook de reistijd van elke aanvraag geschat worden. Als een verplaatsing binnen eenzelfde subzone plaatsvindt, wordt een arbitrair bepaalde reistijd opgelegd. Om verkeersinvloeden in rekening te kunnen brengen, wordt de bekomen reistijd vervolgens vermenigvuldigd met een tijdstipafhankelijke factor. Een weekdag wordt ingedeeld in vijf verschillende dagdelen. Tijdens de nacht (22u tot 6u) wordt vermenigvuldigd met een factor 1, terwijl in de ochtend- (6u tot 9u) en avondspits (16u tot 19u) een factor 1,50 gehanteerd wordt. In de tussenliggende daluren, zowel overdag als 's avonds, bedraagt deze factor 1,10. Een aanvraag wordt verondersteld in exact één dagdeel ondergebracht te zijn. Het is mogelijk dat een aanbieder slechts in een beperkt aantal dagdelen een aanvraag krijgt toegewezen.

Voorts is voor elke aanvraag in de dataset bekend of de klant zich verplaatst in het kader van een activiteit met een vast, dan wel een variabel tijdstip van aanvang. Tot de eerste categorie behoort bijvoorbeeld een medische consultatie op afspraak. De klant heeft de consultatie vanzelfsprekend vastgelegd voordat de vervoersaanvraag geformuleerd wordt, waardoor hij op het moment van de reservatie geen invloed meer heeft op de richttijden. Het gewenste aankomstuur van de heenreis zal idealiter overeenkomen met het tijdstip waarop de consultatie aanvangt, terwijl het gewenste vertrek uur van de terugreis samenvalt met het moment waarop deze consultatie eindigt. Iedere afwijking van het richtuur zal resulteren in een voor de klant nutteloze wachttijd. Dit geldt echter

niet voor een klant die zich wenst te verplaatsen voor een activiteit met een variabel begintijdstip, zoals een familiebezoek of een winkeluitstap. De categorieën omvatten resp. 12.890 en 11.510 aanvragen. Het nut van dit onderscheid zal toegelicht worden in sectie 3.3.

Ten slotte worden nog twee bijkomende kwaliteitsvoorwaarden opgelegd om de realiteitszin van deze praktijkstudie aan te scherpen. Deze beperkingen zijn echter voor elke aanvraag identiek. Het betreft een servicetijd van 10 minuten voor verrichtingen tijdens het in- en uitstappen, alsook een maximale duur per volledige rit. Deze wordt ingegeven door de beperkte beschikbaarheid van de bestuurders. Bij de Diensten voor Aangepast Vervoer en de taxidiensten heeft een arbeidsprestatie de gangbare duur van 8 uur, terwijl de beschikbaarheid van de vrijwilligers van de Minder Mobielen Centrales wordt gelimiteerd tot 4 uur.

Samengevat laat de dataset toe een oplossing te formuleren voor een probleem dat strookt met de in Wong en Bell (2006) behandelde context. Hierbij gaat het om een probleem met tijdsvensters, twee types klanten en capaciteiten, meerdere depots en bijkomende kwaliteitsvoorwaarden, met name een servicetijd en een maximale routeduur. Het gaat telkens om harde beperkingen.

### 3.1.2 Onderzoeksopzet

In deze praktijkstudie wordt op een kwantitatieve wijze nagegaan welk effect het kwaliteitsniveau van het door de operator aangeboden vervoer heeft op de opgelopen werkingskost. Als indicatie voor het kwaliteitsniveau worden twee concrete maatstaven beschouwd, met name de toegelaten afwijking van de door de klant opgegeven reistijd en de maximale toegelaten overschrijding van de directe reistijd op het aangevraagde traject. Deze parameterinstellingen zullen hier gevarieerd worden om de invloed op de efficiëntie van de resulterende routes te analyseren. Om deze routes te construeren, wordt gebruik gemaakt van een metaheuristiek, waarover in sectie 3.1.3 nadere toelichting wordt verschaft. De efficiëntie van de routes zal beoordeeld worden op basis van twee criteria die de operationele kost reflecteren. Het betreft de totale afstand die door alle betrokken voertuigen wordt afgelegd en het aantal voertuigen dat aangewend dient te worden.

Het effect van een variatie in de kwaliteitsparameters wordt in eerste instantie nagegaan voor de globale dataset. Op basis van 50 onderzochte scenario's, die allen op een verschillende combinatie van beide parameterinstellingen gebaseerd zijn, wordt onderzocht of de opgelopen werkingskost effectief daalt naarmate de kwaliteitsvoorwaarden versoepelen en aan de hand van welk patroon deze evolutie desgevallend kan worden beschreven. Ook de onderlinge invloed van de parameters wordt besproken. In tweede instantie wordt de dataset opgesplitst in verschillende deelselecties, waarop een analoge analyse wordt uitgevoerd. Hierbij wordt concreet nagegaan of het potentieel voor een kostenreductie bij een versoepeling van de kwaliteitsparameters groter is voor bepaalde categorieën van aanbieders of aanvragen. Zo ja, wordt ook geanalyseerd op welke wijze de kloof tussen deze categorieën evolueert. De deelselecties worden gemaakt op basis van de grootte van een aanbieder, het dagdeel waarin een aanvraag gesitueerd is en het type aanbieder dat voor een verplaatsing instaat. Tot slot wordt de economische relevantie van dit onderzoek becijferd. Al deze resultaten zijn opgenomen in sectie 3.2.

In sectie 3.3 wordt opgemerkt dat het feit of een klant zich wenst te verplaatsen in het kader van een activiteit met een vast, dan wel een variabel begintijdstip bepalend is voor zijn vereisten met betrekking tot de maximale afwijking van het richttijdstip. Door een onderscheid te maken in het kwaliteitsniveau voor beide categorieën, rekening houdend met hun werkelijke behoeften, kan de operator een bijkomende kostenreductie realiseren ten opzichte van de oorspronkelijke benadering, waarin de algemeen geldende maximale afwijking van de richttijd noodgedwongen werd afgestemd op de klanten met de strengste noden. Het potentieel van deze bijkomende besparing wordt voor 30 verschillende kwaliteitsscenario's becijferd, zowel voor de globale dataset als voor de eerder besproken deelselecties hiervan. Ter afsluiting wordt ook hierbij de economische relevantie van het onderzoek geschetst.

### 3.1.3 Opbouw van de oplossingsmethode

Gegeven de gekozen parameterinstellingen, gebeurt de constructie van de routes *per individuele aanbieder en per dagdeel* aan de hand van een metaheuristiek. Deze is gebaseerd op het principe van simulated annealing, toegelicht bij de bespreking van Mauri en Lorena (2006) in sectie 2.2.4.4, maar hanteert een deterministische in plaats van een stochastische beslissingsregel om een nieuw, minder goed oplossingsvoorstel al dan niet te accepteren. Bij simulated annealing wordt gebruik gemaakt van een bepaalde kans op aanvaarding van een slechtere oplossing, die afhangt van de mate waarin de doelfunctie verslechtert, alsook van een vooraf vastgelegd temperatuurschema. Bij de hier gebruikte metaheuristiek op basis van deterministic annealing wordt daarentegen een vaste drempelwaarde gehanteerd waarmee de oplossing ten hoogste mag verslechteren. Deze waarde kan weliswaar ook volgens een vooraf bepaalde procedure variëren. Volgens Rose (1998) creëert deze werkwijze eveneens voldoende mogelijkheden voor intensificatie en diversificatie, terwijl het aanpassingsschema voor de drempelwaarde tegelijk ook minder traag hoeft te evolueren dan het temperatuurschema in de stochastische variant.

Een initiële oplossing wordt bekomen door aanvragen te sorteren volgens de ondergrens van hun tijdsvensters. Routes worden dan geconstrueerd door de aanvragen in deze volgorde in te voegen en slechts een nieuwe route te beginnen wanneer het onmogelijk blijkt om een aanvraag in de tot dan toe beschouwde trajecten bij te plaatsen. Nadat deze initiële oplossing verkregen is, wordt de vermelde methode op basis van deterministic annealing toegepast volgens een logicaschema dat beschreven is in Braekers et al. (2012), zij het in de context van een ander probleem. Bij aanvang wordt de initiële oplossing beschouwd als het beste tot dan toe achterhaalde resultaat. Een vooraf vastgelegd aantal iteraties (in dit geval 20.000) wordt uitgevoerd met de betrachting dit resultaat te verbeteren. In elke iteratie worden zes lokale zoekoperatoren, die in de volgende alinea nader toegelicht zullen worden, in een willekeurige volgorde toegepast. Indien hierbij een oplossing met minder benodigde voertuigen wordt bekomen, wordt deze steeds aanvaard. Wanneer het nieuwe voorstel daarentegen de inzet van evenveel voertuigen vergt, wordt het slechts geaccepteerd als het aantal af te leggen kilometers niet hoger ligt dan het aantal kilometers in de huidige oplossing, vermeerderd met de besproken drempelwaarde. Geen enkele zoekoperator kan tot een toename van het aantal voertuigen leiden. Indien de verkregen oplossing aanvaard wordt en tegelijk beter is dan het beste resultaat tot dan toe, wordt deze verder beschouwd als nieuwe beste oplossing en wordt rechtstreeks overgegaan naar de volgende iteratie. In elk ander geval wordt de gehanteerde drempelwaarde met een vooraf bepaalde waarde gereduceerd vooraleer de volgende iteratie wordt

ingezet. Op een bepaald moment zal de drempelwaarde bijgevolg negatief worden. Desgevallend wordt deze heringesteld op een willekeurig gekozen waarde, die positief is en steeds kleiner dan of gelijk aan de oorspronkelijke drempelwaarde. Indien de metaheuristiek bovendien gedurende een op voorhand vastgelegd aantal iteraties geen verbetering van de beste oplossing heeft achterhaald, zal de procedure verder worden uitgevoerd vanaf het op dat moment geldende beste resultaat. Na afloop van de 20.000 iteraties wordt de beste oplossing uiteindelijk behouden. De metaheuristiek werd geprogrammeerd in Microsoft Visual C++ 2008.

Zoals vermeld, worden een zestal lokale zoekoperatoren aangewend om de voorliggende oplossing te verbeteren, waarbij de toepassingsvolgorde steeds door het toeval wordt bepaald. Een eerste zoekoperator tracht één aanvraag uit een route te verwijderen en deze in te brengen in een andere route, waarbij dan alle mogelijke invoeringen beschouwd kunnen worden. Een tweede operator wisselt twee aanvragen in verschillende routes met elkaar uit, waarbij de eerste aanvraag op elke geldige wijze in de andere route ondergebracht kan worden, terwijl de tweede aanvraag uitsluitend kan terechtkomen op de exacte positie van de eerste aanvraag. Een derde operator tracht de volgorde van drie achtereenvolgende knooppunten in een route te veranderen, waarbij elk van de vijf alternatieven onderzocht wordt. Bij een vierde operator wordt geprobeerd om de voertuigen die aan twee routes toegewezen zijn om te wisselen, of het voertuig van een bepaalde route om te wisselen met een ongebruikt voertuig uit een ander depot. Een vijfde operator verwijdert in twee routes een schakel en koppelt de hieruit resulterende uiteinden kruisgewijs aan elkaar, zodat het begin van de eerste route overloopt in het einde van de tweede route en omgekeerd. Een laatste operator verwijdert een route en tracht de betrokken knooppunten te herverdelen over de andere routes. Uit het logicaschema van de oplossingsmethode volgt dat een (geldig) oplossingsvoorstel dat door deze laatste zoekoperator gegenereerd wordt steeds geaccepteerd wordt, omwille van de veelal grote besparing die gepaard gaat met een vermindering in het aantal benodigde voertuigen.



## 3.2 Analyse zonder onderscheid tussen vast en variabel begintijdstip

Deze sectie is gebaseerd op een analyse van 50 scenario's, waarbij zowel de maximale toegelaten afwijking van het richttijdstip als de overschrijding van de directe reistijd gevarieerd worden. Voor de eerste parameter worden 10 instellingen opgemeten in een interval tussen 0 en 180 minuten. Concreet betreft het hier het maximum in de toegelaten afwijking op het geheel van de heen- en terugreis van een klant, waarbij de vermelde waarde volgens een 50/50-verdeling aan beide ritten wordt toegekend. In navolging van de benadering van Jaw et al. (1986) dient het richtuur steeds in de meest logische richting gerespecteerd te worden. Dit houdt concreet in dat een klant die een heenreis aflegt niet te laat mag aankomen, terwijl een terugreis nooit vroeger dan gewenst mag aanvatten. Voor de tweede parameter, zijnde de toegelaten overschrijding van de directe reistijd tussen de herkomst en de bestemming van de klant, worden 5 instellingen tussen 0 en 40 minuten onderzocht.

Alle mogelijke combinaties van beide parameters worden in kaart gebracht, hetgeen het totaal van 50 scenario's verklaart. Hoewel een aantal van deze combinaties mogelijk niet kunnen voldoen aan de kwaliteitsbehoeften die de klanten in de praktijk vertonen, in het bijzonder voor activiteiten met een vast begintijdstip, worden zij in eerste instantie niettemin onderzocht. Op basis hiervan kan immers een duidelijker beeld geschetst worden van de sensitiviteit van de oplossing in functie van de kwaliteitsparameters. Vervolgens zullen in sectie 3.3 de werkelijke behoeften van de klant nader in rekening worden gebracht. De analyses worden zowel op de integrale dataset uitgevoerd als op deelselecties, gemaakt in functie van de eigenschappen van de aanbieder of de aanvraag.

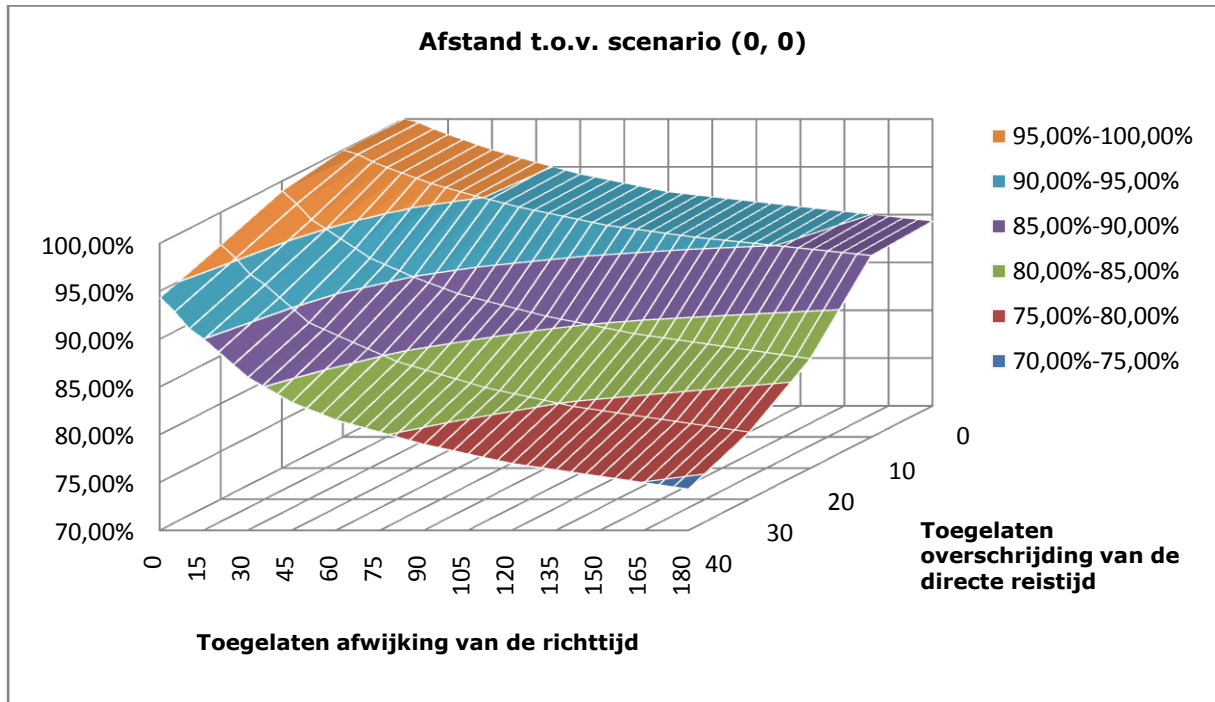
### 3.2.1 Globale resultaten

Allereerst wordt de invloed van beide kwaliteitsparameters op het globale resultaat nagegaan. In bijlagen 1 en 2 wordt het absolute effect van een wijziging van deze parameters weergegeven op resp. de totale afgelegde afstand en het aantal benodigde voertuigen. Hierbij dient opgemerkt te worden dat het aantal voertuigen berekend wordt als de som van de benodigde voertuigen in de verschillende dagdelen. Het is dus geen indicatie voor de vereiste fysieke omvang van de vloot, aangezien eenzelfde voertuig in werkelijkheid gedurende elk dagdeel kan worden ingeschakeld.

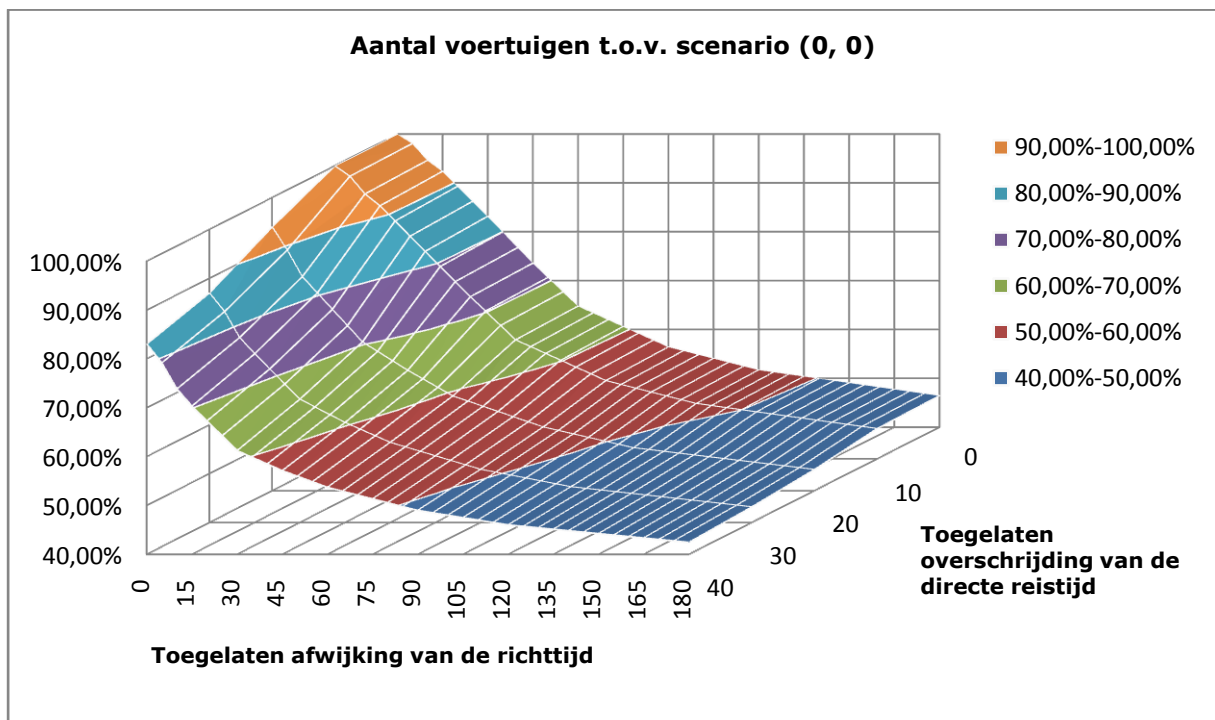
Om de relatieve invloed van en de interactie tussen beide parameters overzichtelijk voor te stellen, worden deze resultaten in figuren 3 en 4 driedimensionaal weergegeven en uitgedrukt als een percentage van het resultaat in het scenario (0, 0), d.i. een verbod op zowel een afwijking van het richttijdstip als een overschrijding van de directe reistijd. Merk op dat een dergelijk scenario eigenlijk neerkomt op een geïndividualiseerde taxidienst en dus een goede vergelijkingsbasis biedt om de economische voordelen van het oplossen van het DARP in diverse varianten te bestuderen.

De interpretatie van de aangehaalde figuren wordt geïllustreerd aan de hand van een voorbeeld. In het scenario (30, 20), waarin de afwijking van de richttijd dus maximaal 30 minuten mag bedragen en de overschrijding van de directe reistijd niet groter mag zijn dan 20 minuten, wordt in bijlage 1 een afgelegde afstand van 746.467 km gerapporteerd. In figuur 3 wordt dit resultaat in verhouding gesteld tot de afgelegde afstand in het scenario (0, 0), zijnde 811.827 kilometer. Het resultaat bij

de combinatie (30, 20) bedraagt 91,95% hiervan, hetgeen exact de waarde is die in figuur 3 voor de desbetreffende combinatie grafisch wordt weergegeven. Voor elk van de 50 scenario's werd een dergelijke berekening uitgevoerd. Zo blijkt logischerwijze dat de sterkste kostenreductie bekomen wordt in het meest soepele kwaliteitsscenario. Bij de combinatie (180, 40) bedraagt het resultaat meer bepaald 74,28%. De interpretatie met betrekking tot het aantal ingezette voertuigen verloopt volledig analoog, zij het op basis van figuur 4.



Figuur 3: Afgelegde afstand, uitgedrukt als percentage van de afstand in scenario (0, 0)



Figuur 4: Aantal voertuigen, uitgedrukt als percentage van het aantal voertuigen in scenario (0, 0)

Zowel voor de afgelegde afstand als voor het aantal aangewende voertuigen wordt een verwachte evolutie bevestigd, aangezien de operationele kost zonder uitzondering daalt bij een verzwakking van één of beide kwaliteitsbeperking(en). Het is grafisch duidelijk dat het verband zeker niet lineair is en evenmin identiek is voor beide componenten van het resultaat. Hieronder volgt daarom een meer gedetailleerde analyse.

Met betrekking tot de overschrijding van de directe reistijd kunnen twee belangrijke vaststellingen gedaan worden. Eerst en vooral neemt de invloed van deze parameter op de afgelegde afstand toe naarmate de toegelaten afwijking van het richttijdstip groter wordt, terwijl de invloed op het aantal ingezette voertuigen juist afneemt. Wanneer de toegelaten afwijking van de richttijd bijvoorbeeld constant wordt gehouden op 5 minuten, blijkt een verhoging van de toegelaten overschrijding van de directe reistijd van 0 naar 40 minuten een besparing in de afstand en het aantal voertuigen van resp. 6,79 en 18,87 procentpunten te genereren, terwijl dit bij een maximale toegelaten afwijking van de richttijd ter grootte van 120 minuten resp. 14,36 en 5,68 procentpunten is. Voorts blijkt de toename van de invloed op de totale afstand zeer gestaag te verlopen, hetgeen niet het geval is voor de afname van de invloed op het aantal voertuigen. Daar is grafisch een duidelijke kentering merkbaar zodra de toegelaten afwijking van het richttijdstip een drempelwaarde ter grootte van ongeveer 50 minuten bereikt. Dit betekent dat een verhoging van de toegelaten overschrijding van de directe reistijd wel een groot effect teweegbrengt als de afwijking van het richtuur gelimiteerd is tot 40 minuten, maar deze invloed abrupt verdwijnt bij een toegelaten afwijking van 60 minuten.

Een tweede vaststelling inzake de toegelaten overschrijding van de directe reistijd is het feit dat een verhoging van 0 naar 10 minuten amper een kostenbesparing oplevert. De verklaring hiervoor schuilt in de vaste servicetijd van 10 minuten bij het in- en uitstappen, die er immers voor zorgt dat een toegelaten overschrijding van minder dan 10 minuten geen enkele invloed uitoefent op de verkregen routeschema's. Indien deze precies 10 minuten mag bedragen, kan de besparing louter voortvloeien uit het feit dat twee of meer klanten in de praktijk regelmatig gezamenlijk reizen en dus identieke reservaties doorgeven. Aangezien aanvragen in dit onderzoek echter willekeurig en onafhankelijk van elkaar gegenereerd zijn, wordt met dit fenomeen geen rekening gehouden en is het verschil tussen de doelfunctiewaarden voor een maximale overschrijding van 0 en 10 minuten bijgevolg verwaarloosbaar. De grootste besparing wordt gerealiseerd wanneer de overschrijding wordt verhoogd van 10 naar 20 minuten of, in het geval van bijzonder strikte beperkingen inzake de afwijking van het richtuur, zelfs nog iets later. Als het aantal gezamenlijk reizende klanten niet extreem groot blijkt, is het waarschijnlijk dat deze trend ook in de praktijk zal gelden. Merk wel op dat de toegestane afwijking van de richttijd voldoende groot moet zijn opdat beide klanten effectief door hetzelfde voertuig bediend mogen worden, rekening houdend met de servicetijd. Zo niet, dreigen gezamenlijk reizende klanten de werkingskosten juist sterk te verhogen, omdat dezelfde fysieke locaties dan door meer dan één voertuig moeten worden aangedaan.

Met betrekking tot de toegelaten afwijking van het richttijdstip, wordt eveneens vastgesteld dat de invloed van deze parameter op de totale afgelegde afstand stijgt naarmate de overschrijding van de directe reistijd groter mag zijn, terwijl de invloed op het benodigde aantal voertuigen juist daalt. Indien de toegelaten overschrijding van de directe reistijd bijvoorbeeld 10 minuten bedraagt, kan een verhoging van de toegelaten afwijking van het richtuur van 0 naar 180 minuten een besparing van 11,03 en 53,82 procentpunten veroorzaken in resp. de totale afstand en het aantal voertuigen, terwijl dit bij een toegelaten overschrijding ter grootte van 30 minuten een besparing oplevert van

resp. 19,64 en 43,83 procentpunten. De toename in de invloed van de afwijking van het richtuur op de totale afgelegde afstand blijkt niet gestaag, maar eerder bruusk te verlopen. Een duidelijke kentering situeert zich grafisch ter hoogte van een toegelaten overschrijding van de directe reistijd van 10 à 20 minuten. Bij een lagere toegelaten overschrijding heeft het verhogen van de afwijking van het richttijdstip dus geen belangrijk effect, terwijl dit bij een hogere toegelaten overschrijding duidelijk wel het geval is. Betreffende het aantal in te zetten voertuigen verloopt de afname in de invloed van de afwijking van het richttijdstip daarentegen eerder gestaag, al wordt dit patroon wel verstoord door de zonet toegelichte invloed van de servicetijd.

Indien de invloed van beide kwaliteitsparameters simultaan beschouwd wordt, zodat een globaal beeld wordt verkregen, komt het conflicterende karakter van beide doelstellingen naar voren. Een versoepeling van één of beide kwaliteitsparameters leidt in eerste instantie kennelijk tot een vrij sterke reductie in de benodigde vloot. De afname in de totale afgelegde afstand blijft in dit gebied eerder beperkt, omdat de resterende vloot bijkomende kilometers aflegt om het wegvallen van de bespaarde voertuigen te compenseren, d.i. om alle klanten correct te kunnen blijven bedienen. Op een gegeven ogenblik kantelt deze trend. Zodra de omvang van de vloot zodanig verkleind is dat het potentieel voor een verdere afname stilaan verdwijnt, veroorzaakt een verdere versoepeling van de kwaliteitsvoorwaarden in verhouding immers een sterkere daling in de totale afstand dan in het aantal voertuigen. De overgang tussen beide besparingswijzen situeert zich ter hoogte van de indicatieve drempelwaarden die in de voorgaande analyse werden opgemerkt inzake de nogal plots afnemende invloed van de maximale overschrijding van de reistijd op de benodigde voertuigen en de bruske toename van de invloed van de toegelaten afwijking van het richttijdstip op de afstand.

Een voor de hand liggende, doch moeilijk te beantwoorden slotvraag in het kader van deze analyse heeft betrekking op het beleid dat een operator best voert. Welke kwaliteitsparameter kan het best versoepeld worden om een zo kostenefficiënte oplossing als mogelijk te bereiken? Het antwoord hangt echter af van diverse factoren. Enerzijds valt de opportuniteitskost van een versoepeling van de kwaliteitsparameters, zijnde de eventueel mislopen inkomsten door afhakende klanten en de lagere appreciatie door de klanten die wel blijven, moeilijk concreet te becijferen en kan het belang dat gehecht wordt aan beide parameters van klant tot klant verschillen. Voorts wordt de besparing in de totale afstand en in het aantal benodigde voertuigen in deze analyse afzonderlijk nagegaan, waarbij eender welke mogelijkheid tot uitsparing van een voertuig steeds prioritair benut wordt. Om een globale doelfunctie te bekomen, zou de operator echter *a priori* een verhouding moeten definiëren inzake het belang van beide elementen. Ten slotte hangt de geldigheid van een bepaalde oplossingscombinatie steeds af van de middelen waarover de operator in kwestie beschikt. In deze context dient verwezen te worden naar het aantal voertuigen dat concreet ter beschikking van de operator is, aangezien de optimale oplossing niet uitvoerbaar is als de vloot hiervoor te beperkt is. Algemeen kan echter wel vastgesteld worden dat een combinatie van beide parameters op een gegeven moment hoe dan ook tot een voordeligere oplossing zal leiden dan het eenzijdig blijven variëren van één der kwaliteitsaspecten. Uitgezonderd het ietwat grillige of afwijkende oppervlak nabij beide assen van de grafiek, is het in figuren 3 en 4 namelijk grafisch duidelijk dat de partiële afgeleide naar beide parameters in het algemeen een negatieve en stijgende trend vertoont. Deze convex dalende vorm van de curven impliceert dat het extra voordeel van elke bijkomende eenheid waarmee een parameter versoepelt, steeds kleiner wordt.

### 3.2.2 Resultaten naargelang de grootte van de aanbieder

Het potentieel voor een kostenbesparing door het versoepelen van de kwaliteitsparameters wordt doorgaans hoger verondersteld naarmate de aanbieder in kwestie meer aanvragen rond hetzelfde tijdstip verwerkt, aangezien het aantal bijkomende combinatiemogelijkheden desgevallend sterk toeneemt. Deze stelling wordt hier nagegaan door de 278 aanbieders die effectief één of meerdere aanvragen toegewezen kregen te rangschikken volgens hun totaal aantal af te werken aanvragen en dan aan de hand van de kwartielwaarden vier categorieën van vergelijkbare omvang te creëren. Deze worden verder benoemd als de kleinste, de kleinere, de grotere en de grootste aanbieders.

Een analyse van de gemiddelden per categorie, berekend over alle 50 scenario's, toont aan dat het vooropgestelde verband zich inderdaad duidelijk manifesteert, zowel voor de afgelegde afstand als voor het aantal aangewende voertuigen. De afgelegde afstand situeert zich globaal op gemiddeld 90,88% van resultaat in het referentiescenario (0, 0). In de vier categorieën afzonderlijk bedraagt deze resp. 97,26%, 94,10%, 92,96% en 89,20%. Hoewel het verwachte verband algemeen geldt, blijken voornamelijk de twee uiterste categorieën, zijnde de grootste en kleinste aanbieders, resp. een manifest voordeel en nadeel te realiseren ten opzichte van de twee middencategorieën. Voor het aantal voertuigen, waar het globale gemiddelde over de 50 scenario's uitkomt op 69,37% van de vloot in het scenario (0, 0), wordt een andere vaststelling gedaan. Ook hier geldt het verwachte verband algemeen, maar met waarden van resp. 78,39%, 72,24%, 69,82% en 67,79% zijn het nu vooral de kleinste aanbieders die een erg duidelijk nadeel ervaren ten opzichte van de drie andere categorieën. Dit hoeft alvast niet te verbazen, daar aanbieders met slechts één klant of met enkele klanten waarvan de tijdsvensters zeer verspreid gesitueerd zijn op geen enkele wijze een reductie in het aantal voertuigen kunnen realiseren, ondanks een versoepeling van de kwaliteitsvereisten.

Bovenstaande informatie wordt nog eens samengevat in tabel 3.

<b>Omvang aanbieder</b>	<b>Aantal aanvragen</b>	<b>Aantal aanbieders</b>	<b>% afstand t.o.v. (0, 0)</b>	<b>% vloot t.o.v. (0, 0)</b>
Kleinste aanbieders	1 – 26	80	97,26%	78,39%
Kleinere aanbieders	27 – 52	61	94,10%	72,24%
Grotere aanbieders	53 – 106	69	92,96%	69,82%
Grootste aanbieders	> 106	68	89,20%	67,79%

*Tabel 3: Resultaten naargelang omvang van de aanbieder*

Om een voldoende gedetailleerd beeld van bovenvermeld effect te kunnen vormen, dient nagegaan te worden hoezeer het relatieve voordeel van grote aanbieders, dan wel het relatieve nadeel van kleine aanbieders, evolueert bij diverse parameterinstellingen. Hierbij wordt dus de vraag gesteld of de relatieve grootte van het effect afhangt van de kwaliteitsvereisten die worden opgelegd. In bijlagen 3 en 4 wordt voor de vier categorieën het effect weergegeven van een wijziging in deze parameters op resp. de totale afstand en het aantal benodigde voertuigen. In bijlagen 5 en 6 is, om het overzicht te bewaren, een selectie hiervan uitgedrukt als percentage van het resultaat bij de combinatie (0, 0). Het gaat voor beide parameters om een lage, een middelmatige en een hoge instelling. Concreet worden afwijkingen van de richttijd van 30, 60 of 90 minuten onderzocht, in combinatie met een toegelaten overschrijding van de directe reistijd van 10, 20 of 30 minuten.

Het resultaat verschilt naargelang de totale afgelegde afstand of het aantal benodigde voertuigen beschouwd wordt. Bij de eerste resultaatcomponent veroorzaakt een versoepeling van één of beide kwaliteitsparameters steeds een toename in de kloof tussen de grootste aanbieders en de andere categorieën. Naarmate minder strakke voorwaarden worden opgelegd, zijn de grootste aanbieders bijgevolg meer bevoordeeld ten opzichte van de concurrentie. Concreet bedraagt de gemiddelde kloof tussen de grootste aanbieders en het gemiddelde van de concurrenten 4,35, 6,91 en 8,48 procentpunt bij een toegelaten afwijking van het richtuur van resp. 30, 60 en 90 minuten, terwijl dit 3,94, 6,85 en 8,94 procentpunt is bij een toegelaten overschrijding van de directe reistijd ter grootte van resp. 10, 20 en 30 minuten. De snelheid van toename is in beide series wel dalend. De gemiddelde kloof tussen de kleinste aanbieders en de drie andere categorieën evolueert analoog, met verschillen van 3,58, 4,95 en 6,05 procentpunt bij een toegelaten afwijking van het richtuur ter grootte van resp. 30, 60 en 90 minuten en waarden van 2,54, 4,95 en 7,09 procentpunt bij een toegelaten overschrijding van de directe reistijd ter grootte van resp. 10, 20 en 30 minuten. Voor de twee middencategorieën zijn de vastgestelde verschillen gemiddeld erg klein. Nader onderzoek leert dat ze vooral samenhangen met een verhoging van de toegelaten afwijking van het richtuur.

Bij beschouwing van het aantal aangewende voertuigen, de andere component van het resultaat, wordt een andere vaststelling gedaan. Bij een afwijking van de richttijd ter grootte van 30 minuten wordt een gemiddelde kloof van 9,35 procentpunt geconstateerd tussen de kleinste aanbieders en het gemiddelde van de andere categorieën, terwijl deze 12,32 en 12,15 procentpunt bedraagt bij een afwijking van resp. 60 en 90 minuten. Analoog bedraagt het verschil gemiddeld 9,43, 12,16 en 12,22 procentpunt voor een toegelaten overschrijding van de directe reistijd ter grootte van resp. 10, 20 en 30 minuten. Deze gemiddelde waarden verhullen echter deels de werkelijke trend in de resultaten. Indien beide kwaliteitsparameters op hun lage instelling geplaatst worden, bedraagt het verschil namelijk slechts 5,86 procentpunt. Zodra één der parameters versoepeld wordt, ontstaat echter vrij plots een stevig concurrentienadeel voor de kleinste aanbieders. De verschillen tussen alle overige combinaties van instellingen zijn beperkt en vaak zelfs verwaarloosbaar. Betreffende het verschil tussen de drie overige categorieën van aanbieders geldt eenzelfde conclusie, want ook daar wordt bij de combinatie van de lage instelling voor beide kwaliteitsparameters een opvallend kleinere spreiding opgemerkt dan in alle andere scenario's.

Samengevat blijkt het voordeel van een versoepeling van de kwaliteitsparameters te verschillen naargelang de grootte van de aanbieder. In termen van de totale afgelegde afstand blijken vooral de twee uiterste categorieën, zijnde de kleinste en de grootste aanbieders, resp. een nadeel en voordeel te ervaren ten opzichte van de concurrentie, waarbij het contrast toeneemt naarmate de kwaliteitsvoorwaarden minder strak worden. Betreffende het aantal in te zetten voertuigen ervaren voornamelijk de kleinste aanbieders een significant nadeel van zodra één der kwaliteitsparameters niet meer op de laagste instelling staat.

### 3.2.3 Resultaten naargelang het dagdeel

Een tweede element dat geacht wordt van invloed te zijn op het effect dat een versoepeling van de kwaliteitsparameters teweegbrengt, is het dagdeel waarin de beschouwde aanvragen gesitueerd zijn. Enerzijds verschilt het aantal aanvragen. Omdat niet alle dagdelen even lang duren, wordt de frequentie van de aanvragen als vergelijkingsbasis genomen. Hieruit blijkt dat klanten voornamelijk

tussen 9 uur 's ochtends en 22 uur 's avonds op de vervoerdiensten beroep doen. Het ligt dan ook in de lijn der verwachtingen dat de besparing door een versoepeling van de kwaliteitsparameters in dit tijdsinterval relatief groot zal zijn, aangezien dan meer combinatievoordelen kunnen worden benut. Anderzijds kan het verschil in reistijd een invloed uitoefenen. Aangezien eenzelfde aanvraag tijdens de spits meer tijd in beslag neemt dan op andere ogenblikken, verkleint dan het potentieel voor combinatievoordelen.

Een eerste indruk van de gemiddelde besparingen per categorie, berekend over alle 50 scenario's, toont inderdaad een zeker effect aan. Waar de afgelegde afstand globaal 90,88% van het resultaat in het scenario (0, 0) bedraagt, wordt voor de vijf dagdelen afzonderlijk een resultaat ter grootte van resp. 94,33%, 91,30%, 91,00%, 90,47% en 89,32% vastgesteld. Bij het aantal aangewende voertuigen, dat zich globaal op 69,37% van het referentiescenario situeert, bedragen de resultaten resp. 75,46%, 73,47%, 67,89%, 72,45% en 64,55%. Vooral in deze laatste serie zet zich duidelijk een logische trend door. Tussen 9 en 22 uur blijkt een grotere besparing gerealiseerd te worden dan in de ochtendspits en tijdens de nacht, hetgeen de invloed van de frequentie der aanvragen illustreert. Tevens komt naar voren dat het kostenpercentage tijdens de spits steeds groter is dan tijdens de daluren overdag en 's avonds, hetgeen de invloed van de reistijdcoëfficiënt aantoonst. Tot slot oefent de lage aanvraagfrequentie tijdens het nachtelijke interval een zeer nadelig kosteneffect uit, dat zwaarder weegt dan het positieve reistijdeffect. Het potentieel voor combinatievoordelen is kennelijk zozeer beperkt dat een versoepeling van de beperkingen veel minder voordeel biedt dan tijdens andere dagdelen. Bovenstaande vaststellingen gaan gemiddeld genomen ook op indien de afgelegde afstand wordt beschouwd, al is de grootte van de verschillen desgevallend wel miniem.

Bovenstaande informatie wordt nog eens samengevat in tabel 4.

<b>Dagdeel</b>	<b>Aanvragen per uur</b>	<b>Factor reistijd</b>	<b>% afstand t.o.v. (0, 0)</b>	<b>% vloot t.o.v. (0, 0)</b>
Nacht (22-06u)	231	1	94,33%	75,46%
Ochtendspits (06-09u)	656	1,5	91,30%	73,47%
Daluren dag (09-16u)	1594	1,1	91,00%	67,89%
Avondspits (16-19u)	1489	1,5	90,47%	72,45%
Daluren avond (19-22u)	1654	1,1	89,32%	64,55%

*Tabel 4: Resultaten naargelang dagdeel*

In tweede instantie wordt nagegaan of het relatieve verschil tussen de diverse dagdelen beïnvloed wordt door de keuze van de kwaliteitsparameters. In bijlagen 7 en 8 wordt voor de vijf dagdelen het absolute effect van een wijziging in deze parameters weergegeven op resp. de totale afstand en het aantal benodigde voertuigen, terwijl in bijlagen 9 en 10 dezelfde selectie aan combinaties als in de vorige sectie uitgelicht wordt. Daarbij worden de resultaten uitgedrukt als percentage van het resultaat bij de combinatie (0, 0).

Inzake de totale afstand, wordt vastgesteld dat de kloof tussen de spits- en daluurscenario's, het nachtelijk blok buiten beschouwing gelaten, vrijwel niet samenhangt met de toegelaten afwijking van het richtuur, maar wel met de overschrijding van de directe reistijd. Voor waarden van 10, 20 en 30 minuten worden verschillen geconstateerd van resp. -0,15, 1,89 en 2,02 procentpunt. Deze kloof manifesteert zich dus vrij plots wanneer de toegelaten overschrijding van de laagste naar de

middeninstelling gebracht wordt, maar blijft daarna vrijwel constant. Voorts wordt onderzocht hoe de kloof tussen drukbezette en rustige dagdelen, geïnterpreteerd volgens de aanvraagfrequentie, evolueert naarmate de kwaliteitsparameters variëren. Hier wordt het gemiddelde resultaat van de daluren overdag en 's avonds, alsmede van de avondspits, vergeleken met dat van de veel minder drukbezette ochtendspits en nachtperiode. Dit verschil blijkt op volledig analoge wijze samen te hangen met de toegelaten overschrijding van de directe reistijd, zoals blijkt uit de waarden van resp. 2,16, 3,93 en 3,83 procentpunt bij overschrijdingen ter grootte van 10, 20 en 30 minuten. De invloed van de afwijking van het richtuur is wederom merkelijk kleiner.

Indien de analyse wordt uitgevoerd in functie van het aantal voertuigen, komt wel een duidelijke invloed van beide kwaliteitsparameters naar voren. Betreffende de kloof tussen spits- en daluren, worden gemiddelde verschillen van 7,65, 10,34 en 9,55 procentpunt bekomen bij een toegelaten afwijking van het richttijdstip ter grootte van resp. 30, 60 en 90 minuten, alsook gemiddelden van 7,71, 10,27 en 9,55 procentpunt indien de overschrijding van de directe reistijd resp. 10, 20 en 30 minuten mag bedragen. Net zoals bij de eerder besproken indeling naargelang de grootte van de aanbieder, riskeren deze gemiddelden echter een onvolledige interpretatie te veroorzaken. Indien beide kwaliteitsparameters op hun lage instelling geplaatst worden, bedraagt het verschil namelijk slechts 3,04 procentpunt. Een lichte verhoging van één van beide parameters volstaat om de kloof plots te doen toenemen. Een verdere versoepeling zorgt er vervolgens voor dat het resultaat in spits- en daluren weer ietwat convergeert. Als voor beide parameters de hoge instelling gekozen wordt, bedraagt de kloof bijvoorbeeld nog slechts 8,92 procentpunt. Een volledig analoge, doch minder extreme trend kan vastgesteld worden inzake het verschil tussen drukke en minder drukke dagdelen. Dit bedraagt gemiddeld 7,38, 8,71 en 8,07 procentpunt voor een toegelaten afwijking van het richtuur ter grootte van resp. 30, 60 en 90 minuten, alsook 7,07, 8,83 en 8,25 procentpunt indien de directe reistijd met resp. 10, 20 of 30 minuten overschreden mag worden. Ook hier levert de combinatie van beide lage instellingen echter een kloof van maar 4,34 procentpunt op, die sterk vergroot zodra één der parameters versoepeld wordt.

Samengevat kan worden gesteld dat weldegelijk verschillen merkbaar zijn naargelang de dagdelen die worden beschouwd. In de ochtend- en avondspits is het voordeel van een versoepeling in de kwaliteitsparameters gemiddeld kleiner dan in de daluren. Hetzelfde geldt voor dagdelen waarin de aanvraagfrequentie laag is. In termen van de totale afgelegde afstand vergroot het verschil telkens abrupt zodra de toegelaten overschrijding van de directe reistijd van een lage naar een gemiddelde instelling wordt gebracht, terwijl er nauwelijks samenhang wordt vastgesteld met de toegelaten afwijking van het richtuur. Wordt het aantal in te zetten voertuigen bestudeerd, dan blijkt de kloof telkens merkelijk kleiner indien bij beide kwaliteitsparameters voor de laagste instelling geopteerd wordt.

#### 3.2.4 Resultaten naargelang het type aanbieder

Een laatste aspect op basis waarvan een versoepeling van de kwaliteitsparameters een verschillend effect kan veroorzaken, is het type aanbieder dat het vervoer verzorgt. Enerzijds verschilt het aantal aanvragen sterk. Omdat niet van elk type evenveel aanbieders ter beschouwing genomen worden, wordt het gemiddeld aantal aanvragen per aanbieder, alsook per dag als vergelijkingsbasis gekozen. De Diensten voor Aangepast Vervoer blijken in verhouding ruim dubbel zo zwaar bezet te



zijn als de overige aanbieders. Op basis hiervan kan verwacht worden dat de besparing door een versoepeling van de kwaliteitsparameters voor dit type aanbieder relatief groot zal zijn, aangezien zij meer combinatievoordelen kunnen benutten. Anderzijds kan ook het verschil in de maximale reisduur invloed uitoefenen. Aangezien de voertuigen van de Minder Mobielen Centrales hierdoor minder aanvragen vlak na elkaar kunnen afhandelen, kan het potentieel voor combinatievoordelen immers verkleinen.

Slechts één van de mogelijke effecten komt naar voren uit een eerste analyse van de gemiddelde besparingen per type, berekend over alle 50 scenario's. De afgelegde afstand, die globaal 90,88% van het resultaat in het scenario (0, 0) bedraagt, situeert zich voor de drie types afzonderlijk op 90,42%, 87,60% en 92,46%. Bij het aantal voertuigen, waarvoor het globale kostenpercentage 69,37% bedraagt, is dit resp. 69,34%, 66,96% en 70,01%. Hieruit blijkt dat vooral het effect van het aantal aanvragen per aanbieder naar voren komt in de resultaten. De Diensten voor Aangepast Vervoer realiseren een ietwat grotere besparing door versoepeling van de kwaliteitsparameters in verhouding tot de andere aanbieders. Als de Minder Mobielen Centrales vergeleken worden met de taxidiensten blijkt, vooral betreffende de totale afgelegde afstand, de invloed van het iets hogere aantal vragen veel sterker door te wegen dan het effect van de beperking in de reisduur. Een korte analyse van de individuele aanbieders in de categorie Diensten voor Aangepast Vervoer leert dat 8 van de 14 aanbieders waaraan minstens één klant werd toegewezen, zich op basis van de eerder vermelde indeling bij de grootste aanbieders bevinden, hetgeen de achterliggende invloed van de grootte van de aanbieder andermaal bevestigt. Dit neemt uiteraard niet weg dat ook nog enkele van de grootste aanbieders tot andere instanties behoren.

Bovenstaande informatie wordt nog eens samengevat in tabel 5.

Type aanbieder	Gem. aantal aanvragen	Maximale reisduur	% afstand t.o.v. (0, 0)	% vloot t.o.v. (0, 0)
Minder Mobielen Centrales	49 per dag	4 uur	90,42%	69,34%
Diensten voor Aangepast Vervoer	116 per dag	8 uur	87,60%	66,96%
Taxidiensten	47 per dag	8 uur	92,46%	70,01%

Tabel 5: Resultaten naargelang type aanbieder

Opnieuw wordt hier nagegaan of het relatieve verschil tussen de types aanbieders beïnvloed wordt door de keuze van de kwaliteitsparameters. Bijlagen 11 en 12 geven voor de drie categorieën het absolute effect van een wijziging in deze parameters weer op resp. de totale afstand en het aantal benodigde voertuigen. In bijlagen 13 en 14 worden dezelfde combinaties geselecteerd als in de voorgaande secties, waarvoor de resultaten dan weer voorgesteld worden als een percentage van het resultaat bij de combinatie (0, 0).

Betreffende de totale afgelegde afstand kan worden vastgesteld dat de kloof tussen de Diensten voor Aangepast Vervoer en de twee andere aanbieders toeneemt naarmate de toegelaten afwijking van het richttijdstop stijgt, met verschillen van gemiddeld 3,09, 5,22 en 5,56 procentpunt wanneer deze afwijking resp. 30, 60 en 90 minuten mag bedragen. Bij de overgang van de middelste naar de hoogste instelling is de stijging echter klein en bovendien niet systematisch aanwezig indien de vermelde gemiddelden verder worden uitgesplitst op basis van de bijhorende overschrijding van de directe reistijd. Wanneer voorts de kloof tussen de Diensten voor Aangepast Vervoer en de andere

aanbieders bestudeerd wordt in functie van een variatie in de overschrijding van de directe reistijd, wordt een nog kleinere en minder duidelijke evolutie geconstateerd. Met gemiddelde waarden ter grootte van 5,28, 4,10 en 4,50 procentpunt bij een overschrijding van resp. 10, 20 en 30 minuten kan dan ook geen duidelijk patroon worden beschreven. Los van bovenstaande bespreking kan ook de evolutie van de kleine kloof tussen de twee andere types aanbieders, zijnde de Minder Mobielen Centrales en de taxidiensten, aan eenzelfde analyse onderworpen worden. Deze blijkt consequent te vergroten ten voordele van de Minder Mobielen Centrales als één of beide kwaliteitsparameters versoepeld worden. Concreet bedraagt het verschil gemiddeld 1,26, 2,45 en 3,57 procentpunt bij een afwijking van het richtuur ter grootte van resp. 30, 60 en 90 minuten, alsook 1,31, 2,62 en 3,35 procentpunt voor een overschrijding van de directe reistijd van resp. 10, 20 en 30 minuten.

Inzake het aantal in te zetten voertuigen bij een versoepeling van de kwaliteitsparameters, blijkt de toegelaten afwijking van het richttijdstip een positieve invloed uit te oefenen op het verschil tussen de Diensten voor Aangepast Vervoer en de twee andere aanbieders. Dit bedraagt gemiddeld 1,56, 3,70 en 4,77 procentpunt voor waarden van resp. 30, 60 en 90 minuten. Als daarentegen de toegelaten overschrijding van de directe reistijd gevarieerd wordt, komt geen effect naar voren uit de gemiddelde verschillen ter grootte van 3,29, 3,30 en 3,46 procentpunt voor overschrijdingen van resp. 10, 20 en 30 minuten. Indien deze gemiddelde waarden opgesplitst worden naargelang de bijhorende afwijking van het richtuur, blijkt de toegelaten overschrijding van de directe reistijd weldegelijk variaties tot 2 procentpunten teweeg te brengen. Omdat deze echter geen consequent patroon vertonen, compenseren ze elkaar bij de berekening van de gemiddelde resultaten. Voor de evolutie van de kloof tussen de twee andere aanbieders, zijnde de Minder Mobielen Centrales en de taxidiensten, wordt een opvallende vaststelling gedaan wanneer de afwijking van het richttijdstip varieert. Des te groter de afwijking wordt, des te kleiner deze kloof immers wordt. Gemiddeld is deze 3,09, 2,23 en 0,26 procentpunt groot bij afwijkingen van resp. 30, 60 en 90 minuten, steeds in het voordeel van de Minder Mobielen Centrales. De invloed van de toegelaten overschrijding van de reistijd is hier weeral miniem, met gemiddeld een voordeel van 1,77, 2,02, 1,79 procentpunt voor de Minder Mobielen Centrales als de overschrijding resp. 10, 20 of 30 minuten mag bedragen.

Samengevat blijkt het type aanbieder een beperkte invloed uit te oefenen op het potentieel van een variatie in de kwaliteitsparameters. De vastgestelde verschillen zijn immers klein en blijken hoofdzakelijk ingegeven door het feit dat een zekere samenhang bestaat tussen het type en de grootte van de aanbieders. De Diensten voor Aangepast Vervoer verwerken immers gemiddeld meer aanvragen dan de andere aanbieders en realiseren hierdoor meer combinatievoordelen. Het effect van beperkingen in de maximale reisduur lijkt onbestaande. De grootte van bovenvermelde combinatievoordelen voor de Diensten voor Aangepast Vervoer varieert met de afwijking van het richttijdstip, maar hangt niet duidelijk samen met de overschrijding van de directe reistijd.

### 3.2.5 Gemengde scenario's

In deze sectie wordt nagegaan in welke mate de vaststellingen in de voorgaande paragrafen elkaar beïnvloeden. Hiertoe worden voor elke combinatie van een dagdeel en een grootte van aanbieder, zijnde de twee deelselecties waarvoor de duidelijkste verbanden werden vastgesteld, gemiddelde kostenpercentages over de 50 scenario's berekend, uitgedrukt ten opzichte van het basisscenario (0, 0). De resultaten worden weergegeven in bijlagen 15 en 16, resp. in termen van de totale

afgelegde afstand en het aantal benodigde voertuigen. Hierin is ieder vermeld percentage dus een gemiddelde van de 50 scenario's waarin gevarieerd wordt met de kwaliteitsparameters.

De gegevens zullen vanuit twee invalshoeken bestudeerd worden. Eerst wordt de analyse gevoerd in functie van de dagdelen, waarbij wordt nagegaan of de eerder getrokken conclusies m.b.t. het effect van een kwaliteitsverlaging op de diverse dagdelen beïnvloed worden door de grootte van de aanbieder. Dit blijkt weldegelijk het geval, want zowel het patroon in als de grootte van de eerder besproken globale resultaten per dagdeel lijken vooral geïnspireerd te zijn op hetgeen geldt voor de grootste aanbieders. Dit is niet verwonderlijk, aangezien zij instaan voor een groot aantal van de gepresteerde kilometers en beschikken over het grootste gedeelte van de totale vloot. Voorts wordt het effect nog versterkt door de aanwezigheid van enkele uitschieters. Het aantal aanvragen situeert zich immers bij 8 van de 278 actieve aanbieders op meer dan drie interkwartielafstanden boven het derde kwartiel, waarmee voldaan is aan de definitie van extreme uitschieter (De Vocht, 2009). In dat opzicht riskeren gemiddelde kostenpercentages in elk dagdeel, alsook de verhouding ertussen, een beeld te schetsen dat wel voor de grootste aanbieders geldt, maar niet noodzakelijk ook op de andere categorieën van toepassing is.

Deze redenering gaat voornamelijk op indien de totale afgelegde afstand als beoordelingscriterium gekozen wordt. Zo blijkt het effect van de reistijdcoëfficiënt, op basis waarvan geconcludeerd werd dat het versoepelen van de kwaliteitsparameters tijdens de spits gemiddeld minder voordelig is dan in de daluren, niet te gelden voor minder grote aanbieders. Aangezien vooral de daluurscenario's sterk afwijken van de gemiddelde trend, manifesteert zich hier kennelijk een fenomeen dat ook reeds als een algemeen geldende vaststelling voor het nachtelijk interval werd aangehaald. In het geval van een lage aanvraagfrequentie oefent een kleine reistijdcoëfficiënt geen positieve invloed uit, maar reduceert deze juist het potentieel voor combinatievoordelen. Dit verklaart dus waarom versoepelde kwaliteitsparameters bij de grootste aanbieders tijdens de daluren een gemiddelde kost veroorzaken die 1,53 procentpunt kleiner is dan in de spits, terwijl deze over de drie overige categorieën gemiddeld 1,00 procentpunt groter is. Het gemiddelde resultaat bedraagt echter 0,73 procentpunt in het voordeel van de daluurscenario's en wordt bijgevolg vooral beïnvloed door de grootste aanbieders. Indien het aantal benodigde voertuigen als beoordelingscriterium gehanteerd wordt, blijkt geen dergelijke afwijking van de gemiddelde trend aanwezig.

Verder wordt opgemerkt dat de spreiding tussen het hoogste en het laagste kostenpercentage een lichtelijk positieve samenhang vertoont met de grootte van de aanbieder indien de totale afstand beschouwd wordt. Voor de kleinste aanbieders bedraagt het verschil tussen het kostenpercentage tijdens de nacht (hoogst) en het blok van 19u tot 22u (laagst) bijvoorbeeld 1,90 procentpunt, waar dit bij de grootste aanbieders 5,75 procentpunt is. Betreffende het aantal voertuigen wordt echter een negatief verband vastgesteld, met een kloof van resp. 15,76 en 10,55 procentpunt tussen het hoogste en het laagste kostenpercentage. Kleine aanbieders zijn dus relatief vatbaarder voor het effect van de dagdelen dan hun grotere concurrenten inzake het aantal voertuigen, terwijl precies het omgekeerde geldt betreffende de totale afstand.

Een tweede invalshoek van waaruit de gegevens bestudeerd kunnen worden, betreft een analyse in functie van de grootte van de aanbieders. Hierbij wordt onderzocht of de eerdere conclusies m.b.t. het effect van een kwaliteitsverlaging op de diverse groottecategorieën beïnvloed worden door de dagdelen. Meer concreet wordt verwacht dat de grootte van en de verhouding in de gemiddelde

resultaten vooral van toepassing zullen zijn op het dagdeel tussen 9u en 16u, daar de combinatie van een hoge aanvraagfrequentie en een breed interval maakt dat ruim 46% van alle aanvragen hierin gesitueerd is. Het is echter niet noodzakelijk zo dat de eerder vermelde vaststellingen inzake het effect van de grootte van de dienstverlener ook gelden voor minder zwaarwichtige dagdelen.

In dit geval blijkt echter dat de eerder vastgestelde trends m.b.t. de grootte van de aanbieders wel consequent over alle dagdelen mogen worden doorgetrokken. Betreffende de afgelegde afstand houdt dit concreet in dat de twee uiterste categorieën afwijken, zijnde de kleinste en de grootste aanbieders, terwijl de twee middelste categorieën steeds dicht bij elkaar gelegen zijn en de kloof zelfs geen eenduidige richting vertoont, vooral dan tijdens minder drukbezette dagdelen. Inzake het aantal voertuigen valt in elk van de dagdelen het relatieve nadeel op dat de kleinste aanbieders ervaren ten opzichte van hun concurrenten, al is de grootte van dit verschil wel aanzienlijk kleiner tijdens de daluren overdag.

Ten slotte wordt vastgesteld dat de spreiding tussen het kostenpercentage van de kleinste en de grootste aanbieders het ruimst is gedurende de daluren overdag, althans indien op basis van de afgelegde afstand geoordeeld wordt. Betreffende het aantal voertuigen is deze kloof daarentegen groter tijdens de minst drukbezette dagdelen, zijnde de nacht en de ochtendspits. In dit laatste geval wordt het resultaat ingegeven door het feit dat de grootste aanbieders tijdens de nacht een noemenswaardig voordeel ontwikkelen ten opzichte van de concurrentie, aangezien zij vaak als enige over voldoende aanvragen beschikken om enige combinatievoordelen te kunnen benutten.

Samengevat blijkt uit bovenstaande analyse dat steeds omzichtig dient te worden omgesprongen met het interpreteren van gemiddelde resultaten. Het bestuderen van één bepaalde deelselectie van de dataset, zij het op basis van de grootte van de aanbieder of op basis van het dagdeel, wekt immers een valse indruk van homogeniteit binnen de beschouwde groep. Alleen door rekening te houden met de combinatie van beide kenmerken wordt hieromtrent een duidelijk beeld verkregen.

### 3.2.6 Economische interpretatie

Om de economische relevantie van bovenstaande sensitiviteitsanalyses te staven, is het nuttig de verschillen die in de diverse bestudeerde scenario's verkregen werden, te formuleren in de vorm van geldbedragen. Concreet wordt nagegaan hoeveel een gemiddelde aanbieder kan besparen door een bepaalde versoepeling van de kwaliteitsparameters door te voeren, waarbij de combinatie (0, 0) geldt als vergelijkingsbasis. Hierbij wordt weliswaar enkel het operationele aspect in rekening gebracht, zijnde de kosten die de operator niet langer oploopt wanneer op korte termijn naar een ander kwaliteitsniveau zou worden overgeschakeld. Het is echter duidelijk dat deze besparing niet volledig ten goede zal komen aan de aanbieder. De klant wenst, indien hij zelf voor de betaling van het vervoer moet instaan, het lagere kwaliteitsniveau immers gecompenseerd te zien door middel van een prijsverlaging. Deze afweging m.b.t. de betalingsbereidheid van de klant maakt echter niet het voorwerp uit van deze analyse. Ook worden de aanschaffing en de verzekering van de vloot als verzonken kosten beschouwd. Het feit dat een versoepeling van de kwaliteitsvoorwaarden maakt dat de aanbieder plots minder voertuigen nodig heeft, wordt in deze analyse op korte termijn dus niet als een besparing beschouwd. Wel worden de variabele voertuigkosten verrekend, zoals de brandstofkost en het loon van de bestuurder.

Om een inschatting te maken van bovenvermelde variabele voertuigkosten wordt een ondergrens berekend. Voor het gebruik van het voertuig op zich wordt hiertoe een kilometerkost van 0,30 euro in rekening gebracht. Dit is een realistische inschatting voor een doorsnee personenwagen, getuige het feit dat de meeste Minder Mobielen Centrales een vergoeding in dezelfde grootteorde aan hun vrijwilligers uitkeren om de kosten aan hun voertuig, waarvan de brandstofinslag het belangrijkste deel opeist, te dekken. Voor meer gesofisticeerde voertuigen van de gespecialiseerde aanbieders kan vermoed worden dat dit bedrag een lichte onderschatting is. Daarnaast wordt, behalve voor de instanties die op vrijwilligerswerk steunen, de loonkost van de bestuurder inbegrepen. Dit komt neer op een schatting van 25 euro per uur, bestaande uit het eigenlijke loon en de belasting erop. Om dit bedrag om te zetten naar een kilometerkost, wordt een realistische gemiddelde snelheid van 30 kilometer per uur verondersteld. Doorgaans gaat het immers om routes over relatief trage wegen in bebouwde gebieden en zorgen frequente haltes voor het in- en uitstappen van passagiers voor een verdere verlaging van het gemiddelde. Hieruit volgt dat een loonkost van 0,83 euro per kilometer wordt verrekend. De totale operationele kost per kilometer bedraagt dus minstens 1,13 euro bij de Diensten voor Aangepast Vervoer en de taxidiensten, terwijl deze beperkt blijft tot 0,30 euro bij de Minder Mobielen Centrales.

De totale operationele besparing die een aanbieder op dagelijkse basis kan bereiken middels een versoepeling van de kwaliteitsparameters wordt becijferd door het aantal uitgespaarde kilometers te vermenigvuldigen met de relevante kilometerkost voor de aanbieder in kwestie. Wanneer deze resultaten vervolgens per type aanbieder gesommeerd worden en gedeeld worden door het aantal actieve operatoren binnen de toepasselijke categorie, ontstaat een goed beeld van het bedrag dat een gemiddelde aanbieder van elk type dagelijks kan uitsparen. In onderstaande tabel 6 wordt de gerealiseerde besparing weergegeven voor een aantal willekeurige kwaliteitsscenario's, alsook voor het gemiddelde over alle 50 scenario's.

Type aanbieder	Scenario (30, 10)	Scenario (60, 20)	Scenario (90, 30)	Gloobaal gemiddelde
Minder Mobielen Centrales	€ 53	€ 201	€ 321	€ 155
Diensten voor Aangepast Vervoer	€ 511	€ 1361	€ 1933	€ 1051
Taxidiensten	€ 57	€ 187	€ 292	€ 145

Tabel 6: Operationele besparing d.m.v. versoepeling der kwaliteitsparameters, per type aanbieder

Hoewel het steeds aanzienlijke bedragen betreft, verschilt de grootteorde ervan sterk naargelang het type aanbieder. Dit verschil wordt verklaard door de verhouding tussen enerzijds het aantal kilometers waarvoor een type aanbieder instaat en anderzijds het aantal actieve operatoren in deze categorie. Op een totaal van 278 actieve operatoren en 737.786 afgelegde kilometers (gemiddeld over de 50 scenario's) blijken liefst 91.917 kilometers toegewezen aan de 14 actieve Diensten voor Aangepast Vervoer. Bijgevolg wordt 12,46% van alle afgelegde kilometers verzekerd door 5,04% van de actieve aanbieders. Het is dan ook logisch dat een gemiddelde aanbieder in deze categorie groter is, met een hogere operationele kost geconfronteerd wordt en dus ook een groter absoluut bedrag kan besparen bij een versoepeling van de kwaliteitsparameters. Daar komt nog eens bij dat het voordeel bij een dergelijke versoepeling, zoals eerder aangetoond, ook procentueel iets groter is bij deze Diensten voor Aangepast Vervoer. Daartegen gaat het bij de taxidiensten voornamelijk om operatoren van kleiner belang. Met hun 194 actieve aanbieders, zijnde 69,78% van het totaal, staan zij immers in voor 304.329 oftewel 41,25% van de afgelegde kilometers. Tot slot verzorgen

de 70 actieve Minder Mobielen Centrales, die 25,18% van het aantal actieve aanbieders uitmaken, samen 341.540 kilometers, goed voor 46,29% van het totaal. Hier is het echter vooral de lagere kost per kilometer, te wijten aan het feit dat alle bestuurders vrijwilligers zijn, die het bespaarde bedrag tamelijk beperkt houdt.

Uit de grootteorde van de resultaten blijkt hoe dan ook dat het voor elke aanbieder die economisch zelfredzaam dient te zijn, interessant kan zijn om de financiële implicaties van een wijziging in het kwaliteitsniveau grondig af te wegen tegen de wijziging in de bijhorende betalingsbereidheid en tevredenheid van de klant en zo naar een optimum toe te werken. De hier achterhaalde bedragen illustreren immers een aanzienlijke impact op de dagelijkse operationele kost. Voorts zal op iets langere termijn ook de gewijzigde omvang van de vloot een financiële impact hebben. Bij een vermindering van het aantal benodigde voertuigen zal een gedeelte van de vloot na afloop van de levensduur immers niet meer vervangen hoeven te worden. Ook hoeft de verzekering van deze voertuigen niet meer verlengd te worden.

### 3.3 Analyse met onderscheid tussen vast en variabel begintijdstip

#### 3.3.1 Kwaliteitsnoden van diverse gebruikerscategorieën

De analyse in voorgaande sectie onderzocht de kost die gepaard ging met diverse kwaliteitsniveaus voor de dienstverlening, maar ging voorbij aan het feit dat deze kwaliteitsparameters niet door alle categorieën van klanten als even belangrijk ervaren worden. Het feit of een bepaalde klant al dan niet nood heeft aan een strakke afbakening van de voorwaarden houdt immers verband met het doel waarmee deze de verplaatsing aflegt. Herneem dat de dataset een onderscheid maakt tussen verplaatsingen in het kader van een activiteit met een vast begintijdstip, dan wel met een variabel begintijdstip. Op basis van de in sectie 3.1.1 opgebouwde redenering, zal een klant uit de eerste categorie van reizigers bijzonder belang hechten aan de toegelaten afwijking van het richttijdstip, die zo beperkt mogelijk dient te worden gehouden om nutteloze wachttijd te vermijden. Dit geldt niet voor een klant wiens activiteit geen vaste begintijd heeft. De voorkeur van een dergelijke klant gaat eerder uit naar een goedkopere operator die een zekere afwijking van het richttijdstip toelaat, dan naar een duurder systeem waarin het opgegeven richtuur exact wordt aangehouden.

Deze redenering toont aan dat het in de voorgaande analyses veronderstelde beleid, dat voor elke klant identieke parameterinstellingen voorzag, de realiteit onvoldoende weerspiegelde. Daardoor werden onnodig hoge werkingskosten opgelopen. Aangezien het systeem maar zo sterk was als de zwakste schakel, diende het gekozen kwaliteitsniveau immers te volstaan om de klanten die zich verplaatsten voor een activiteit met een vast tijdstip van aanvang te bevredigen. Dit hield echter ook in dat de andere categorie van klanten, voor wie het exacte tijdstip van de verplaatsing minder belangrijk was, onnodig op dezelfde manier behandeld werd, zodat aanbieders eigenlijk voorzagen in een kwaliteitsniveau dat voor een gedeelte van het cliënteel onnodig hoog was. De bijhorende kost werd al dan niet doorgerekend aan de klant.

In dit tweede deel van de praktijkstudie wordt getracht om de grootte van deze onnodig opgelopen kost, oftewel de mogelijke besparing die gerealiseerd kan worden door een onderscheid te maken op basis van het doel van de verplaatsing, te becijferen en hieraan economische conclusies vast te knopen. Uit onderzoek blijkt dat klanten die zich naar een activiteit met een variabel begintijdstip begeven gemiddeld een driemaal zo ruime afwijking van de opgegeven richttijd acceptabel achten dan klanten die zich verplaatsten in het kader van een activiteit met een vast beginuur. Daarom zal in de scenario's die in dit deel ontwikkeld worden een vaste verhouding van één op drie gehanteerd worden tussen de toegelaten afwijking van de richttijd voor klanten die zich verplaatsten naar een activiteit met een vaste, resp. een variabele begintijd. Indien bijvoorbeeld een afwijking ter grootte van 30 minuten wordt toegestaan voor de eerste categorie klanten, zal deze 90 minuten bedragen voor de tweede categorie. Daarentegen bestaan geen indicaties dat een onderscheid op basis van de toegelaten overschrijding van de directe reistijd zinvol is. Deze parameter wordt daarom steeds verondersteld voor alle klanten gelijk te zijn.

Concreet zullen 30 scenario's gegenereerd worden. Voor de toegelaten afwijking van de richttijd zullen zes parameterinstellingen beschouwd worden in een interval tussen 0/0 tot 60/180 minuten. Minder kwaliteitsgerichte instellingen worden verondersteld niet te voldoen aan de behoeften van de gebruikers. Voor de toegelaten overschrijding van de directe reistijd worden dezelfde waarden

beschouwd als in het eerste gedeelte van de studie, zijnde vijf instellingen in een interval tussen 0 en 40 minuten. Alle combinaties van beide kwaliteitsparameters worden bestudeerd, hetgeen het totaal van 30 scenario's verklaart. De hieruit voortgebrachte resultaten worden vergeleken met de resultaten in de overeenkomstige scenario's uit de eerder gevoerde analyses zonder onderscheid op basis van het doel van de verplaatsing. Zo wordt bijvoorbeeld de kost bij de respectievelijke parameterinstellingen 15/45 en 10 minuten vergeleken met het eerder bekomen resultaat indien de toegelaten afwijking van de richttijd voor iedere klant gelijk is aan 15 minuten en de maximale overschrijding van de directe reistijd 10 minuten bedraagt. Door dit te herhalen voor elk koppel van overeenkomstige scenario's, kan het verschil in de operationele kost in kaart gebracht worden en kunnen hieraan economische conclusies worden vastgeknoopt. Ook in deze sectie worden de analyses zowel uitgevoerd op de integrale dataset als op deelselecties.

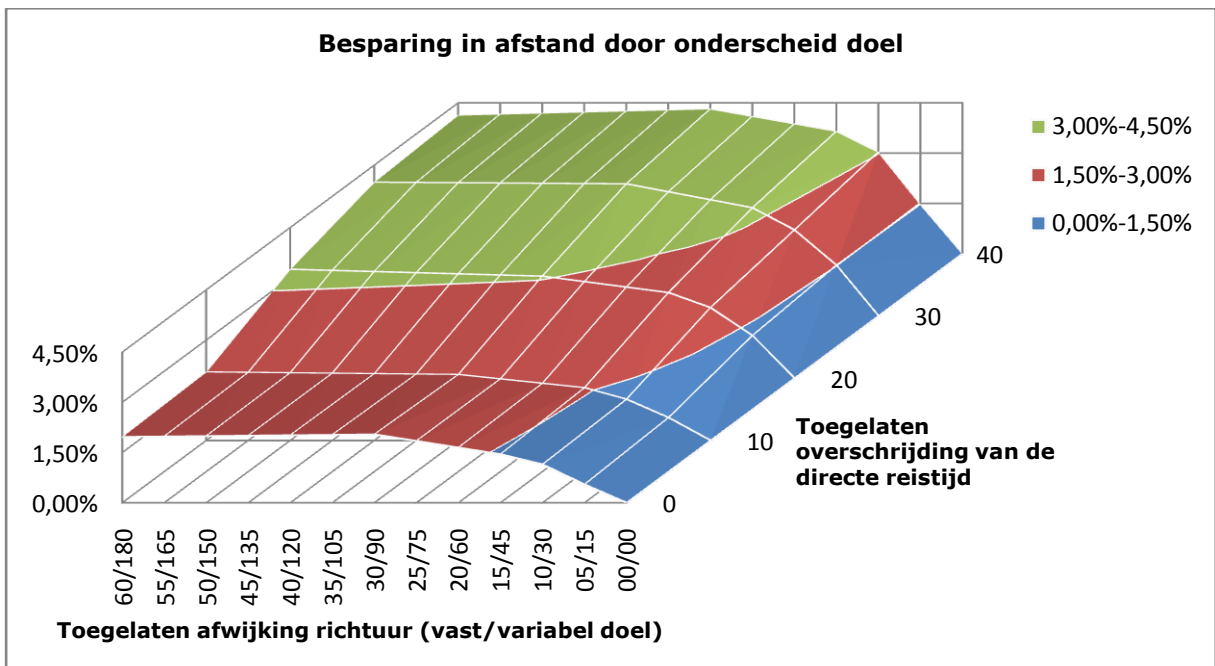
### 3.3.2 Globale resultaten

Allereerst wordt voor alle mogelijke combinaties van parameterinstellingen het globale effect in kaart gebracht van een onderscheid op basis van het doel van de verplaatsing. De resultaten in bijlagen 17 en 18 geven voor elke combinatie de besparing weer, uitgedrukt in termen van resp. de afgelegde afstand en het aantal benodigde voertuigen, ten opzichte van het overeenkomstige scenario zonder onderscheid op basis van het doel van de verplaatsing. In figuren 5 en 6 worden de besparingen vervolgens grafisch weergegeven als percentage van het resultaat in het scenario zonder onderscheid, dat aan bod kwam bij de bespreking van bijlagen 1 en 2.

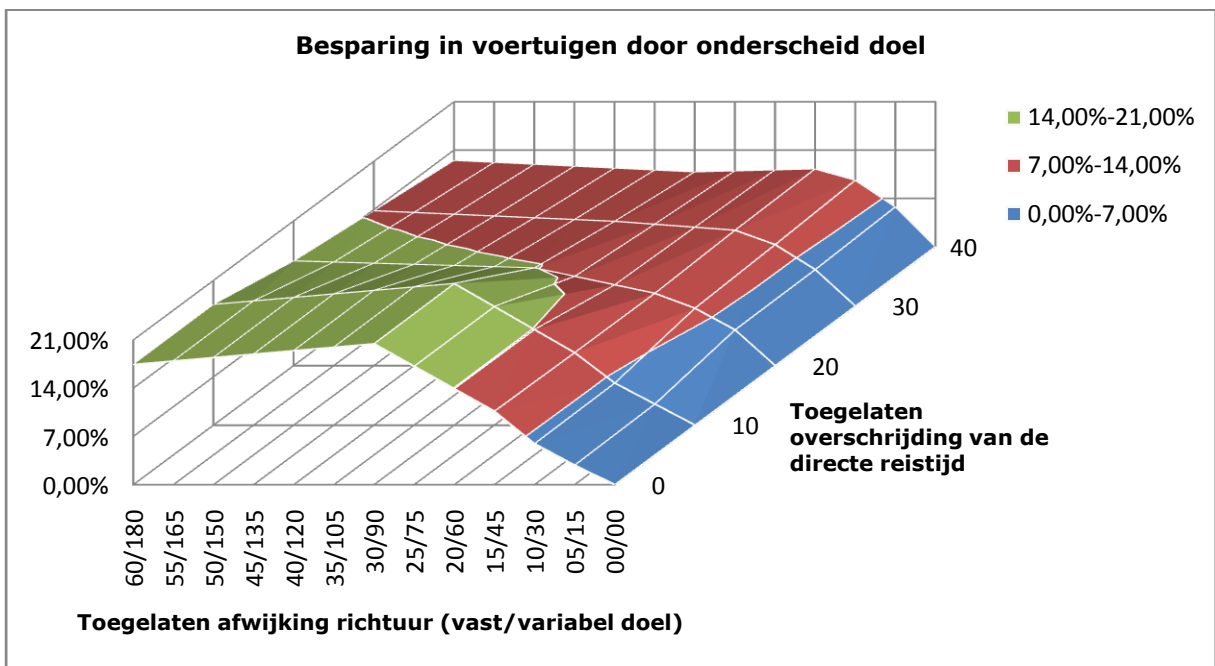
De interpretatie van deze figuren wordt geïllustreerd aan de hand van een voorbeeld. Beschouw het scenario (30/90, 20). Hierin mag de afwijking van het richttijdstip dus maximaal 30 minuten bedragen voor klanten wiens activiteit op een vast uur begint, terwijl dit maximaal 90 minuten is voor de andere categorie. De overschrijding van de directe reistijd mag voor beide categorieën niet groter zijn dan 20 minuten. In bijlage 17 wordt desgevallend een besparing in afstand vermeld ter grootte van 22.734 km, hetgeen verwijst naar het verschil met de af te leggen afstand in scenario (30, 20) uit bijlage 1. Zonder onderscheid op basis van doel bedroeg de afstand concreet 746.467 km, waarvan de hier gerealiseerde besparing dus 3,05% bedraagt. Dit is exact hetgeen figuur 5 bij de combinatie (30/90, 20) weergeeft. Vermelde berekening werd uitgevoerd voor 30 realistische scenario's. Betreffende het percentage bespaarde voertuigen verloopt de berekening overigens volledig analoog, zij het op basis van figuur 6 en bijlage 2.

Zowel voor de afgelegde afstand als voor het aantal aangewende voertuigen voldoet het resultaat bij elke onderzochte combinatie aan de verwachting dat het onderscheid op basis van het doel van de verplaatsing, indien het op de voorgestelde wijze geïmplementeerd wordt, leidt tot een reductie in de operationele kost. Over alle 30 scenario's bedraagt de gemiddelde besparing 1,96% voor de totale afgelegde afstand en 8,99% voor het aantal voertuigen. De grootte en de evolutie van deze besparingen blijken echter vrij sterk te variëren naargelang het beschouwde scenario. Bovendien is het vastgestelde patroon verschillend voor beide componenten van het resultaat. Hieronder volgt daarom een meer diepgaande analyse. Het dient benadrukt dat in onderstaande bespreking eerst een overzicht van de structuur van de aangehaalde figuren aan bod komt. Een verklaring hiervoor volgt in sectie 3.3.3, waarin de uit onderstaande bespreking voortvloeiende conclusies gerelateerd worden aan de eerder gevoerde analyses.





Figuur 5: Besparing in afstand door onderscheid doel



Figuur 6: Besparing in aantal voertuigen door onderscheid doel

Eerst worden de gevolgen van een variatie in de toegelaten afwijking van het richttijdscap in kaart gebracht, vertrekkend van de vijf scenario's waarin geen dergelijke afwijking is toegelaten. Het is vanzelfsprekend dat het verrekenen van een driemaal zo grote afwijking voor klanten die zich naar een activiteit met een variabel begintijdscap verplaatsen in dit geval geen enkel verschil uitmaakt en de hierdoor gerealiseerde besparing dus steeds onbestaande is. Zodra de toegelaten afwijking echter strikt positief mag zijn, komt het effect van dit onderscheid wel duidelijk naar voren. Initieel veroorzaakt iedere versoepeling een vrij sterke toename in de gerealiseerde besparing. Voor een toegelaten afwijking ter grootte van 5/15 minuten bedraagt deze gemiddeld 1,10% van de totale afgelegde afstand en 4,42% in de omvang van de vloot, terwijl dit bij een verhoging naar 10/30

minuten gemiddeld reeds 2,02% en 7,78% is. Merk echter op dat de mate van toename afneemt en dat zich bij de besparing van het aantal voertuigen uiteindelijk zelfs een daling inzet.

Bovenstaande percentages geven een gemiddelde besparing weer bij een variatie in de toegelaten afwijking van het richttijdstop, maar verbergen dat de grootte van de invloed van deze parameter ook afhangt van de bijhorende toegelaten overschrijding van de directe reistijd. Zo blijkt de invloed op de besparing in de af te leggen afstand groter te worden naarmate de bijhorende toegelaten overschrijding van de directe reistijd toeneemt, terwijl het omgekeerde geldt voor de invloed op de besparing van voertuigen. Indien de toegelaten overschrijding bijvoorbeeld vastligt op 10 minuten, doet een verhoging van de toegelaten afwijking van het richtuur van 0/0 naar 30/90 minuten de besparing in voertuigen oplopen van 0 naar 20,55%, terwijl de besparing in afstand hierdoor naar 1,97% stijgt. Bij een toegelaten overschrijding van de directe reistijd ter grootte van 30 minuten zou de bespaarde afstand echter oplopen tot 3,94%, terwijl de besparing van het aantal voertuigen nog maar naar 12,28% stijgt. Grafisch wordt voorts vastgesteld dat de toename van de invloed op de bespaarde afstand zeer geleidelijk verloopt, terwijl de afname van het effect op de besparing van voertuigen eerder bruusk plaatsvindt zodra de toegelaten overschrijding van de directe reistijd van 10 naar 20 minuten wordt verhoogd. Net als in eerdere analyses wordt ook hier een afwijkend patroon in de vorm van een minieme evolutie vastgesteld indien de overschrijding minder dan 10 minuten mag bedragen. Andermaal schuilt de verklaring hiervoor in de servicetijd.

Ten tweede wordt het effect van een variatie in de toegelaten overschrijding van de directe reistijd, voor zover deze groter is dan de servicetijd, in kaart gebracht. De besparing in afgelegde afstand ten opzichte van de scenario's zonder onderscheid op basis van verplaatsingsdoel blijkt groter te worden indien deze parameter versoepelt. Zo levert een toegelaten overschrijding van 10 minuten een gemiddelde reductie in de afstand ter grootte van 1,62% op, terwijl dit bij een waarde van 40 minuten reeds 3,52% is. De mate van toename neemt wel af. Met betrekking tot de besparing in het aantal voertuigen, wordt gemiddeld echter een dalende trend vastgesteld. Bij een toegelaten overschrijding ter grootte van 10 minuten bedraagt het voordeel bijvoorbeeld nog 14,15%, terwijl dit in de scenario's met een overschrijding van maximaal 40 minuten daalt tot 10,02%. De mate van afname verkleint gaandeweg.

Ook hier dient te worden opgemerkt dat bovenvermelde gemiddelde besparingen bij een bepaalde overschrijdingslimiet van de directe reistijd de invloed van de toegelaten afwijking van de richttijd kunnen verhullen. Inzake de besparing in de afgelegde afstand blijkt het effect van de toegelaten overschrijding van de directe reistijd bijvoorbeeld beperkter te zijn indien de bijhorende afwijking van de richttijd klein is. Bij een afwijking ter grootte van 5/15 minuten veroorzaakt een verhoging van de toegelaten overschrijding van de directe reistijd van 10 naar 40 minuten een toename in de afstandsreductie ter grootte van 0,79 procentpunt, terwijl dit bij een afwijking van 30/90 minuten liefst 2,35 procentpunt is. Bij nog grotere waarden volgt dan wel weer een lichte daling. Een veel opmerkelijkere vaststelling wordt gedaan met betrekking tot de besparing in het aantal voertuigen, waar het patroon volledig verschilt naargelang de bijhorende maximale afwijking van de richttijd. Als deze groter dan 15/45 minuten is, leidt een versoepeling van de toegelaten overschrijding van de reistijd tot een dalende besparing. De grootte van de daling neemt initieel toe, maar bereikt een piek bij een afwijking van 30/90 minuten en zwakt vervolgens weer af. In het andere geval, indien de toegelaten afwijking 15/45 minuten of kleiner is, wordt bij een versoepeling in de toegelaten

overschrijding een stijgend voordeel vastgesteld ten opzichte van de scenario's zonder onderscheid op basis van het doel van de verplaatsing.

Merk nogmaals op dat de reductie in afstand en in voertuigen steeds procentueel geformuleerd is. De absolute grootte van de besparing hangt dus af van de totale afstand en het aantal voertuigen dat berekend werd in het overeenkomstige scenario zonder onderscheid op basis van het doel van de verplaatsing. Beschouw bij wijze van fictief voorbeeld twee operatoren die functioneren in een identieke omgeving en in de huidige situatie nog geen doelonderscheid maken. De eerste operator hanteert een laagkwalitatief vervoersbeleid, waarbij een afwijking van de richttijd tot 60 minuten is toegelaten, alsook een overschrijding van de directe reistijd tot maximaal 30 minuten. De tweede operator biedt meer vervoerskwaliteit aan door slechts afwijkingen van de richttijd tot 30 minuten toe te laten, terwijl de directe reistijd hier hoogstens met 10 minuten mag worden overschreden. Veronderstel dat beide operatoren kampen met een structureel tekort aan voertuigen en dit willen wegwerken door voor klanten die zich verplaatsen in het kader van een activiteit met een variabel begintijdstip een drie maal zo grote afwijking van de richttijd toe te staan. Indien beiden als een gemiddelde aanbieder beschouwd kunnen worden, dan zal de eerste een besparing van 13,81% behalen, waar dit voor de tweede operator 20,55% is. Daarbij moet echter ook rekening worden gehouden met het feit dat de eerste, minder kwaliteitsgerichte operator momenteel reeds minder voertuigen benodigt dan de tweede aanbieder. Gemiddeld gaat het in de huidige situatie om resp. 22,16 (= 6161/278) en 32,42 (= 9014/278) voertuigen. Indien hierop de besparingspercentages worden toegepast, blijkt dat de eerste operator 3,06 voertuigen uitspaart, waar het voor de tweede aanbieder 6,66 voertuigen betreft.

### 3.3.3 Terugkoppeling naar eerdere analyses

Uiteraard is een verband waarneembaar tussen de hier besproken figuren 5 en 6 en de eerder aan bod gekomen figuren 3 en 4. De besparing in de afstand en in het aantal voertuigen wordt immers bekomen door de toegelaten afwijking van het richttijdstip voor een bepaald deel van het cliënteel, met name klanten die zich verplaatsen in het kader van een activiteit met een variabel beginuur, drie maal zo groot te veronderstellen als aanvankelijk, terwijl de toegelaten overschrijding van de directe reistijd ongewijzigd blijft. Veronderstellend dat de toegelaten afwijking van het richttijdstip aanvankelijk gelijk was aan  $a$ , alsook dat een overschrijding van de directe reistijd is toegelaten ter grootte van  $b$ , impliceert dit dat de grootte van de besparing bij een bepaalde combinatie  $(a/3a, b)$  in figuren 5 en 6 samenhangt met de sterkte van de te doorlopen daling wanneer in figuren 3 en 4 een horizontale beweging gemaakt wordt van  $(a, b)$  naar  $(3a, b)$ . Hierbij wordt dus de toegelaten overschrijding van de directe reistijd constant gehouden, terwijl de toegelaten afwijking van de richttijd verdrievoudigd wordt. Dit geldt voor elke onderzochte combinatie  $(a/3a, b)$ . Merk op dat de verhouding tussen de twee categorieën klanten steeds gelijk blijft, daar elk scenario berekend is op basis van dezelfde reeks vervoersaanvragen.

Bovenstaande bewering wordt gestaafd aan de hand van een concretere analyse van de patronen in de betrokken figuren. Inzake de afgelegde afstand, werd bij de bespreking van figuur 3 enerzijds gesteld dat een versoepeling van de toegelaten afwijking van het opgegeven richttijdstip sneller een daling van de operationele kost teweegbrengt indien de bijhorende toegelaten overschrijding van de directe reistijd hoger is. Dit komt eveneens naar voren uit figuur 5, waar de gerealiseerde

besparing gemiddeld een hoger niveau bereikt naarmate de overschrijding van de directe reistijd groter mag zijn. Bij een verbod op overschrijding bedraagt de gemiddelde besparing bijvoorbeeld 1,59 procent, waar dit bij een toegelaten overschrijding van 40 minuten reeds 3,52 procent is. Het sterker dalende karakter van figuur 3 bij een hogere toegelaten overschrijding verklaart hier dus waarom het desgevallend voor een aanbieder interessant is om een onderscheid op basis van het doel van de verplaatsing te maken, aangezien de procentuele besparing groter zal zijn. Een tweede vaststelling bij de bespreking van figuur 3 luidde dat, ongeacht de beschouwde overschrijding van de directe reistijd, de mate waarmee de kost daalt bij een versoepeling van de toegelaten afwijking van het richttijdstip geleidelijk afneemt. Het patroon in figuur 3 vertoont een ietwat afzwakkende tendens naarmate de afwijking van het richttijdstip groter mag zijn. Bijgevolg verbaast het dan ook niet dat het voor een aanbieder die een grote afwijking van het richtuur toelaat minder voordelen oplevert om deze afwijking nog eens te verdrievoudigen in geval van een variabel begintijdstip. Als gevolg van de afzwakking in de curve zal de gerealiseerde besparing relatief klein zijn. In figuur 5 ligt het daarom voor de hand dat, naarmate de toegelaten afwijking van het richttijdstip toeneemt en de bijhorende toegelaten overschrijding van de directe reistijd constant wordt gehouden, de curve ergens een maximum zal bereiken en vervolgens zal beginnen dalen. Concreet manifesteert dit maximum zich bij een afwijking ter grootte van 30/90 minuten als de bijhorende overschrijding van de directe reistijd ofwel 0, ofwel 40 minuten mag bedragen. Bij andere overschrijdingswaarden wordt nog een zeer lichte stijging van de besparing vastgesteld indien de toegelaten afwijking van de richttijd in het interval tussen 30/90 en 60/180 minuten gesitueerd is, hetgeen eveneens wordt weerspiegeld in de gemiddelde besparingen, die desgevallend gelijk zijn aan resp. 3,06 en 3,08 procent. Hoe dan ook kan op basis van de bijzonder kleine stijging die hier nog wordt vastgesteld, vermoed worden dat het maximum zich ten laatste voordoet bij een afwijking van 60/180 minuten en dat de besparing daarna dus begint te dalen. Dit valt echter buiten het in figuur 5 weergegeven domein. Ten slotte kan nog worden opgemerkt dat ook het geleidelijke verloop van figuur 3, die bij een variatie in de toegelaten afwijking van het richttijdstip immers geen bruske veranderingen vertoont, tot uiting komt in het patroon van figuur 5.

Betreffende het aantal voertuigen kan eenzelfde vergelijking opgezet worden. Bij de analyse van figuur 4 werd aangehaald dat de invloed van de toegelaten afwijking van het richttijdstip groter is wanneer de bijhorende overschrijding van de directe reistijd klein dient te blijven. Bijgevolg blijkt ook in figuur 6 dat de gemiddelde gerealiseerde besparing in dit geval groter is. Bij een verbod op overschrijding bedraagt deze bijvoorbeeld 14,10 procent, waar dit bij een toegelaten overschrijding ter grootte van 40 minuten nog maar 10,02 procent is. Voorts werd bij de bespreking van figuur 4 eveneens een afvlakking vastgesteld naarmate de toegelaten afwijking van de richttijd toenam en bleek deze afvlakking zich veel sneller en brusker voor te doen dan in figuur 3. Meer bepaald leek een verhoging van de toegelaten afwijking van het richtuur boven 50 minuten plots maar weinig effect te hebben. Dit wordt duidelijk weerspiegeld in figuur 6. Gemiddeld bereikt de besparing die middels een onderscheid op basis van doel gerealiseerd wordt een maximum ter hoogte van een toegelaten afwijking van 30/90 minuten. Daarna begint de besparing gemiddeld te dalen. Dit komt het meest pertinent tot uiting indien de bijhorende overschrijding van de directe reistijd klein is. In deze omstandigheden vertoont figuur 4 de meest bruske afzwakking, hetgeen in figuur 6 wordt vertaald in een scherpe daling van de gerealiseerde besparing zodra de toegelaten afwijking van het richtuur groter wordt dan 30/90 minuten. Indien de toegelaten overschrijding van de directe reistijd groter mag zijn, wordt wel nog een zeer licht stijgende besparing vastgesteld wanneer de toegelaten afwijking van de richttijd zich in het interval tussen 30/90 en 60/180 minuten situeert,

maar naar analogie met de eerder opgebouwde redenering zal ook in dat geval daarna vrij snel een daling ingezet worden.

#### 3.3.4 Resultaten per deelselectie

Op basis van bovenstaande vaststellingen kan eveneens vermoed worden dat een opsplitsing naar de kenmerken van de aanvragen of de aanbieders, zoals die eerder reeds gemaakt werd, relevant zal zijn om een beter zicht te verkrijgen op de situaties waarin een onderscheid op basis van het doel van de verplaatsing tot de grootste procentuele besparing zal leiden. Het lijkt immers logisch dat een dergelijk onderscheid nuttiger zal zijn bij deelselecties waarvoor in de eerdere analyses al een relatief grote kostendaling werd aangetoond bij een versoepeling van de toegelaten afwijking van het richttijdstip voor iedere klant. Deze stelling wordt nagegaan door opnieuw een opsplitsing te maken volgens grootte van de aanbieder, dagdeel of type aanbieder en vervolgens te verifiëren of de gemiddelde besparing bij een onderscheid op basis van doel in verhouding is met de eerder besproken resultaten van een algemene versoepeling van de kwaliteitsparameters. Merk op dat het effect van een versoepeling van beide kwaliteitsparameters hier wordt aangewend als een indicatie voor het effect bij versoepeling van de toegelaten afwijking van het richtuur, hetgeen toelaat een vergelijking met de eerdere resultaten op te zetten.

Met betrekking tot de afgelegde afstand, wordt over de 30 beschouwde scenario's een gemiddelde besparing ter grootte van 1,96% vastgesteld. Indien de aanbieders onderverdeeld worden in de vier eerder gedefinieerde categorieën op basis van grootte, worden resultaten van resp. 0,57%, 0,96%, 1,38% en 2,44% verkregen. Inzake de besparing in het aantal in te zetten voertuigen is het globale resultaat gelijk aan 8,99%, terwijl dit voor de vier categorieën aanbieders apart resp. 5,85%, 8,74%, 9,06% en 9,34% wordt. Hieruit blijkt dat de eerdere conclusies m.b.t. de impact van een versoepeling van de kwaliteitsparameters perfect kunnen worden doorgetrokken naar het effect van een onderscheid op basis van het doel van de verplaatsing. Zo werd bijvoorbeeld reeds vastgesteld dat, betreffende het aantal voertuigen, de kleinste aanbieders het sterkst benadeeld worden ten opzichte van de concurrentie wanneer de kwaliteitsparameters versoepelen. Hier blijkt nu dus ook dat zij de kleinste procentuele besparing realiseren door een onderscheid op basis van het doel van de verplaatsing, m.a.w. een verdere versoepeling van de toegelaten afwijking van het richttijdstip voor een bepaald deel van het cliënteel, in te voeren. Inzake de afgelegde afstand kan nog worden opgemerkt dat de kloof tussen de twee middencategorieën, die in de eerdere analyses van zeer beperkte omvang was, hier wel beter naar voren komt. Dit staft de eerdere vaststelling dat grootte van deze kloof voornamelijk samenhangt met de grootte van de toegelaten afwijking van het richtuur.

Ook wanneer de analyse wordt opgedeeld naargelang de dagdelen, blijkt in de dagdelen waarvoor eerder reeds een groter voordeel bij versoepeling van de kwaliteitsparameters werd aangetoond eenzelfde vaststelling te gelden m.b.t. de gerealiseerde besparing bij een onderscheid op basis van het doel van de verplaatsing. Uit de concrete besparingen, ter grootte van resp. 1,34%, 0,88%, 1,56%, 2,37% en 3,03% in de afgelegde afstand en 6,45%, 3,10%, 9,56%, 8,11% en 13,53% in het aantal voertuigen, blijkt immers dat tijdens de spits gemiddeld een kleinere besparing behaald wordt dan tijdens de daluren, alsook dat het onderscheid op basis van doel minder nut heeft in de rustige dagdelen dan op drukker bezette tijdstippen. Bij de afgelegde afstand is het contrast veel

minder uitgesproken dan bij het aantal voertuigen, hetgeen strookt met de eerdere constatering dat bij het versoepelen van de kwaliteitsparameters de toegelaten afwijking van het richttijdstop inzake de afgelegde afstand een veel minder uitgesproken invloed uitoefent op de kloof tussen de onderscheiden groepen dan de toegelaten overschrijding van de directe reistijd.

Ten slotte veroorzaakt het onderscheid op basis van doel ook een verschillend procentueel effect naargelang het type aanbieder dat bestudeerd wordt. De gemiddelde besparing over het geheel van 30 scenario's bedraagt in afstand resp. 2,10%, 3,01% en 1,47%, terwijl ook 8,34%, 11,21% en 9,20% minder voertuigen nodig zijn. Ook hier wordt de verwachting bevestigd dat de drukker bezette Diensten voor Aangepast Vervoer hun grotere combinatievoordelen bij versoepeling van de kwaliteitsparameters vertaald zien in een groter besparingsvoordeel wanneer een onderscheid op basis van het doel van de verplaatsing gemaakt wordt. De procentuele verschillen tussen de twee overige categorieën zijn relatief klein en wijzen geen eenduidige richting aan, hetgeen andermaal bevestigt dat de invloed van de maximale reistijd voor de bestuurders verwaarloosbaar is.

Ten behoeve van beknoptheid wordt de analyse voor de deelselecties beperkt tot een bespreking van het gemiddelde resultaat. Uiteraard blijft de algemene regel opgaan dat het patroon waarmee de grootte van besparing varieert indien de kwaliteitsparameters veranderd worden, kan worden afgeleid uit de eerdere analyses m.b.t. het effect van parametervariatie op de opgelopen kost in de diverse deelselecties.

### 3.3.5 Economische interpretatie

Tot slot wordt in deze sectie, naar analogie met sectie 3.2.6, een beeld geschetst van de financiële relevantie van de gevoerde analyse. Het betreft een berekening van de *bijkomende* besparing die gerealiseerd wordt door middel van een onderscheid volgens het doel van de verplaatsing, indien dit althans geïmplementeerd wordt op basis van de tot hertoe gehanteerde vaste verhouding in de toegelaten afwijking van het richttijdstop voor beide categorieën. Het bedrag dat bijvoorbeeld bij het scenario (30/90, 10) vermeld wordt, stelt het verschil voor tussen de resultaten die verkregen worden bij de eerder besproken combinatie (30/10) en de hier beschouwde instelling (30/90, 10).

Gegeven dezelfde assumpties als in sectie 3.2.6, schetst onderstaande tabel 7 de resultaten voor een gemiddelde aanbieder van elk type. Deze worden bekomen door de bespaarde kilometers per type aanbieder te sommeren, dan te vermenigvuldigen met de relevante kilometerkost en ten slotte te delen door het aantal actieve aanbieders van het type in kwestie. Concreet worden telkens twee willekeurige scenario's en het gemiddelde over alle 30 onderzochte combinaties beschouwd.

Type aanbieder	Scenario (30/90, 10)	Scenario (60/180, 20)	Globaal gemiddelde
Minder Mobielen Centrales	€ 29	€ 55	€ 31
Diensten voor Aangepast Vervoer	€ 382	€ 308	€ 229
Taxidiensten	€ 23	€ 39	€ 26

Tabel 7: Operationele besparing d.m.v. onderscheid doel, per type aanbieder

Betreffende de verhouding in de bedragen tussen de verschillende types aanbieders gaat dezelfde analyse op als in sectie 3.2.6. De grootteorde van deze bedragen is weliswaar veel beperkter, maar daar staat tegenover dat een dergelijk onderscheid naargelang het doel van de verplaatsing zonder bijkomend ongemak voor de klant kan worden geïmplementeerd. Van de hierdoor getroffen groep klanten gaat namelijk geen vraag uit naar een strakke afbakening van de richttijd. In dat opzicht zou het vanuit een economisch standpunt dus inefficiënt zijn om voorbij te gaan aan de potentiële besparing, ook al is deze eerder klein. Wel dient in de marge van deze bespreking opgemerkt te worden dat niet de volledige operationele besparing ten goede zal komen van de aanbieder, daar de klant die zich verplaatst in het kader van een activiteit met een variabel begintijdstip wellicht een financiële tegemoetkoming wenst om de verruimde toegelaten afwijking van het richttijdstip te compenseren, zelfs al wordt geen bijkomend ongemak gecreëerd.

### 3.4 Conclusies en aanbevelingen voor verder onderzoek

In deze praktijkstudie van het dial-a-ride probleem wordt een metaheuristische techniek op basis van deterministic annealing toegepast op een dataset van 24.400 verplaatsingen, uitgaande van 473 Vlaamse operatoren. Voor eender welke instelling van twee kwaliteitsparameters, zijnde de toegelaten afwijking van het door de klant opgegeven richtuur en de toegelaten overschrijding van de directe reistijd tussen diens herkomst en bestemming, kan hiermee een minimalisatie worden uitgevoerd van de totale af te leggen afstand en van het aantal benodigde voertuigen. Dit zijn twee componenten die de operationele kost voor de aanbieder symboliseren.

Een eerste doel van het praktijkonderzoek bestaat erin het effect van een variatie in de vermelde kwaliteitsparameters na te gaan. Op basis van 50 onderzochte scenario's kan worden aangetoond dat voor beide operationele componenten consequent een kostendaling wordt vastgesteld zodra één van de kwaliteitsbeperkingen versoepeld wordt. De snelheid van deze daling neemt telkens af, hetgeen aangeeft dat een gecombineerde versoepeling van beide parameters vanaf een bepaald moment steeds voordeliger wordt dan het eenzijdig variëren in één kwaliteitsaspect. Voorts wordt vastgesteld dat het aantal benodigde voertuigen reeds bij een lichte versoepeling zeer sterk daalt en daarna voorbij een bepaalde drempelwaarde nagenoeg constant blijft, terwijl de totale afstand een geleidelijk dalend patroon vertoont. Het feit dat iedere vermindering van het aantal voertuigen door het gehanteerde logicaschema steeds aanvaard wordt, ongeacht de daarmee gepaard gaande evolutie van de afgelegde afstand, is hier wellicht niet vreemd aan. Deze benadering weerspiegelt het vermoeden dat een inkrimping van de benodigde vloot door de operator als een bijzonder grote besparing wordt ervaren en bijgevolg diens voorkeur wegdraagt.

Het potentieel voor een kostenreductie via een versoepeling in de kwaliteitsparameters blijkt groter te zijn voor een aantal welbepaalde deelselecties van de dataset. Dit wordt bijvoorbeeld concreet aangetoond voor de grootte van de aanbieder. Niet alleen blijkt dat de grootste aanbieders door de vele aanvragen die zij behandelen systematisch meer combinatiemogelijkheden kunnen benutten dan de concurrentie, maar ook wordt de grootte van dit voordeel aanzienlijker naarmate de keuze van de kwaliteitsparameters versoepelt. Vergelijkbare resultaten worden bekomen als de dataset wordt opgedeeld in verschillende dagdelen. De aanvraagfrequentie in een bepaald dagdeel blijkt positief samen te hangen met het aantal combinatievoordelen, terwijl voor de ruimere reistijden op de drukste momenten van de dag het omgekeerde geldt. Indien een analyse met betrekking tot het type aanbieder gevoerd wordt, blijken de resultaten hoofdzakelijk te zijn ingegeven door de achterliggende invloed van de grootte van de aanbieders, waarmee een afhankelijkheid vastgesteld wordt. Hoewel bovenstaande resultaten gemiddeld geldig zijn, blijkt een eenzijdige benadering op basis van één van de selectiecriteria voorts niet te volstaan om het potentieel voor een besparing correct te kunnen inschatten, omdat daarbij onterecht een homogeniteit verondersteld wordt. Het is daarom van belang steeds de combinatie van bovenstaande criteria in beschouwing te nemen.

In de tweede sectie van de praktijkanalyse wordt opgemerkt dat de door de klant gewenste limiet betreffende de toegelaten afwijking van het richtuur afhangt van het feit of deze zich verplaatst in het kader van een activiteit met een vast of een variabel tijdstip van aanvang. In het tweede geval zal de klant immers een goedkopere dienstverlening verkiezen boven een exact respecteren van het opgegeven richtuur. Dit impliceert dat de operator voor een gedeelte van het cliënteel een



bijkomende operationele besparing kan realiseren zonder daarbij de gepercipieerde kwaliteit van de dienstverlening te schaden. Bij de bepaling van de grootte van deze bijkomende besparing voor een bepaald kwaliteitsscenario wordt een duidelijke samenhang geïllustreerd met de mate waarin de operationele kost in het overeenkomstige scenario uit de eerste analyse zou dalen indien de toegelaten afwijking van het richttijdstoppe verruimd werd. Betreffende de opsplitsing van de dataset in de eerder aangehaalde deelselecties wordt aangetoond dat eerdere conclusies met betrekking tot het potentieel voor een kostenbesparing gemiddeld ook hierbij gelden.

Uiteraard dient bij de interpretatie van alle bovenstaande resultaten rekening te worden gehouden met de context waarin dit onderzoek werd uitgevoerd en de assumpties die aan de basis hiervan liggen. Het is belangrijk te benadrukken dat de hier geformuleerde conclusies louter voortvloeien uit de analyse van één specifieke dataset met één concrete oplossingsmethode. Niettegenstaande de aandacht die besteed werd aan de incorporatie van waarheidsgetrouwe eigenschappen, worden hieronder toch nog enkele kanttekeningen gemaakt bij de verkregen resultaten, op basis waarvan vervolgens een aantal suggesties voor eventuele verdere studies geformuleerd worden.

In dit onderzoek werd het potentieel voor combinatievoordelen steeds in een geïsoleerde context beoordeeld. Aanvragen werden immers voorafgaand en volgens een rigide procedure toegewezen aan een individuele aanbieder. Zoals beschreven in sectie 3.1.1, werd hiertoe eerst bepaald welk type aanbieder in aanmerking kwam om de desbetreffende aanvraag af te werken, waarna dan de dichtstbijzijnde individuele aanbieder van dit type geselecteerd werd. Vervolgens werd voor elke individuele aanbieder en voor elk dagdeel afzonderlijk een planning opgemaakt. Deze benadering veronderstelde dus dat een klant, rekening houdend met zijn inkomen, zijn fysieke beperkingen en zijn geografische ligging, zelf besliste op welke individuele aanbieder hij beroep deed, alsook dat de aanbieders onderling geen informatie uitwisselden. Tot op heden is dit een correcte weerspiegeling van de realiteit. Het is echter niet onwaarschijnlijk dat een doordachte uitwisseling van aanvragen tussen de verschillende aanbieders naar een globaal meer efficiënte oplossing kan leiden. Tijdens de constructie van de routes kan immers duidelijk worden dat een verplaatsing die initieel aan de ene aanbieder werd toegewezen eigenlijk perfect geïntegreerd kan worden in een traject dat door een voertuig van een concurrent wordt afgelegd, terwijl het omgekeerde ook geldt. Desgevallend zou een gecoördineerde samenwerking tussen de betrokken operatoren de operationele kost voor beide partijen kunnen reduceren. Op een grotere schaal zal dit inzicht idealiter de creatie van een overkoepelende reserveringscentrale bespoedigen, waarbij alle klanten hun reservaties doorgeven aan één en dezelfde instantie, die pas tijdens de constructie van de routes aanvragen toewijst aan een bepaalde operator. Uiteindelijk is het voor een klant immers niet van belang welke aanbieder instaat voor zijn verplaatsing, voor zover alle relevante beperkingen maar gerespecteerd blijven. Een inzichtelijke toewijzing van aanvragen kan het potentieel voor combinatievoordelen bijgevolg nog vergroten. Een onderzoek naar de grootte hiervan is dan ook wenselijk.

Daarnaast dient nog benadrukt te worden dat dit onderzoek hoofdzakelijk focust op de operationele aspecten van de dienstverlening. De hier gehanteerde scenario's vormen slechts een oppervlakkige indicatie van de kwaliteitsniveaus die voor de klant wenselijk en acceptabel zijn, waarbij enkel op basis van het doel van de verplaatsing een onderscheid gemaakt wordt tussen klanten onderling. Het ligt echter voor de hand dat de wensen van de gebruiker in de realiteit nog met talloze andere factoren samenhangen. Zo is het bijvoorbeeld niet realistisch dat de getolereerde overschrijding van de directe reistijd niet in verband zou staan met de afstand die door de klant in kwestie wordt

afgelegd. Nog een hele reeks andere argumenten lijkt aannemelijk. Zo zal een mindervalide klant een iets langere omweg verkiezen boven een ruimere afwijking van het richttijdstop indien zijn bestemming niet van toegankelijk wachtcomfort voorzien is. Dit is allicht ook het geval bij klanten die 's nachts reizen en een gevoel van onveiligheid ervaren op de locatie waar zij hun wachttijd dienen door te brengen. Kortom, de gewenste parameterinstellingen inzake de toegelaten afwijking van het richttijdstop en de toegelaten overschrijding van de directe reistijd kunnen voor alle klanten verschillen in grootte en kunnen zich anders verhouden. Deze verschillen worden enerzijds nader verklaard door een opdeling van de dataset in welbepaalde deelselecties. Hieromtrent kan meer informatie bekomen worden door een gebruikersenquête met een gerichte structuur uit te voeren. Anderzijds speelt onvermijdelijk ook een individuele variatie een rol, waarbij het vooral belangrijk is een concreet beeld te kunnen vormen van de grootte van dit effect. In tweede instantie stellen zich dan nog een aantal andere vragen, met name over de elasticiteit in het gedrag van de klant. Zullen klanten massaal afhaken wanneer hun kwaliteitswensen in onvoldoende mate gerespecteerd worden of kunnen zij het merendeel van de verplaatsingen hoe dan ook niet op een andere wijze afleggen? Welk effect oefent de kwaliteit van de dienstverlening uit op de betalingsbereidheid van klanten die hun vervoer zelf bekostigen? Deze informatie is essentieel om in verdere studies het in dit onderzoek geanalyseerde potentieel voor kostenreducties door middel van een versoepeling van de kwaliteitsparameters af te wegen tegen de concretere, heterogene kwaliteitsbehoeften die de gebruikers vertonen en de gevolgen indien niet aan deze noden wordt beantwoord.



## LIJST VAN GERAADPLEEGDE WERKEN

- Ascheuer, N., Fischetti, M., & Grötschel, M. (2000). A Branch and Cut Algorithm for the Asymmetric Traveling Salesman Problem with Precedence Constraints. *Computational Optimization and Applications*, 17, 61-84.
- Augerat, P., Belenguer, J.M., Benavent, F., Corberán, A., & Naddef, D. (1999). Separating Capacity Inequalities in the CVRP Using Tabu Search. *European Journal of Operations Research*, 106, 546-557.
- Balas, E., Fischetti, M., & Pullyblank, W.R. (1995). The Precedence Constrained Asymmetric Traveling Salesman Problem. *Mathematical Programming*, 68, 241-265.
- Baugh, J., John, W.K., Reddy, G.K., & Stone, J.R. (1998). Intractability of the Dial-a-Ride Problem and a Multiobjective Solution Using Simulated Annealing. *Engineering Optimization*, 30, 91-123.
- Benders, J.F. (1962). Partitioning Procedure for Solving Mixed Variables Programming Problems. *Numerische Mathematik*, 4, 238-252.
- Bergvinsdottir, K.B., Larsen, J., & Jorgensen, R.M. (2004). Solving the Dial-a-Ride Problem Using Genetic Algorithms. Opgevraagd op 9 juli, 2012, via <http://orbit.dtu.dk/services/downloadRegister/2891780/imm3395.ps>
- Braekers, K., Caris, A., & Janssens, G.K. (2012). Integrated Planning of Loaded and Empty Container Movements. *OR Spectrum*, 35, 457-478.
- Calvo, R.W., & Colorni, A. (2006). An Effective and Fast Heuristic for the Dial-a-Ride Problem. *4OR*, 5, 61-73.
- Carraghan, R., & Pardalos, P.M. (1990). An Exact Algorithm for the Maximum Clique Problem. *Operations Research Letters*, 9, 375-382.
- Cordeau, J.F., & Laporte, G. (2003a). The Dial-a-Ride Problem (DARP): Variants, Modeling Issues and Algorithms. *4OR*, 1, 89-101.
- Cordeau, J.F., & Laporte, G. (2003b). A Tabu Search Heuristic for the Static Multi-Vehicle Dial-a-Ride Problem. *Transportations Research Part B*, 37, 597-594.
- Cordeau, J.F. (2006). A Branch-and-Cut Algorithm for the Dial-a-Ride Problem. *Operations Research*, 54(3), 573-586.
- Cordeau, J.F., & Laporte, G. (2007). The Dial-a-Ride Problem: Models and Algorithms. *Annals of Operations Research*, 153, 29-46.
- Cormen, T.H., Leiserson, C.E., & Rivest, R.L. (1990). *Introduction to Algorithms*. Cambridge: The PIT Press.
- Desrochers, J., & Laporte, G. (1991). Improvements and Extensions to the Miller-Tucker-Zemlin Subtour Elimination Constraints. *Operations Research Letters*, 10(1), 27-36.
- Desrosiers, J., Dumas Y., & Soumis, F. (1986). A Dynamic Programming Solution of the Large-Scale Single-Vehicle Dial-a-Ride Problem with Time Windows. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 6, 301-325.
- De Vocht, A. (2009). *Basishandboek SPSS 17*. Utrecht: Bijleveld Press.
- Diana, M., & Dessouky, M.M. (2004). A New Regret Insertion Heuristic for Solving Large-Scale Dial-a-Ride Problems with Time Windows. *Transportation Research Part B*, 38, 539-557.
- Dumas, Y., Desrosiers, J., & Soumis, F. (1991). The Pickup and Delivery Problem with Time Windows. *European Journal of Operational Research*, 54, 7-22.

- Fu, L. (2002). Scheduling Dial-a-Ride Paratransit under Time-Varying, Stochastic Congestion. *Transportation Research Part B*, 36, 485-506.
- Gillett, B.E., & Miller, L.R. (1974). A Heuristic Algorithm for the Vehicle Dispatch Problem. *Operations Research*, 22(2), 340-349.
- Glover, F.W. (1989). Tabu Search: Part I. *ORSA Journal on Computing*, 1(3), 190-206.
- Glover, F.W. (1990). Tabu Search: Part II. *ORSA Journal on Computing*, 2(1), 4-32.
- Glover, F.W. (1995). Tabu Thresholding: Improved Search Trajectories by Non-Monotonic Search Trajectories. *ORSA Journal on Computing*, 7, 426-442.
- Glover, F.W. (1996). Ejection Chains, Reference Structures and Alternating Path Methods for Traveling Salesman Problems. *Discrete Applied Mathematics*, 65, 223-253.
- Grötschel, M., & Padberg, M.W. (1985). Polyhedral Theory. In Lawler, E.L., Lenstra, J.K., Rinnooy Kan, A.H.G., & Shmoyns, D.B. (Eds.), *The Traveling Salesman Problem*, 251-305. New York: Wiley.
- Häme, L. (2010). An Adaptive Insertion Algorithm for the Single-Vehicle Dial-a-Ride Problem with Narrow Time Windows. *European Journal of Operational Research*, 209, 11-22.
- Healy, P., & Moll, R. (1995). A New Extension of Local Search Applied to the Dial-a-Ride Problem. *European Journal of Operations Research*, 83, 83-104.
- Hillier, F.S., & Lieberman G.J. (2010). *Introduction to Operations Research, Ninth Edition*. New York: McGraw-Hill Companies, Inc.
- Ioachim, I., Desrosiers, J., Dumas, Y., Solomon, M.M., & Villeneuve, D. (1995). A Request-Clustering Algorithm for Door-to-Door Handicapped Transportation. *Transportation Science*, 29(1), 63-78.
- Jaw, J.J., Odoni, A.R., Psaraftis, H.N., & Wilson, N.H.M. (1986). A Heuristic Algorithm for the Multi-Vehicle Advance-Request Dial-a-Ride Problem with Time Windows. *Transportation Research Part B*, 20, 243-257.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D., & Vecchi, M.P. (1983). Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 220, 671-680.
- Kontoravdis, G., & Bard, J.F. (1995). A GRASP for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *ORSA Journal on Computing*, 7, 10-23.
- Lasdon, L. (1970). *Optimization Theory for Large Systems*. New York: MacMillan.
- Luo, Y., & Schonfeld, P. (2007). A Rejected-Reinsertion Heuristic for the Static Dial-a-Ride Problem. *Transportation Research Part B*, 41, 736-755.
- Mauri, G.R., & Lorena, L.A.N. (2006). A Multiobjective Model and Simulated Annealing Approach for a Dial-a-Ride Problem. Opgevraagd op 9 juli, 2012, via <http://mtc-m18.sid.inpe.br/col/sid.inpe.br/ePrint@80/2006/10.09.16.10/doc/v1.pdf>
- Melachrinoudis, E., Ilhan, A.B., & Min, H. (2007). A Dial-a-Ride Problem for Client Transportation in Health-Care Organisations. *Computers & Operations Research*, 34, 742-759.
- Minder Mobielen Centrales (z.d.). Opgevraagd op 4 april, 2012 via <http://www.mindermobielencentrale.be/nl/node/17>
- Mladenovic, N., & Hansen, P. (1997). Variable Neighborhood Search. *Computers & Operations Research*, 24, 1097-1100.
- Naddef, D., & Rinaldi, G. (2002). Branch-and-Cut Algorithms for the Capacitated VRP. In Toth, P., & Vigo, D. (Eds.), *The Vehicle Routing Problem*, 53-84. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Economics.

- Ontwerp van Beheersovereenkomst, afgesloten tussen de Vlaamse Regering en de VVM (2003). *Vlaams Parlement*. Opgevraagd op 4 april, 2012, via <http://docs.vlaamsparlement.be/docs/stukken/2002-2003/g1706-1.pdf>
- Papadimitriou, C.H. (1977). The Euclidian Travelling Salesman Problem Is NP-Complete. *Theoretical Computational Science*, 4, 237-244.
- Parragh, S.N., Doerner, K.F., & Hartl, R.F. (2008). A Survey on Pickup and Delivery Problems, Part II: Transportation between Pickup and Delivery Locations. *Journal für Betriebswirtschaft*, 58, 81-117.
- Parragh, S.N., Doerner, K.F., & Hartl, R.F. (2010). Variable Neighborhood Search for the Dial-a-Ride Problem. *Computers & Operations Research*, 37, 1129-1138.
- Psaraftis, H.N. (1980). A Dynamic Programming Solution to the Single Vehicle Many-to-Many Immediate Request Dial-a-Ride Problem. *Transportation Science*, 14, 2, 131-154.
- Psaraftis, H.N. (1983). Technical Note: an Exact Algorithm for the Single Vehicle Many-to-Many Dial-a-Ride Problem with Time Windows. *Transportation Science*, 17, 3, 351-357.
- Raedts, M., & Masui, C. (2007). *Van Vraag tot Tekst: Praktische Leidraad voor Literatuurverslagen*. Leuven: Acco.
- Rekiek, B., Delchambre, A., & Saleh, H.A. (2006). Handicapped Person Transportation: An Application of the Grouping Genetic Algorithm. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 19, 511-520.
- Røpke, S., Cordeau, J.F., & Laporte, G. (2007). Models and Branch-and-Cut Algorithms for Pickup and Delivery Problems with Time Windows. *Networks*, 49, 258-272.
- Rose, K. (1998). Deterministic Annealing for Clustering, Compression, Classification, Regression and Related Optimization Problems. *Proceedings of the IEEE*, 86(11), 2210-2239.
- Ruland, K.S. (1995). *Polyhedral Solution to the Pickup and Delivery Problem*, Ph.D. Thesis. Saint-Louis: Sever Institute of Technology, Washington University.
- Ruland, K.S., & Rodin, E.Y. (1997). The Pickup and Delivery Problem: Faces and Branch-and-Cut Algorithm. *Computer and Mathematics with Applications*, 33, 1-13.
- Sexton, T., & Bodin, L.D. (1985a). Optimizing Single Vehicle Many-to-Many Operations with Desired Delivery Times: I. Scheduling. *Transportation Science*, 19, 378-410.
- Sexton, T., & Bodin, L.D. (1985b). Optimizing Single Vehicle Many-to-Many Operations with Desired Delivery Times: II. Scheduling. *Transportation Science*, 19, 411-435.
- Stein, D.M. (1978). Scheduling Dial-a-Ride Transportation Systems. *Transportation Science*, 12, 3, 232-249.
- Toth, P., & Vigo, D. (1997). Heuristic Algorithms for the Handicapped Persons Transportation Problem. *Transportation Science*, 31, 60-71.
- Van Breedam, A. (2001). Comparing Descent Heuristics and Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem. *Computers & Operations Research*, 28, 289-315.
- Wong, K.I., & Bell, M.G.H. (2006). Solution of the Dial-a-Ride Problem with Multi-Dimensional Capacity Constraints. *International Transactions in Operational Research*, 13, 195-208.
- Xiang, Z., Chu, C., & Chen, H. (2006). A Fast Heuristic for Solving a Large-Scale Static Dial-a-Ride Problem under Complex Constraints. *European Journal of Operational Research*, 174, 1117-1139.



## BIJLAGEN

### ***Bijlage 1 – Globaal effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op de afgelegde afstand***

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	811827	811739	803656	784470	765908
<b>5</b>	808760	808150	792504	772761	753635
<b>10</b>	803276	801849	779188	758981	739245
<b>15</b>	798603	796926	771132	750317	730324
<b>30</b>	785612	783326	746467	717973	697886
<b>45</b>	774936	772959	730143	701324	676592
<b>60</b>	764925	763330	716113	685011	661878
<b>90</b>	749779	747785	697061	662884	641071
<b>120</b>	741357	737720	682220	646842	624792
<b>180</b>	724951	722183	660912	625020	603047

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*

### ***Bijlage 2 – Globaal effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op het aantal voertuigen***

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	10929	10928	10273	9507	9078
<b>5</b>	10717	10694	9755	9089	8655
<b>10</b>	10342	10298	9159	8509	8072
<b>15</b>	10095	10033	8793	8145	7688
<b>30</b>	9089	9014	7696	7128	6691
<b>45</b>	8040	7999	7062	6605	6244
<b>60</b>	7079	7032	6488	6161	5871
<b>90</b>	6165	6119	5793	5558	5354
<b>120</b>	5650	5607	5328	5168	5030
<b>180</b>	5074	5046	4842	4717	4639

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*



**Bijlage 3a – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op de afgelegde afstand voor de kleinste aanbieders (≤ 26 aanvragen)**

	0	10	20	30	40
0	38792	38816	38741	38471	38382
5	38746	38746	38558	38199	38064
10	38671	38688	38356	38156	37704
15	38724	38631	38307	38011	37555
30	38517	38510	37884	37075	36652
45	38400	38424	37561	36712	36167
60	38109	38147	37145	36790	36202
90	37951	37951	37129	36537	36031
120	38559	38408	37385	36234	35814
180	37905	37757	36999	35890	35323

Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd

Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstip

**Bijlage 3b – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op de afgelegde afstand voor de kleinere aanbieders (27 – 52 aanvragen)**

	0	10	20	30	40
0	83560	83556	83423	81240	80671
5	83245	83237	81882	80125	79667
10	82747	82669	80857	79728	78677
15	82444	82333	80180	79005	78103
30	81386	81381	78480	77285	76164
45	80904	80845	77687	76273	74767
60	80629	80647	77409	76000	74111
90	79523	79467	75961	73933	72122
120	79474	79511	75621	72923	70997
180	78393	78238	74087	70830	69306

Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd

Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstip

**Bijlage 3c – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op de afgelegde afstand voor de grotere aanbieders (53 – 106 aanvragen)**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	171093	171074	169982	167620	164046
<b>5</b>	170524	170332	168228	165249	162138
<b>10</b>	169374	169192	166030	163344	159769
<b>15</b>	168510	168278	164356	161495	157781
<b>30</b>	166904	166626	160470	154983	151657
<b>45</b>	165516	165432	157219	152890	148258
<b>60</b>	163769	163585	155764	149571	145082
<b>90</b>	162785	162207	153033	145992	141376
<b>120</b>	161532	161349	150466	143440	137656
<b>180</b>	158540	158726	146217	138839	134083

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*

**Bijlage 3d – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op de afgelegde afstand voor de grootste aanbieders ( $\geq 107$  aanvragen)**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	518381	518293	511511	497138	482809
<b>5</b>	516245	515836	503837	489187	473766
<b>10</b>	512484	511300	493945	477753	463094
<b>15</b>	508925	507684	488289	471807	456884
<b>30</b>	498805	496809	469634	448630	433414
<b>45</b>	490116	488258	457676	435448	417400
<b>60</b>	482418	480951	445796	422650	406482
<b>90</b>	469519	468160	430938	406423	391542
<b>120</b>	461792	458452	418749	394245	380326
<b>180</b>	450112	447463	403609	379461	364335

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*

**Bijlage 4a – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op het aantal voertuigen voor de kleinste aanbieders (≤ 26 aanvragen)**

	0	10	20	30	40
0	651	651	637	610	590
5	645	645	617	593	573
10	626	623	587	562	545
15	614	613	573	546	531
30	578	578	538	505	484
45	538	537	499	478	455
60	499	499	475	455	434
90	442	441	430	417	403
120	407	405	394	388	380
180	379	376	360	358	352

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*

**Bijlage 4b – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op het aantal voertuigen voor de kleinere aanbieders (27 – 52 aanvragen)**

	0	10	20	30	40
0	1226	1226	1183	1112	1075
5	1201	1201	1142	1079	1043
10	1160	1159	1073	1008	973
15	1143	1138	1031	983	940
30	1038	1032	919	864	807
45	948	941	848	803	749
60	846	841	778	735	696
90	731	726	690	666	637
120	660	656	627	604	586
180	573	572	550	539	525

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*

**Bijlage 4c – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op het aantal voertuigen voor de grotere aanbieders (52 – 106 aanvragen)**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	2405	2405	2282	2130	2027
<b>5</b>	2348	2341	2169	2041	1941
<b>10</b>	2274	2263	2048	1928	1817
<b>15</b>	2224	2211	1977	1836	1731
<b>30</b>	2023	2006	1728	1594	1494
<b>45</b>	1820	1814	1592	1463	1390
<b>60</b>	1584	1579	1439	1371	1306
<b>90</b>	1366	1357	1275	1223	1171
<b>120</b>	1235	1221	1158	1121	1088
<b>180</b>	1074	1066	1026	999	979

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*

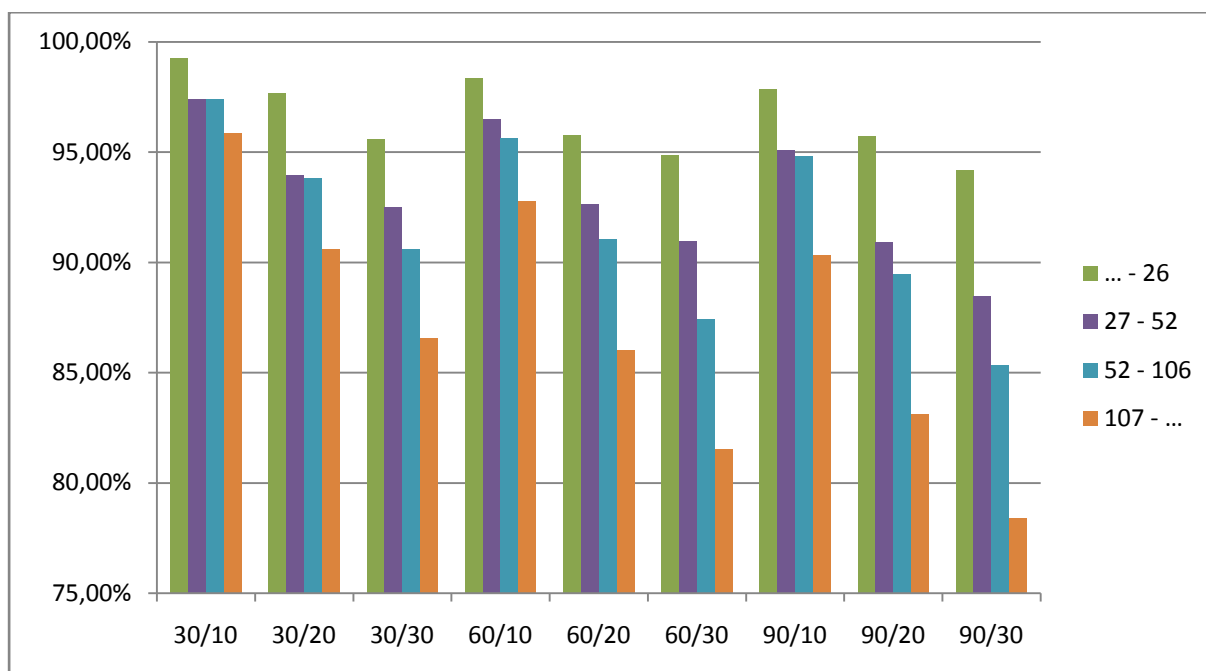
**Bijlage 4d – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op het aantal voertuigen voor de grootste aanbieders ( $\geq 107$  aanvragen)**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	6647	6646	6171	5655	5386
<b>5</b>	6523	6507	5827	5376	5098
<b>10</b>	6282	6253	5451	5011	4737
<b>15</b>	6114	6071	5212	4780	4486
<b>30</b>	5450	5398	4511	4165	3906
<b>45</b>	4734	4707	4123	3861	3650
<b>60</b>	4150	4113	3796	3600	3435
<b>90</b>	3626	3595	3398	3252	3143
<b>120</b>	3348	3325	3149	3055	2976
<b>180</b>	3048	3032	2906	2821	2783

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*

**Bijlage 5 – Afgelegde afstand in diverse kwaliteitsscenario's, opgedeeld naar de omvang van de aanbieder en uitgedrukt als percentage van het resultaat in het scenario (0, 0)**

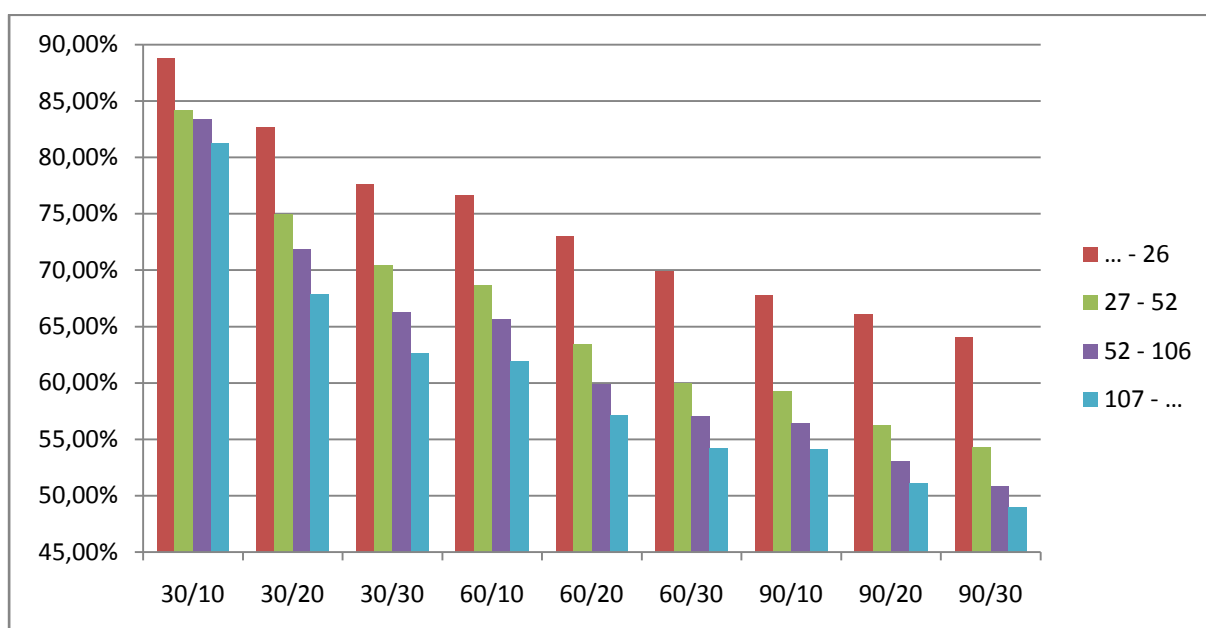


Horizontaal: kwaliteitsscenario (afwijking richtuur / overschrijding directe reistijd)

Verticaal: kostenpercentage t.o.v. scenario (0, 0)

Legende: aantal aanvragen per aanbieder

**Bijlage 6 – Aantal voertuigen in diverse kwaliteitsscenario's, opgedeeld naar de omvang van de aanbieder en uitgedrukt als percentage van het resultaat in het scenario (0, 0)**



Horizontaal: kwaliteitsscenario (afwijking richtuur / overschrijding directe reistijd)

Verticaal: kostenpercentage t.o.v. scenario (0, 0)

Legende: aantal aanvragen per aanbieder

**Bijlage 7a – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op de afgelegde afstand voor het nachtelijk blok (22u – 06u)**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	70300	70299	69848	69010	67673
<b>5</b>	70264	70212	69569	68658	67353
<b>10</b>	70046	70003	68811	67766	66612
<b>15</b>	70013	69956	68655	67153	66543
<b>30</b>	69271	69173	67550	65443	64162
<b>45</b>	68811	68762	66595	64613	62710
<b>60</b>	68021	68095	65530	62647	61372
<b>90</b>	67468	67296	64143	61347	60377
<b>120</b>	66649	66538	63277	60418	59059
<b>180</b>	65532	65372	61344	58565	56842

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstip*

**Bijlage 7b – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op de afgelegde afstand voor de ochtendspits (06u – 09u)**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	77255	77259	76877	74528	72792
<b>5</b>	76953	76952	75895	73404	71513
<b>10</b>	76563	76588	75147	72806	70733
<b>15</b>	75914	75879	73773	71970	69872
<b>30</b>	74518	74478	71862	69056	66755
<b>45</b>	73788	73710	70056	67319	64754
<b>60</b>	72780	72744	68787	65698	63285
<b>90</b>	71108	70899	67431	64273	61855
<b>120</b>	70093	69881	65771	62565	60741
<b>180</b>	68321	68383	63764	60501	58733

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstip*

**Bijlage 7c – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op de afgelegde afstand voor de daluren overdag (09u – 16u)**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	346126	346202	342532	334211	325172
<b>5</b>	345364	345069	337070	329201	319677
<b>10</b>	343962	342846	332266	322483	313660
<b>15</b>	342620	341383	329431	319184	309882
<b>30</b>	338926	337215	318466	304266	295697
<b>45</b>	334598	333345	310800	296603	285636
<b>60</b>	329625	328904	305900	291209	280718
<b>90</b>	324217	323299	298133	281701	272412
<b>120</b>	320452	318790	290931	275175	264851
<b>180</b>	310847	309619	280071	263953	253188

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*

**Bijlage 7d – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op de afgelegde afstand voor de avondspits (16u – 19u)**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	158199	158067	156764	153227	149515
<b>5</b>	157181	157018	155113	150911	147659
<b>10</b>	155744	155647	152055	148367	144631
<b>15</b>	154692	154508	150505	147233	142425
<b>30</b>	151661	151352	145908	141100	136947
<b>45</b>	149391	149146	142804	138070	133155
<b>60</b>	147645	147024	139718	134158	129774
<b>90</b>	142839	142469	134787	129291	124118
<b>120</b>	140680	140217	131697	125001	120428
<b>180</b>	136997	136334	126905	120643	116255

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*

**Bijlage 7e – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op de afgelegde afstand voor de daluren 's avonds (19u – 22u)**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	159946	159912	157635	153494	150757
<b>5</b>	158998	158900	154858	150587	147433
<b>10</b>	156961	156764	150909	147559	143608
<b>15</b>	155364	155200	148767	144778	141602
<b>30</b>	151235	151108	142681	138108	134324
<b>45</b>	148348	147997	139887	134719	130338
<b>60</b>	146854	146563	136178	131299	126729
<b>90</b>	144146	143823	132568	126273	122309
<b>120</b>	143482	142293	130543	123683	119713
<b>180</b>	143253	142475	128828	121357	118029

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstip*

**Bijlage 8a – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op het aantal voertuigen voor het nachtelijk blok (22u – 06u)**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	910	910	882	833	810
<b>5</b>	888	885	845	807	777
<b>10</b>	864	858	809	768	741
<b>15</b>	851	844	793	745	713
<b>30</b>	784	777	715	675	651
<b>45</b>	717	713	671	632	613
<b>60</b>	652	649	624	598	572
<b>90</b>	585	582	561	547	526
<b>120</b>	542	541	519	501	493
<b>180</b>	484	481	472	464	461

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstip*



**Bijlage 8b – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op het aantal voertuigen voor de ochtendspits (06u – 09u)**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	1274	1274	1250	1167	1098
<b>5</b>	1257	1257	1206	1128	1055
<b>10</b>	1215	1214	1146	1077	1003
<b>15</b>	1194	1189	1112	1036	956
<b>30</b>	1092	1086	995	905	832
<b>45</b>	1010	1007	917	837	776
<b>60</b>	911	912	835	782	742
<b>90</b>	785	784	741	702	663
<b>120</b>	712	713	672	646	620
<b>180</b>	627	624	603	585	575

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*

**Bijlage 8c – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op het aantal voertuigen voor de daluren overdag (09u – 16u)**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	4180	4179	3868	3595	3463
<b>5</b>	4109	4095	3668	3422	3288
<b>10</b>	3989	3962	3425	3175	3029
<b>15</b>	3909	3872	3259	2998	2839
<b>30</b>	3593	3549	2787	2570	2400
<b>45</b>	3109	3083	2557	2379	2242
<b>60</b>	2649	2611	2357	2222	2114
<b>90</b>	2284	2256	2103	2023	1940
<b>120</b>	2082	2054	1938	1886	1835
<b>180</b>	1887	1866	1773	1726	1697

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*

**Bijlage 8d – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op het aantal voertuigen voor de avondspits (16u – 19u)**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	2197	2198	2100	1940	1846
<b>5</b>	2156	2154	2003	1872	1773
<b>10</b>	2069	2068	1892	1762	1669
<b>15</b>	2017	2012	1825	1715	1631
<b>30</b>	1806	1799	1641	1546	1460
<b>45</b>	1662	1657	1528	1449	1378
<b>60</b>	1511	1510	1423	1366	1293
<b>90</b>	1340	1336	1289	1227	1192
<b>120</b>	1236	1232	1179	1145	1112
<b>180</b>	1111	1110	1076	1047	1027

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*

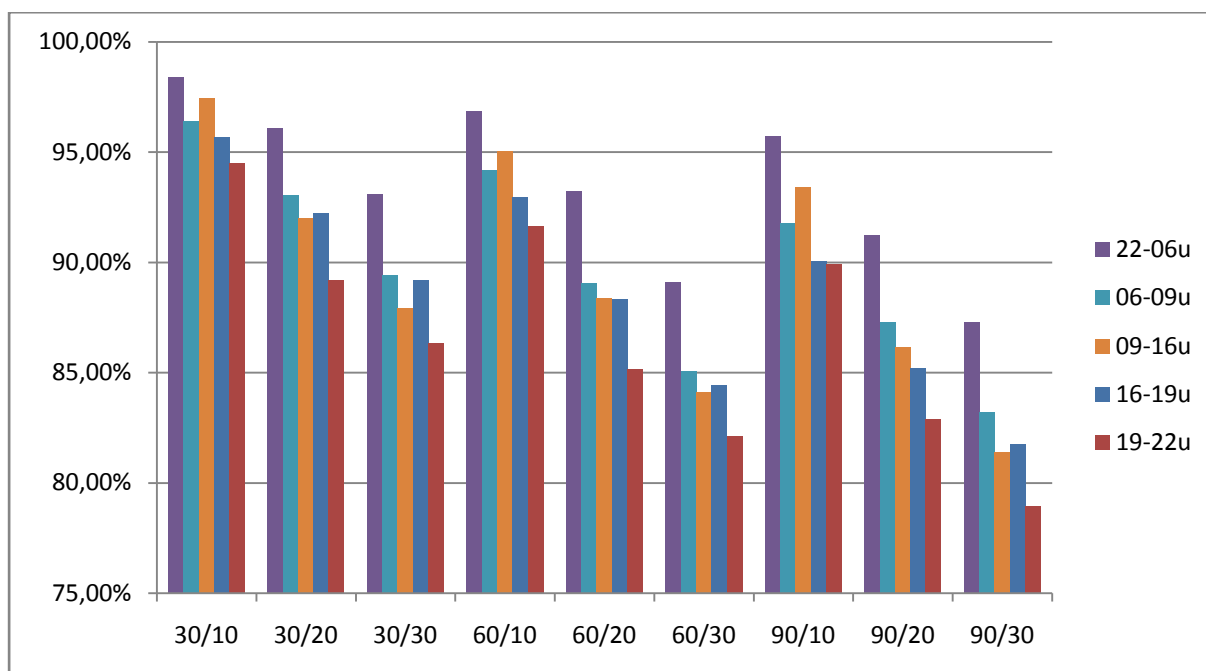
**Bijlage 8e – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op het aantal voertuigen voor de daluren 's avonds (19u – 22u)**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	2368	2367	2173	1972	1861
<b>5</b>	2307	2303	2033	1860	1762
<b>10</b>	2205	2196	1887	1727	1630
<b>15</b>	2124	2116	1804	1651	1549
<b>30</b>	1814	1803	1558	1432	1348
<b>45</b>	1542	1539	1389	1308	1235
<b>60</b>	1356	1350	1249	1193	1150
<b>90</b>	1171	1161	1099	1059	1033
<b>120</b>	1078	1067	1020	990	970
<b>180</b>	965	965	918	895	879

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*

**Bijlage 9 – Afgelegde afstand in diverse kwaliteitsscenario's, opgedeeld naar dagdeel en uitgedrukt als percentage van het resultaat in het scenario (0, 0)**

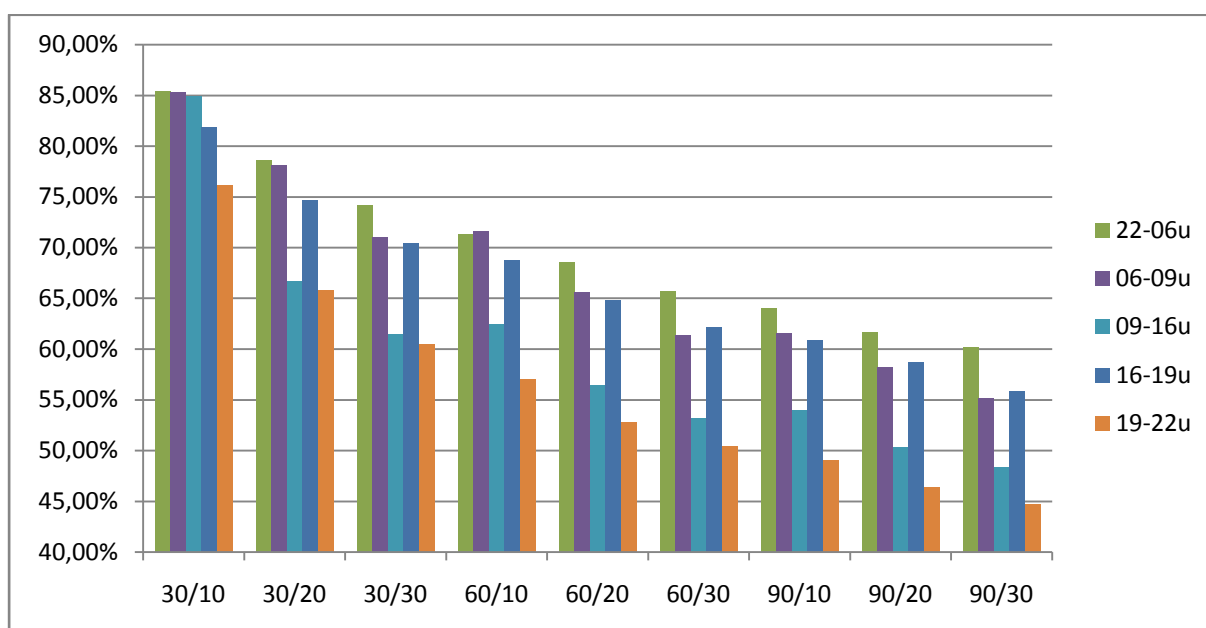


Horizontaal: kwaliteitsscenario (afwijking richtuur / overschrijding directe reistijd)

Verticaal: kostenpercentage t.o.v. scenario (0, 0)

Legende: tijdsinterval

**Bijlage 10 – Aantal voertuigen in diverse kwaliteitsscenario's, opgedeeld naar dagdeel en uitgedrukt als percentage van het resultaat in het scenario (0, 0)**



Horizontaal: kwaliteitsscenario (afwijking richtuur / overschrijding directe reistijd)

Verticaal: kostenpercentage t.o.v. scenario (0, 0)

Legende: tijdsinterval

**Bijlage 11a – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op de afgelegde afstand voor de Minder Mobielen Centrales**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	377731	377727	373347	363730	355233
<b>5</b>	376554	375963	368003	358265	349105
<b>10</b>	374937	373580	362606	351420	341880
<b>15</b>	372450	370881	358132	348165	338007
<b>30</b>	367423	365259	346207	332180	321410
<b>45</b>	362661	360727	338914	323354	310505
<b>60</b>	357459	355785	330922	314992	303130
<b>90</b>	348592	347250	319746	302820	291533
<b>120</b>	343904	340717	312161	295445	284200
<b>180</b>	337119	334454	302240	284394	273788

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*

**Bijlage 11b – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op de afgelegde afstand voor de Diensten voor Aangepast Vervoer**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	104935	104903	103474	100446	97897
<b>5</b>	104010	104013	101560	98868	96033
<b>10</b>	102787	102799	98916	95616	93284
<b>15</b>	101976	102001	98175	94193	91831
<b>30</b>	98738	98609	93863	89718	87134
<b>45</b>	95611	95529	90784	86911	84043
<b>60</b>	93210	93303	88073	84318	81651
<b>90</b>	90441	90322	86236	80984	78812
<b>120</b>	88050	88118	82830	78180	76603
<b>180</b>	84586	84472	78911	75307	72812

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*

**Bijlage 11c – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op de afgelegde afstand voor de taxidiensten**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	329161	329109	326836	320294	312778
<b>5</b>	328195	328174	322941	315628	308498
<b>10</b>	325552	325469	317666	311945	304081
<b>15</b>	324177	324045	314825	307960	300486
<b>30</b>	319451	319458	306397	296075	289342
<b>45</b>	316664	316703	300445	291059	282045
<b>60</b>	314255	314243	297118	285701	277097
<b>90</b>	310746	310214	291080	279081	270726
<b>120</b>	309404	308885	287229	273217	263989
<b>180</b>	303245	303257	279761	265319	256447

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstip*

**Bijlage 12a – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op het aantal voertuigen voor de Minder Mobielen Centrales**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	5354	5352	4987	4584	4379
<b>5</b>	5249	5232	4728	4365	4146
<b>10</b>	5056	5019	4429	4098	3884
<b>15</b>	4922	4874	4244	3909	3682
<b>30</b>	4419	4360	3694	3423	3224
<b>45</b>	3888	3854	3394	3182	3036
<b>60</b>	3449	3410	3141	2988	2875
<b>90</b>	3055	3013	2858	2748	2665
<b>120</b>	2872	2835	2693	2619	2559
<b>180</b>	2695	2671	2562	2492	2465

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstip*

**Bijlage 12b – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op het aantal voertuigen voor de Diensten voor Aangepast Vervoer**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	1139	1139	1083	992	948
<b>5</b>	1119	1119	1017	947	899
<b>10</b>	1074	1074	949	868	823
<b>15</b>	1044	1042	912	836	787
<b>30</b>	938	936	785	720	683
<b>45</b>	802	804	712	665	629
<b>60</b>	690	688	644	609	577
<b>90</b>	588	588	555	532	518
<b>120</b>	527	525	505	487	472
<b>180</b>	444	444	430	420	408

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*

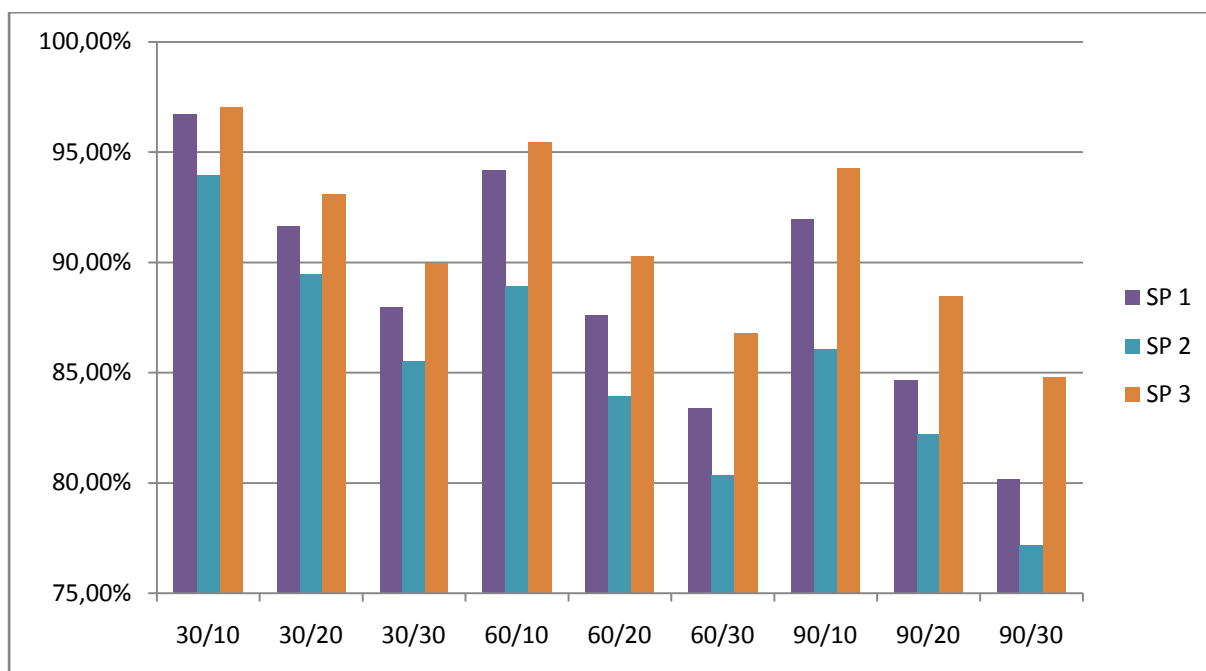
**Bijlage 12c – Effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters op het aantal voertuigen voor de taxidiensten**

	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>40</b>
<b>0</b>	4436	4437	4203	3931	3751
<b>5</b>	4349	4343	4010	3777	3610
<b>10</b>	4212	4205	3781	3543	3365
<b>15</b>	4129	4117	3637	3400	3219
<b>30</b>	3732	3718	3217	2985	2784
<b>45</b>	3350	3341	2956	2758	2579
<b>60</b>	2940	2934	2703	2564	2419
<b>90</b>	2522	2518	2380	2278	2171
<b>120</b>	2251	2247	2130	2062	1999
<b>180</b>	1935	1931	1850	1805	1766

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijdstop*

**Bijlage 13 – Afgelegde afstand in diverse kwaliteitsscenario's, opgedeeld naar het type aanbieder en uitgedrukt als percentage van het resultaat in het scenario (0, 0)**

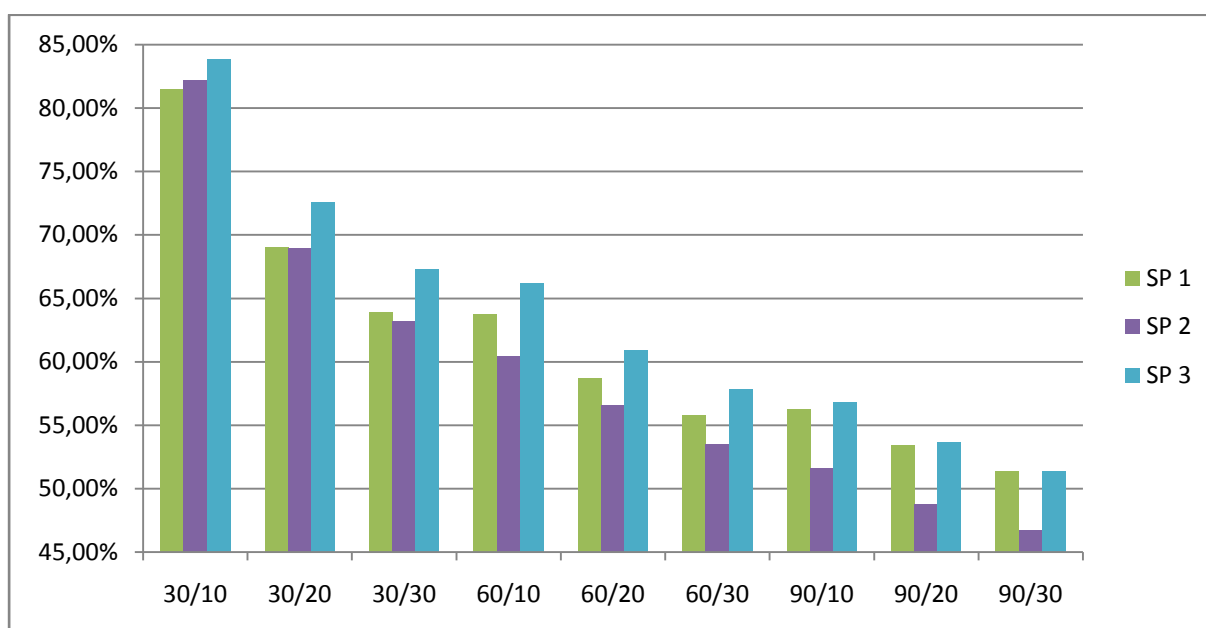


Horizontaal: kwaliteitsscenario (afwijking richtuur / overschrijding directe reistijd)

Verticaal: kostenpercentage t.o.v. scenario (0, 0)

Legende: type aanbieder (SP 1: Minder Mobielen Centrales, SP 2: Diensten Aangepast Vervoer, SP 3: taxi)

**Bijlage 14 – Aantal voertuigen in diverse kwaliteitsscenario's, opgedeeld naar het type aanbieder en uitgedrukt als percentage van het resultaat in het scenario (0, 0)**



Horizontaal: kwaliteitsscenario (afwijking richtuur / overschrijding directe reistijd)

Verticaal: kostenpercentage t.o.v. scenario (0, 0)

Legende: type aanbieder (SP 1: Minder Mobielen Centrales, SP 2: Diensten Aangepast Vervoer, SP 3: taxi)

**Bijlage 15 – Gemiddeld effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters (over 50 scenario's) op de afgelegde afstand naargelang de omvang van de aanbieder en het dagdeel, procentueel uitgedrukt ten opzichte van scenario (0, 0)**

	... - 26	27 - 52	53 - 106	107 - ...
<b>22-06u</b>	99,25%	96,62%	96,61%	92,73%
<b>06-09u</b>	97,85%	91,88%	93,28%	90,09%
<b>09-16u</b>	97,81%	94,56%	92,94%	89,30%
<b>16-19u</b>	94,83%	93,36%	91,74%	89,24%
<b>19-22u</b>	97,35%	93,83%	92,42%	86,98%

**Bijlage 16 – Gemiddeld effect van wijzigingen in de kwaliteitsparameters (over 50 scenario's) op het aantal voertuigen naargelang de omvang van de aanbieder en het dagdeel, procentueel uitgedrukt ten opzichte van scenario (0, 0)**

	... - 26	27 - 52	53 - 106	107 - ...
<b>22-06u</b>	90,04%	80,07%	76,06%	72,71%
<b>06-09u</b>	87,29%	76,46%	73,77%	71,38%
<b>09-16u</b>	74,28%	70,16%	68,22%	66,91%
<b>16-19u</b>	78,61%	73,39%	71,52%	71,87%
<b>19-22u</b>	75,65%	68,71%	65,89%	62,16%



**Bijlage 17 – Globale besparing in termen van de afgelegde afstand bij een onderscheid op basis van het doel van de verplaatsing, weergegeven in diverse kwaliteitsscenario's**

	0	10	20	30	40
<b>00/00</b>	0	0	0	0	0
<b>05/15</b>	4420	5514	10095	11702	11092
<b>10/30</b>	9201	9856	16412	19481	22433
<b>15/45</b>	11578	12530	19696	24217	26673
<b>30/90</b>	16063	15405	22734	28298	30155
<b>60/180</b>	15073	15605	23291	27341	27349

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijsdstip (bij vast/variabel doel)*

**Bijlage 18 – Globale besparing in termen van het aantal voertuigen bij een onderscheid op basis van het doel van de verplaatsing, weergegeven in diverse kwaliteitsscenario's**

	0	10	20	30	40
<b>00/00</b>	0	0	0	0	0
<b>05/15</b>	303	326	506	481	499
<b>10/30</b>	615	628	762	758	777
<b>15/45</b>	1076	1055	921	895	865
<b>30/90</b>	1859	1852	1089	875	723
<b>60/180</b>	1236	1231	984	851	733

*Horizontaal: toegelaten overschrijding van de directe reistijd*

*Verticaal: toegelaten afwijking van het richttijsdstip (bij vast/variabel doel)*

## Auteursrechtelijke overeenkomst

Ik/wij verlenen het wereldwijde auteursrecht voor de ingediende eindverhandeling:

**Het effect van gebruikersflexibiliteit bij dial-a-ride diensten**

Richting: **master in de toegepaste economische wetenschappen:  
handelsingenieur-operationeel management en logistiek**

Jaar: **2013**

in alle mogelijke mediaformaten, - bestaande en in de toekomst te ontwikkelen - , aan de Universiteit Hasselt.

Niet tegenstaand deze toekenning van het auteursrecht aan de Universiteit Hasselt behoud ik als auteur het recht om de eindverhandeling, - in zijn geheel of gedeeltelijk -, vrij te reproduceren, (her)publiceren of distribueren zonder de toelating te moeten verkrijgen van de Universiteit Hasselt.

Ik bevestig dat de eindverhandeling mijn origineel werk is, en dat ik het recht heb om de rechten te verlenen die in deze overeenkomst worden beschreven. Ik verklaar tevens dat de eindverhandeling, naar mijn weten, het auteursrecht van anderen niet overtreedt.

Ik verklaar tevens dat ik voor het materiaal in de eindverhandeling dat beschermd wordt door het auteursrecht, de nodige toelatingen heb verkregen zodat ik deze ook aan de Universiteit Hasselt kan overdragen en dat dit duidelijk in de tekst en inhoud van de eindverhandeling werd genotificeerd.

Universiteit Hasselt zal mij als auteur(s) van de eindverhandeling identificeren en zal geen wijzigingen aanbrengen aan de eindverhandeling, uitgezonderd deze toegelaten door deze overeenkomst.

Voor akkoord,

**Molenbruch, Yves**

Datum: **29/05/2013**