

# Woord vooraf

---

Deze thesis vormt het sluitstuk van mijn opleiding Handelsingenieur in de Toegepaste Economische Wetenschappen aan de Universiteit Hasselt. Het is tijdens deze opleiding dat mijn interesse voor operationeel management en logistiek ontstaan is. De keuze voor het onderwerp "complexe varianten van het klassieke rittenplanningsprobleem" vloeit dan ook voort uit deze interesse.

Ik wil in dit voorwoord graag een aantal personen bedanken die een bijdrage hebben geleverd in het voltooien van deze thesis. Allereerst wil ik mijn promotor Dr. K. Braekers bedanken voor zijn begeleiding en advies doorheen dit jaar. Hij had steeds waardevolle raad en opmerkingen die hebben bijgedragen tot de totstandkoming van deze masterproef.

Daarnaast zou ik ook graag mijn ouders en vrienden bedanken die mij tijdens mijn vijfjarige studie hebben gesteund.



# Samenvatting

---

Transport is een belangrijk domein binnen de Belgische economie. Kostenbesparingen, milieuoverwegingen en klantentevredenheid zijn enkele belangrijke pijlers binnen dit domein. Om een competitief voordeel te kunnen verkrijgen is het belangrijk om als bedrijf uitstekend te scoren op elk van deze drie punten. Het is dus belangrijk om goederen efficiënt te distribueren naar klanten en rittenplanningen spelen hierbij een grote rol. Bij rittenplanningen worden immers routes geconstrueerd en toegewezen aan verschillende voertuigen om op deze manier goederen te vervoeren naar klanten.

Methoden die een optimale oplossing voorzien voor het rittenplanningsprobleem zijn vaak onbestaand, complex en/of tijdrovend. In de praktijk is echter vaak op zeer korte termijn nood aan rittenplanningen en dus moeten er efficiënte en effectieve heuristische gevonden worden die realistische en dus complexe rittenplanningsproblemen kunnen oplossen. Heuristiek zijn algoritmes die op een relatief snelle manier een goede benadering van de optimale oplossing geven. Door gebruik te maken van heuristiek zal er een kost verkregen worden die weliswaar hoger is dan de optimale kost maar dit weegt op tegen de snelheid van oplossen.

Hoofdstuk 1 situeert het praktijkprobleem en omschrijft tevens de verschillende onderzoeksvragen. Daarnaast wordt in dit hoofdstuk het onderzoeksopzet beschreven. Hoofdstuk 2 omvat de literatuurstudie over rittenplanningen. Dit hoofdstuk start met een bondige beschrijving van de bestaande complexe beperkingen. Vervolgens wordt gefocust op rittenplanningen met een heterogene vloot en meerdere depots. Definities, beperkingen en oplossingsmethodes omtrent deze beperkingen worden in dit hoofdstuk grondig beschreven. Eerst worden de twee beperkingen afzonderlijk bekeken zodat een voldoende begrip van beide subproblemen verkregen wordt. Vervolgens zal het rittenplanningsprobleem bekeken worden waarbij beide beperkingen gecombineerd zijn.

In hoofdstuk 3 wordt deze theorie toegepast op een praktijkprobleem. Het rittenplanningsprobleem met meerdere depots en met een heterogene vloot van voertuigen wordt eerst uitvoerig beschreven, zowel in woorden als aan de hand van formules. Vervolgens worden vier verschillende voorbeelden opgesteld. Eerst worden deze voorbeelden via het optimalisatieprogramma AIMMS opgelost zodat een beeld van de optimale oplossing verkregen wordt. Daarna wordt getracht om deze voorbeelden zelf op te lossen. Er wordt begonnen met het construeren van een initiële oplossing die bekomen wordt door drie stappen te doorlopen: het toewijzen van klanten aan depots, het toewijzen van voertuigen aan depots/klanten en tenslotte het bepalen van de volgorde van bediening van klanten.

De eerste stap – het toewijzen van klanten aan depots – gebeurt op basis van de afstand tussen de klanten en de verschillende depots. Bij de tweede stap worden drie verschillende methodes getest en met elkaar vergeleken. Een eerste methode kijkt naar de efficiëntieratio's van de verschillende voertuigen. Deze ratio wordt weergegeven door de verhouding  $\frac{\text{vaste kosten}}{\text{capaciteit}}$ . Er wordt getracht om – indien mogelijk – zoveel mogelijk voertuigen te gebruiken met de laagste efficiëntieratio. Een tweede methode voor het toewijzen van voertuigen aan depots gaat na welke combinaties van voertuigen allemaal mogelijk zijn om de verschillende klanten te bedienen. Uit deze lijst van combinaties wordt de combinatie gekozen die de laagste vaste kosten met zich meebrengt.

Een laatste methode is de besparingsmethode. Deze methode vertrekt vanuit het gegeven dat alle klanten door een apart voertuig bediend worden. Vervolgens wordt voor elke paar van klanten berekend hoeveel besparingen verwezenlijkt kunnen worden indien beide klanten door één voertuig bediend worden. Grote besparingen wijzen erop dat deze klanten in de beginoplossing best burens zijn en dus leidt dit ertoe dat een verbinding tussen beide klanten gevormd wordt. Op deze manier worden zowel de toewijzing van voertuigen als de bediening van klanten bepaald.

Voor de twee eerste methodes moet ten slotte de bediening van de klanten nog bepaald worden. Deze volgordebepaling gebeurt op basis van de afstand. De klant die het dichtst bij het depot ligt wordt eerst bediend. Vervolgens wordt de klant gekozen die het dichtst ligt bij de laatst bediende klant en die nog niet bediend werd door een voertuig. Dit wordt herhaald tot alle klanten bediend zijn.

Nadat de verschillende initiële oplossingen verkregen zijn worden vervolgens verbeteringsmethodes toegepast op de beste initiële oplossing van elk voorbeeld zodat een globale oplossing bekomen wordt. Bij deze verbeteringsmethodes wordt de volgorde van bediening veranderd of worden klanten in een andere rit gevoegd. Een lijst van mogelijke veranderingen wordt per iteratie opgesteld en hieruit wordt de beste – of de minst slechtste – oplossing gekozen. Vanuit deze oplossing worden vervolgens weer alle mogelijke verbeteringen opgesteld. Dit wordt herhaald tot een vooraf bepaald stopcriterium bereikt wordt. Dit hoofdstuk wordt uiteindelijk afgesloten door de gebruikte methodes met elkaar te vergelijken.

In het vierde hoofdstuk worden de algemene conclusies van deze masterproef besproken zodat een bondig antwoord op de onderzoeksvraag en de bijbehorende deelvragen verkregen wordt. Deze thesis wordt ten slotte afgesloten in een vijfde hoofdstuk met aanbevelingen voor verder onderzoek.

# Inhoudsopgave

---

|   |     |
|---|-----|
| Woord vooraf .....  | I   |
| Samenvatting .....  | III |
| Inhoudsopgave .....   | V   |
| 1. Probleemstelling .....   | 1   |
| 1.1 Praktijkprobleem .....  | 1   |
| 1.2 Centrale onderzoeksvraag .....  | 3   |
| 1.3 Deelvragen .....  | 3   |
| 1.4 Onderzoeksofzet / onderzoeksmethoden .....                            | 4   |
| 2. Literatuurstudie .....   | 5   |
| 2.1 Complexe beperkingen in rittenplanningen .....                        | 5   |
| 2.2 Heterogene vloot .....  | 7   |
| 2.2.1 Definitie .....   | 7   |
| 2.2.2 Oplossingsmodellen .....  | 7   |
| 2.2.3 Conclusie heterogene vloot .....                                    | 11  |
| 2.3 Meerdere depots .....   | 12  |
| 2.3.1 Definitie .....   | 12  |
| 2.3.2 Oplossingsmodellen .....  | 12  |
| 2.4 Rittenplanningsprobleem met meerdere depots en heterogene vloot ..... | 15  |
| 2.4.1 Definitie .....   | 15  |
| 2.4.2 Oplossingsmodellen .....  | 15  |
| 3. Praktijkprobleem .....   | 19  |
| 3.1 Beschrijving probleem .....   | 19  |
| 3.2 Wiskundige probleemformulering .....                                  | 20  |
| 3.3 Numeriek voorbeeld .....  | 22  |
| 3.4 Optimale oplossing .....  | 24  |
| 3.5 Heuristische oplossingsmethode .....                                  | 28  |
| 3.5.1 Beginoplossing .....  | 28  |
| 3.5.2 Verbeteringsmethodes .....  | 53  |
| 4. Conclusies .....   | 61  |
| 5. Aanbevelingen voor verder onderzoek .....                              | 65  |
| Referentielijst .....   | 67  |
| Lijst van tabellen .....  | 71  |
| Lijst van figuren .....   | 73  |
| Bijlagen .....  | 75  |



# 1. Probleemstelling

---

## 1.1 Praktijkprobleem

Transport is een belangrijk domein binnen supply chain management. De omzet van goederentransport in Europa bedraagt ongeveer 128 miljard euro per jaar. In bepaalde landen, zoals het Verenigd Koninkrijk, Frankrijk en Denemarken, heeft transport een aandeel van respectievelijk 15%, 9% en 15% in de totale nationale uitgaven. (Crainic en Laporte, 1997; Laarzen, 1999, in Bräysy en Gendreau, 2005). In het artikel *Transport en Logistiek Vlaanderen en FEBETRA vrezen zware tijden voor Belgische transportsector* (2012) staat te lezen dat transport in België een aandeel van 10% heeft in het bruto binnenlands product. De levering van goederen telt bovendien mee voor een groot deel van de totale supply chain kosten. De Backer et al. (1997, in Bräysy en Gendreau, 2005) schatten dat de totale logistieke kosten voor bijna de helft bestaan uit distributiekosten. Ook Ceselli, Righini en Salani (2009) erkennen dat de levering van goederen meetelt voor een groot deel van de supply chain kosten. Om significante besparingen te verwezenlijken is het dus van belang dat de levering van deze goederen op een effectieve en efficiënte manier gepland wordt.

Als specifiek naar België gekeken wordt, dan wordt duidelijk dat iets minder dan drie vierde (69,6%) van het totale binnenlandse vrachtvervoer vervoerd wordt over de weg (Eurostat, 2010). Er is wel een daling vast te stellen tegenover 2000 – toen bedroeg het aandeel van het vrachtvervoer op de weg nog 77,4% - maar niettemin heeft het wegtransport in België nog steeds een groot aandeel in het totale binnenlandse goederenvervoer. Als daarenboven nog rekening gehouden wordt met het feit dat de olieprijsen steeds blijven stijgen, en dat bedrijven meer en meer rekening houden met het milieu, dan wordt het belang van een efficiënte distributie van goederen zeker duidelijk. Hierbij spelen rittenplanningen een grote rol. Bij rittenplanningen worden routes opgesteld en toegewezen aan vrachtwagens om zo goederen te vervoeren naar klanten.

Een goede rittenplanning kan bovendien bijdragen aan een betere klantenservice. Deze betere klantenservice kan onder andere worden veroorzaakt door het tijdig leveren of door een hoge betrouwbaarheid. In sommige bedrijven dient de rittenplanning niet meer puur als ondersteuning van het logistieke proces, maar wordt het meer en meer gebruikt om een hoger klantenserviceniveau te bereiken (den Bakker, 2012). Deze bedrijven gebruiken hun rittenplanning om een concurrentievoordeel te bereiken.

Kostenbesparingen, milieuoverwegingen en klantentevredenheid zijn dus de belangrijkste redenen waarom efficiënte en effectieve rittenplanningen belangrijk zijn. Er is nood aan optimalisatietechnieken die realistische en bijgevolg ook complexe rittenplanningsproblemen kunnen oplossen.

Klassieke rittenplanningsproblemen en rittenplanningsproblemen met tijdsvensters zijn al uitvoerig onderzocht in de laatste decennia. Rittenplanningsproblemen met andere complexe beperkingen

zijn echter nog niet zo vaak bestudeerd. Enkele voorbeelden van dergelijke complexe beperkingen zijn het gebruik van meerdere depots, rusttijden van de chauffeur en terugzendingen van goederen door klanten. Het is belangrijk dat overige beperkingen ook onderzocht worden, zodat de modellen realistischer worden en zo efficiëntere rittenplanningen opgesteld kunnen worden.

Daarnaast is het belangrijk dat de voorgestelde algoritmes snelle responstijden hebben. Dit betekent dat de tijd voor één iteratie zeer kort moet zijn. Dit is belangrijk omdat de inputdata van rittenplanningssystemen dynamisch is en op het laatste moment nog kan veranderen (Goel & Volker, 2008). Bedrijven, zoals bijvoorbeeld Albert Heijn, proberen immers steeds dichterbij de realiteit te plannen in plaats van gebruik te maken van voorspellingen (Ahold stapt over op dynamische transportplanning, 2011). Dit doen ze om een grotere flexibiliteit en betere benutting van de transportcapaciteit te bekomen.

In de laatste decennia werden verschillende optimalisatietechnieken toegepast op rittenplanningsproblemen (bijvoorbeeld branch-and-bound, branch-and-cut en branch-en-price). Ondanks het gebruik van deze technieken zijn er verschillende complexe beperkingen waardoor het moeilijk en tijdrovend is om rittenplanningsproblemen exact op te lossen en onderzoekers verplicht worden om te grijpen naar heuristische en metaheuristische (Ceselli et al., 2009).

Recent is er veel literatuur te vinden over rittenplanningsproblemen met één beperking, maar oplossingsmodellen voor problemen met meerdere complexe beperkingen zijn schaars. In deze thesis wordt rekening gehouden met twee complexe beperkingen, namelijk het multi-depot rittenplanningsprobleem met een heterogene vloot. In de standaardversie van het rittenplanningsprobleem wordt een homogene vloot van voertuigen samen met één depot beschouwd. Hierbij heeft elk voertuig dezelfde capaciteit en moet elk voertuig vertrekken en aankomen aan hetzelfde depot (Li, Golden en Wasil, 2006).

Het rittenplanningsprobleem met heterogene vloot is een variant van dit klassieke probleem waarin klanten bediend worden door een heterogene vloot van voertuigen met verschillende capaciteiten, vaste kosten en eenheidsvariabele kosten (Gendreau, Laporte, Musaraganyi en Taillard, 1999). De meeste bedrijven die transport gebruiken in hun supply chain maken tegenwoordig gebruik van verschillende voertuigtypes. Bedrijven hebben verschillende soorten voertuigen nodig omwille van de kenmerken van hun klanten. Grote voertuigen zijn immers meer geschikt om klanten met grote bestellingen te bedienen. Anders zou de bestelling immers in twee keer geleverd moeten worden, wat leidt tot hogere kosten. Kleinere voertuigen zijn daarentegen meer geschikt om kleinere hoeveelheden te leveren. Bovendien kunnen deze ook gebruikt worden om klanten met toegangsbeperkingen te bedienen (Brandão, 2011). Van Gansewinkel is hier een voorbeeld van, dit bedrijf maakt gebruik van minstens vijf verschillende soorten vrachtwagens om zo alle types van containers van hun klanten te kunnen ledigen. Het belang van deze beperking uit zich dus in de grote aanwezigheid in de praktijk.

Het rittenplanningsprobleem met meerdere depots is een andere variant van het klassieke rittenplanningsprobleem. Veel bedrijven maken gebruik van meerdere depots aangezien ze



hierdoor flexibeler en dichter bij de klant zijn. Voertuigen zijn in dit geval bovendien minder lang onderweg en kunnen dus sneller reageren op de vraag. Bijgevolg heeft het MDVRP (Multi-Depot Vehicle Routing Problem) ook een belangrijk economisch belang.

De combinatie van de grote aanwezigheid van het MDVRP met heterogene vloot in de praktijk en de schaarsheid van oplossingsmodellen in de literatuur zorgt ervoor dat de studie naar heuristieken voor dit gecombineerde probleem verantwoord is.

## 1.2 Centrale onderzoeksvraag

In deze thesis wordt op zoek gegaan naar een heuristiek die op een snelle manier zorgt voor een bijna optimale oplossing voor rittenplanningen met meerdere depots en met een heterogene vloot van voertuigen. Het doel is niet om de optimale oplossing te verkrijgen maar om op een snelle manier een zo goed mogelijke benadering van de optimale oplossing te verkrijgen. De centrale onderzoeksvraag luidt als volgt: *"Welke heuristiek kan gebruikt worden om op een snelle manier een bijna optimale oplossing te verkrijgen bij het rittenplanningsprobleem, rekening houdend met meerdere depots en een heterogene vloot van voertuigen?"*

## 1.3 Deelvragen

Om tot een goed antwoord op de centrale onderzoeksvraag te komen, wordt de onderzoeksvraag onderverdeeld in een aantal deelvragen. Het beantwoorden van deze deelvragen is noodzakelijk om tot een antwoord op de centrale onderzoeksvraag te komen. Deze thesis zal starten met een bondige beschrijving van de bestaande complexe beperkingen in zogenaamde *"Rich VRPs"*. Dit zijn rittenplanningsproblemen waarbij rekening wordt gehouden met meerdere beperkingen, zoals meerdere depots, tijdsvensters, heterogene vloot, etc. Wegens het grote aantal beperkingen is het belangrijk om een globaal beeld te krijgen van welke beperkingen er reeds onderzocht zijn en welke oplossingsmodellen hierbij voorgesteld worden. Bijgevolg is de eerste deelvraag: *"Welke complexe beperkingen worden in rekening gebracht bij recente "rich VRPs"?"*

Na deze bondige beschrijving zal gefocust worden op het rittenplanningsprobleem met meerdere depots en een heterogene vloot van voertuigen. Eerst zal een definitie van de verschillende beperkingen apart en van het gecombineerde probleem gegeven worden. Tevens zullen de bijkomende moeilijkheden van de beperkingen op het rittenplanningsprobleem besproken worden. De deelvraag hieromtrent luidt: *"Wat houden de beperkingen in? Welke moeilijkheden brengen de beperkingen met zich mee?"*. Deze deelvraag wordt verder opgesplitst zodat elke beperking zijn eigen deelvraag heeft:

- *Wat is een heterogene vloot?*
- *Wat houdt de beperking van meerdere depots in?*
- *Wat is een VRP met meerdere depots en heterogene vloot?*

Vervolgens zal nagegaan worden welke heuristieken er reeds bestaan om de eerder vermelde rittenplanningsproblemen op te lossen. De belangrijkste varianten van oplossingsmodellen worden beschreven. De deelvraag wordt als volgt geformuleerd: "*Welke oplossingsmodellen worden voorgesteld in de literatuur?*". Analooq met de vorige deelvraag wordt deze vraag opgesplitst:

- *Welke oplossingsmodellen bestaan er voor een VRP met heterogene vloot?*
- *Welke oplossingsmodellen bestaan er voor een VRP met meerdere depots?*
- *Welke oplossingsmodellen bestaan er voor een VRP met meerdere depots en heterogene vloot?*

Ten slotte worden verschillende voorbeelden zelf opgelost met een heuristiek. Hiervoor zullen eerst de gebruikte voorbeeld met alle beperkingen opgesteld en beschreven moeten worden. Vervolgens zal getracht worden om de voorbeelden zo goed mogelijk op te lossen aan de hand van een heuristiek. De verkregen oplossing zal vergeleken worden met de optimale oplossing zodat de kwaliteit van het model nagegaan kan worden. De laatste deelvraag luidt als volgt: "*Hoe kan een MDVRP met heterogene vloot worden opgelost?*". Aangezien uit de verkennende literatuurstudie bleek dat eerst een initiële oplossing opgesteld wordt en dat daarna getracht wordt om deze oplossing te verbeteren, zal deze deelvraag opgesplitst worden in twee vragen:

- *Hoe kan een initiële oplossing gevonden worden?*
- *Hoe kan deze oplossing verbeterd worden?*

#### 1.4 Onderzoekopzet / onderzoeksmethoden

Eerst zal een korte en bondige literatuurstudie gehouden worden om na te gaan welke complexe beperkingen er reeds bestaan en welke oplossingsmodellen hiervoor gebruikt worden. Vervolgens zal een grondige literatuurstudie nodig zijn, zodat kan onderzocht worden welke bestaande oplossingsmodellen voor het rittenplanningsprobleem met meerdere depots en/of heterogene vloot er reeds bestaan en welke de laatste trends hierin zijn. Aangezien deze thesis zal handelen over een rittenplanningsprobleem waarbij twee beperkingen worden gecombineerd, zullen eerst beide beperkingen apart onderzocht worden. Eerst worden dus modellen onderzocht voor het MDVRP en dan modellen voor het HFVRP (Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem). Dit zal zorgen voor een voldoende begrip van beide subproblemen, wat zal bijdragen tot het vinden van een betere heuristiek voor het gecombineerde probleem. Hierna zal nagegaan worden welke oplossingsmodellen er reeds bestaan voor het gecombineerde rittenplanningsprobleem: een MDVRP met heterogene vloot.

Na deze grondige literatuurstudie zullen enkele oplossingsmethodes uit de literatuur met elkaar vergeleken worden door deze toe te passen op vier numerieke voorbeelden. Deze oplossing wordt nadien ook vergeleken met de optimale oplossing die via het optimalisatieprogramma AIMMS verkregen wordt.

## 2. Literatuurstudie

---

In dit hoofdstuk wordt de literatuur over rittenplanningen besproken. Er wordt begonnen met een korte bespreking van de verschillende beperkingen die bestaan in rittenplanningsproblemen. Vervolgens wordt geconcentreerd op het rittenplanningsprobleem met meerdere depots en met een heterogene vloot van voertuigen. De definitie, moeilijkheden en oplossingsmodellen van respectievelijk meerdere depots, heterogene voertuigen en een combinatie van beiden worden besproken in de rest van dit hoofdstuk.

### 2.1 Complexe beperkingen in rittenplanningen

Het standaard *vehicle routing problem* (VRP) kan voorgesteld worden door een bedrijf te beschouwen met een depot op een bekende locatie en met onbeperkte capaciteit, een vloot voertuigen met bekende capaciteit en een verzameling klanten met een bekende vraag en locatie. Over het algemeen zal de vraag van de klanten groter zijn dan de capaciteit van een voertuig. Daarom is er meer dan één voertuig nodig om de producten te vervoeren naar de klanten. In het VRP moet bepaald worden welke klanten bediend worden door welke voertuigen alsook de volgorde van bediening van de klanten. Elke klant moet bovendien door exact één voertuig bediend worden. Het doel in dit probleem is vaak om de totale afstand, tijd of kosten te minimaliseren.

Er moet opgemerkt worden dat het rittenplanningsprobleem NP-hard is, wat betekent dat een efficiënt algoritme om het probleem te optimaliseren niet beschikbaar is. Dit leidt ertoe dat oplossen via een exact algoritme tijdrovend en rekenkundig heel moeilijk is. Daarom dienen heuristische en meta-heuristische gebruikt te worden (Mirabi, Fatemi Ghomi en Jolai, 2010).

Heel wat beperkingen en extra eigenschappen worden in rekening gebracht bij het opstellen en oplossen van complexe VRPs. Dit is nodig om een hoger niveau van detail en beslissingskeuzes te bekomen. Bovendien komen deze complexe VRPs ook meer overeen met de realiteit. Deze bijkomende attributen kunnen betrekking hebben op complexere systeemstructuren (bijvoorbeeld meerdere depots), klantenvereisten (bijvoorbeeld multi-period visits), regels in verband met de werking van voertuigen (bijvoorbeeld routebeperkingen) en de beslissingscontext (bijvoorbeeld een langere planningshorizon).

Vidal, Crainic, Gendreau en Prins (2013) hebben een samenvatting gemaakt van de verschillende attributen die vaak gebruikt worden in VRPs. De auteurs maken hierbij een onderscheid tussen drie klassen van attributen op basis van de impact op drie aspecten van problemen die opgelost dienen te worden: de toewijzing van klanten en ritten aan hulpmiddelen (ASSIGN), de keuze met betrekking tot de volgordebepaling (SEQ) en de evaluatie van vaste volgordes (EVAL).

De eerste klasse van attributen, ASSIGN, heeft betrekking op de toewijzing van een beperkt aantal hulpmiddelen zoals bijvoorbeeld voertuigen of depots. Een eerste soort attribuut die tot deze klasse behoort is het beschouwen van meerdere depots waarbij beslist moet worden welke klanten

bediend worden door welke depots. Een volgend attribuut is een heterogene vloot van voertuigen, dit wil zeggen dat het bedrijf gebruikt maakt van diverse soorten voertuigen die verschillen in capaciteit en kosten. Verder zijn er ook "meerdere perioden VRPs" (MPVRP) waarbij een tijdsdimensie in het VRP wordt ingevoerd. Voertuigen bedienen een verzameling klanten over meerdere periodes. Dit heeft als gevolg dat beslissingen meerdere tijdsperiodes overspannen en dat beslissingen in één periode een impact kunnen hebben op resultaten in andere perioden. Gesplitste leveringen zijn ook mogelijk, hierbij kunnen klanten bediend worden door meerdere voertuigen. Dit is nodig als de vraag van een klant groter is dan de capaciteit van het voertuig. Een laatste attribuut in deze klasse is de beloningsincassering. Bij sommige klanten zijn diensten optioneel maar worden deze wel beloond aan de hand van bijvoorbeeld een geldprijs. In dit geval zijn er dan twee subverzamelingen – klanten waarbij de dienst wordt uitgevoerd en klanten waarbij de dienst wordt weggelaten.

SEQ-attributen hebben een directe invloed op de aard en de structuur van ritten. Een eerste attribuut in deze verzameling zijn terugzendingen. In deze VRP worden de klanten verdeeld in twee groepen – klanten die goederen besteld hebben en klanten die goederen terugzenden. In dit probleem moeten eerst alle goederen geleverd worden aan de klanten voordat teruggezonden goederen worden opgehaald. Daarnaast is er ook een VRP met ophaling en levering waarbij goederen op bepaalde locaties opgehaald dienen te worden en op andere locaties afgeleverd moeten worden. Alle goederen moeten opgehaald zijn vooraleer er goederen geleverd kunnen worden. Een laatste voorbeeld is een VRP met meerdere trips waarbij een voertuig meerdere keren langs het depot kan rijden om te laden of te lossen.

De laatste klasse bevat EVAL-attributen welke een impact hebben op een groot aantal evaluatie- en beperkingscontroles die uitgevoerd moeten worden wanneer de route-inhoud en volgordes eenmaal gekozen zijn. Het meest onderzochte voorbeeld hiervan zijn tijdsvensters waarbij klanten bediend moeten worden tussen bepaalde tijdsvensters. In een tijdsafhankelijke VRP wordt rekening gehouden met het feit dat reistijden afhangen van de vertrekdatum of -tijd. Andere tijdsattributen zijn snelheidskeuzes, wachttijdbeperkingen en meerdere tijdsvensters. Daarnaast zijn er ook nog VRPs die rekening houden met de reguleringen omtrent langeafstandstransport. Deze wetten zorgen voor ingewikkelde regels die betrekking hebben op rij- en rusttijden van chauffeurs. Een andere soort EVAL-attribuut zijn de 2D en 3D ladingsbeperkingen. Hierbij wordt gekeken naar de tweedimensionale en driedimensionale verpakking van goederen en hoe deze het best geladen en gelost worden. Tenslotte is er ook nog de open VRP waarbij het voertuig niet terugkeert naar de depot nadat alle klanten bediend zijn. Dit kan het geval zijn wanneer werknemers bijvoorbeeld hun eigen voertuig gebruiken om klanten te bedienen. In de paper van Vidal et al. (2013) wordt dieper in gegaan op al deze attributen en wordt ook verwezen naar papers waarin oplossingsmodellen voor deze attributen uitgewerkt zijn.

Vanaf nu zal gefocust worden op twee specifieke beperkingen, namelijk een heterogene vloot en meerdere depots. Om te begrijpen wat de beperkingen precies inhouden zal eerst een definitie gegeven worden van elke beperking. Vervolgens worden ook de voorgestelde oplossingsmodellen uit de literatuur kort besproken.

## 2.2 Heterogene vloot

### 2.2.1 Definitie

Een heterogene vloot houdt in dat klanten bediend worden door voertuigen met verschillende capaciteiten, vaste kosten en variabele kosten (Gendreau et al., 1999). In de literatuur worden drie versies van deze beperking gegeven (Choi en Tcha, 2006). De eerste versie houdt geen rekening met de variabele kosten maar wel met de vaste kosten en het verschil in capaciteit tussen de voertuigen. De tweede versie houdt naast de vaste kosten ook rekening met de variabele kosten. Deze variabele kosten zijn afhankelijk van het type voertuig. Bovendien wordt er bij deze twee versies geen limiet gesteld op het aantal beschikbare voertuigen van elke soort. De laatste versie houdt ook rekening met zowel de variabele als de vaste kosten, maar het aantal beschikbare voertuigen van elk type wordt gelimiteerd.

Bij de tweede versie dient de grootte en de samenstelling van het wagenpark bepaald te worden. Dit soort probleem doet zich voor wanneer er nog geen voertuigen zijn aangekocht door het bedrijf en dit is eigenlijk een combinatie van tactische beslissingen – bepalen hoeveel voertuigen aangekocht dienen te worden – en operationele beslissingen – ritten opstellen en voertuigen toewijzen aan ritten. Het is dus vooral belangrijk in termen van investeringsbeslissingen (Prins, 2009). Bij de laatste versie wordt beslist hoe het beste gebruik te maken van de beschikbare voertuigen. Dit is dus een louter operationele beslissing. Bij deze versie kan het bovendien ook mogelijk zijn dat er geen optimale oplossing gevonden kan worden, omdat het bedrijf niet over voldoende voertuigen beschikt. In dit geval kan het nodig zijn om extra voertuigen aan te kopen of te huren. De laatste versie is de meest realistische van de drie maar levert bijgevolg het meest ingewikkelde rittenplanningsprobleem op.

Een heterogeen rittenplanningsprobleem (HVRP) kan kort als volgt beschrijven:

Beschouw een distributiebedrijf met één centraal depot en meerdere klanten waarvan de individuele vraag telkens gekend is. Elke klant wordt exact één keer bezocht door een voertuig. Er zijn diverse soorten voertuigen met elk een verschillende capaciteit, vaste kost en variabele kost. Het aantal beschikbare voertuigen van elk type kan ongelimiteerd of beperkt zijn, afhankelijk van het soort probleem. In deze thesis zal een rittenplanningsprobleem met een onbeperkt aantal voertuigen van elke soort beschouwd worden. De gekozen versie komt immers het vaakst voor in de literatuur. Bovendien laat deze - in tegenstelling tot de versie met een beperkt aantal voertuigen - steeds toe om een optimale oplossing te vinden. Daarnaast is de gekozen versie ook minder complex.

### 2.2.2 Oplossingsmodellen

In Tabel 1 is een korte samenvatting te vinden van de bestaande literatuur omtrent HVRPs, waar een onderscheid gemaakt worden tussen de drie soorten HVRPs. De voorgestelde oplossingsmodellen worden afzonderlijk besproken per type HVRP.

**Tabel 1: Literatuur HVRP**

|               | Auteurs                | Jaartal                        | Oplossingsmodel   |
|---------------|------------------------|--------------------------------|---|
| Type 1        | Golden et al.          | 1984                           | Saving-based en giant tour                                    |
|               | Desrochers en Verhoog  | 1991                           | Saving-based  |
|               | Ochi et al.            | 1998                           | Genetisch algoritme   |
|               | Renaud en Boctor       | 2002                           | Sweep algoritme   |
| Type 2        | Salhi et al.           | 1992                           | Saving-based  |
|               | Gendreau et al.        | 1991                           | Tabu search   |
|               | Wassan en Osman        | 2002                           | Reactive tabu search  |
|               | Choi en Tcha           | 2007                           | Kolom generatie-methode en dynamisch programmeren             |
|               | Paraskevopoulos et al. | 2007                           | Hybride heuristiek (Tabu search en VNS)                       |
|               | Lee et al.             | 2008                           | Tabu search en set partitioning                               |
|               | Imran et al.           | 2009                           | VNS   |
| Pessoa et al. | 2009                   | Branch-cut-and-price algoritme |   |
| Type 3        | Taillard               | 1999                           | Lineair programmeren  |
|               | Tarantilis et al.      | 2004                           | Threshold accepting   |
|               | Li et al.              | 2007                           | Record-to-record travel algoritme                             |
|               | Brandao                | 2011                           | Tabu search   |
|               | Prins                  | 2009                           | Hybride genetisch algoritme (met local search)                |
|               | Subramanian et al.     | 2012                           | Hybride algoritme (iterated local search en set partitioning) |
|               | Penna et al.           | 2013                           | Iterated local search   |

### 2.2.2.1 Type 1

Deze eerste versie van het HVRP houdt - naast de verschillen in capaciteit - enkel rekening met de verschillen in vaste kosten tussen de verschillende soorten voertuigen. Het zijn vooral oudere studies die deze versie bestudeerden. Hiervoor werd onder andere een *saving-based* heuristiek voorgesteld, onder meer door Golden, Assad, Levy en Gheysens (1984) en Desrochers en Verhoog (1991). Ochi, Vianna, Drummond en Victor (1998) geven een genetisch algoritme om dit probleem op te lossen. Dit genetisch algoritme wordt gehybridiseerd met een *scatter search*.

Renaud en Boctor (2002) beschrijven een sweep-algoritme om het probleem op te lossen. Er wordt eerst een grote verzameling van goede ritten geproduceerd en vervolgens worden die ritten gekozen die voldoen aan de beperkingen van het probleem en bovendien ook nog aan de laagste kost uitgevoerd kunnen worden. In deze paper wordt bovendien verondersteld dat een grotere capaciteit van het voertuig ook een hogere vaste kost met zich meebrengt. Daarnaast wordt er rekening gehouden met de maximum reistijd van elke voertuigsoort. De totale reistijd, dit is de reistijd samen met de bedieningstijd, mag niet groter zijn dan deze maximum reistijd van elk voertuig.

### 2.2.2.2 Type 2

De tweede versie houdt - naast de verschillen in vaste kosten en capaciteit - ook rekening met de verschillen in variabele kosten. Bovendien wordt verondersteld dat het aantal voertuigen van elk type ongelimiteerd is. Deze laatste veronderstelling houdt in dat er gezocht dient te worden naar de best mogelijke voertuigencompositie en niet naar het beste gebruik van een gegeven voertuigenvloot waar het bedrijf over beschikt. Salhi, Sari, Saidi en Touati (1992) stelden een *saving-based* heuristiek voor om dit probleem op te lossen.

Vanaf 1999 werd dit type VRP frequent onderzocht. Vaak wordt een tabu search heuristiek voorgesteld om dit probleem op te lossen, onder andere door Gendreau, Laporte, Musaraganyi en Taillard (1999). Het voorgestelde algoritme is redelijk complex. De tabu search heuristiek in deze paper maakt gebruik van GENIUS, een insertieheuristiek die ontwikkeld is voor het *Traveling Salesman Problem* (TSP). Daarnaast zit er in het algoritme een *Adaptive Memory Procedure* (AMP), waarbij in elke stap een aantal elementen uit het geheugen worden gehaald om de beste structuren hiervan te combineren en zo nieuwe oplossingen te genereren die verbeterd kunnen worden aan de hand van heuristieken. De auteurs vermelden bovendien dat het HVRP moeilijk op te lossen is aan de hand van een *local search* techniek aangezien deze techniek de neiging heeft om te bewegen naar een lokaal optimum met de verkeerde vlootcompositie. De auteurs hebben dit omzeild door gebruik te maken van een mechanisme waarbij de vloot steeds veranderd wordt.

Wassan en Osman (2002) gebruiken heuristieken die gebaseerd zijn op nieuwe varianten van tabu search. Er wordt getracht om de optimale vlootcompositie te vinden samen met de overeenkomstige verzameling van ritten zodat de totale variabele en vaste kosten geminimaliseerd worden. Bij deze heuristiek wordt eerst op zoek gegaan naar een initiële oplossing, deze wordt snel bekomen door gebruik te maken van de methode van Clarke en Wright (1964). Voor elk voertuigtype worden meerdere initiële oplossingen gegenereerd. Hierna wordt de beste initiële oplossing van allemaal geselecteerd. Vervolgens wordt deze initiële oplossing verbeterd door de voorgestelde Tabu Search algoritmen.

Choi en Tcha (2006) stellen een algoritme voor gebaseerd op kolomgeneratie. Paraskevopoulos, Repoussis, Tarantilis, Ioannou en Prastacos (2007) beschrijven een hybride heuristiek gebaseerd op tabu search en *Variable Neighbourhood Search* (VNS). Bovendien wordt in dit probleem rekening gehouden met tijdsvensters.

Lee, Kim, Kang en Kim (2008) maken gebruik van een aangepaste *sweep* methode om een initiële oplossing te vinden voor dit VRP. Vervolgens worden tabu search en *set partitioning* problemen gebruikt om deze oplossing te verbeteren.

Imran, Salhi en Wassan (2009) maken gebruik van een *Variable Neighbourhood Search* (VNS) heuristiek. Om de initiële oplossing te vinden construeren ze eerst een grote rit met behulp van het sweep algoritme van Gillett en Miller (1974), vervolgens wordt deze rit verbeterd aan de hand van de heuristiek van Lin (1965) en als laatste wordt het algoritme van Dijkstra (1959) toegepast om

de overeenkomstige optimale grootte van de voertuigenvloot te vinden. Er moet opgemerkt worden dat deze methode niet toegepast kan worden om een initiële oplossing te vinden indien het aantal voertuigen van elke soort beperkt is.

Pessoa, Uchoa en de Aragão (2009) gebruiken een robuust branch-cut-and-price algoritme. Er wordt verondersteld dat de variabele eenheidskosten van de verschillende voertuigtypes allemaal hetzelfde zijn maar er wordt wel opgemerkt dat indien dit niet het geval is, het voorgestelde algoritme maar lichtjes aangepast dient te worden. De gelijkstelling van variabele kosten dient dus louter ter vereenvoudiging. Er wordt getracht om de totale som van variabele en vaste kosten te minimaliseren.

### 2.2.2.3 Type 3

De laatste versie houdt zowel rekening met de verschillen in capaciteit, vaste kosten en variabele kosten als met een beperkt aantal voertuigen van elke soort. Dit houdt in dat er getracht wordt om optimaal gebruik te maken van het beschikbaar wagenpark. Taillard (1999) onderzocht dit probleem en gebruikt een AMP om een groot aantal ritten te produceren. Vervolgens wordt lineair programmeren gebruikt om hieruit de beste oplossing te vinden.

Het voorgesteld model van Tarantilis, Kiranoudis en Vassiliadis (2004) maken gebruik van een *threshold accepting* algoritme dat BATA genoemd wordt. BATA is een metaheuristiek gebaseerd op local search waarbij bewegingen naar oplossingen met hoge functiewaarden toegelaten worden om zo te kunnen ontsnappen van lokale minima. De initiële oplossing wordt verkregen door middel van volgende procedure: de klant met de grootste vraag wordt ingevoegd in de rit die uitgevoerd wordt door het voertuig met de grootste beschikbare capaciteit. Deze procedure wordt herhaald tot alle klanten in een rit zijn gevoegd. Andere methoden, zoals bijvoorbeeld de methode van Clarke en Wright (1964), bleken geen goede initiële oplossing te kunnen genereren omwille van het beperkt aantal voertuigen. Deze technieken hadden immers de neiging om een oplossing te genereren met een onmogelijke voertuigvlootcompositie.

Li, Golden en Wasil (2007) stellen een algoritme voor gebaseerd op het record-to-record travel algoritme. Er wordt gezocht naar buuroplossingen met een betere functiewaarde dan de bestaande oplossing. In dit algoritme worden geen tijdelijke oplossingen toegelaten die slechter zijn dan de bestaande oplossing.

Brandão (2011) stelt een tabu search heuristiek voor. De beginoplossing voor deze tabu search heuristiek wordt bekomen door een grote Traveling Salesman Problem tour te construeren die alle klanten bevat. Vervolgens wordt deze grote tour verdeeld in kleinere ritten. Er wordt getracht om, indien mogelijk, de voertuigen met de laagste capaciteit eerst te gebruiken.

Tenslotte worden er ook algoritmes voorgesteld die voor meerdere types van HVRPs gebruikt kunnen worden. Prins (2009) stelt zo twee genetische algoritmes voor, gehybridiseerd met een local search. Deze algoritmes kunnen zowel gebruikt worden bij een onbeperkt aantal voertuigen



van elke soort als bij een beperkt aantal. Het algoritme kan bovendien ook toegepast worden op problemen waarbij enkel de vaste kosten, enkel de variabele kosten of beide kosten tegelijk beschouwd worden.

Daarnaast is er een hybride algoritme voorgesteld door Subramanian, Penna, Uchoac en Ocho (2012). Het algoritme bestaat uit een *iterated local search* en een *set partitioning formulation*. Het algoritme wordt gebruikt om verschillende varianten van het VRP met heterogene vloot op te lossen, namelijk een beperkte vloot met vaste en variabele kosten, een beperkte vloot met enkel variabele kosten, een onbeperkte vloot met vaste en variabele kosten, een onbeperkte vloot met enkel vaste kosten en een onbeperkte vloot met enkel variabele kosten.

Penna, Subramanian en Ochi (2013) hebben recent een *Iterated Local Search* voorgesteld om varianten van het rittenplanningsprobleem op te lossen. Zowel problemen met vaste vlootgrootte als met een onbeperkte grootte worden bekeken. Bovendien kunnen enkel de vaste kosten, enkel de variabele kosten of beide kosten samen beschouwd worden.

### 2.2.3 Conclusie heterogene vloot

Als de literatuur over HVRPs chronologisch bekeken wordt, dan valt op dat oudere studies vooral HVRPs onderzochten waar enkel rekening gehouden werd met de vaste kosten. Vanaf 1999, maar vooral in de jaren 2000, werden variabele kosten frequent beschouwd. De beperking waarbij het aantal voertuigen van elke soort beperkt zijn, komt minder voor in de literatuur. Dit komt waarschijnlijk door de verhoogde moeilijkheid die deze beperking met zich meebrengt. Er zijn veel verschillende soorten oplossingsmodellen toegepast om het VRP met heterogene vloot op te lossen maar de tabu search heuristiek wordt het vaakst gebruikt.

Het HVRP met onbeperkte vloot, variabele en vaste kosten wordt het vaakst onderzocht. Bovendien stelden de meeste onderzoekers dit VRP op dezelfde manier voor, namelijk:

Beschouw  $G = (V, A)$  een gericht netwerk waar  $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$  de knooppuntenverzameling voorstelt en  $A = \{(v_i, v_j): v_i, v_j \in V, i \neq j\}$  de verzameling van bogen. Knooppunt  $v_0$  stelt een depot voor waar alle voertuigen gestationeerd zijn. De overige knooppunten stellen klanten of steden voor. Elke klant  $v_i$  heeft een non-negatieve vraag  $q_i$ . Er zijn verschillende soorten voertuigen. Hierbij stelt  $c_f^k$  de vaste kost van voertuigtype  $k$  voor,  $c_{ij}^k$  staat voor de variabele kost per afstandseenheid, en  $Q_k$  voor de capaciteit van het type voertuig. Er wordt verondersteld dat het aantal voertuigen van elke soort ongelimiteerd is. Met elke paar van klanten  $(v_i, v_j)$  komt een afstand  $c_{ij}$  overeen. Het HVRP bestaat erin om een verzameling ritten te ontwerpen, die elk starten en eindigen in hetzelfde depot, en op zo een manier zodat elke klant exact één keer bezocht wordt, de totale vraag van een rit niet groter is dan de capaciteit van het voertuig dat toegewezen wordt aan die rit en zodat de totale kosten geminimaliseerd worden.

## 2.3 Meerdere depots

### 2.3.1 Definitie

Het multi-depot rittenplanningsprobleem (MDVRP) houdt in dat meerdere depots gebruikt worden voor de opslag van goederen. Dit betekent dat beslist moet worden welke klanten bediend worden vanuit welke depots.

Het MDVRP kan als volgt beschreven worden:

Beschouw een distributiebedrijf met meerdere depots waarvan het aantal en de locaties vooraf bepaald zijn. Elke depot is groot genoeg om alle bestelde producten op te slaan. De locatie en de individuele vraag van elke klant zijn tevens gekend. Een reeks identieke voertuigen met beperkte capaciteit wordt gebruikt om de producten van de depots naar de klanten te vervoeren. Elke klant wordt exact één keer bezocht door een voertuig en elk voertuig start en eindigt in hetzelfde depot. Dit distributieprobleem wordt beschouwd als het MDVRP, waarbij er drie beslissingen zijn. Eerst worden klanten toegewezen aan één van de depots. Als een klant aan een bepaalde depot wordt toegewezen, dan betekent dit dat de bestelling van die klant vervoerd wordt vanuit dit specifieke depot. Dit wordt het toewijzingsprobleem genoemd. Vervolgens worden klanten gegroepeerd. Dit betekent dat klanten die aan eenzelfde depot zijn toegewezen worden verdeeld in groepen. Klanten in eenzelfde groep worden bediend door hetzelfde voertuig waarbij rekening gehouden wordt dat de capaciteitsbeperking niet geschonden wordt. De laatste beslissing betreft de volgorde van bediening van klanten in elke groep (Kuo en Wang, 2012).

### 2.3.2 Oplossingsmodellen

De literatuur omtrent het MDVRP is schaarser dan de literatuur rond VRPs met een heterogene vloot. Toch werden enkele heuristieken voorgesteld voor dit probleem. In Tabel 2 is een korte samenvatting te vinden van de bestaande literatuur omtrent MDVRPs. Deze tabel wordt hieronder uitgebreider besproken.

**Tabel 2: Literatuur MDVRP**

| Auteur            | Jaartal | Oplossingsmodel                            |
|-------------------|---------|--|
| Renaud et al.     | 1996    | Tabu search                                |
| Tgangiah en Salhi | 2001    | Genetisch algoritme                        |
| Polacek et al.    | 2004    | VNS  |
| Crevier et al.    | 2007    | Hybride heuristiek met tabu search         |
| Ho et al.         | 2008    | Hybride genetische algoritmes              |
| Liu et al.        | 2010    |  |
| Mirabi et al.     | 2010    | Hybride heuristiek met simulated annealing |
| Kuo en Wang       | 2012    | VNS  |

Renaud, Laporte en Boctor (1996) stellen een tabu search voor om het MDVRP op te lossen. Hierbij wordt eerst een initiële oplossing geproduceerd door elke klant toe te wijzen aan de dichtstbijzijnde depot. Daarna wordt het VRP opgelost voor elk depot apart. Vervolgens wordt tabu search gebruikt om een verbetering in de oplossing te verkrijgen. Het objectief in dit model is om de totale kosten te minimaliseren. Enkele bijkomende assumpties worden in rekening gebracht. Zo zijn het aantal voertuigen per depot beperkt en vast. Bovendien hoeven niet alle depots noodzakelijk gebruikt te worden. Daarnaast wordt nog een limiet gesteld op de totale duur van elke rit, waarbij zowel rekening gehouden wordt met de reistijd als de bedieningstijd.

Tgangiah en Salhi (2001) stellen een clustermethode voor op basis van een genetisch algoritme. Er wordt geen beperking gelegd op het aantal voertuigen in elk depot en op de capaciteit van de depots. De heuristiek tracht niet alleen de totale afstand te minimaliseren maar ook het aantal voertuigen wordt getracht zo klein mogelijk te houden.

Polacek et al. (2004) nemen in hun paper een MDVRP met tijdsvensters in beschouwing dat ze oplossen aan de hand van een VNS. De beginoplossing wordt gevonden door de klanten toe te wijzen aan de dichtstbijzijnde depots waarna in elke iteratie een local search wordt toegepast. Bovendien wordt eerst gekeken of de verkregen oplossing in iedere iteratie beter is dan de tot dan toe beste oplossing. Indien er sprake is van een verbetering dan wordt deze oplossing geaccepteerd als nieuw startpunt in de volgende iteratie.

Crevier, Cordeau en Laporte (2007) beschouwen een variant van het MDVRP waarbij voertuigen bijgevuld kunnen worden in tussenliggende depots die op hun route liggen. Om dit probleem op te lossen wordt gebruik gemaakt van het adaptieve geheugen principe, tabu search en integer programmeren. Er wordt verondersteld dat het aantal voertuigen beperkt is. Deze methode kan gebruikt worden om zowel de totale kost, reistijd of afstand te minimaliseren.

Ho, Ho en Ji (2008) beschrijven twee hybride genetische algoritmes voor het oplossen van een MDVRP waarin getracht wordt om de totale afstand te minimaliseren. De initiële oplossing in het eerste algoritme wordt op een probabilistische manier verkregen. In het andere algoritme worden de klanten gegroepeerd op basis van de afstand tussen de klanten en de depots. De constructie van ritten gebeurt in dit algoritme door het toepassen van de Clarke en Wright savingsmethode (1964) en het bepalen van de volgorde gebeurt aan de hand van van de dichtste-buur-heuristiek. Deze tweede methode bewees zich als een heuristiek die veel betere initiële oplossingen genereerde dan de probabilistische methode. In de volgende fasen wordt het verschil tussen beide methoden wel kleiner, maar het tweede algoritme blijft wel beter dan het eerste in termen van de kwaliteit van de oplossingen.

Mirabi et al. (2010) maken evenzeer gebruik van hybride heuristieken waarbij ze de drie beslissingen – groepering, rittenconstructie en volgordebepaling – trachten op te lossen. Om de initiële oplossing te verkrijgen worden de klanten eerst toegewezen aan de dichtstbijzijnde depot. Vervolgens worden klanten van eenzelfde depot toegewezen aan ritten door middel van de Clarke en Wright besparingsmethode (Clarke en Wright, 1964). De besparing waar hier rekening mee

gehouden wordt is de afstand afgelegd door de voertuigen om de klanten te bedienen. Als derde stap in het initialiseringsproces worden *Nearest-Neighbor Histograms* (NNH) gebruikt om de volgorde van de klanten te bepalen. Er wordt willekeurig met de eerste persoon gestart en vervolgens wordt vanuit dit punt de dichtstbijzijnde klant uit de groep van ongekozen klanten geselecteerd. Dit wordt herhaald tot alle klanten geselecteerd zijn en de volgorde van bediening dus bepaald is. Vervolgens gebruiken ze deterministische, stochastische en simulated annealing methoden om deze initiële oplossing te verbeteren. Op deze manier wordt getracht om de totale afstand te minimaliseren.

Liu, Jiang, Fung, Chen en Liu (2010) stellen een algoritme voor bestaande uit twee fasen om het MDVRP op te lossen. Het objectief hierbij is om het aantal bewegingen van lege voertuigen te minimaliseren en daarnaast ook de totale kost te minimaliseren. Hierbij wordt verondersteld dat het aantal voertuigen per depot beperkt is. Er wordt ook een maximumlengte op de rit van elke voertuig gelegd.

Kuo en Wang (2012) maken gebruik van de VNS-methode en houden bij het oplossen van het MDVRP rekening met de ladingskost. Zij wijzen de klanten toe aan een depot die dicht bij hun ligt op een probabilistische manier. Om deze probabilliteit te berekenen wordt de afstand van de klant tot een bepaalde depot vergeleken met de gemiddelde afstand van die klant tot alle depots. Indien de afstand groter is dan de gemiddelde afstand, dan is de kans gelijk aan nul en wordt de klant dus niet aan deze depot toegewezen. Indien de afstand kleiner is dan de gemiddelde afstand dan wordt een kans berekend om te beslissen of de klant aan deze depot toegewezen wordt of niet. Vervolgens worden klanten gegroepeerd, dit is nodig om te beslissen welke klanten door welk voertuig worden bediend. Hierbij wordt rekening gehouden met de capaciteit van het voertuig. De auteurs maken in deze stap gebruik van een Clockwise Search. In de laatste stap, waarbij de volgorde van klanten in één groep bepaald wordt, maken de auteurs gebruik van de Saving Method voorgesteld door Clark en Wright (1964).

Wat opvalt uit de literatuur over MDVRPs is dat de meeste auteurs de klanten in de toewijzingsfase toewijzen aan de dichtste depot om hun initiële oplossing te verkrijgen. Ho et al. (2008) merken op dat er verschillende objectieven kunnen zijn in het MDVRP. Zo kan er ook getracht worden om het aantal gebruikte voertuigen, de totale afstand of kost te minimaliseren. Meestal wordt echter getracht om de afgelegde afstand te minimaliseren. Dit objectief verschilt met het objectief bij het HVRP waarbij getracht wordt om de totale kost te minimaliseren. Doch moet opgemerkt worden dat er bij het MDVRP slechts één soort voertuig gebruikt wordt en dus zal een minimalisatie van de totale afstand in vele gevallen ook zorgen tot een minimalisatie van de kosten. Dit is echter niet altijd het geval, bijvoorbeeld wanneer er vaste kosten per voertuig zijn.

## 2.4 Rittenplanningsprobleem met meerdere depots en heterogene vloot

### 2.4.1 Definitie

Wanneer een VRP beschouwd wordt met zowel meerdere depots als een heterogene vloot van voertuigen dan zorgt dit voor een verhoogde complexiteit. Er moet immers bepaald worden welke voertuigen aan welk depot toegewezen worden. Analoog met het HVRP zijn er drie varianten van dit probleem. De eerste versie houdt enkel rekening met de verschillen in vaste kosten. De tweede versie houdt zowel rekening met de variabele kosten als met de vaste kosten. De laatste versie wordt nog uitgebreid door een beperking te zetten op het aantal voertuigen van elke soort.

### 2.4.2 Oplossingsmodellen

Literatuur omtrent heuristieken die zowel rekening houden met meerdere depots als met een heterogene vloot is schaars. In Tabel 3 is een korte samenvatting van de literatuur omtrent het VRP met meerdere depots en een heterogene vloot terug te vinden welke hieronder uitgebreider besproken zal worden.

**Tabel 3: Literatuur MDVRP met heterogene vloot**

| Auteur         | Jaartal | Oplossingsmodel                  |
|----------------|---------|----------------------------------|
| Salhi en Sari  | 1997    | multi-level composite heuristic  |
| Dondo et al.   | 2003    | Reactieve MILP                   |
| Dondo en Cerdá | 2007    | Reactieve MILP                   |
| Dondo en Cerdá | 2007    | Cluster gebaseerde optimalisatie |
| Ceselli et al. | 2009    | Kolom-generatie                  |
| Xu et al.      | 2012    | VNS                              |

In de paper van Salhi en Sari (1997) wordt een heuristiek bestaande uit drie niveaus voorgesteld. In het eerste niveau wordt een initiële oplossing gevonden, in het tweede niveau wordt geprobeerd om de oplossing in elke depot afzonderlijk te verbeteren en in het derde niveau worden tenslotte alle depots tegelijkertijd beschouwd. De klanten worden initieel toegewezen aan de dichtstbijzijnde depot. Vervolgens wordt voor elke depot bepaald hoeveel voertuigen van elke soort nodig zijn, het aantal voertuigen per soort is op voorhand immers onbeperkt. Om voertuigen toe te wijzen aan depots wordt gekeken naar capaciteit en naar kosten. Er wordt getracht om zo efficiënt mogelijk te werken. Daarna worden ritten per depot geconstrueerd. Uiteindelijk kunnen klanten verschoven worden naar andere depots, kunnen ritten opgesplitst of gecombineerd worden en kunnen andere verbeteringen uitgevoerd worden om de uiteindelijke oplossing te verbeteren.

Enkele assumpties werden opgesteld bij dit model. Zo wordt verondersteld dat er een beperkt aantal depots zijn met elk een ongelimiteerde capaciteit. Elke rit heeft bovendien ook nog een maximum afstand die niet overschreden mag worden. Het uiteindelijke doel is om de totale kost – vaste en variabele kosten – te minimaliseren. Aangezien dit de eerste keer was dat er onderzoek

gedaan werd naar dit gecombineerde probleem bestonden er nog geen benchmark instances. De auteurs maakten daarom gebruik van MDVRP oplossingen van Chao et al. (1993) en Renaud et al. (1994) die aangepast werden aan het MDVRP met heterogene vloot.

Verder hebben Dondo, Méndez en Cerdá (2003) nog een nieuwe MILP aanpak ontwikkeld om het MDVRP probleem met heterogene vloot op te lossen. Ze houden bovendien rekening met tijdsvensters en capaciteitsbeperkingen. Er wordt niet alleen getracht om de optimale route/volgorde te bepalen maar ook de optimale grootte van de voertuigenvloot. Het aantal voertuigen is op voorhand dus onbeperkt. Zowel met de vaste kosten, variabele kosten als capaciteit van de verschillende soorten voertuigen wordt rekening gehouden. Er wordt geen gebruik gemaakt van benchmark instances.

Dondo en Cerdá (2007b) beschouwden daarnaast nog een reactieve MILP-methode waarbij een VRP met tijdsvensters, heterogene vloot en meerdere depots wordt beschouwd. Hier wordt rekening gehouden met de verschillen in vaste kosten, variabele kosten en capaciteit van de voertuigen. Deze methode is afgeleid van het model voor de statische VRPTW met heterogene vloot en meerdere depots van Dondo en Cerdá (2005). Voertuigen kunnen op voorhand toegewezen worden aan klanten en aan depots maar dit is niet verplicht. Deze methode wordt reactief genoemd omdat het algoritme erop gericht is om een bestaande oplossing aan te passen zodat sneller betere oplossingen geproduceerd worden.

In dit model wordt getracht om de voorgestelde mathematische formule iteratief op te lossen binnen een locale optimalisatiestrategie tot er geen verbetering meer mogelijk is. Bij elke iteratie worden er beslissingen genomen omtrent toewijzing en volgordebepaling. Er wordt niet vermeld hoe de initiële oplossing gevonden wordt, er wordt gewoon vanuit gegaan dat deze gegeven is. Bij het voorbeeld vermeld in de paper halen de auteurs de initiële oplossing uit de hybride aanpak van Dondo en Cerdá (2005). Om de resultaten te testen maken ze gebruik van een aangepaste versie van Solomon instances (1987) waarbij ze nieuwe depots toevoegen en de capaciteiten van voertuigen aanpassen.

In de cluster gebaseerde optimalisatie methode onderzoeken Dondo en Cerdá (2007a) een VRP met tijdsvensters, meerdere depots en een heterogene vloot van voertuigen. Het voorgestelde model kan toegepast worden op een VRP met zowel een heterogene als een homogene vloot van voertuigen van vaste of variabele grootte. Bovendien kan het model gebruikt worden voor zowel problemen met één depot als met meerdere depots. De auteurs houden rekening met de verschillende capaciteit van voertuigen en met de vaste en variabele kosten die afhangen van het soort voertuig. Voertuigen worden niet op voorhand toegewezen aan depots. Het doel in dit onderzoek is om de totale kosten te minimaliseren.

In de eerste fase van dit oplossingsmodel worden de klanten in een klein aantal clusters opgedeeld. Elke cluster stelt een groep klanten voor. Dit dient ertoe om de formulering van het probleem te vereenvoudigen. Deze clusters worden bovendien zo geconstrueerd zodat de totale vraag van elke cluster kleiner is dan de capaciteit van één enkel voertuig. Het moet dus mogelijk zijn om slechts

één voertuig toe te wijzen aan elke cluster. Om de voertuigen te kiezen worden deze gerangschikt op basis van stijgende kost-efficiëntie waarden. De meest efficiënte voertuigen worden eerst gekozen. Er wordt hierbij gekeken naar de ratio van kosten en capaciteit van de verschillende voertuigen. Vervolgens wordt een MILP branch-and-bound toegepast zodat een optimale verzameling van ritten gevonden wordt voor de clusters. In de derde fase worden de ritten op clusterniveau dan opgesplitst naar ritten op klantenniveau. De auteurs introduceren bovendien een nieuwe benchmark instance. Deze benchmark instance is een aangepaste versie van de C-101 instance van Solomon voor homogene VRPTWs.

Daarnaast wordt nog een kolom-generatiemethode voorgesteld door Ceselli, Righini en Salani (2009). Er wordt rekening gehouden met tijdsvensters van depots en klanten, de maximum lengte en duur van elke rit en rij- en rusttijden. Bovendien bestaat er de mogelijkheid om bepaalde klanten over te slaan en gebruik te maken van koerierdiensten om deze klanten te bedienen. Tevens is het mogelijk om bepaalde bestellingen van klanten te verdelen over meerdere voertuigen. Daarnaast hoeven de voertuigen niet te eindigen in een depot, dit is dus een zogenaamde open VRP. Ook de totale kost is ingewikkelder dan in de voorgaande gevallen. In dit onderzoek wordt deze berekend op basis van de bezochte plaatsen, de afgelegde afstand, de voertuiglading en het aantal stops tijdens de rit. Aangezien dit model ontwikkeld werd voor een reëel bedrijf worden de oplossingen ook vergeleken met werkelijke instances die verkregen werden van het bedrijf.

Xu, Wang en Yang (2012) gebruikten recent een VNS om dit complexe VRP op te lossen. Hierbij veronderstellen ze dat het aantal voertuigen van elke soort beperkt is. Bovendien houden ze rekening met de tijdsvensters van de klanten. Ze vergelijken hun oplossingen met benchmark instances die door Golden werden voorgesteld. Om klanten toe te wijzen aan depots in de beginoplossing wordt rekening gehouden met de afstand van die klant tot het depot. Nadat de beginoplossing geconstrueerd is, worden herhalend betere oplossingen gezocht in de buurt van de bestaande oplossing.





## 3. Praktijkprobleem

---

In dit hoofdstuk wordt een rittenplanningsprobleem met heterogene voertuigen en meerdere depots geformuleerd. Eerst zal het probleem met zijn beperkingen, assumpties en doelstellingen in woorden en mathematisch omschreven worden. Vervolgens wordt dit probleem verder beschreven aan de hand van numerieke gegevens. Daarna wordt getracht om een goede oplossing te bekomen. Om deze oplossing te bekomen zal eerst nagegaan worden op welke manier een goede initiële oplossing gevonden kan worden. Nadien wordt getracht om deze initiële oplossing te verbeteren. Deze verkregen oplossing wordt uiteindelijk vergeleken met de optimale oplossing die via het optimalisatieprogramma AIMMS verkregen wordt.

### 3.1 Beschrijving probleem

Het rittenplanningsprobleem met meerdere depots en een heterogene vloot van voertuigen kan voorgesteld worden door een bedrijf te beschouwen met een beperkt aantal depots met elk een gekende locatie en onbeperkte capaciteit. Daarnaast beschikt het bedrijf over een vloot heterogene voertuigen waarbij de soorten voertuigen verschillen in capaciteit, vaste kosten en variabele kosten. Het aantal voertuigen van elke soort is ongelimiteerd. Dit komt overeen met het tweede type HVRP. Tenslotte is er ook nog een verzameling klanten met elk een gekende vraag en locatie. In dit probleem moet allereerst beslist worden hoeveel voertuigen van elke soort gebruikt dienen te worden. Bovendien moet bepaald worden welke voertuigen toegewezen worden aan welke depots. Daarnaast moet bepaald worden welke klanten bediend worden door welke voertuigen alsook de volgorde van bediening van de klanten. Elke klant moet bovendien door exact één voertuig bediend worden, het splitsen van leveringen is dus niet toegelaten. Elk voertuig start en eindigt in het toegewezen depot. De totale lading die toegewezen wordt aan een voertuig mag nooit groter zijn dan de capaciteit van dit voertuig. Het doel in dit probleem is om de totale kosten te minimaliseren. Deze totale kosten bestaan enerzijds uit vaste kosten zoals de kost van het voertuig en anderzijds uit variabele kosten zoals bijvoorbeeld benzinekosten.

Dit probleem komt het meest overeen met het probleem dat behandeld wordt door Salhi en Sari (1997). Het enige verschil is dat deze auteurs nog een limiet stellen op de maximum afstand die door een voertuig afgelegd mag worden. Overige auteurs (Dondo et al., 2003; Dondo en Cerdá, 2007a; Dondo en Cerdá, 2007b; Ceselli et al., 2009; Xu et al., 2012) die in deze thesis besproken werden en die het rittenplanningsprobleem met meerdere depots en een heterogene vloot van voertuigen onderzochten verschillen met het probleem in deze thesis doordat ze ook rekening houden met de tijdsvensters van klanten. Dit heeft als gevolg dat in deze onderzoeken ook rekening gehouden wordt met de reis- en dienstverleningstijden van de voertuigen. Bovendien bestaan de totale kosten naast de vaste kosten en de afstandsafhankelijke variabele kosten ook uit extra kosten die aangerekend worden indien het tijdsvenster van een klant geschonden wordt.

### 3.2 Wiskundige probleemformulering

Nadat het probleem in woorden is uitgelegd, wordt het nu mathematisch omschreven. De inleidende beschrijving is opgemaakt door formuleringen van zowel het HVRP (Gendreau et al., 1999; Wassan en Osman, 2002) als het MDVRP (Crevier et al., 2007; Renaud et al., 1996) te combineren. De formulering van de doelfunctie en de beperkingen is gebaseerd op de formuleringen van Dondo et al. (2003), Dondo en Cerdá (2007b), Liu et al. (2010) en Wu et al. (2002).

Het rittenplanningsprobleem bestaat uit  $n$  klanten en  $m$  depots. Beschouw een netwerk  $G = (V, A)$  waar  $V = \{1, \dots, n, n+1, \dots, n+m\}$  de knooppuntenverzameling voorstelt en  $A = \{(i, j): i, j \in V, i \neq j\}$  de verzameling van bogen. Verzameling  $V$  kan opgedeeld worden in twee subverzamelingen, namelijk  $C$  en  $D$ . Verzameling  $C = \{1, \dots, n\}$  is de verzameling van  $n$  klanten terwijl  $D = \{n+1, \dots, n+m\}$  de verzameling van  $m$  depots voorstelt. Elke klant  $i \in C$  heeft een nonnegatieve vraag  $q_i$ . Er zijn  $K$  voertuigen met elk een overeenstemmende vaste kost  $c_f^k$ . De transportkost van knooppunt  $i$  naar  $j$  voor voertuig  $k$  is  $c_{ij}^k$ . Elk voertuig  $k$  heeft bovendien een non-negatieve capaciteit  $Q_k$ .  $t_i$  is een variabele die de vertrektijd bij klant  $i$  weergeeft.

Daarnaast zijn er enkele binaire variabelen die gebruikt worden om het probleem met zijn beperkingen te formuleren. Deze variabelen kunnen enkel de waarden één of nul aannemen. Variabele  $x_{ij}^k$  krijgt de waarde één indien voertuig  $k$  rijdt over boog  $(i, j)$  in de optimale oplossing, anders krijgt deze de waarde nul.  $y_{ik}$  is een variabele die gelijk is aan één indien voertuig  $k$  gestationeerd wordt in depot  $i$ . Tenslotte geeft variabele  $x_{ik}$  aan of klant  $i$  bediend wordt door voertuig  $k$ . In dit geval krijgt deze de waarde één.

De doelfunctie die getracht wordt te minimaliseren ziet er als volgt uit:

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k=1}^K (c_{ij}^k \cdot x_{ij}^k) + \sum_{k=1}^K \left( \sum_{i \in D} y_{ik} \cdot c_f^k \right)$$

Het eerste deel van deze functie stelt de variabele kosten voor. Dit deel bestaat uit een binaire variabele  $x_{ij}^k$  die de waarde één krijgt indien voertuig  $k$  rijdt over boog  $(i, j)$  in de optimale oplossing. In dit geval wordt deze waarde vermenigvuldigd met een eenheidskost  $c_{ij}^k$  die afhangt van de afstand en het type voertuig dat gebruikt wordt. Het tweede deel bestaat uit de vaste kost voor voertuig  $k$ , namelijk  $c_f^k$ , die vermenigvuldigd wordt met een binaire variabele  $y_{ik}$ . Deze variabele krijgt de waarde één indien voertuig  $k$  toegewezen wordt aan depot  $i$ . In het andere geval is deze variabele gelijk aan nul en wordt er dus geen vaste kost aangerekend. De som van deze variabele en vaste kosten wordt geminimaliseerd.

Daarnaast zijn er nog enkele beperkingen waarmee rekening gehouden moet worden. Deze beperkingen worden hieronder besproken.

### Voertuigen toewijzen aan depots

$$\sum_{i \in D} y_{ik} \leq 1 \quad \forall k = 1, \dots, K$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in D, k = 1, \dots, K$$

Elk voertuig kan slechts in één depot gestationeerd worden.  $y_{ik}$  is een binaire variabele die gelijk is aan één indien voertuig  $k$  gestationeerd wordt in depot  $i$ . Indien voertuig  $k$  gebruikt wordt, zal de waarde van de sommatie gelijk moeten zijn aan één.

### Voertuigen toewijzen aan klanten

$$\sum_{k=1}^K x_{ik} = 1 \quad \forall i \in C$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in C, k = 1, \dots, K$$

Elke klant wordt bediend door exact één voertuig. Dit betekent dat het splitsen van leveringen niet is toegelaten. Deze beperking wordt voorgesteld door een binaire variabele  $x_{ik}$  die gelijk is aan één indien klant  $i$  bediend wordt door voertuig  $k$ .

### Capaciteitsbeperkingen voertuig

$$\sum_{i \in C} (q_i * x_{ik}) \leq C_k * \left( \sum_{i \in D} y_{ik} \right)$$

De totale lading die toegewezen wordt aan een voertuig moet kleiner zijn dan de capaciteit van dat voertuig. Het linkerdeel van deze beperking bestaat uit de totale vraag van de klanten die bediend worden door voertuig  $k$ . Het rechterdeel van de beperking wordt gevormd door de capaciteit van voertuig  $k$  en door een binaire variabele die gelijk is aan één indien dit voertuig toegewezen werd aan een depot.

### Start en einde in hetzelfde depot

$$\sum_{j \in C} x_{ij}^k = \sum_{j \in C} x_{ji}^k \quad i \in D, k = 1, \dots, K$$

Als voertuig  $k$  toegewezen wordt aan depot  $i$ , dan dient het voertuig te starten en eindigen in dit depot. De binaire variabele  $x_{ij}^k$  is gelijk aan één indien voertuig  $k$  van depot  $i$  naar klant  $j$  gaat. Analoog geeft de binaire variabele  $x_{ji}^k$  aan of voertuig  $k$  van klant  $j$  naar depot  $i$  gaat. Indien voertuig  $k$  toegewezen is aan depot  $i$ , dienen beide leden gelijk te zijn aan één. In het andere geval dienen ze allebei gelijk te zijn aan nul.

### Link tussen binaire variabelen

$$\sum_{j \in V} x_{ij}^k = x_{ik} \quad \forall i \in C, k = 1, \dots, K$$

$$\sum_{j \in C} x_{ij}^k = y_{ik} \quad \forall i \in D, k = 1, \dots, K$$

Deze beperkingen zorgen ervoor dat de binaire variabelen aan elkaar gelinkt worden. De eerste beperking vereist dat indien voertuig  $k$  gebruikt wordt om klant  $i$  te bedienen, voertuig  $k$  in de optimale oplossing effectief langs klant  $i$  rijdt. Dit wil zeggen dat voertuig  $k$  in de optimale oplossing over boog een  $(i,j)$  moet gaan met  $j \in V$ .  $j$  kan dus een klant of een depot voorstellen.

De tweede beperking toont dat indien voertuig  $k$  gestationeerd wordt in depot  $i$ , dit voertuig effectief moet rijden van dit depot naar een klant. In de optimale oplossing moet voertuig  $k$  dus rijden over een boog  $(i, j)$  met  $j \in C$ .

### Flow Conservation

$$\sum_{j \in V} x_{ij}^k = \sum_{j \in V} x_{ji}^k \quad \forall i \in V, k = 1, \dots, K$$

Deze beperking veronderstelt dat indien een voertuig toekomt bij een klant of een depot, dit voertuig daar ook moet vertrekken. Deze beperking is analoog met de beperking die stelt dat indien een voertuig vertrekt vanuit een bepaald depot het voertuig daar ook moet eindigen. Het enige verschil is dat deze beperking geldt voor alle knooppunten en dus niet enkel voor de depots. De beperking omtrent het starten en eindigen in hetzelfde depot zit dus vervat in deze *Flow Conservation* beperking.

### Subtour elimination

$$t_i + c_{ij} \leq t_j + M \left( 1 - \sum_k x_{ij}^k \right) \quad \forall i \in V, j \in C$$

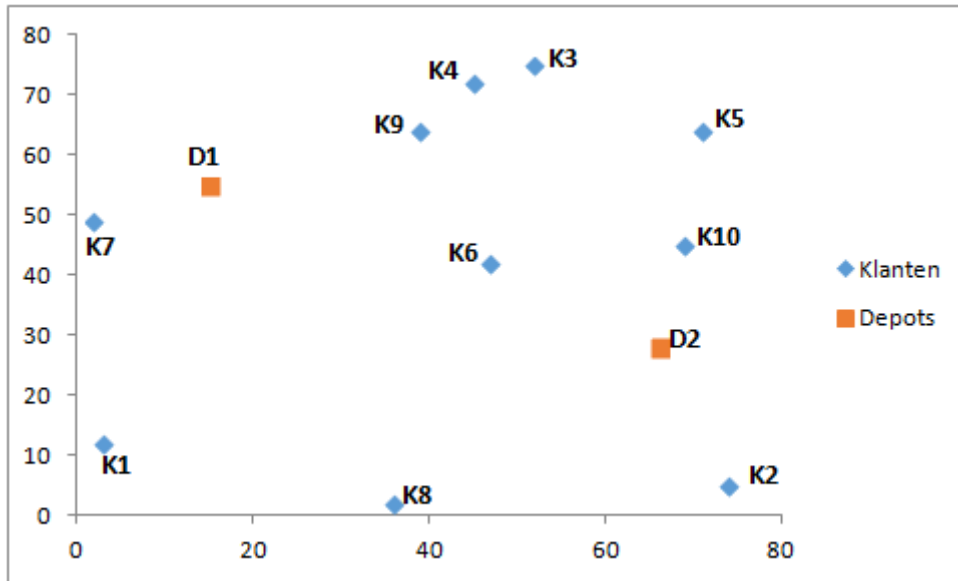
$$t_i = 0 \quad \forall i \in D$$

$$t_i \geq 0 \quad \forall i \in C$$

Deze beperking zorgt ervoor dat er geen lussen gemaakt worden in de optimale oplossing. Het linkerlid van de eerste beperking toont de vertrektijd bij knooppunt  $i$  samen met de tijd nodig om van knooppunt  $i$  naar klant  $j$  te gaan. Deze som moet kleiner zijn dan het rechterlid. Dit rechterlid bevat de vertrektijd bij klant  $j$ . Daarnaast bevat dit lid nog een groot getal  $M$  en een binaire variabele die gelijk is aan één indien in de optimale oplossing over boog  $(i, j)$  wordt gegaan. Indien over deze boog gereden wordt in de optimale oplossing dan wordt  $M$  vermenigvuldigd met nul en bestaat het rechterlid enkel uit de vertrektijd bij klant  $j$ . In het andere geval – er wordt in de optimale oplossing niet over boog  $(i, j)$  gegaan – bestaat het rechterlid uit de vertrektijd bij klant  $j$  samen met het groot getal  $M$ . Het linkerlid is dan altijd kleiner dan dit rechterlid. De tweede beperking stelt dat de voertuigen altijd vertrekken vanuit een depot. Hieruit volgt dat deze vertrektijd gelijk is aan tijd nul. De vertrektijden vanuit alle overige knooppunten moeten groter zijn dan nul.

## 3.3 Numeriek voorbeeld

Vier numerieke voorbeelden worden opgesteld om de voorgestelde algoritmes te kunnen testen. In deze paragraaf zal slechts één voorbeeld uitgebreid besproken worden. De data voor de overige voorbeelden is terug te vinden in bijlage 2 tot en met bijlage 4. De resultaten van deze overige voorbeelden worden per paragraaf kort besproken.



**Figuur 1: Rittenplanningsprobleem voorbeeld 1**

Het rittenplanningsprobleem van het eerste voorbeeld bestaat uit twaalf knooppunten en is grafisch voorgesteld in Figuur 1. De eerste twee knooppunten zijn de depots en de overige tien knooppunten stellen de klanten voor. In Excel wordt door middel van de functie "aselect" de x- en y-coördinaten van zowel de klanten als de depots bepaald (zie Bijlage 1). Alle coördinaten liggen tussen 0 en 100. Aan de hand van deze coördinaten kan de euclidische afstand tussen alle knooppunten berekend worden. Deze afstandenmatrix is te vinden in Tabel 4. Deze tabel is symmetrisch en daarom is slechts de helft van de waarden ingevuld. Dit betekent dat de afstand van knooppunt  $i$  naar knooppunt  $j$  gelijk is aan de afstand van knooppunt  $j$  naar knooppunt  $i$ .

**Tabel 4: Afstandenmatrix voorbeeld 1**

|     | D1   | D2    | K1    | K2    | K3    | K4    | K5    | K6    | K7    | K8    | K9    | K10   |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| D1  | 0.00 | 57.71 | 44.64 | 77.34 | 42.06 | 34.48 | 56.72 | 34.54 | 14.32 | 57.01 | 25.63 | 54.92 |
| D2  |      | 0.00  | 65.00 | 24.35 | 49.04 | 48.75 | 36.35 | 23.60 | 67.36 | 39.70 | 45.00 | 17.26 |
| K1  |      |       | 0.00  | 71.34 | 79.81 | 73.24 | 85.60 | 53.25 | 37.01 | 34.48 | 63.25 | 73.79 |
| K2  |      |       |       | 0.00  | 73.38 | 73.01 | 59.08 | 45.80 | 84.38 | 38.12 | 68.60 | 40.31 |
| K3  |      |       |       |       | 0.00  | 7.62  | 21.95 | 33.38 | 56.36 | 74.73 | 17.03 | 34.48 |
| K4  |      |       |       |       |       | 0.00  | 27.20 | 30.07 | 48.76 | 70.58 | 10.00 | 36.12 |
| K5  |      |       |       |       |       |       | 0.00  | 32.56 | 70.61 | 71.20 | 32.00 | 19.10 |
| K6  |      |       |       |       |       |       |       | 0.00  | 45.54 | 41.48 | 23.41 | 22.20 |
| K7  |      |       |       |       |       |       |       |       | 0.00  | 58.01 | 39.92 | 67.12 |
| K8  |      |       |       |       |       |       |       |       |       | 0.00  | 62.07 | 54.20 |
| K9  |      |       |       |       |       |       |       |       |       |       | 0.00  | 35.51 |
| K10 |      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       | 0.00  |

De vraag van de tien verschillende klanten is eveneens op een willekeurige manier via Excel bepaald. De vraag van de tien klanten bedraagt respectievelijk 43, 29, 12, 13, 35, 14, 13, 20, 49 en 10 eenheden.

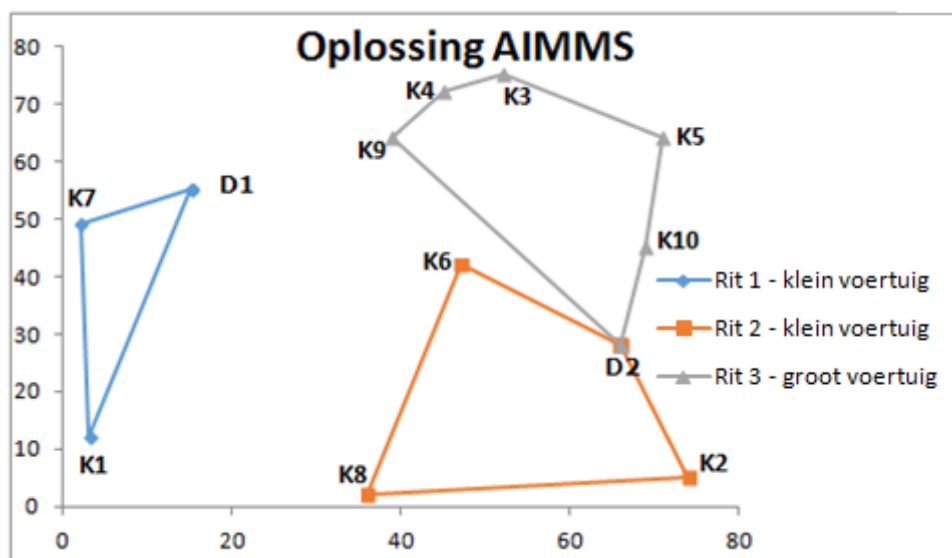
Daarnaast worden twee voertuigtypes beschouwd die verschillen in capaciteit, vaste kosten en variabele kosten. Bij het bepalen van de verschillende voertuigparameters wordt verzekerd dat de capaciteit van minstens één voertuigtype groter is dan de grootste klantenvraag. Deze vereiste is nodig omdat we hebben gespecificeerd dat leveringen niet gesplitst mogen worden. Daarnaast wordt er bij het bepalen van de kosten rekening gehouden dat voertuigen met een grotere capaciteit ook een grotere vaste en variabele kost hebben. De informatie over beide soorten voertuigen is samengevat in Tabel 5. Hier is te zien dat er een significant verschil is tussen de capaciteit, vaste kosten en variabele kosten van de twee voertuigen.

**Tabel 5: Informatie voertuigen voorbeeld 1**

|                    | Voertuigtype 1 | Voertuigtype 2 |
|--------------------|----------------|----------------|
| Capaciteit         | 72             | 130            |
| Vaste kost         | € 80           | € 105          |
| Variabele kost     | € 5            | € 7            |
| Aantal beschikbaar | Onbeperkt      | Onbeperkt      |

De data voor de overige voorbeelden is samengevat in bijlage 2 tot en met 4. Alle voorbeelden maken gebruik van twee depots, twee types voertuigen en tien klanten. In de volgende paragraaf worden de voorbeelden via het modelleerprogramma AIMMS opgelost zodat de optimale oplossing verkregen wordt. Daarna wordt getracht om de voorbeelden handmatig op te lossen. Hierbij wordt eerst nagegaan welke methode voor een goede beginoplossing zorgt. Nadien zal zullen verbeteringen doorgevoerd worden in deze initiële oplossing om tot een globale oplossing te komen.

### 3.4 Optimale oplossing



**Figuur 2: Oplossing AIMMS voorbeeld 1**

In de optimale oplossing die via AIMMS wordt bekomen voor het eerste voorbeeld worden drie voertuigen gebruikt – twee kleine en één groot voertuig. Eén klein voertuig wordt toegewezen aan het eerste depot. Vanuit dit depot vertrekt het voertuig naar klant 7 en klant 1 waarna het voertuig terug naar het depot rijdt. Het tweede kleine voertuig vertrekt vanuit het tweede depot en bedient achtereenvolgens de tweede, achtste en zesde klant waarna het voertuig terug naar het depot rijdt. Ten slotte vertrekt het grote voertuig eveneens vanuit het tweede depot en deze rijdt naar de tiende, vijfde, derde, vierde en negende klant. Deze oplossing is grafisch te zien in Figuur 2. Tabel 6 toont dat de capaciteitsbeperkingen van geen enkel voertuig geschonden wordt. Bovendien zijn de drie voertuigen gemiddeld gezien 85,6% gevuld.

**Tabel 6: Capaciteit voertuigen voorbeeld 1**

| Voertuig              | Gebruikte capaciteit           | Totale capaciteit | Bezettingsgraad |
|-----------------------|--------------------------------|-------------------|-----------------|
| D1-K7-K1-D1           | $13 + 43 = 56$                 | 72                | 77,78%          |
| D2-K2-K8-K6-D2        | $29 + 20 + 14 = 63$            | 72                | 87,5%           |
| D2-K10-K5-K3-K4-K9-D2 | $10 + 35 + 12 + 13 + 49 = 119$ | 130               | 91,54%          |

De kosten die gepaard gaan met de afzonderlijke ritten zijn samengevat in Tabel 7. Deze rittenplanning levert een totale kost op van € 2229,11, waarvan € 265 vaste kosten en € 1964,11 variabele kosten. Hieruit is af te leiden dat vooral de variabele kosten een invloed hebben op de totale kosten. Bovendien brengt de derde rit de meeste kosten met zich mee maar in deze rit worden de helft van het totaal aantal klanten bediend.

**Tabel 7: Kosten AIMMS voorbeeld 1**

| Ritnummer | Route                 | Variabele kosten  | Vaste kosten | Totale kosten |
|-----------|-----------------------|---|--------------|---------------|
| 1         | D1-K7-K1-D1           | $(14,31 \text{ km} + 37,01 \text{ km} + 44,65 \text{ km}) \times 5$<br>€/km = € 479,85  | € 80         | € 559,85      |
| 2         | D2-K2-K8-K6-D2        | $(23,60 \text{ km} + 41,48 \text{ km} + 38,12 \text{ km} + 24,35 \text{ km}) \times 5$ €/km = € 637,75                                | € 80         | € 717,75      |
| 3         | D2-K10-K5-K3-K4-K9-D2 | $(17,26 \text{ km} + 19,10 \text{ km} + 21,95 \text{ km} + 7,62 \text{ km} + 10 \text{ km} + 45 \text{ km}) \times 7$ €/km = € 846,51 | € 105        | € 951,51      |

De oplossing die via AIMMS wordt bekomen van het tweede voorbeeld bestaat uit zes ritten. Vier voertuigen van het kleine voertuigtype en twee voertuigen van het grote type worden gebruikt. De kosten en ritten die gepaard gaan met deze rittenplanning zijn samengevat in Tabel 8.

**Tabel 8: Kosten AIMMS voorbeeld 2**

| Ritnummer | Route       | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten |
|-----------|-------------|------------------|--------------|---------------|
| 1         | D1-K10-D1   | € 316,96         | € 46         | € 362,96      |
| 2         | D1-K7-K1-D1 | € 471,04         | € 46         | € 517,04      |
| 3         | D1-K3-D1    | € 153,68         | € 46         | € 199,68      |
| 4         | D1-K4-K9-D1 | € 553,77         | € 71         | € 624,77      |
| 5         | D2-K6-K5-D2 | € 648,76         | € 46         | € 694,76      |
| 6         | D2-K2-K8-D2 | € 301,35         | € 71         | € 372,35      |

De totale kosten van dit tweede voorbeeld bedragen € 2771,56, waarvan € 2445,56 variabele kosten en € 326 vaste kosten. Bij dit voorbeeld moet opgemerkt worden dat de vraag van de klanten relatief hoog is in vergelijking met de capaciteit van de voertuigen. Dit verklaart waarom de voertuigen slechts één of twee klanten bedienen. Dit is ook te zien in Tabel 9. De voertuigen hebben na het bedienen van één of twee klanten een gemiddelde bezettingsgraad van 85,82%. Deze tabel toont bovendien dat aan alle capaciteitseisen wordt voldaan.

**Tabel 9: Capaciteit voertuigen voorbeeld 2**

| Voertuig    | Gebruikte capaciteit | Totale capaciteit | Bezettingsgraad |
|-------------|----------------------|-------------------|-----------------|
| D1-K10-D1   | 40                   | 49                | 81,63%          |
| D1-K7-K1-D1 | 21 + 23 = 44         | 49                | 89,8%           |
| D1-K3-D1    | 39                   | 49                | 79,59%          |
| D1-K4-K9-D1 | 50 + 18 = 68         | 70                | 97,14%          |
| D2-K6-K5-D2 | 36 + 10 = 46         | 49                | 93,88%          |
| D2-K2-K8-D2 | 16 + 35 = 51         | 70                | 72,86%          |

De oplossing die via AIMMS wordt bekomen van het derde voorbeeld bestaat uit drie ritten. Twee kleine voertuigen en één groot voertuig worden gebruikt. De routes en bijbehorende kosten van deze rittenplanning zijn weergegeven in Tabel 10.

**Tabel 10: Kosten AIMMS voorbeeld 3**

| Ritnummer | Route                | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten |
|-----------|----------------------|------------------|--------------|---------------|
| 1         | D1-K10-K4-K8-D1      | € 288,68         | € 53         | € 341,68      |
| 2         | D2-K2-K1-D2          | € 144,16         | € 53         | € 197,16      |
| 3         | D1-K5-K6-K9-K3-K7-D1 | € 708,32         | € 110        | € 818,32      |

De totale kosten bedragen € 1357,16, waarvan € 1141,16 variabele kosten en € 216 vaste kosten. Net zoals in het eerste voorbeeld brengt de derde rit – dit is de rit met het grootste en dus ook duurste voertuig – de grootste kosten met zich mee, maar in deze rit worden de helft van de klanten bediend. Tabel 11 toont dat aan alle capaciteitsbeperkingen voldaan is in dit voorbeeld. De gemiddelde bezettingsgraad bedraagt 83,24%. De bezettingsgraden van de eerste en de derde rit zijn zeer hoog en de bezettingsgraad van de tweede rit is daarentegen relatief laag. Het voertuig in de tweede rit heeft nog voldoende capaciteit om andere klanten te bedienen.



**Tabel 11: Capaciteit voertuigen voorbeeld 3**

| Voertuig             | Gebruikte capaciteit        | Totale capaciteit | Bezettingsgraad |
|----------------------|-----------------------------|-------------------|-----------------|
| D1-K10-K4-K8-D1      | 20 + 13 + 15 = 48           | 49                | 97,96%          |
| D2-K2-K1-D1          | 23 + 4 = 27                 | 49                | 55,10%          |
| D1-K5-K6-K9-K3-K7-D1 | 27 + 9 + 21 + 30 + 29 = 116 | 120               | 96,67%          |

De oplossing die via AIMMS wordt bekomen van het vierde voorbeeld bestaat eveneens uit drie ritten. Twee kleine voertuigen en één groot voertuig worden gebruikt. De routes en bijbehorende kosten van deze rittenplanning zijn weergegeven in Tabel 10.

**Tabel 12: Kosten AIMMS voorbeeld 4**

| Ritnummer | Route                 | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten |
|-----------|-----------------------|------------------|--------------|---------------|
| 1         | D1-K9-K3-K7-D1        | € 287,28         | € 40         | € 327,28      |
| 2         | D2-K2-K6-D2           | € 283,11         | € 40         | € 323,11      |
| 3         | D2-K5-K1-K8-K10-K4-D2 | € 587,80         | € 75         | € 662,80      |

De totale kosten bedragen € 1313,19, waarvan € 1158,19 variabele kosten en € 155 vaste kosten. Tabel 13 toont dat aan alle capaciteitsbeperkingen voldaan is in dit voorbeeld. De bezettingsgraad van de tweede rit is relatief laag wat erop kan wijzen dat dit voertuig nog beschikbare capaciteit heeft om andere klanten te bedienen.

**Tabel 13: Capaciteit voertuigen voorbeeld 4**

| Voertuig              | Gebruikte capaciteit | Totale capaciteit | Bezettingsgraad |
|-----------------------|----------------------|-------------------|-----------------|
| D1-K9-K3-K7-D1        | 49                   | 50                | 98%             |
| D2-K2-K6-D2           | 35                   | 50                | 70%             |
| D2-K5-K1-K8-K10-K4-D2 | 94                   | 100               | 94%             |

Ten slotte moet nog opgemerkt worden dat AIMMS één uur nodig had om het eerste voorbeeld op te lossen en maar liefst acht uur om het derde voorbeeld op te lossen. Het tweede voorbeeld was na slechts tien seconden opgelost. Het vierde voorbeeld had bijna tien minuten nodig. Dergelijk lange verwerkingstijden zoals bij het eerste en derde voorbeeld zijn niet gewenst in de praktijk, waarbij het kan voorkomen dat rittenplanningen op zeer korte termijn moeten worden opgesteld. Bovendien hebben bedrijven in de realiteit vaak meer dan tien klanten en hebben ze ook te maken met meer beperkingen. Hierdoor zullen de verwerkingstijden nog hoger liggen en zal de efficiëntie van optimale oplossingsprogramma's dalen. Om deze redenen hebben bedrijven nood aan heuristische methodes die op een snellere manier een oplossing kunnen geven. In de volgende paragraaf worden verschillende heuristische methodes besproken.

## 3.5 Heuristische oplossingsmethode

In dit deel worden verschillende methodes toegepast op de vier numerieke voorbeelden. Allereerst wordt getracht om een goede beginoplossing te bekomen. Vervolgens wordt getracht om deze beginoplossing verder te verbeteren en zo een goede oplossing te verkrijgen. Dit wordt gedaan voor elk van de vier voorbeelden maar enkel voor het eerste voorbeeld wordt de toegepaste procedure uitvoerig besproken. Voor de overige voorbeelden worden de resultaten kort en bondig besproken om herhaling te vermijden.

### 3.5.1 Beginoplossing

Het genereren van de beginoplossing bestaat uit verschillende stappen, zoals reeds in de literatuurstudie vermeld wordt. De eerste stap bestaat erin om de klanten toe te wijzen aan de depots. In de tweede stap moet bepaald worden hoeveel voertuigen van elke soort gebruikt worden en worden deze voertuigen toegewezen aan de verschillende depots. In de derde stap tenslotte worden de klanten toegewezen aan de voertuigen en wordt de volgorde van bediening van de klanten bepaald.

In de literatuur over rittenplanningen is terug te vinden dat een beginoplossing vaak gevonden wordt op een willekeurige manier, door goed te gokken of op basis van ervaring (Salhi en Sari, 1997). Om voorgaande stappen op te lossen wordt in deze thesis gebruik gemaakt van heuristieken. Bij de tweede stap, namelijk bij het bepalen van het aantal voertuigen van elke soort die toegewezen worden aan de verschillende depots worden drie verschillende methodes getest en vergeleken met elkaar. Vervolgens wordt bepaald welke van de drie methodes de beste initiële oplossing genereert. Bij de overige stappen wordt slechts één methode beschouwd. Deze drie stappen worden in de volgende paragrafen uitvoerig besproken.

#### 3.5.1.1 Stap 1: toewijzing klanten

De eerste stap in het verkrijgen van een beginoplossing is het toewijzen van klanten aan depots. In de literatuur wordt dit steeds gedaan op basis van de afstand tussen de klanten en de depots. Af en toe gebeurt dit op een probabilistische manier (Kuo en Wang, 2012; Xu et al., 2012). In de meeste gevallen worden de klanten echter toegewezen aan het dichtstbijzijnde depot (Ho et al., 2008; Mirabi et al., 2010; Renaud et al., 1996). In deze thesis wordt alleen de tweede methode gebruikt aangezien dit eenvoudiger is en uit de literatuur blijkt dat dit leidt tot kwaliteitsvolle oplossingen. Toegepast op het eerste voorbeeld leidt dit tot een toewijzing zoals weergegeven in Tabel 14. De eerste, derde, vierde, zevende en negende klant worden toegewezen aan het eerste depot. De overige klanten worden toegewezen aan het tweede depot. Elk depot krijgt dus vijf klanten toegewezen.

**Tabel 14: toewijzing voorbeeld 1**

|          | depot 1 | depot 2 |
|----------|---------|---------|
| klant 1  | 44,64   | 65,00   |
| klant 2  | 77,34   | 24,35   |
| klant 3  | 42,06   | 49,04   |
| klant 4  | 34,48   | 48,75   |
| klant 5  | 56,72   | 36,35   |
| klant 6  | 34,54   | 23,60   |
| klant 7  | 14,32   | 67,36   |
| klant 8  | 57,01   | 39,70   |
| klant 9  | 25,63   | 45,00   |
| klant 10 | 54,92   | 17,26   |

Deze manier van toewijzen wordt ook toegepast op de overige voorbeelden. De resultaten zijn samengevat in Tabel 15, Tabel 16 en Tabel 17. Bij het tweede voorbeeld heeft elk depot evenveel klanten toegewezen gekregen. Voor het derde voorbeeld heeft één depot echter zeven klanten en het tweede depot slechts drie klanten toegewezen gekregen. Bij het vierde voorbeeld krijgt het eerste depot vier klanten en het tweede depot zes klanten toegewezen.

**Tabel 15: Toewijzing voorbeeld 2**

|          | Depot 1 | Depot 2 |
|----------|---------|---------|
| Klant 1  | 17,12   | 57,63   |
| Klant 2  | 81,61   | 18,87   |
| Klant 3  | 19,21   | 53,49   |
| Klant 4  | 32,45   | 75,21   |
| Klant 5  | 78,03   | 74,17   |
| Klant 6  | 86,95   | 79,08   |
| Klant 7  | 51,48   | 43,01   |
| Klant 8  | 84,77   | 21,02   |
| Klant 9  | 31,14   | 87,78   |
| Klant 10 | 39,62   | 72,07   |

**Tabel 16: Toewijzing voorbeeld 3**

|          | Depot 1 | Depot 2 |
|----------|---------|---------|
| Klant 1  | 51,48   | 30,41   |
| Klant 2  | 29,61   | 16,12   |
| Klant 3  | 73,06   | 83,00   |
| Klant 4  | 53,76   | 86,28   |
| Klant 5  | 38,29   | 45,71   |
| Klant 6  | 53,76   | 59,00   |
| Klant 7  | 54,45   | 79,85   |
| Klant 8  | 20,52   | 51,24   |
| Klant 9  | 71,42   | 71,39   |
| Klant 10 | 25,18   | 56,40   |

**Tabel 17: Toewijzing voorbeeld 4**

|          | Depot 1 | Depot 2 |
|----------|---------|---------|
| Klant 1  | 51,48   | 36,24   |
| Klant 2  | 63,78   | 38,33   |
| Klant 3  | 30,15   | 76,42   |
| Klant 4  | 99,46   | 28,32   |
| Klant 5  | 56,8    | 30,87   |
| Klant 6  | 94,49   | 22,8    |
| Klant 7  | 16,49   | 92,42   |
| Klant 8  | 44,00   | 51,66   |
| Klant 9  | 31,02   | 78,31   |
| Klant 10 | 75,03   | 40,2    |

### 3.5.1.2 Stap 2: toewijzing voertuigen

De tweede stap bestaat uit het toewijzen van de voertuigen aan de depots. Er moet per depot bepaald worden hoeveel voertuigen van elke soort nodig zijn. Hiervoor zijn meerdere mogelijke methodes beschikbaar in de literatuur. In deze thesis worden drie verschillende mogelijkheden besproken.

### a. Efficiëntieratio's

Een eerste methode houdt rekening met de efficiëntie van de verschillende soorten voertuigen (Dondo en Cerdá, 2007; Salhi en Sari, 1997). Deze efficiëntie kan weergegeven worden via de ratio  $\frac{\text{vaste kosten}}{\text{capaciteit}}$ . Een relatief lage ratio impliceert dat de vaste kosten klein zijn in vergelijking met de capaciteit van het voertuig. Dus, hoe lager de efficiëntieratio, hoe efficiënter de voertuigen. Er wordt getracht om enkel voertuigen te gebruiken met de laagste efficiëntieratio. Indien er klanten zijn die niet bediend kunnen worden door het meest efficiënte voertuig omdat de capaciteit van dit voertuig onvoldoende groot is, wordt nagegaan welke voertuigen wel voldoende capaciteit hebben deze klant te bedienen. Uit deze verzameling van voertuigen wordt het voertuig met de kleinste efficiëntieratio gekozen om deze grote klanten te bedienen.

Vervolgens wordt voorgaande methode toegepast op het eerste voorbeeld. De voertuiggegevens van dit voorbeeld zijn terug te vinden in Tabel 5. Aan de hand van deze gegevens kunnen de efficiëntieratio's van beide voertuigen berekend worden:

$$\begin{aligned} \text{Efficiëntieratio klein voertuig} &= \frac{80}{72} = 1,11 \\ \text{Efficiëntieratio groot voertuig} &= \frac{105}{130} = 0,81 \end{aligned}$$

In dit voorbeeld bedragen de ratio's respectievelijk 1,11 voor het kleine voertuigtype en 0,81 voor het grote voertuigtype. Dit betekent dat het grote voertuig efficiënter is en dus wordt getracht om zoveel mogelijk voertuigen van dit type te gebruiken.

De klanten die toegewezen worden aan het eerste depot hebben een totale vraag van 130 eenheden. Dit komt exact overeen met de capaciteit van het grote voertuigtype – het voertuigtype met de voordeligere efficiëntieratio – en dus wordt slechts één voertuig van dit type toegewezen aan het eerste depot. De klanten van het tweede depot hebben een totale vraag van 108 eenheden en dus is het ook hier voldoende om slechts één groot voertuig toe te wijzen aan dit depot.

Deze methode wordt ook toegepast op de overige voorbeelden. De voertuiggegevens van het tweede voorbeeld zijn terug te vinden in bijlage 2. Op basis van deze gegevens worden de efficiëntieratio's berekend. De ratio van het kleine voertuig bedraagt 0,94 en die van het grote voertuig 1,01. Dit betekent dat wordt getracht om zoveel mogelijk kleine voertuigen te gebruiken.

Het eerste depot heeft een totale vraag van 170 eenheden. Normaal gezien zouden dus minstens vier kleine voertuigen met een capaciteit van 49 eenheden nodig zijn om de klanten van dit depot te bedienen. Het depot heeft echter een klant met een vraag van 50 eenheden en deze overschrijdt de capaciteit van het kleine voertuig. Er wordt dus één groot voertuig met een capaciteit van 70 eenheden ingeschakeld dat onder andere deze klant zal bedienen. Om de resterende vraag te vervoeren zijn er nog minstens drie kleine voertuigen nodig.

De voertuiggegevens van het derde voorbeeld zijn terug te vinden in bijlage 3. Deze gegevens leiden tot een efficiëntieratio van 1,08 voor het kleine voertuig en 0,92 voor het grote voertuig. Het

grote voertuig is dus efficiënter en zal zoveel mogelijk gebruikt worden. Aangezien het eerste depot een totale vraag heeft van 143 eenheden zijn er minstens twee grote voertuigen nodig. De gezamenlijke vraag voor het tweede depot bedraagt slechts 48 eenheden en dus is hier slechts één groot voertuig nodig.

Voor het vierde voorbeeld zijn de voertuiggegevens terug te vinden in bijlage 4. Hieruit kan afgeleid worden dat het grote voertuig een efficiëntieratio heeft van 0,75 en het kleine voertuig van 0,80. Rekening houdend met vraag van de klanten en de capaciteit van de voertuigen wordt één groot voertuig toegewezen aan het eerste depot en twee grote voertuigen aan het tweede depot.

#### b. Goedkoopste combinatie van voertuigen

De tweede methode voor het bepalen van het aantal voertuigen per depot is om per depot de goedkoopste combinatie van voertuigen te kiezen die samen voldoende capaciteit hebben om alle klanten van dat depot te bedienen. Bij deze methode moet eveneens nagegaan worden of de meest optimale combinatie toelaat dat alle klanten bediend kunnen worden door exact één voertuig. Indien dit niet het geval is - omdat de capaciteit van een voertuig te klein is om een bepaalde klant te bedienen - moet een andere combinatie gekozen worden.

Deze methode wordt toegepast op het eerste voorbeeld. De mogelijke combinaties voor het eerste depot zijn samengevat in Tabel 18. Er zijn maar twee mogelijke voertuigcombinaties die voldoen aan de totale klantenvraag van 130 eenheden. Andere combinaties die ook voldoen aan de klantenvraag leveren hoe dan ook een hogere vaste kost op. Het is bijvoorbeeld mogelijk om één groot voertuig en één klein voertuig te gebruiken. De totale capaciteit bedraagt dan 202 eenheden en is dus groter dan de totale klantenvraag van 130 eenheden maar deze combinatie is hoe dan ook duurder dan de combinatie waar enkel een groot voertuig gebruikt wordt.

Bovendien zijn beide combinaties toegelaten – alle klanten kunnen bediend worden door exact één voertuig – en dus hoeven er geen aanpassingen doorgevoerd te worden. De tweede combinatie – waarbij één groot voertuig gebruikt wordt – levert de laagste vaste kost op en dus wordt er slechts één groot voertuig toegewezen aan het eerste depot.

**Tabel 18: voertuigcombinaties eerste voorbeeld - eerste depot**

|              | Klein voertuig | Groot voertuig | Totale capaciteit<br>≥ klantenvraag? | Totale vaste kost      |
|--------------|----------------|----------------|--------------------------------------|------------------------|
| Combinatie 1 | 2              | 0              | 144 ≥ 130                            | € 80 + € 80 =<br>€ 160 |
| Combinatie 2 | 0              | 1              | 130 ≥ 130                            | <u>€ 105</u>           |

De mogelijke combinaties voor het tweede depot zijn terug te vinden in Tabel 19. Analoog met het eerste depot wordt slechts één groot voertuig toegewezen aan het tweede depot.

**Tabel 19: voertuigcombinaties eerste voorbeeld - tweede depot**

|              | Klein voertuig | Groot voertuig | Totale capaciteit<br>≥ klantenvraag? | Totale vaste kost      |
|--------------|----------------|----------------|--------------------------------------|------------------------|
| Combinatie 1 | 2              | 0              | 144 ≥ 108                            | € 80 + € 80 =<br>€ 160 |
| Combinatie 2 | 0              | 1              | 130 ≥ 108                            | <u>€ 105</u>           |

Voor dit voorbeeld leiden zowel de methode op basis van efficiëntieratio's als de methode op basis van voertuigcombinaties tot dezelfde conclusie. Volgende drie voorbeelden tonen aan dat dit niet altijd het geval is.

De methode wordt nu toegepast op het tweede voorbeeld. De mogelijke combinaties voor het eerste depot zijn samengevat in Tabel 20. De eerste combinatie levert de laagste totale kost op maar deze combinatie is niet toegelaten. Deze combinatie maakt immers gebruik van uitsluitend kleine voertuigen, maar er is een klant met een vraag die groter is dan de capaciteit van dit kleine voertuig. Deze combinatie kan dus niet gekozen worden. Er wordt dus gezocht naar de tweede beste combinatie en dit is combinatie 3 met een totale vaste kost van € 188.

**Tabel 20: voertuigcombinaties tweede voorbeeld - eerste depot**

|              | Klein voertuig | Groot voertuig | Totale capaciteit<br>≥ klantenvraag? | Totale vaste kost |
|--------------|----------------|----------------|--------------------------------------|-------------------|
| Combinatie 1 | 4              | 0              | 196 ≥ 170                            | € 184             |
| Combinatie 2 | 0              | 3              | 210 ≥ 170                            | € 213             |
| Combinatie 3 | 1              | 2              | 189 ≥ 170                            | <u>€ 188</u>      |
| Combinatie 4 | 3              | 1              | 217 ≥ 170                            | € 209             |

Tabel 21 toont de mogelijke combinaties voor het tweede depot. De derde combinatie levert de laagste vaste kost op, namelijk € 117.

**Tabel 21: voertuigcombinaties tweede voorbeeld - tweede depot**

|              | Klein voertuig | Groot voertuig | Totale capaciteit<br>≥ klantenvraag? | Totale vaste kost |
|--------------|----------------|----------------|--------------------------------------|-------------------|
| Combinatie 1 | 3              | 0              | 147 ≥ 118                            | € 138             |
| Combinatie 2 | 0              | 2              | 140 ≥ 118                            | € 142             |
| Combinatie 3 | 1              | 1              | 119 ≥ 118                            | <u>€ 117</u>      |

De methode wordt eveneens toegepast op het derde voorbeeld. De mogelijke combinaties voor beide depots zijn terug te vinden in Tabel 22 en Tabel 23 en deze zijn allemaal toegelaten. Het eerste depot krijgt één klein en één groot voertuig toegewezen. Dit leidt tot een vaste kost van € 163. Het tweede depot krijgt enkel een klein voertuig met een vaste kost van € 53 toegewezen.

**Tabel 22: voertuigcombinaties derde voorbeeld - eerste depot**

|              | Klein voertuig | Groot voertuig | Totale capaciteit<br>≥ klantenvraag? | Totale vaste kost |
|--------------|----------------|----------------|--------------------------------------|-------------------|
| Combinatie 1 | 4              | 0              | 196 ≥ 143                            | € 212             |
| Combinatie 2 | 0              | 2              | 240 ≥ 143                            | € 220             |
| Combinatie 3 | 1              | 1              | 169 ≥ 143                            | <u>€ 163</u>      |

**Tabel 23: voertuigcombinaties derde voorbeeld - tweede depot**

|              | Klein voertuig | Groot voertuig | Totale capaciteit<br>≥ klantenvraag? | Totale vaste kost |
|--------------|----------------|----------------|--------------------------------------|-------------------|
| Combinatie 1 | 1              | 0              | 49 ≥ 48                              | <u>€ 53</u>       |
| Combinatie 2 | 0              | 1              | 120 ≥ 48                             | € 110             |

Tabel 24 en Tabel 25 tonen de mogelijke combinaties van voertuigen voor respectievelijk het eerste en tweede depot van het vierde voorbeeld. Hieruit kan geconcludeerd worden dat volgens deze methode één groot voertuig toegewezen wordt aan het eerste depot en één groot en één klein voertuig aan het tweede depot.

**Tabel 24: Voertuigcombinaties vierde voorbeeld - eerste depot**

|              | Klein voertuig | Groot voertuig | Totale capaciteit<br>≥ klantenvraag? | Vaste kost  |
|--------------|----------------|----------------|--------------------------------------|-------------|
| Combinatie 1 | 2              | 0              | 100 ≥ 66                             | € 80        |
| Combinatie 2 | 0              | 1              | 100 ≥ 66                             | <u>€ 75</u> |

**Tabel 25: Voertuigcombinaties vierde voorbeeld - tweede depot**

|              | Klein voertuig | Groot voertuig | Totale capaciteit<br>≥ klantenvraag? | Vaste kost   |
|--------------|----------------|----------------|--------------------------------------|--------------|
| Combinatie 1 | 3              | 0              | 150 ≥ 112                            | € 120        |
| Combinatie 2 | 0              | 2              | 200 ≥ 112                            | € 150        |
| Combinatie 3 | 1              | 1              | 150 ≥ 112                            | <u>€ 115</u> |

### c. Besparingsmethode

De derde oplossingsmethode die in deze thesis wordt besproken bepaalt niet alleen het aantal voertuigen nodig per depot maar ook de volgorde van bediening van klanten. Bovendien houdt deze methode – in tegenstelling tot de vorige twee methodes – rekening met de variabele kosten van de verschillende type voertuigen. De methode is gebaseerd op de besparingsmethode van Clarke en Wright (1964) en wordt op alle depots afzonderlijk toegepast (Wassan en Osman, 2002; Ho et al., 2008; Mirabi et al., 2010; Xu et al., 2012; Kuo en Wang, 2012).

Deze methode vertrekt van het gegeven dat alle klanten bediend worden door afzonderlijke voertuigen. Er wordt vanuit gegaan dat alle klanten bediend worden door een voertuig met de

meest gunstige kostenefficiëntie. Deze kostenefficiëntieratio wordt berekend volgens dezelfde redenering als bij de eerste methode, namelijk via de ratio  $\frac{\text{vaste kosten}}{\text{capaciteit}}$ . Vervolgens wordt berekend hoeveel besparingen er doorgevoerd kunnen worden door twee klanten in één route samen te voegen. De totale transportkost indien de twee klanten afzonderlijk bediend worden, wordt voorgesteld door:

$$\text{Totale kost}_A = c_f + c_{0i} + c_{i0} + c_f + c_{0j} + c_{j0}$$

Hierbij is  $c_f$  de vaste kost voor het kostenefficiënt voertuig. De overige kosten zijn de variabele kosten van het depot naar de klant en terug. Indien beide klanten in één rit samengevoegd worden ontstaat volgende kost:

$$\text{Totale kost}_B = c_f + c_{0i} + c_{ij} + c_{j0}$$

Uiteindelijk levert dit volgende besparing op:

$$S_{ij} = \text{Totale kost}_A - \text{Totale kost}_B = c_f + c_{i0} + c_{0j} - c_{ij}$$

Indien  $S_{ij}$  relatief groot is, dan is het voordelig om klanten  $i$  en  $j$  in dezelfde rit te voegen en na elkaar te bedienen. De formule bestaat uit drie verschillende elementen:

- De vaste kost  $c_f$ : Aangezien verondersteld wordt dat alle klanten bediend worden door het meest kostenefficiënte voertuig is deze vaste kost hetzelfde voor alle paren van klanten. De grootte van de vaste kost heeft dus geen invloed op de grootte van de besparing.
- De variabele kosten  $c_{i0}$  en  $c_{0j}$ : Hoe groter deze variabele kosten, hoe groter de mogelijke besparing (indien de afstand tussen beide klanten constant blijft). Deze variabele kosten hangen af van de afstand tussen de klanten en het depot. We kunnen dus concluderen dat grote afstanden tussen de klanten en de depots leiden tot grote besparingen.
- Variabele kost  $c_{ij}$ : Deze kost heeft een negatieve impact op de besparing. Hoe verder beide klanten van elkaar liggen, hoe groter de variabele kost  $c_{ij}$ , en hoe kleiner de te verwezenlijken besparing.

Aangezien grote besparingen tussen klanten ervoor zorgen dat deze klanten burens worden in de beginoplossing kunnen we uit voorgaande conclusies een algemene conclusie maken. Indien twee klanten relatief ver van het depot liggen en dicht bij elkaar dan is het zeer waarschijnlijk dat een verbinding tussen beide klanten geconstrueerd zal worden in de beginoplossing. Uiteraard moet er wel rekening gehouden met de capaciteit van de voertuigen. Indien de gezamenlijke vraag van beide klanten groter is dan de capaciteit van het grootste voertuig, dan is het onmogelijk om een verbinding tussen deze klanten te maken.

Er zijn twee versies van de besparingsmethode, namelijk een sequentiële versie en een parallelle versie. In de sequentiële heuristiek wordt één rit tegelijkertijd geconstrueerd terwijl in de parallelle versie meerdere ritten tegelijkertijd opgemaakt kunnen worden. Eerdere onderzoeken hebben uitgewezen dat de parallelle versie de beste oplossing genereert. De parallelle versie implementeert immers steeds de verbinding met de best mogelijke besparingen. De sequentiële



versie daarentegen bouwt steeds verder op dezelfde route tot het niet meer mogelijk is om een extra verbinding toe te voegen (Cordeau et al., 2002; Rand, 2009). Daarom zal alleen de parallelle versie van de besparingsmethode besproken worden.

In de eerste stap van de parallelle besparingsmethode worden de besparingen voor alle paren van klanten berekend, per depot. Bij het berekenen van de besparingen wordt verondersteld dat alle ritten uitgevoerd worden door het voertuig met de meest gunstige kostenefficiëntieratio. Dit geldt voor alle klanten behalve voor de klanten met een vraag die groter is dan de capaciteit van dit voertuig. Nadat alle klanten in een rit zitten wordt nagegaan of er ritten bestaan die uitgevoerd kunnen worden door een kleiner en dus goedkoper voertuig. Daarnaast zal ook nagegaan worden of het voordeliger is om ritten samen te voegen door kosten van verschillende rittenplanningen met elkaar te vergelijken. Deze samenvoeging zal gebeuren aan de hand van de volgorde van besparingen in de lijst.

Allereerst wordt deze methode toegepast op het eerste voorbeeld. Voor het eerste depot worden volgende besparingen bekomen:

$$\begin{aligned}
 - S_{13} &= \text{€ } 105 + \left(44,64 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) + \left(42,06 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) - \left(79,81 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) = \text{€ } 153,23 \\
 - S_{14} &= \text{€ } 105 + \left(44,64 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) + \left(34,48 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) - \left(73,24 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) = \text{€ } 146,2 \\
 - S_{17} &= \text{€ } 105 + \left(44,64 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) + \left(14,32 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) - \left(37,01 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) = \text{€ } 256,63 \\
 - S_{19} &= \text{€ } 105 + \left(44,64 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) + \left(25,63 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) - \left(63,25 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) = \text{€ } 154,21 \\
 - S_{34} &= \text{€ } 105 + \left(42,06 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) + \left(34,48 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) - \left(7,62 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) = \text{€ } 587,48 \\
 - S_{37} &= \text{€ } 105 + \left(42,06 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) + \left(14,32 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) - \left(56,36 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) = \text{€ } 105,15 \\
 - S_{39} &= \text{€ } 105 + \left(42,06 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) + \left(25,63 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) - \left(17,03 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) = \text{€ } 459,63 \\
 - S_{47} &= \text{€ } 105 + \left(34,48 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) + \left(14,32 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) - \left(48,76 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) = \text{€ } 105,24 \\
 - S_{49} &= \text{€ } 105 + \left(34,48 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) + \left(25,63 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) - \left(10,00 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) = \text{€ } 455,80 \\
 - S_{79} &= \text{€ } 105 + \left(14,32 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) + \left(25,63 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) - \left(39,92 \text{ km} * 7 \frac{\text{€}}{\text{km}}\right) = \text{€ } 105,17
 \end{aligned}$$

Vervolgens worden deze besparingen gerangschikt van hoog naar laag, dit levert volgende rangschikking op:

$$S_{34} > S_{39} > S_{49} > S_{17} > S_{19} > S_{13} > S_{14} > S_{47} > S_{79} > S_{37}$$

We veronderstellen dat alle ritten initieel worden uitgevoerd door het voertuig met de meest gunstige kostenefficiëntieratio. In paragraaf 3.5.1.2 werd reeds vastgesteld dat voor het eerste voorbeeld het grote voertuig het meest kostenefficiënt was. Dit voertuig heeft een capaciteit van 130 eenheden. Vervolgens kan begonnen worden met het maken van verbindingen tussen klanten. De eerste verbinding in de lijst is verbinding 3-4. Deze verbinding wordt toegewezen aan een eerste groot voertuig. De gezamenlijke vraag van klanten 3 en 4 bedraagt 25 eenheden en dus is het geschikt om deze klanten door het groot voertuig te bedienen.

De volgende verbinding in de lijst is 3-9. Dit betekent dat klanten 3 en 9 best burens zijn in de beginoplossing en dus wordt de voorlopige volgorde van bediening 4-3-9 (of 9-3-4). De gezamenlijke vraag bedraagt nu 74 eenheden en dus is het nog steeds mogelijk om deze rit uit te voeren met een groot voertuig.

De derde verbinding in de lijst is 4-9. Beide klanten zitten echter al in dezelfde rit en het is niet mogelijk om een verbinding tussen deze twee klanten te maken zonder andere verbindingen te verbreken. Daarom wordt deze verbinding overgeslagen en wordt de volgende verbinding in de lijst beschouwd. De volgende verbinding is 1-7. Beide klanten zitten nog niet in een rit en daarom worden deze klanten in een nieuwe rit samengevoegd. De vraag van beide klanten bedraagt samen 56 eenheden. Dit voldoet aan de capaciteitsbeperking van het grote voertuig.

Alle klanten zijn reeds in een rit gevoegd. De volgende verbinding (1-9) in de lijst zorgt er echter voor dat het nog mogelijk is om de twee reeds bestaande ritten samen te voegen zodat één grote rit ontstaat. De totale klantenvraag van deze rit zou 130 eenheden bedragen en voldoet dus aan de capaciteit van het grote voertuig. Het is dus mogelijk om al deze klanten in één rit te stoppen. De volgorde van bediening is dan 4-3-9-1-7. Voordat deze samenvoeging van ritten uitgevoerd wordt, moet nagegaan worden of de kosten effectief lager zijn dan wanneer de twee ritten apart worden uitgevoerd door twee voertuigen. Voordat deze kosten berekend worden, wordt nagegaan of bepaalde ritten in de bestaande rittenplanning uitgevoerd kunnen worden door kleinere voertuigen.

Voor de rittenplanning die bestaat uit één grote rit is het niet mogelijk om een kleiner voertuig toe te wijzen. De totale klantenvraag van deze rit bedraagt immers 130 eenheden en is exact gelijk aan de capaciteit van het grote voertuig. De andere rittenplanning bestaat uit twee ritten, namelijk D1-K1-K7-D1 en D1-K4-K3-K9-D1. Klanten 1 en 7 hebben samen een vraag van 56 eenheden. Dit is kleiner dan de capaciteit van 72 eenheden van het kleine voertuig en dus wordt een klein voertuig toegewezen aan deze rit. Klanten 4, 3 en 9 hebben samen een vraag van 74 eenheden. Het is dus niet mogelijk om hier een klein voertuig aan toe te wijzen.

Tabel 26 toont de kosten van de mogelijke rittenplanningen die eerder besproken werden. Mogelijkheid A toont de kosten van de rittenplanning die bestaat uit twee afzonderlijke ritten, namelijk rit A.1 en rit A.2. Deze kosten bedragen in totaal € 1258,17. Mogelijkheid B toont de kosten van de rittenplanning die bestaat uit één grote rit. De kosten van deze rit zijn hoger en bedragen € 1320,97. Daarom wordt gekozen om rit A.1 en A.2 niet samen te voegen.

De overige verbindingen in de lijst van besparingen tonen aan dat het mogelijk is om op andere manieren de twee ritten samen te voegen. Dit kan bijvoorbeeld door verbinding 1-4, 4-7 of 7-9 door te voeren. Deze besparingen staan echter lager in de lijst dan de besparing van verbinding 1-9. Daarom zullen deze verbindingen in ieder geval leiden tot hogere kosten.

**Tabel 26: Kosten mogelijke rittenplanningen depot 1 - voorbeeld 1**

| Ritnummer | Route                         | Variabele kosten  | Vaste kosten | Totale kosten    |
|-----------|-------------------------------|---|--------------|------------------|
| A.1       | D1-K1-K7-D1                   | $(44,64 \text{ km} + 37,01 \text{ km} + 14,32 \text{ km}) \times 5$<br>€/km = € 479,85  | €80          | € 559,85         |
| A.2       | D1-K4-K3-K9-D1                | $(34,48 \text{ km} + 7,62 \text{ km} + 17,03 \text{ km} + 25,63 \text{ km}) \times 7$ €/km = € 593,32   | € 105        | € 698,32         |
| A         | D1-K1-K7-D1<br>D1-K4-K3-K9-D1 | € 1073,17   | € 185        | <u>€ 1258,17</u> |
| B         | D1-K4-K3-K9-K1-K7-D1          | $(34,48 \text{ km} + 7,62 \text{ km} + 17,03 \text{ km} + 63,25 \text{ km} + 37,01 \text{ km} + 14,32 \text{ km}) \times 7$ €/km =<br>€ 1215,97 | € 105        | € 1320,97        |

Vervolgens wordt voorgaande methode ook toegepast op de klanten van het tweede depot. Eerst worden de mogelijke besparingen tussen alle paren van klanten berekend:

$$S_{25} = € 105 + \left( 24,35 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) + \left( 36,35 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) - \left( 59,08 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) = 116,35 €$$

$$S_{26} = € 105 + \left( 24,35 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) + \left( 23,60 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) - \left( 45,80 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) = € 120,04$$

$$S_{28} = € 105 + \left( 24,35 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) + \left( 39,70 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) - \left( 38,12 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) = € 286,53$$

$$S_{210} = € 105 + \left( 24,35 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) + \left( 17,26 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) - \left( 40,31 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) = € 114,12$$

$$S_{56} = € 105 + \left( 36,35 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) + \left( 23,60 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) - \left( 32,56 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) = € 296,72$$

$$S_{58} = € 105 + \left( 36,35 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) + \left( 39,70 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) - \left( 71,20 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) = € 138,93$$

$$S_{510} = € 105 + \left( 36,35 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) + \left( 17,26 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) - \left( 40,31 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) = € 346,52$$

$$S_{68} = € 105 + \left( 23,60 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) + \left( 39,70 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) - \left( 41,48 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) = € 257,70$$

$$S_{610} = € 105 + \left( 23,60 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) + \left( 17,26 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) - \left( 22,20 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) = € 235,62$$

$$S_{810} = € 105 + \left( 39,70 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) + \left( 17,26 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) - \left( 54,20 \text{ km} * 7 \frac{€}{\text{km}} \right) = € 124,31$$

Als deze besparingen van hoog naar laag gerangschikt worden, levert dit volgende lijst op:

$$S_{510} > S_{56} > S_{28} > S_{68} > S_{610} > S_{58} > S_{810} > S_{26} > S_{25} > S_{210}$$

De eerste verbinding in de lijst is 5-10. Deze verbinding levert immers de grootste besparing op. De gezamenlijke vraag van 45 eenheden van beide klanten voldoet aan de capaciteitsbeperking van het grote voertuig. Daarna wordt de verbinding tussen klanten 5 en 6 beschouwd. Klanten 5, 6 en 10 hebben samen een vraag van 59 eenheden en dus kan deze rit nog steeds door één groot voertuig uitgevoerd worden. De volgorde van bediening van klanten wordt nu 6-5-10 (of 10-5-6).

De derde besparing in de lijst toont dat klanten 2 en 8 best burens zijn in de beginoplossing. Aangezien beide klanten nog niet in een rit zitten wordt een nieuwe rit geconstrueerd waarbij een groot voertuig deze twee klanten bedient. De gezamenlijke vraag van 49 eenheden maakt het mogelijk om deze klanten door één groot voertuig te bedienen.

Alle klanten zitten nu in één van beide ritten. De overige besparingen in de lijst tonen echter dat het voordeliger kan zijn om de twee bestaande ritten samen te voegen in één grote rit. Op die manier zou de volgorde van bediening 2-8-6-5-10 zijn. Voordat deze samenvoeging van ritten daadwerkelijk wordt doorgevoerd moet nagegaan worden of dit leidt tot een effectieve daling in kosten. Voordat de kosten berekend worden, wordt eerst nagegaan of er kleinere voertuigen toegewezen kunnen worden aan bepaalde ritten.

Indien er slechts één voertuig gebruikt wordt om alle klanten te bedienen is het niet mogelijk om een kleiner voertuig toe te wijzen. De totale klantenvraag van 108 eenheden is immers groter dan de capaciteit van 72 eenheden van het kleine voertuig. Indien de rittenplanning uit twee ritten bestaat, is het wel mogelijk om kleinere voertuigen toe te wijzen aan de ritten. De eerste rit, 6-5-10, zorgt immers voor een totale vraag van 59 eenheden. Bovendien heeft de tweede rit, 2-8, een totale vraag van 49 eenheden. Het is dus voor beide ritten mogelijk om een klein voertuig te gebruiken in plaats van een groot voertuig.

Tabel 27 toont de kosten van de mogelijke rittenplanningen voor het tweede depot. Enerzijds is er rittenplanning A die bestaat uit twee ritten, namelijk A.1 en A.2. De totale kosten van deze rittenplanning bedraagt €1133,45. Anderzijds is er rittenplanning B die uitgevoerd wordt door één enkel voertuig. De totale kosten van deze rittenplanning bedraagt € 1315,09. Het is dus goedkoper om de twee ritten apart uit te voeren door twee kleine voertuigen. De samenvoeging van beide ritten wordt bijgevolg niet uitgevoerd.

**Tabel 27: Kosten mogelijke rittenplanningen depot 2 - voorbeeld 1**

| Ritnummer | Route                          | Variabele kosten   | Vaste kosten | Totale kosten    |
|-----------|--------------------------------|--|--------------|------------------|
| A.1       | D2-K2-K8-D2                    | $(24,35 \text{ km} + 38,12 \text{ km} + 39,70 \text{ km}) \times 5$<br>€/km = € 510,85   | € 80         | € 590,85         |
| A.2       | D2-K6-K5-K10-D2                | $(23,60 \text{ km} + 32,56 \text{ km} + 19,10 \text{ km} + 17,26 \text{ km}) \times 5$ €/km = € 462,60                                       | € 80         | €542,60          |
| A         | D2-K2-K8-D2<br>D2-K6-K5-K10-D2 | €973,45  | € 160        | <u>€ 1133,45</u> |
| B         | D2-K2-K8-K6-K5-K10-D2          | $(24,35 \text{ k} + 38,12 \text{ km} + 41,48 \text{ km} + 32,56 \text{ km} + 19,10 \text{ km} + 17,26 \text{ km}) \times 7$ €/km = € 1210,09 | € 105        | € 1315,09        |

Samengevat betekent dit dat in het eerste depot één groot en één klein voertuig gestationeerd zullen worden. Het kleine voertuig zal klanten 1 en 7 bedienen. Het grote voertuig zal achtereenvolgens klanten 4, 3 en 9 bedienen. In het tweede depot zullen twee kleine voertuigen gestationeerd worden. Eén voertuig bedient klanten 2 en 8 en het ander voertuig bedient achtereenvolgens klanten 6, 5 en 10. De kosten die gepaard gaan met deze ritten zijn samengevat in Tabel 28.

**Tabel 28: Kosten besparingsmethode voorbeeld 1**

| Ritnummer | Route           | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten |
|-----------|-----------------|------------------|--------------|---------------|
| 1         | D1-K1-K7-D1     | € 479,85         | €80          | € 559,85      |
| 2         | D1-K4-K3-K9-D1  | € 593,32         | € 105        | € 698,32      |
| 3         | D2-K2-K8-D2     | € 510,85         | € 80         | € 590,85      |
| 4         | D2-K6-K5-K10-D2 | € 462,60         | € 80         | € 542,60      |

De totale kosten van deze rittenplanning bedragen € 2391,62 waarvan € 2046,62 variabele kosten en € 345 vaste kosten. Vergeleken met de optimale kost van € 2229 die via AIMMS bekomen werd is dit een verhoging van 7,3%. De variabele kosten liggen slechts € 82,62 hoger dan de optimale variabele kosten. Dit is een verschil van 4,21%. De vaste kosten liggen € 80 hoger dan de optimale vaste kosten en dit komt overeen met de vaste kosten van één groot voertuig. Hieruit kan vermoed worden dat één groot voertuig geschrapt moet worden en dat de klanten die initieel toegewezen werden aan dit voertuig verdeeld moeten worden over de overige voertuigen.

Vervolgens wordt de besparingsmethode toegepast op het tweede voorbeeld. Eerst worden de besparingen berekend voor het eerste depot:

$$S_{410} = € 510,98$$

$$S_{49} = € 407,49$$

$$S_{910} = € 397,79$$

$$S_{110} = € 266,64$$

$$S_{14} = € 242,83$$

$$S_{13} = € 201,25$$

$$S_{19} = € 183,42$$

$$S_{310} = € 157,42$$

$$S_{34} = € 135,63$$

$$S_{39} = € 95,37$$

Deze besparingen zijn bovendien al gerangschikt van hoog naar laag. In paragraaf 3.5.1.2 is reeds aangetoond dat het kleine voertuig met een capaciteit van 49 eenheden de meest voordelige kostenefficiëntieratio heeft. Daarnaast heeft het grote voertuig een capaciteit van 70 eenheden. De klanten worden dus initieel toegewezen aan kleine voertuigen.

Vervolgens worden de besparingen in de lijst bekeken worden om te beslissen welke verbindingen doorgevoerd moeten worden. Het eerste paar in de lijst is verbinding 4-10. Het is dus aangewezen

dat deze twee klanten in de beginoplossing burens zijn, maar de gezamenlijke vraag bedraagt 90 eenheden. Dit is groter dan de capaciteit van zowel het kleine voertuig – 49 eenheden – als het grote voertuig – 70 eenheden. Het is dus niet mogelijk om deze verbinding door te voeren in een rit.

De totale vraag van de tweede verbinding (4-9) bedraagt 68 eenheden. Aangezien de vierde klant een vraag heeft van 50 eenheden en deze groter is dan de capaciteit van het kleine voertuig, moet deze klant in ieder geval bediend worden door een groot voertuig. De negende klant wordt initieel door een klein, kostenefficiënt voertuig bediend. Voordat de verbinding tussen beide klanten doorgevoerd wordt, wordt nagegaan of er daadwerkelijk kosten bespaard worden indien er één groot voertuig gebruik wordt in plaats van één groot en één klein, kostenefficiënt voertuig.

Tabel 29 toont aan dat het voordeliger is om beide klanten door één groot voertuig te bedienen. Dit levert immers een kost op van € 624,77 ten opzichte van een kost van €820,42 indien twee verschillende voertuigen gebruikt worden. De gezamenlijke vraag voldoet bovendien aan de capaciteitsbeperking van 70 eenheden van het grote voertuig. De gevonden rit is dus toegelaten en bijgevolg worden beide klanten in één rit gevoegd.

**Tabel 29: Kosten mogelijke rittenplanningen depot 1 - voorbeeld 2**

| Ritnummer | Route                | Variabele kosten   | Vaste kosten | Totale kosten   |
|-----------|----------------------|--|--------------|-----------------|
| A         | D1-K4-K9-D1          | $(32,45 \text{ km} + 15,52 \text{ km} + 31,14 \text{ km}) \times 7$<br>€/km = € 553,77 | € 71         | <u>€ 624,77</u> |
| B.1       | D1-K4-D1             | $(32,45 \text{ km} + 32,45 \text{ km}) \times 7$ €/km =<br>€ 454,30                    | € 71         | € 525,30        |
| B.2       | D1-K9-D1             | $(31,14 \text{ km} + 31,14 \text{ km}) \times 4$ €/km =<br>€ 249,12                    | € 46         | € 295,12        |
| B         | D1-K4-D1<br>D1-K9-D1 | € 703,42   | € 117        | € 820,42        |

De derde verbinding in de lijst is 9-10, dit zou betekenen dat klanten 4, 9 en 10 door één voertuig bediend zouden worden. De gezamenlijke vraag van 108 eenheden maakt het echter onmogelijk om deze klanten door één voertuig te bedienen.

De vierde verbinding, 1-10, betreft twee onbediende klanten. Er wordt dus een nieuwe rit geconstrueerd om deze klanten te bedienen. De twee klanten hebben een gezamenlijke vraag van 63 eenheden. Dit is groter dan de capaciteit van het kleine, kostenefficiënte voertuig. Er moet dus nagegaan worden of het voordeliger is om beide klanten apart te bedienen door twee kleine voertuigen of om ze samen te bedienen door één groot voertuig. Tabel 30 toont aan dat het voordeliger is om de klanten apart te bedienen door twee kleine, kostenefficiënte voertuigen. De samenvoeging van beide ritten wordt dus niet doorgevoerd.

**Tabel 30: Kosten mogelijke rittenplanningen depot 1 - voorbeeld 2**

| Ritnummer | Route                 | Variabele kosten   | Vaste kosten | Totale kosten   |
|-----------|-----------------------|--|--------------|-----------------|
| A         | D1-K1-K10-D1          | $(17,12 \text{ km} + 28,79 \text{ km} + 39,62 \text{ km}) \times 7$<br>€/km = € 598,71 | € 71         | € 669,71        |
| B.1       | D1-K1-D1              | $(17,12 \text{ km} + 17,12 \text{ km}) \times 4$ €/km = €<br>136,96                    | € 46         | € 182,96        |
| B.2       | D1-K10-D1             | $(39,62 \text{ km} + 39,62 \text{ km}) \times 4$ €/km = €<br>316,96                    | € 46         | € 362,96        |
| B         | D1-K1-D1<br>D1-K10-D1 | € 453,92   | € 92         | <u>€ 545,92</u> |

De volgende verbinding in de lijst is 1-4. De reeds bestaande rit D1-K4-K9-D1 heeft echter onvoldoende capaciteit om andere klanten te bedienen. Er wordt dus overgegaan naar de volgende verbinding: 1-3. De vraag van deze klanten bedraagt 62 eenheden en dus is een groot voertuig nodig. Tabel 31 toont echter dat het voordeliger is om beide klanten apart te bedienen. Dit zorgt immers voor een kost van € 382,64 in tegenstelling tot een kost van € 449,35 indien beide ritten samengevoegd worden.

**Tabel 31: Kosten mogelijke rittenplanningen depot 1 - voorbeeld 2**

| Ritnummer | Route                | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten   |
|-----------|----------------------|------------------|--------------|-----------------|
| A         | D1-K1-K3-D1          | € 378,35         | € 71         | € 449,35        |
| B.1       | D1-K1-D1             | € 136,96         | € 46         | € 182,96        |
| B.2       | D1-K3-D1             | € 153,68         | € 46         | € 199,68        |
| B         | D1-K1-D1<br>D1-K3-D1 | € 290,64         | € 92         | <u>€ 382,64</u> |

Verbindingen 1-9, 3-4 en 3-9 worden niet doorgevoerd omdat de capaciteit van het grote voertuig hierdoor geschonden wordt. Verbinding 3-10 wordt niet doorgevoerd omdat dit zou betekenen dat deze rit uitgevoerd wordt door een groot voertuig. Dit zorgt voor hogere kosten dan wanneer beide klanten apart worden bediend door twee kleine voertuigen. Alle besparingen zijn nu nagekeken.

Vervolgens worden de besparingen van het tweede depot berekend:

$$S_{56} = € 1081,10$$

$$S_{28} = € 328,11$$

$$S_{68} = € 286,88$$

$$S_{26} = € 280,14$$

$$S_{58} = € 271,91$$

$$S_{25} = € 267,69$$

$$S_{57} = € 202,38$$

$$S_{67} = € 184,90$$

$$S_{27} = € 73,90$$

$$S_{78} = € 71,90$$

Deze lijst van besparingen is reeds gerangschikt van hoog naar laag. De verbinding tussen klanten 5 en 6 is veel hoger dan de overige verbindingen in de lijst. Bovendien voldoet de gezamenlijke vraag van 46 eenheden aan de capaciteitsbeperking van 49 eenheden van het kleine, kostenefficiënte voertuig. Deze twee klanten worden dus zonder probleem toegewezen aan een klein voertuig.

De tweede verbinding in de lijst toont dat het voordelig is om een verbinding tussen klanten 2 en 8 te maken. De totale vraag van 51 eenheden maakt het onmogelijk om beide klanten door een klein voertuig te bedienen. Er moet dus nagegaan worden of het voordelig kan zijn om beide klanten door een groot voertuig te bedienen. Tabel 32 toont aan dat het voordeliger is om beide klanten in één rit te voegen. Hierdoor zijn zowel de variabele als de vaste kosten lager.

**Tabel 32: Kosten mogelijke rittenplanningen depot 2 - voorbeeld 2**

| Ritnummer | Route                | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten   |
|-----------|----------------------|------------------|--------------|-----------------|
| A         | D2-K2-K8-D2          | € 301,35         | € 71         | <u>€ 372,35</u> |
| B.1       | D2-K2-D2             | € 150,96         | € 46         | € 196,96        |
| B.2       | D2-K8-D2             | € 168,16         | € 46         | € 214,16        |
| B         | D2-K2-D2<br>D2-K8-D2 | € 319,12         | € 92         | € 411,12        |

De derde verbinding in de lijst is 6-8. Dit zou betekenen dat beide bestaande ritten samengevoegd worden tot één grote rit, namelijk 2-8-6-5. De totale vraag van 97 eenheden schendt echter de capaciteitsbeperking van het grote voertuig. Deze verbinding wordt dus niet toegelaten. Analoog worden ook de verbindingen 6-8, 2-6, 5-8 en 2-5 niet doorgevoerd.

Verbinding 5-7 is wel mogelijk. Zo zou een rit met volgorde van bediening 7-5-6 ontstaan en met een vraag van 67 eenheden. Hierdoor zou het kleine voertuig vervangen worden door een groot voertuig. Tabel 33 toont echter dat het voordeliger is om beide ritten niet samen te voegen. Analoog kan ook verbinding 6-7 niet doorgevoerd worden omwille van de hogere kosten die deze verbinding met zich zou meebrengen.

**Tabel 33: Kosten mogelijke rittenplanningen depot 2 - voorbeeld 2**

| Ritnummer | Route                   | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten    |
|-----------|-------------------------|------------------|--------------|------------------|
| A.1       | D2-K5-K6-D2             | € 636,76         | € 46         | € 682,76         |
| A.2       | D2-K7-D2                | € 344,08         | € 46         | € 390,08         |
| A         | D2-K5-K6-D2<br>D2-K7-D2 | € 980,84         | € 92         | <u>€ 1072,84</u> |
| B         | D2-K7-K5-K6-D2          | € 1606,08        | € 71         | € 1677,08        |

Uiteindelijk blijven enkel verbindingen 2-7 en 7-8 over, maar deze verbindingen kunnen niet doorgevoerd worden zonder de capaciteitsbeperkingen van het grote voertuig te schenden. De uiteindelijke kosten van het tweede voorbeeld zijn samengevat in Tabel 34.



**Tabel 34: Kosten besparingsmethode voorbeeld 2**

| Ritnummer | Route       | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten |
|-----------|-------------|------------------|--------------|---------------|
| 1         | D1-K4-K9-D1 | € 553,83         | € 71         | € 624,83      |
| 2         | D1-K1-D1    | € 136,96         | € 46         | € 182,96      |
| 3         | D1-K10-D1   | € 316,96         | € 46         | € 362,96      |
| 4         | D1-K3-D1    | € 153,68         | € 46         | € 199,68      |
| 5         | D2-K5-K6-D2 | € 636,76         | € 46         | € 682,76      |
| 6         | D2-K7-D2    | € 344,08         | € 46         | € 390,08      |
| 7         | D2-K2-K8-D2 | € 301,35         | € 71         | € 372,35      |

De totale kosten bedragen € 2816,62 waarvan € 2442,62 variabele kosten en € 372 vaste kosten. Deze kost ligt slechts 1,57% hoger dan de optimale kost van € 2771,56 die via AIMMS werd bekomen. Het verschil bevindt zich vooral in de vaste kosten. De vaste kosten liggen immers 14,11% hoger, vergeleken met de optimale vaste kosten van € 326. De variabele kosten daarentegen liggen 0,12% lager dan de optimale variabele kosten van € 2445,56.

Vervolgens wordt de besparingsmethode op het derde voorbeeld toegepast. De besparingen van het eerste depot zijn:

|                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| $S_{36} = € 521,28$  | $S_{310} = € 299,00$ |
| $S_{37} = € 494,77$  | $S_{45} = € 289,38$  |
| $S_{47} = € 478,72$  | $S_{610} = € 278,67$ |
| $S_{34} = € 428,98$  | $S_{510} = € 259,87$ |
| $S_{56} = € 413,69$  | $S_{48} = € 134,37$  |
| $S_{67} = € 408,68$  | $S_{78} = € 121,38$  |
| $S_{35} = € 400,07$  | $S_{810} = € 118,94$ |
| $S_{46} = € 347,74$  | $S_{38} = € 111,55$  |
| $S_{57} = € 335,36$  | $S_{58} = € 110,31$  |
| $S_{710} = € 311,43$ | $S_{68} = € 110,00$  |
| $S_{410} = € 303,90$ |                      |

Deze besparingen zijn gerangschikt van hoog naar laag. In paragraaf 3.5.1.2 werd reeds aangetoond dat het grote voertuig de meest voordelige kostenefficiëntie heeft. Voertuigen worden initieel dus toegewezen aan grote voertuigen. De eerste verbinding in de lijst is verbinding 3-6. De gezamenlijke vraag van deze klanten bedraagt 39 eenheden. Dit voldoet aan de capaciteitsbeperking van 120 eenheden van het grote voertuig en bijgevolg kan de verbinding zonder problemen worden doorgevoerd.

De volgende verbinding in de lijst is 3-7. Dit leidt tot een rittenplanning met als volgorde van bediening 7-3-6 (of 6-3-7). De totale vraag van deze rit wordt nu 68 eenheden. De derde verbinding leidt tot een rittenplanning met als volgorde van bediening 4-7-3-6 en met een vraag van 81 eenheden. De vierde verbinding in de lijst is 3-4 maar het is onmogelijk om deze verbinding in de rit te voegen aangezien beide klanten al in dezelfde rit zitten. Het is dus niet mogelijk om deze verbinding door te voeren zonder bestaande verbindingen te verbreken.

Vervolgens wordt verbinding 5-6 beschouwd. Aangezien de totale vraag hierdoor 108 eenheden zou bedragen, kan deze verbinding zonder problemen in de rit gevoegd worden. De volgorde van bediening bedraagt dan 4-7-3-6-5. De resterende capaciteit van het voertuig is 12 eenheden en dit is onvoldoende om de onbediende klanten – klant 8 en klant 10 – te bedienen. Daarom kunnen de meeste verbindingen in de lijst overgeslagen worden en kan rechtstreeks overgegaan worden naar de verbinding 8-10. Met een vraag van 35 eenheden wordt aan de capaciteitsbeperkingen voldaan.

Alle klanten zitten nu in een rit en het is wegens capaciteitsbeperkingen onmogelijk om nog verbindingen te maken tussen klanten. Daarom wordt eerst gekeken of mogelijk kleinere voertuigen ingeschakeld kunnen worden. Dit is enkel mogelijk voor de tweede rit aangezien de vraag van 35 eenheden kleiner is dan de capaciteit van 49 eenheden van het kleine voertuig.

De besparingen van het tweede depot zijn als volgt:

$$S_{19} = € 345,20$$

$$S_{29} = € 219,38$$

$$S_{12} = € 193,94$$

Wanneer de verbindingen in de lijst achtereenvolgens doorgevoerd worden, wordt een rittenplanning bekomen die er als volgt uitziet: 1-9-2. De gezamenlijke vraag van 48 eenheden laat het toe om deze rit uit te voeren door een klein voertuig. De kosten die gepaard gaan met het derde voorbeeld zijn samengevat in Tabel 35. De totale kosten van de rittenplanning bedragen € 1411,83, waarvan € 1195,83 variabele kosten en € 216 vaste kosten. Vergeleken met de optimale kosten van € 1357,16 is dit een verhoging van 4,02%. Het verschil bevindt zich enkel in de variabele kosten die 4,79% hoger liggen dan de optimale variabele kosten van € 1141,16.

**Tabel 35: Kosten besparingsmethode voorbeeld 3**

| Ritnummer | Route                | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten |
|-----------|----------------------|------------------|--------------|---------------|
| 1         | D1-K4-K7-K3-K6-K5-D1 | € 718,10         | € 110        | € 828,10      |
| 2         | D1-K8-K10-D1         | € 178,32         | € 53         | € 231,32      |
| 3         | D2-K1-K9-K2-D2       | € 299,41         | € 53         | € 352,41      |

Ten slotte wordt de besparingsmethode toegepast op het vierde voorbeeld. Om herhaling te vermijden worden de resultaten heel bondig besproken. De lijst met besparingen voor het eerste depot is hieronder weergegeven:

$$S_{39} = € 310,72$$

$$S_{38} = € 168,40$$

$$S_{89} = € 163,04$$

$$S_{78} = € 144,64$$

$$S_{37} = € 77,52$$

$$S_{79} = € 76,64$$

De uiteindelijke volgorde van bediening voor het eerste depot die voortvloeit uit deze lijst is 7-8-3-9. Deze rit wordt uitgevoerd door het meest kostenefficiënte, grote voertuig. Het is niet mogelijk om deze rit uit te voeren door een kleiner en goedkoper voertuig.

De lijst met besparingen voor het tweede depot van dit vierde voorbeeld is als volgt:

|                      |                     |
|----------------------|---------------------|
| $S_{15} = € 320,80$  | $S_{14} = € 128,60$ |
| $S_{12} = € 263,44$  | $S_{56} = € 124,32$ |
| $S_{25} = € 253,00$  | $S_{16} = € 123,68$ |
| $S_{110} = € 235,80$ | $S_{45} = € 121,04$ |
| $S_{410} = € 229,76$ | $S_{24} = € 85,56$  |
| $S_{510} = € 214,80$ | $S_{46} = € 80,52$  |
| $S_{26} = € 186,56$  | $S_{610} = € 78,88$ |
| $S_{210} = € 149,48$ |                     |

De volgorde van bediening die hieruit volgt is 2-1-5-10-4 voor het grote voertuig. Klant 6 wordt apart bediend. Het grote voertuig heeft immers onvoldoende beschikbare capaciteit om alle klanten in één rit samen te nemen. Het is wel mogelijk om een klein voertuig toe te wijzen aan klant 6. Hierdoor wordt immers een daling in zowel de vaste als de variabele kosten teweeggebracht.

De totale kosten van het vierde voorbeeld zijn samengevat in Tabel 36. De totale kosten van de rittenplanning bedragen € 1564,20, waarvan € 1374,20 variabele kosten en € 190 vaste kosten. Vergeleken met de optimale kosten van € 1313,19 is dit een verhoging van 19,11%. De vaste kosten wijken 22,58% af van de optimale kosten en de variabele kosten 18,65%.

**Tabel 36: Kosten besparingsmethode voorbeeld 4**

| Ritnummer | Route                 | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten |
|-----------|-----------------------|------------------|--------------|---------------|
| 1         | D1-K7-K8-K3-K9-D1     | € 574,52         | € 75         | € 649,52      |
| 2         | D2-K2-K1-K5-K10-K4-D2 | € 662,88         | € 75         | € 737,88      |
| 3         | D2-K6-D2              | € 136,80         | € 40         | € 176,80      |

### 3.5.1.3 Stap 3: volgorde van bediening

In de derde stap moet de volgorde van bediening van de klanten bepaald worden. Dit geldt alleen voor de eerste twee methodes, namelijk de methode op basis van efficiëntieratio's en de methode op basis van de goedkoopste combinatie van voertuigen. Bij de besparingsmethode is de volgorde van bediening immers al bepaald. De methode die gebruikt wordt, is gebaseerd op de methode van Mirabi et al. (2010).

Bij de volgordebepaling worden de grootste voertuigen eerst gebruikt. Indien er klanten zijn die enkel door dit voertuig bediend kunnen worden – en dus niet door een ander en kleiner voertuig – dan dienen deze klanten eerst bediend te worden. Indien dit niet het geval is wordt er gezocht naar de klant die zich het dichtst bij het depot bevindt. Deze klant wordt eerst bezocht en vervolgens wordt vanuit dit punt de dichtstbijzijnde klant gekozen die nog niet bediend werd en wiens vraag

kleiner is dan de resterende capaciteit van het voertuig. Dit wordt herhaald tot alle klanten van het depot bediend zijn of tot het voertuig onvoldoende capaciteit heeft om nog klanten te bedienen. Hierna rijdt het voertuig terug naar het depot en wordt deze methode, indien nodig, herhaald met een volgend voertuig.

Deze methode wordt toegepast op het eerste voorbeeld uit deze thesis. Eerder werden het aantal nodige voertuigen reeds vastgelegd. Zowel de methode op basis van efficiëntieratio's als de methode op basis van de goedkoopste combinatie van voertuigen leidden tot dezelfde conclusie. Beide methodes stelden immers dat zowel het eerste als het tweede depot één groot voertuig met een capaciteit van 130 eenheden toegewezen kregen.

Allereerst wordt de volgorde van bediening voor het eerste depot bepaald. De klanten die toegewezen werden aan dit depot zijn klanten 1, 3, 4, 7 en 9. Eerst wordt nagegaan of er klanten zijn die enkel door dit groot voertuig bediend kunnen worden, maar dit is in dit voorbeeld niet het geval. Vervolgens wordt uit de verzameling klanten gezocht welke klant het dichtst bij het depot ligt. Tabel 4 toont de afstanden tussen deze klanten en het depot. Hieruit blijkt dat klant 7 met een afstand van 14,32 het dichtst bij het eerste depot ligt. Deze klant wordt dus eerst bediend door het grote voertuig. De resterende capaciteit van het voertuig bedraagt 117 eenheden.

Vervolgens wordt nagegaan welke klant uit de verzameling het dichtst bij klant 7 ligt. Met een afstand van 37,01 ligt klant 1 het dichtst bij klant 7 en dus wordt deze klant als tweede bediend. Hierna heeft het voertuig nog een beschikbare capaciteit van 74 eenheden. Deze methode wordt herhaald tot alle klanten bediend zijn. Uiteindelijk betekent dit dat het grote voertuig vertrekt vanuit het eerste depot en vervolgens klant 7, klant 1, klant 9, klant 4 en klant 3 bedient. Het voertuig is nu 100% volgeladen en heeft geen beschikbare capaciteit meer.

Ook voor het tweede depot is er geen klant die enkel bediend kan worden door het grote voertuig. Het voertuig bedient achtereenvolgens klant 10, klant 5, klant 6, klant 8 en klant 2. Hierna heeft het voertuig nog een beschikbare capaciteit van 22 eenheden. De kosten die gepaard gaan met deze rittenplanning worden berekend in Tabel 37.

**Tabel 37: Kosten beginoplossing efficiëntieratio's/goedkoopste combinatie - voorbeeld 1**

| Ritnummer | Route                 | Variabele kosten   | Vaste kosten | Totale kosten |
|-----------|-----------------------|--|--------------|---------------|
| 1         | D1-K7-K1-K9-K4-K3-D1  | $(14,32 \text{ km} + 37,01 \text{ km} + 63,25 \text{ km} + 10 \text{ km} + 7,62 \text{ km} + 42,06 \text{ km}) \times 7 \text{ €/km} =$<br>€ 1219,82     | € 105        | € 1324,82     |
| 2         | D2-K10-K5-K5-K8-K2-D2 | $(17,26 \text{ km} + 19,10 \text{ km} + 32,56 \text{ km} + 41,48 \text{ km} + 38,12 \text{ km} + 24,35 \text{ km}) \times 7 \text{ €/km} =$<br>€ 1210,09 | € 105        | € 1315,09     |

De totale variabele kosten bedragen € 2429,91 en de vaste kosten € 210. Dit levert een totale kost op van € 2639,91. Als dit vergeleken wordt met de optimale kost van € 2229,11 die via AIMMS

gevonden werd dan is op te merken dat deze initiële oplossing 18,43% hoger ligt dan de optimale oplossing.

Bij de overige drie voorbeelden leidden de methode op basis van efficiëntieratio's en de methode op basis van de goedkoopste combinatie van voertuigen tot verschillende oplossingen. Voor beide methodes moet dus eerst een volgorde van bediening bepaald worden. Hierna kan pas bepaald worden welke methode leidt tot de laagste kosten.

Tabel 38 toont de rittenplanning en de bijbehorende kosten van de initiële oplossing voor het tweede voorbeeld indien de methode van efficiëntieratio's gebruikt wordt. De totale vaste kosten bedragen € 347 en de variabele kosten € 2934,05. Dit zorgt samen voor een totale kost van € 3281,05.

**Tabel 38: Kosten beginoplossing efficiëntieratio's - voorbeeld 2**

| Ritnummer | Route       | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten |
|-----------|-------------|------------------|--------------|---------------|
| 1         | D1-K4-K9-D1 | € 553,77         | € 71         | € 624,77      |
| 2         | D1-K1-D1    | € 136,88         | € 46         | € 182,88      |
| 3         | D1-K3-D1    | € 153,68         | € 46         | € 199,68      |
| 4         | D1-K10-D1   | € 316,96         | € 46         | € 362,96      |
| 5         | D2-K2-K7-D2 | € 439,40         | € 46         | € 539,40      |
| 6         | D2-K8-K5-D2 | € 646,72         | € 46         | € 692,72      |
| 7         | D2-K6-D2    | € 632,64         | € 46         | € 678,64      |

Indien voor het tweede voorbeeld de rittenplanning gemaakt wordt op basis van de methode van goedkoopste combinaties van voertuigen, zien de ritten er als volgt uit:

- Rit 1: depot 1 – klant 4 – klant 9 – depot 1
- Rit 2: depot 1 – klant 1 – klant 3 – depot 1
- Rit 3: depot 1 – klant 10 – depot 1
- Rit 4: depot 2 – klant 2 – klant 8 – klant 5 – depot 2
- Rit 5: depot 2 – klant 7 – klant 6 – depot 2

Bij de vijfde rit wordt de capaciteit van het voertuig overschreden en dus is deze rittenplanning niet toegelaten. Het is dan ook overbodig om de kosten van deze rittenplanning te berekenen.

Vervolgens wordt de volgorde van bediening van het derde voorbeeld bepaald. De rittenplanningen en bijbehorende kosten zijn samengevat in Tabel 39 en Tabel 40. Tabel 39 toont de kosten van de initiële oplossing indien gebruik wordt gemaakt van de methode op basis van efficiëntieratio's. De totale vaste kosten bedragen in dit geval € 330 en de variabele kosten € 1983,68. Dit leidt tot een totale kost van € 2313,68.

**Tabel 39: Kosten beginoplossing efficiëntieratio's - voorbeeld 3**

| Ritnummer | Route                    | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten |
|-----------|--------------------------|------------------|--------------|---------------|
| 1         | D1-K8-K10-K5-K6-K3-K4-D1 | € 923,72         | € 110        | € 1033,72     |
| 2         | D1-K7-D1                 | € 435,60         | € 110        | € 545,60      |
| 3         | D2-K2-K1-K9-D2           | € 624,36         | € 110        | € 734,36      |

Tabel 40 toont de kosten van de initiële oplossing van het derde voorbeeld indien gebaseerd wordt op de methode van goedkoopste combinaties van voertuigen. De totale kosten bedragen in dit geval € 1669,70 waarvan € 216 vaste kosten en € 1453,70 variabele kosten.

**Tabel 40: Kosten beginoplossing goedkoopste combinaties – voorbeeld 3**

| Ritnummer | Route                    | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten |
|-----------|--------------------------|------------------|--------------|---------------|
| 1         | D1-K8-K10-K5-K6-K3-K4-D1 | € 923,72         | € 110        | € 1033,72     |
| 2         | D1-K7-D1                 | € 217,80         | € 53         | € 270,80      |
| 3         | D2-K2-K1-K9-D2           | € 312,18         | € 53         | € 365,18      |

Voor het derde voorbeeld leiden de methode op basis van efficiëntieratio's en de methode op basis van de goedkoopste combinatie van voertuigen tot dezelfde rittenplanning. Het enige verschil is dat de tweede methode soms gebruik maakt van kleinere voertuigen en dus ook lagere variabele en vaste kosten met zich meebrengt.

De kosten van de verschillende initiële oplossingen voor het vierde voorbeeld zijn samengevat in Tabel 41 en Tabel 42. Net zoals bij het derde voorbeeld bekomen beide methodes dezelfde rittenplanning. Het verschil zit enkel in het type gebruikte voertuigen. De methode op basis van efficiëntieratio's bekomt een totale kost van € 1956,92 waarvan € 1731,92 variabele kosten en € 225 vaste kosten. De methode waar gezocht wordt naar de goedkoopste combinatie van voertuigen zorgt voor een totale kost van € 1849,44 die bestaat uit € 1659,44 variabele kosten en € 190 vaste kosten.

**Tabel 41: Kosten beginoplossing efficiëntieratio's – voorbeeld 4**

| Ritnummer | Route                 | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten |
|-----------|-----------------------|------------------|--------------|---------------|
| 1         | D1-K7-K8-K3-K9-D1     | € 574,52         | € 75         | € 649,52      |
| 2         | D2-K6-K2-K4-K10-K5-D2 | € 867,48         | € 75         | € 942,48      |
| 3         | D2-K1-D2              | € 289,92         | € 75         | € 364,92      |

**Tabel 42: Kosten beginoplossing goedkoopste combinaties – voorbeeld 4**

| Ritnummer | Route                 | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten |
|-----------|-----------------------|------------------|--------------|---------------|
| 1         | D1-K7-K8-K3-K9-D1     | € 574,52         | € 75         | € 649,52      |
| 2         | D2-K6-K2-K4-K10-K5-D2 | € 867,48         | € 75         | € 942,48      |
| 3         | D2-K1-D2              | € 217,44         | € 40         | € 257,44      |

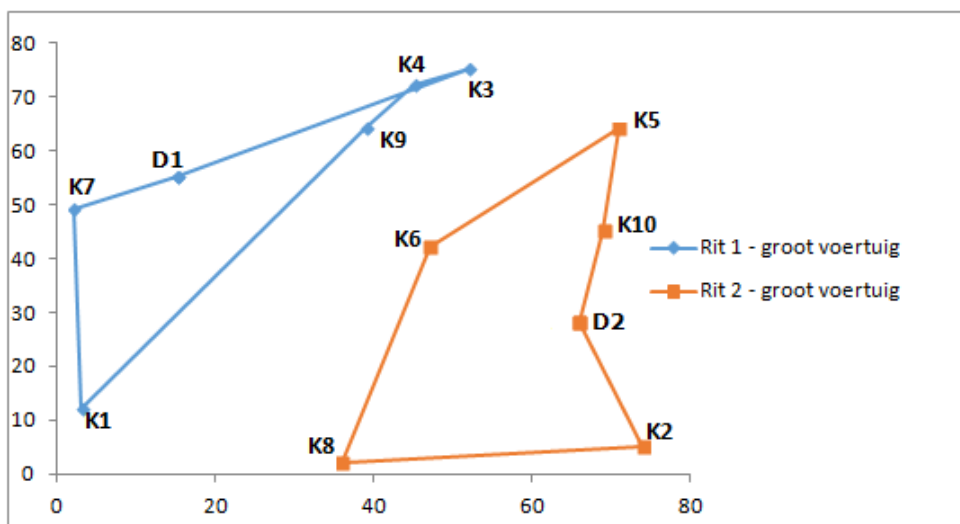
### 3.5.1.4 Vergelijking methoden

**Tabel 43: Kosten rittenplanning voorbeeld 1**

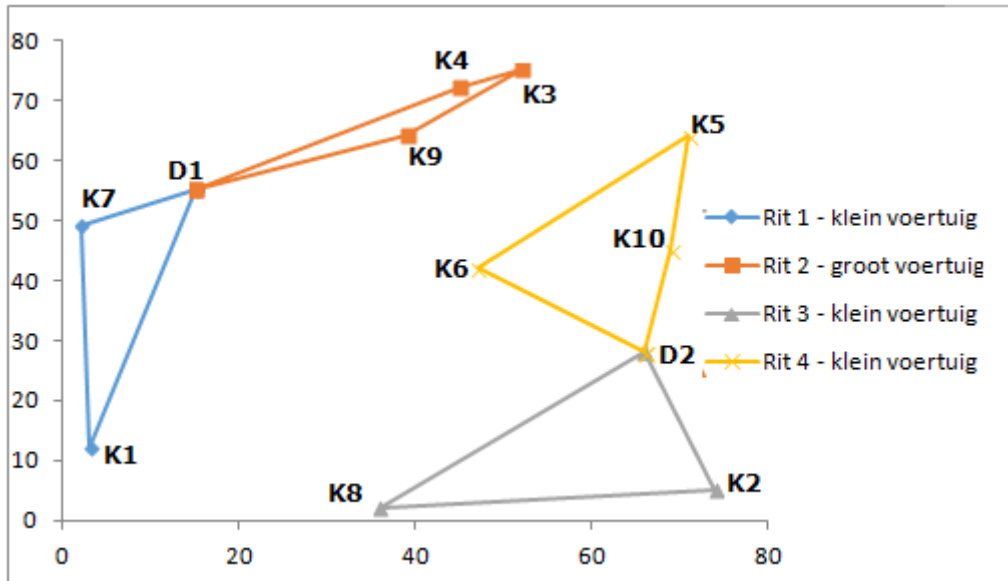
|                        | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten | Toegelaten | % hoger dan optimale oplossing |
|------------------------|------------------|--------------|---------------|------------|--------------------------------|
| Efficiëntieratio's     | € 2429,91        | € 210        | € 2639,91     | Ja         | 18,43%                         |
| Goedkoopste combinatie | € 2429,91        | € 210        | € 2639,91     | Ja         | 18,43%                         |
| Besparingsmethode      | € 2046,62        | € 345        | € 2391,62     | Ja         | 7,3%                           |
| AIMMS                  | € 1964,00        | € 265        | € 2229,11     | Ja         |                                |

In Tabel 43 worden de totale kosten van alle geteste methodes vergeleken voor het eerste voorbeeld. Hieruit blijkt dat de besparingsmethode de optimale oplossing het best benadert. De totale kosten liggen slechts 7,3% hoger dan de optimale kosten. De overige twee methodes leiden tot een kost die 18,43% hoger ligt dan de optimale kosten. Bovendien toont deze tabel dat de besparingsmethode leidt tot hogere vaste kosten en lagere variabele kosten dan de overige twee methodes. Deze verhoging in vaste kosten is te wijten aan het feit dat de besparingsheuristiek meer voertuigen gebruikt dan de andere twee methodes.

Dit is tevens te zien in Figuur 3 en Figuur 4. De methode op basis van efficiëntieratio's en de methode op basis van de goedkoopste combinatie van voertuigen maken gebruik van twee grote voertuigen. De besparingsmethode daarentegen maakt gebruik van één groot voertuig en drie kleine voertuigen. Doordat de besparingsmethode vooral gebruik maakt van kleine voertuigen liggen de variabele kosten bij deze methode wel lager.



**Figuur 3: Initiële oplossing efficiëntieratio's / goedkoopste combinatie - voorbeeld 1**



**Figuur 4: Initiële oplossing besparingsheuristiek - voorbeeld 1**

In Tabel 44 zijn de totale kosten van alle methoden terug te vinden voor het tweede voorbeeld. In deze tabel is te zien dat de methode op basis van de goedkoopste combinaties van voertuigen niet leidt tot een toegelaten oplossing. De meeste voertuigen worden immers niet volledig volgeladen. Hierdoor beschikt het laatste voertuig over onvoldoende capaciteit om de resterende klanten te bedienen. Indien de klanten op een andere manier toegewezen worden aan de voertuigen zou er misschien – maar niet altijd – een toegelaten oplossing gevonden kunnen worden.

De methode op basis van efficiëntieratio's leidt tot een kost die 18,37% hoger ligt dan de optimale kost. Deze methode doet het dus slechter dan de besparingsmethode, die een kost oplevert die slechts 1,57% hoger ligt dan de optimale kost. Net zoals in het eerste voorbeeld leidt de besparingsmethode tot hogere vaste kosten dan de methode op basis van efficiëntieratio's.

De variabele kosten zijn daarentegen lager dan zowel de variabele kosten van de methode op basis van efficiëntieratio's als de variabele kosten van de optimale oplossing. Het verschil in vaste kosten tussen beide methodes is het gevolg van het verschil in soorten voertuigen. De methode van efficiëntieratio's maakt gebruik van zes kleine voertuigen en slechts één groot voertuig. De besparingsmethode maakt gebruik van vijf kleine voertuigen en twee grote voertuigen.

**Tabel 44: Kosten rittenplanning voorbeeld 2**

|                         | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten | Toegelaten | % hoger dan optimale oplossing |
|-------------------------|------------------|--------------|---------------|------------|--------------------------------|
| Efficiëntieratio's      | € 2934,05        | € 347        | € 3281,05     | Ja         | 18,36%                         |
| Goedkoopste combinaties | /                | /            | /             | Nee        | /                              |
| Besparingsmethode       | € 2442,62        | € 372        | € 2816,62     | Ja         | 1,57%                          |
| AIMMS                   | € 2445,56        | € 326        | € 2771,56     | Ja         |                                |



In Tabel 45 zijn de kosten van het derde voorbeeld samengevat. Alle methodes leiden in dit voorbeeld tot een toegelaten oplossing. De kosten op basis van efficiëntieratio's liggen maar liefst 71,13% hoger dan de optimale kost. De kosten op basis van de goedkoopste combinatie liggen 22,64% hoger dan de optimale kost.

Beide methodes maakten gebruik van eenzelfde rittenplanning, maar bij de eerste methode werden uitsluitend grote – en dus ook dure – voertuigen gebruikt. De tweede methode was iets flexibeler en hierbij werden ook kleine voertuigen toegewezen aan de ritten. Daardoor is de kost van de tweede methode veel lager.

De besparingsmethode leidt tot een kost die slechts 4,02% afwijkt van de optimale kost. De vaste kosten van zowel de methode op basis van de goedkoopste combinatie van voertuigen als de besparingsmethode zijn gelijk aan de optimale vaste kosten. Indien gebaseerd wordt op de efficiëntieratio's liggen de vaste kosten veel hoger. Zoals reeds gezegd is dit te wijten aan de rigide toewijzing van voertuigen. Bij deze methode worden immers alleen kostenefficiënte voertuigen toegewezen aan ritten terwijl het soms voordeliger kan zijn om een kleiner voertuig toe te wijzen aan bepaalde ritten.

**Tabel 45: Kosten rittenplanning voorbeeld 3**

|                         | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten | Toegelaten | % hoger dan optimale oplossing |
|-------------------------|------------------|--------------|---------------|------------|--------------------------------|
| Efficiëntieratio's      | € 1983,68        | € 330        | € 2313,68     | Ja         | 70,48%                         |
| Goedkoopste combinaties | € 1543,70        | € 216        | € 1669,70     | Ja         | 23,03%                         |
| Besparingsmethode       | € 1195,83        | € 216        | € 1411,83     | Ja         | 4,03%                          |
| AIMMS                   | € 1141,16        | € 216        | € 1357,16     | Ja         |                                |

Tabel 46 toont tenslotte de kosten voor het vierde voorbeeld. De methode op basis van efficiëntieratio's zorgt voor de hoogste kosten. Deze liggen 49,02% hoger dan de optimale kosten die via AIMMS waren bekomen. Net zoals in het derde voorbeeld wordt eenzelfde rittenplanning bekomen voor zowel de methode op basis van efficiëntieratio's als de methode waarbij naar de goedkoopste combinatie van voertuigen gezocht wordt. De efficiëntieratiomethode maakt echter uitsluitend gebruik van grote en dure voertuigen terwijl het in bepaalde gevallen mogelijk is om deze te vervangen door kleinere voertuigen. De kosten voor de tweede methode liggen 40,84% hoger dan de optimale kosten en dit is nog steeds een grote afwijking.

De besparingsmethode ten slotte zorgt voor een afwijking van 19,11%. Deze afwijking is hoger dan de afwijking van de besparingsmethode voor de overige voorbeelden, maar in vergelijking met de afwijking van de overige twee methode is deze afwijking relatief klein voor dit voorbeeld.

**Tabel 46: Kosten rittenplanning voorbeeld 4**

|                         | Variabele kosten | Vaste kosten | Totale kosten | Toegelaten | % hoger dan optimale oplossing |
|-------------------------|------------------|--------------|---------------|------------|--------------------------------|
| Efficiëntieratio's      | € 1731,92        | € 225        | € 1956,92     | Ja         | 49,02%                         |
| Goedkoopste combinaties | € 1659,44        | € 190        | € 1849,44     | Ja         | 40,84%                         |
| Besparingsmethode       | € 1374,20        | € 190        | € 1564,20     | Ja         | 19,11%                         |
| AIMMS                   | € 1158,19        | € 155        | € 1313,19     | Ja         |                                |

De methode op basis van efficiëntieratio's is het eenvoudigst en snelst uit te voeren en zorgt altijd voor een *toegelaten* oplossing maar blijkt in bepaalde voorbeelden flexibiliteit te missen aangezien de methode meestal maar één soort voertuig voorstelt. Enkel indien er klanten zijn van wie de vraag groter is dan de capaciteit van dit voertuig worden er andere voertuigen ingeschakeld. Deze methode is daardoor te rigide. Op deze manier kan het immers voorkomen dat het laatste voertuig slechts voor tien procent gevuld is. Een verbetering van deze methode kan wellicht bekomen worden door een extra stap toe te voegen in deze heuristiek: nadat alle ritten opgesteld zijn, moet nagegaan worden of er ritten zijn die uitgevoerd kunnen worden door kleinere voertuigen. Indien dit mogelijk is, kan immers een daling in zowel de vaste als de variabele kosten bekomen worden.

Een ander nadeel van deze methode is dat er alleen rekening gehouden wordt met het verschil in vaste kosten tussen de voertuigen. Het voertuig met een lagere vaste kost is volgens deze ratio minder efficiënt maar er moet opgemerkt worden dat het voordeliger kan zijn om bij lange afstanden toch gebruik te maken van deze kleinere voertuigen. Deze voertuigen brengen immers een lagere variabele kost met zich mee. Deze lagere variabele kosten kunnen opwegen tegen de relatief hoge vaste kost.

De methode op basis van de goedkoopste combinatie is flexibeler dan de vorige methode en hierdoor werden soms ook lagere kosten bekomen. Voor het tweede voorbeeld kon echter geen toegelaten oplossing gevonden worden aan de hand van deze methode. Dit is uiteraard een belangrijk nadeel. Dit kan eventueel opgelost worden door een extra voertuig in te voegen maar dit zou uiteraard een verhoging van de kosten met zich meebrengen. Een ander nadeel is dat deze methode enkel rekening houdt met de vaste kosten van de voertuigen.

Ten slotte is er nog de besparingsmethode. Deze zorgt altijd voor een toegelaten oplossing en zorgt bovendien in elk van de vier gevallen voor de beste benadering. Bovendien houdt deze methode – in tegenstelling tot vorige twee methodes – rekening met het verschil in variabele kosten. Over het algemeen leidt dit tot kosten die zeer dicht liggen bij de optimale kosten.

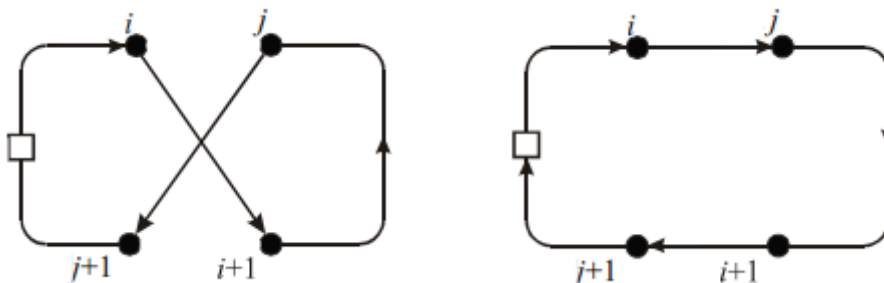
### 3.5.2 Verbeteringsmethodes

In deze paragraaf wordt getracht om de initiële oplossingen die in de vorige paragraaf verkregen werden te verbeteren om zo tot een goede oplossing te komen die gelijk is aan of dicht ligt bij de optimale oplossing. De kwaliteit van de oplossing hangt niet alleen af van de soort verbeteringen die doorgevoerd worden maar ook van de initiële oplossing waarvan gestart wordt (Bräysy en Gendreau, 2005). Om verbeteringen te kunnen doorvoeren moeten verschillende stappen doorlopen worden:

1. Genereren initiële oplossing;
2. Keuze verbeteringsmethode;
3. Acceptatiecriterium;
4. Stopcriterium.

De initiële oplossing werd reeds gegenereerd in paragraaf 3.4.1. De volgende stap is om een verbeteringsmethode te kiezen. Er bestaan verschillende soorten verbeteringsmethodes. De meest gebruikte methodes voor het rittenplanningsprobleem zijn zogenaamde *edge-exchange* algoritmes waarbij bepaalde verbindingen tussen klanten verbroken worden en nieuwe verbindingen gevormd worden. Voorbeelden van dergelijke algoritmes zijn 2-Opt, Or-opt, CROSS, GENI en Cyclic Transfer *exchange* algoritmes (Bräysy en Gendreau, 2005). De methodes die gebruikt zullen worden in deze thesis zijn 2-opt, 2-opt\*, Or-opt en het verplaatsen van klanten (Bräysy en Gendreau, 2005; Xu et al., 2012). Deze vier methodes zijn gekozen omdat ze een kwaliteitsvolle oplossing kunnen genereren in een relatief korte tijd.

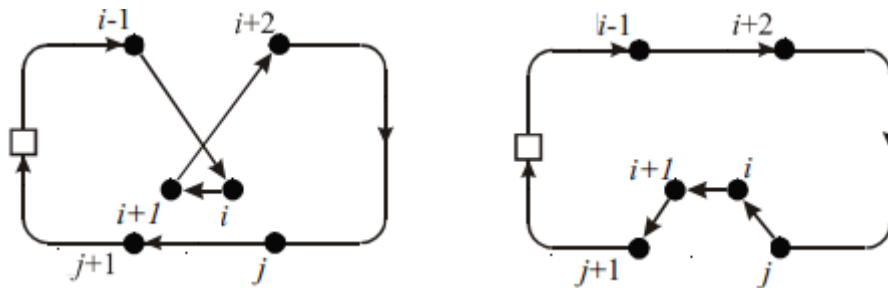
2-Opt en Or-Opt zijn *local search* methoden waarbij de beginoplossing iteratief verbeterd wordt door buuroplossingen te verkennen. Bij deze twee methoden wordt gefocust op verbindingen in eenzelfde route. Bij 2-Opt worden immers twee bestaande verbindingen tussen klanten in één rit verbroken en vervangen door twee nieuwe verbindingen tussen klanten in dezelfde rit. Deze strategie is grafisch weergegeven in Figuur 5. De verbindingen  $(i, i + 1)$  en  $(j, j + 1)$  worden verbroken en vervangen door de verbindingen  $(i, j)$  en  $(i + 1, j + 1)$ . Hierdoor wordt de richting tussen klanten  $i + 1$  en  $j$  omgekeerd.



**Figuur 5: 2-Opt Exchange (Bron: Bräysy en Gendreau, 2005)**

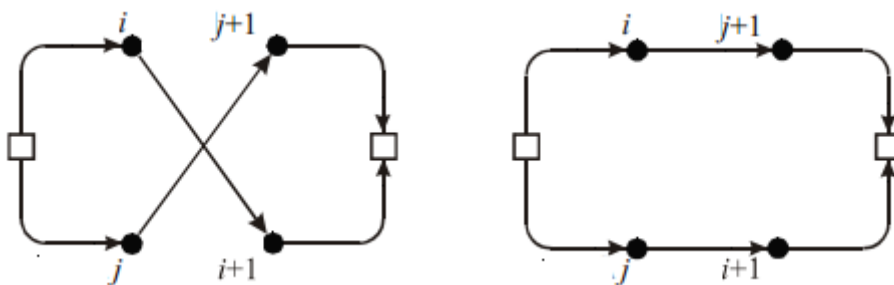
Bij Or-opt wordt een keten van opeenvolgende klanten verplaatst. Hierbij worden drie verbindingen tussen klanten in één rit verbroken en worden drie nieuwe verbindingen geconstrueerd in dezelfde rit. Dit wordt grafisch weergegeven in Figuur 6. Klanten  $i + 1$  en  $i$  – die eerst tussen klant  $i - 1$  en

$i + 2$  bediend worden – worden verplaatst en worden uiteindelijk bediend tussen klanten  $j + 1$  en  $j$ . Dit wordt mogelijk gemaakt door de drie verbindingen  $(i - 1, i)$ ,  $(i + 1, i + 2)$  en  $(j, j + 1)$  te verbreken en te vervangen door verbindingen  $(i - 1, i + 2)$ ,  $(j, i)$  en  $(i + 1, j + 1)$ . In deze thesis wordt een keten van maximum drie klanten verplaatst.



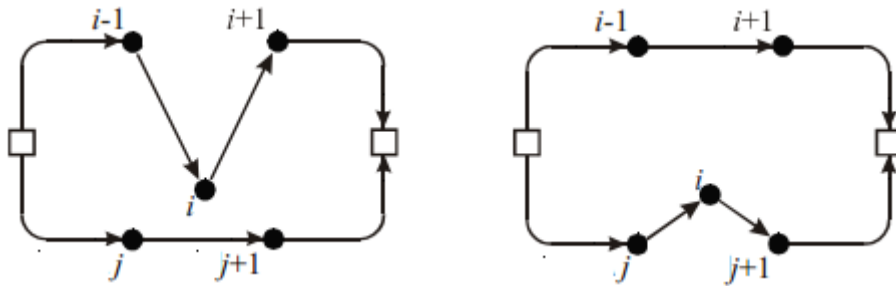
**Figuur 6: Or-Opt Exchange (Bron: Bräysy en Gendreau, 2005)**

Daarnaast is er de 2-opt\* verandering en het verplaatsen van operatoren. Deze zijn gelijkaardig aan de vorige twee methodes. Het enige verschil is dat de klanten nu uitgewisseld kunnen worden tussen twee verschillende ritten. Figuur 7 toont hoe de 2-opt\* verandering er grafisch uitziet. De klanten die in de initiële rittenplanning na klant  $i$  bediend worden in de bovenste rit, worden in de nieuwe rittenplanning bediend na klant  $j$  in de onderste rit. Klanten die in de onderste rit na klant  $j$  bediend worden, worden analoog in de nieuwe rittenplanning verplaatst na klant  $i$  in de bovenste rit. Dit kan behaald worden door verbindingen  $(i, i + 1)$  en  $(j, j + 1)$  te vervangen door verbindingen  $(i, j + 1)$  en  $(j, i + 1)$ .



**Figuur 7: 2-Opt\* Exchange (Bron: Bräysy en Gendreau, 2005)**

Figuur 8 toont hoe het er grafisch uitziet wanneer één of een reeks van meerdere klanten verplaatst wordt van de bovenste rit naar de onderste rit. Dit komt overeen met de Or-opt verandering. In deze figuur wordt één klant verwisseld van de bovenste rit naar de onderste rit. In deze masterproef worden ook reeksen van twee of drie opeenvolgende klanten beschouwd.



**Figuur 8: Verplaatsen operator (Bron: Bräysy en Gendreau, 2005)**

Aangezien het aantal mogelijke veranderingen heel groot kan zijn kan er een beperking worden gesteld op de verzameling van toegelaten veranderingen. Stel dat er bij een Or-opt verbetering een keten van klanten wordt verplaatst waarbij  $v_i$  de eerste klant in de keten is. Stel daarnaast dat  $v_j$  de klant is waarachter  $v_i$  wordt ingevoegd. Dan moet  $v_j$  één van de  $p$  dichtste burens zijn van  $v_i$ . Analoog moet bij een 2-opt verbetering  $v_j$  één van de  $q$  dichtste burens zijn van  $v_i$ . De waarden van  $p$  en  $q$  moeten dus bepaald worden (Potvin et al., 1996). Bovendien moeten enkel toegelaten veranderingen beschouwd worden. De capaciteitsbeperking van de grote voertuigen mag in geen geval geschonden worden. Aangezien in deze thesis een voorbeeld met tien klanten beschouwd wordt, worden zowel  $p$  als  $q$  op 3 gezet.

Nadat de verbeteringsmethode gekozen wordt, moet bepaald worden welk acceptatiecriteria gebruikt wordt om buuroplossingen te evalueren. In de literatuur over rittenplanningen zijn er twee strategieën die veel gebruikt worden. Enerzijds is er de first-accept waarbij de eerste oplossing gekozen wordt die voldoet aan een vooraf bepaald criterium. Een voorbeeld hiervan is dat de eerste oplossing die een verlaging in de kosten met zich meebrengt, gekozen wordt. Anderzijds is er de best-accept waarbij alle buuroplossingen die voldoen aan de criteria met elkaar vergeleken worden en vervolgens de beste oplossing uit de lijst gekozen wordt (Bräysy en Gendreau, 2005).

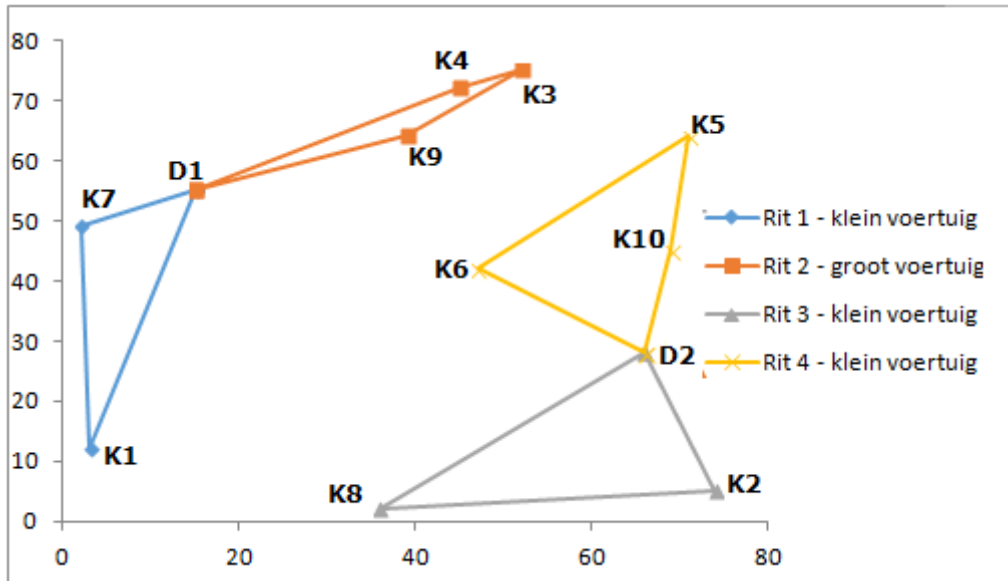
In deze thesis wordt het best-accept criterium gehanteerd aangezien deze methode garandeert dat in elke iteratie de best mogelijke buuroplossing geselecteerd wordt. De totale kosten van alle buuroplossingen worden hierbij met elkaar vergeleken. De rittenplanning die de grootste verlaging of eventueel de kleinste verhoging in kosten met zich meebrengt, wordt geselecteerd als nieuwe oplossing.

Nadat het acceptatiecriterium vastgelegd is, moet alleen nog bepaald worden wanneer gestopt wordt met zoeken naar buuroplossingen. Er kan gestopt worden wanneer  $k_1$  opeenvolgende iteraties zonder verbetering in de gevestigde oplossing plaatsvinden of wanneer  $k_2$  iteraties in totaal zijn uitgevoerd (Potvin et al., 1996). Deze twee variabelen moeten dus bepaald worden. Voor de voorbeelden in deze thesis wordt  $k_1$  vastgelegd op 3 en  $k_2$  op 10. Na 3 iteraties zonder verbetering in de gevestigde oplossing wordt gestopt met zoeken naar buuroplossingen. Deze waarden liggen redelijk laag omdat het een relatief klein rittenplanningsprobleem betreft.

Vervolgens worden de mogelijke buuroplossingen van de beginoplossing opgesteld. De beste oplossing uit deze lijst wordt gekozen. Indien klanten toegewezen worden aan een ander voertuig

moet steeds nagegaan worden of er een groter of kleiner voertuig nodig is. Er wordt steeds gebruik gemaakt van het goedkoopst mogelijke voertuig. Op basis van de gekozen buuroplossing worden weer alle mogelijke 2-opt en Or-opt buuroplossingen opgesteld en wordt de beste oplossing uit de lijst gekozen. Dit wordt herhaald tot één van de twee stopcriteria bereikt is.

Deze methode wordt toegepast op het eerste voorbeeld. Er wordt vertrokken van de beste beginoplossing die gevonden werd, namelijk de beginoplossing via de besparingsmethode (zie Figuur 9).



**Figuur 9: Beginoplossing voorbeeld 1**

Vervolgens worden alle toegelaten 2-opt en Or-opt oplossingen opgesteld, met elk hun bijbehorende kost. Hierbij wordt rekening gehouden dat de capaciteit van het grootste voertuig niet overschreden wordt. Daarnaast worden enkel de drie dichtste burens beschouwd, zoals eerder vermeld. De lijst met mogelijke buuroplossingen is samengevat in Tabel 47.

Er wordt begonnen met na te gaan welke de mogelijke 2-opt verbeteringen zijn. Eerst wordt klant 1 beschouwd. De drie dichtste burens van deze klant zijn klant 6, 7 en 8. De mogelijke ritten met deze klant zijn dus D1-K1-K7-D1, D2-K1-K6-K5-K10-D2 en D2-K1-K8-K2-D2. De eerste rit zit reeds in de bestaande oplossing en dit is dus geen verbetering. De tweede rit heeft een totale vraag van 102 eenheden en dus is het mogelijk om deze uit te voeren door een groot voertuig. Om deze rit te implementeren is het nodig om enerzijds verbindingen K1-D1 en K6-D2 te verbreken. Daarnaast moeten verbindingen K6-K1 en K1-D2 ingevoegd worden. De derde rit stelt dat verbindingen D1-K1 en D2-K8 verbroken moeten worden en vervangen door verbindingen K8-K1 en K1-D2. De gezamenlijke vraag van 92 eenheden leidt ertoe dat deze rit uitgevoerd zou moeten worden door een groot voertuig. Deze redenering wordt herhaald voor alle mogelijke klanten. Wegens de capaciteitsbeperkingen van de voertuigen zijn er slechts een beperkt aantal Or-opt veranderingen mogelijk.

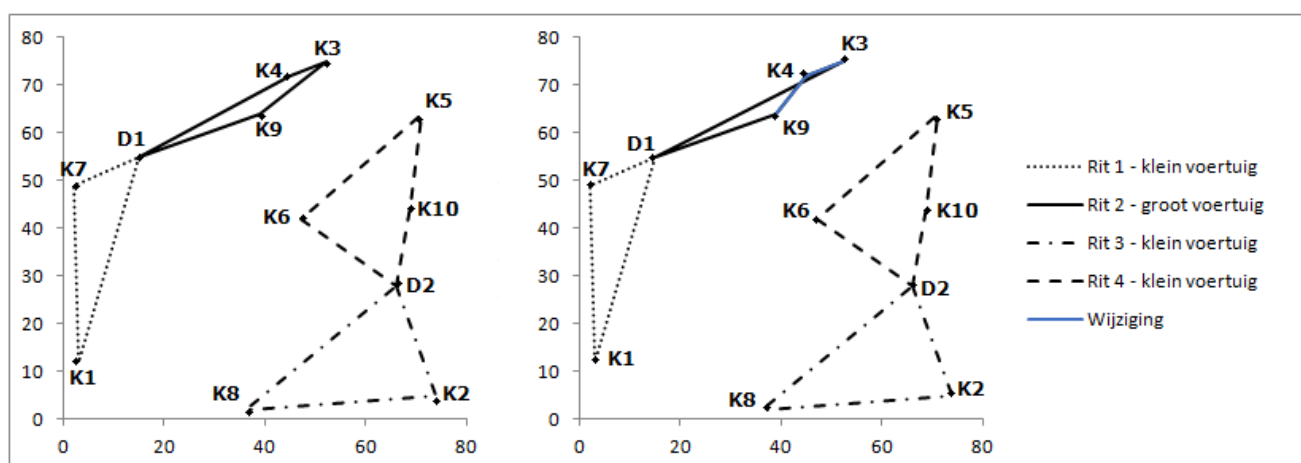
**Tabel 47: Eerste iteratie verbeteringsmethode – voorbeeld 1**

| Methode            | Verwijderde verbindingen | Ingevoegde verbindingen | Uiteindelijke rittenplanning                                       | Totale kosten    |
|--------------------|--------------------------|-------------------------|--|------------------|
| Initiële oplossing |                          |                         | D1-K1-K7-D1<br>D1-K4-K3-K9-D1<br>D2-K10-K5-K6-D2<br>D2-K2-K8-D2    | €2391,62         |
| 2 opt              | D1-K1<br>D2-K6           | K6-K1<br>K1-D2          | D1-K7-D1<br>D1-K4-K3-K9-D1<br>D2-K10-K5-K6-K1-D2<br>D2-K2-K8-D2    | € 2927,56        |
| 2 opt              | D1-K1<br>D2-K8           | K8-K1<br>K1-D2          | D1-K7-D1<br>D1-K4-K3-K9-D1<br>D2-K10-K5-K6-D2<br>D2-K2-K8-K1-D2    | € 2702,77        |
| 2 opt              | K2-K8<br>D2-K10          | K8-D2<br>K2-K10         | D1-K7-K1-D1<br>D1-K4-K3-K9-D1<br>D2-K2-K10-K5-K6-D2<br>D2-K8-D2    | €2819,61         |
| 2 opt              | K2-K8<br>D2-K6           | K2-K6<br>D2-K8          | D1-K7-K1-D1<br>D1-K4-K3-K9-D1<br>D2-K10-K5-K6-K2-D2<br>D2-K8-D2    | € 2813,66        |
| 2 opt              | D1-K4<br>K3-K9           | D1-K3<br>K4-K9          | D1-K7-K1-D1<br>D1-K3-K4-K9-D1<br>D2-K10-K5-K6-D2<br>D2-K2-K8-D2    | <u>€ 2395,47</u> |
| 2 opt              | D2-K10<br>K5-K6          | D2-K5<br>K6-K10         | D1-K7-K1-D1<br>D1-K4-K3-K9-D1<br>D2-K6-K10-K5-D2<br>D2-K2-K8-D2    | € 2435,27        |
| 2 opt              | K1-K7<br>D1-K9           | K7-K9<br>D1-K1          | D1-K1-D1<br>D1-K4-K3-K9-K7-D1<br>D2-K6-K5-K10-D2<br>D2-K2-K8-D2    | € 2558,44        |
| 2 opt              | D2-K6<br>K2-K8           | K6-K8<br>D2-K2          | D1-K8-K1-K7-D1<br>D1-K4-K3-K9-D1<br>D2-K10-K5-K6-K8-D2<br>D2-K2-D2 | € 2737,37        |

**Tabel 47: Eerste iteratie verbeteringsmethode – voorbeeld 1 (vervolg)**

| Methode | Verwijderde verbindingen | Ingevoegde verbindingen  | Uiteindelijke rittenplanning                                    | Totale kosten |
|---------|--------------------------|--------------------------|---|---------------|
| 2 opt   | D2-K8<br>K5-K6           | K6-K8<br>D2-K5           | D1-K1-K7-D1<br>D1-K4-K3-K9-D1<br>D2-K10-K5-D2<br>D2-K2-K8-K6-D2 | € 2419,47     |
| Or-opt  | D1-K1<br>D1-K7<br>D2-K8  | K8-K1<br>D2-K7           | D1-K4-K3-K9-D1<br>D2-K10-K5-K6-D2<br>D2-K2-K8-K1-K7-D2          | €2755,16      |
| Or-opt  | K3-K4<br>K5-K6<br>D1-K9  | D1-K4<br>K3-K5<br>K6-K9  | D1-K4-D1<br>D1-K1-K7-D1<br>D2-K10-K5-K3-K9-K6-D2<br>D2-K2-K8-D2 | € 2536,95     |
| Or-opt  | D2-K6<br>K5-K10<br>K3-K9 | D2-K10<br>K6-K9<br>K3-K5 | D1-K4-K3-K5-K6-K9-D1<br>D1-K1-K7-D1<br>D2-K10-D2<br>D2-K2-K8-D2 | € 2527,85     |

Uit Tabel 47 blijkt dat geen enkele buuroplossing een lagere kost met zich mee brengt dan de initiële oplossing. Daarom wordt de oplossing gekozen die de kleinste stijging in kosten veroorzaakt. Dit is de 2-opt verandering met een kost van € 2395,47 waarbij de volgorde tussen klanten 3, 4 en 9 veranderd wordt. Deze oplossing wordt gebruikt als startpunt in de volgende iteratie. Deze wijziging is grafisch weergegeven in Figuur 10. Hier is te zien dat klant 4 ingevoegd wordt tussen klanten 3 en 9. Dit wordt verwezenlijkt door verbindingen D1-K4 en K3-K9 te verbreken en te vervangen door verbindingen D1-K3 en K4-K9.



**Figuur 10: Wijziging eerste iteratie - voorbeeld 1**

Tabel 48 toont de verdere iteraties van de verbeteringsmethode. Wegens het grote aantal van mogelijke verbeteringen wordt per iteratie enkel de best mogelijke verbetering getoond. Dit is de



verbetering die de grootste daling in kosten met zich meebrengt of in bepaalde gevallen de kleinste stijging in kosten.

**Tabel 48: Verdere iteraties verbeteringsmethode – voorbeeld 1**

| Iteratie | Methode | Verwijderde verbindingen | Ingevoegde verbindingen | Uiteindelijke rittenplanning                                    | Totale kosten |
|----------|---------|--------------------------|-------------------------|---|---------------|
| 2        | 2 opt   | K5-K6<br>D2-K8           | K6-K8<br>D2-K5          | D1-K7-K1-D1<br>D1-K3-K4-K9-D1<br>D2-K10-K5-D2<br>D2-K2-K8-K6-D2 | € 2423,32     |
| 3        | 2-opt   | K5-K4<br>K3-K9           | K5-K3<br>K4-K9          | D1-K1-K7-D1<br>D2-K10-K5-K3-K4-<br>K9-D2<br>D2-K2-K8-K6-D2      | € 2229,11     |

Er waren slechts drie iteraties nodig om tot de globale, optimale oplossing te komen. In principe moet verder gezocht worden in de verzameling van buuroplossingen tot het stopcriterium van drie iteraties zonder verbetering in de gevestigde oplossing bereikt is of tot er tien iteraties in totaal bereikt zijn. In praktijk is de optimale oplossing immers niet gekend. In deze thesis is de optimale oplossing reeds berekend en dus is het niet nodig om verder te gaan tot het stopcriterium bereikt is. Het is immers zeker dat er geen verdere verbetering mogelijk is.

Tabel 49 toont de verbeteringsmethodes voor het tweede voorbeeld. Deze tabel toont enkel de beste oplossing van elke iteratie. Reeds na één iteratie wordt de globale optimale oplossing gevonden.

**Tabel 49: Verbeteringsmethodes voorbeeld 2**

| Iteratie | Methode           | Rittenplanning   | Kost      |
|----------|-------------------|--|-----------|
| 0        | Besparingsmethode | D1-K4-K9-D1<br>D1-K1-D1<br>D1-K3-D1<br>D1-K10-D1<br>D2-K2-K8-D2<br>D2-K5-K6-D2<br>D2-K7-D2 | € 2816,62 |
| 1        | 2-opt             | D1-K4-K9-D1<br>D1-K10-D1<br>D1-K3-D1<br>D1-K1-K7-D1<br>D2-K2-K8-D2<br>D2-K5-K6-D2          | € 2771,56 |

Daarna wordt deze methode ook toegepast op het derde voorbeeld. De beste oplossing van elke iteratie is te vinden in Tabel 50. Bij de eerste iteratie vindt er een verslechtering plaats in de kost maar reeds na twee iteraties wordt de optimale oplossing met een kost van € 1357,16 bekomen.

**Tabel 50: Verbeteringsmethodes voorbeeld 3**

| Iteratie | Methode           | Rittenplanning   | Kost      |
|----------|-------------------|--|-----------|
| 0        | Besparingsmethode | D1-K4-K7-K3-K6-K5-D1<br>D1-K8-K10-D1<br>D2-K1-K9-K2-D2 | € 1411,83 |
| 1        | 2-opt             | D1-K8-K4-K10-D1<br>D1-K5-K6-K3-K7-D1<br>D2-K1-K9-K2-D2 | € 1460,80 |
| 2        | 2-opt             | D1-K8-K4-K10-D1<br>D1-K5-K6-K9-K3-K7-D1<br>D2-K1-K2-D2 | € 1357,16 |

Ten slotte wordt de verbeteringsmethode ook toegepast op het vierde en laatste voorbeeld. De resultaten hiervan zijn samengevat in Tabel 51. Bij dit voorbeeld zijn er drie iteraties nodig om tot de globale, optimale oplossing te komen. Enkel bij de tweede iteratie vindt er een verslechtering plaats in de kosten van de oplossing. De overige iteraties brengen steeds lagere kosten met zich mee.

**Tabel 51: Verbeteringsmethodes voorbeeld 4**

| Iteratie | Methode           | Rittenplanning   | Kost      |
|----------|-------------------|--|-----------|
| 0        | Besparingsmethode | D1-K7-K8-K3-K9-D1<br>D2-K2-K1-K5-K10-K4-D2<br>D2-K6-D2 | € 1564,20 |
| 1        | Or-Opt            | D1-K7-K8-K3-K9-D1<br>D2-K2-K5-K1-K10-K4-D2<br>D2-K6-D2 | € 1553,64 |
| 2        | 2-opt             | D1-K7-K8-K3-K9-D1<br>D2-K5-K1-K10-K4-D2<br>D2-K2-K6-D2 | € 1571,31 |
| 3        | Or-opt            | D1-K7-K3-K9-D1<br>D2-K5-K1-K8-K10-K4-D2<br>D2-K2-K6-D2 | € 1313,19 |

## 4. Conclusies

---

Deze masterproef had als doel om na te gaan welke heuristiek op een snelle manier een goede oplossing kan genereren voor het rittenplanningsprobleem met meerdere depots en een heterogene vloot van voertuigen. Om hier een antwoord op te vinden werd eerst een literatuurstudie uitgevoerd en vervolgens een praktijkprobleem onderzocht.

Deze thesis begon met een bondige literatuurstudie over de verschillende complexe beperkingen die in rekening worden gebracht bij zogenaamde *rich VRPs (Vehicle Routing Problems)*. Vervolgens werd uitsluitend gefocust op een rittenplanningsprobleem met meerdere depots en met een heterogene vloot van voertuigen. Deze keuze vloeide voort uit de grote aanwezigheid in de praktijk en de relatief beperkte aanwezigheid in de literatuur. De kenmerken, problemen en oplossingsmethodes van deze beperkingen werden uitvoerig besproken.

De tweede deelvraag richtte zich op de definitie, beperkingen en oplossingsmodellen voor rittenplanningen met respectievelijk een heterogene vloot, meerdere depots en het gecombineerde probleem. Uit de literatuurstudie over rittenplanningen met een heterogene vloot van voertuigen bleek dat er drie verschillende versies van dit probleem zijn. De versie waarbij verschillen in zowel capaciteit, vaste kosten als variabele kosten tussen de voertuigen beschouwd worden en waarbij het aantal beschikbare voertuigen van elke soort ongelimiteerd is, werd het vaakst bestudeerd. Om deze rittenplanningen op te lossen werd vooral gebruik gemaakt van de Tabu Search heuristiek.

Wanneer uitsluitend naar rittenplanningsproblemen met meerdere depots gekeken wordt, valt op dat de meeste auteurs de klanten in de eerste fase van de initiële oplossing toewijzen aan het dichtstbijzijnde depot. Voor dit rittenplanningsprobleem wordt vaak een Tabu Search of een VNS gebruikt. Maar ook hybride heuristieken worden regelmatig gebruikt. In tegenstelling tot het HVRP waar kostenminimalisatie centraal staat, wordt in het VRP met meerdere depots meestal getracht om de totale afstand te minimaliseren.

De literatuur over het VRP waarbij zowel rekening werd gehouden met heterogene voertuigen als met meerdere depots is relatief beperkt. Bovendien verschillen de assumpties en de gebruikte methoden erg tussen de verschillende onderzoeken.

Vervolgens werden vier numerieke voorbeelden opgesteld. Deze werden opgelost aan de hand van verschillende methodes. Allereerst werden de voorbeelden via het modelleringsprogramma AIMMS opgelost zodat een beeld van de optimale oplossing beschikbaar was. Deze manier van oplossen bleek echter zeer tijdrovend en is dus niet efficiënt in de dynamische realiteit. Daarom werd gezocht naar heuristieken die op een snelle manier een goede oplossing konden bieden voor het rittenplanningsprobleem beschouwd in deze thesis.

Deze heuristieken bestaan uit twee stappen, namelijk het genereren van een beginoplossing en vervolgens het verbeteren van deze initiële oplossing. Drie verschillende methodes werden getest

om een beginoplossing te verkrijgen, namelijk de methode op basis van efficiëntieratio's, de methode op basis van de goedkoopste combinatie van voertuigen en ten slotte de besparingsheuristiek.

De methode op basis van efficiëntieratio's bleek de eenvoudigste methode. Hierbij wordt getracht om, indien mogelijk, alleen voertuigen te gebruiken met de laagste kostenefficiëntieratio ( $\frac{\text{vaste kosten}}{\text{capaciteit}}$ ). De rekentijd die nodig was voor deze methode was zeer kort. Bovendien zorgde deze methode in alle gevallen voor een geldige oplossing. Het gebrek aan flexibiliteit is echter een nadeel van deze methode. De methode zorgt er immers voor dat slechts één soort voertuig toegekend wordt aan de verschillende ritten. Een ander nadeel is dat deze methode enkel rekening houdt met de vaste kosten van de voertuigen en niet met de variabele kosten.

De methode waarbij alle mogelijke combinaties van voertuigen met elkaar vergeleken worden en waarbij vervolgens de goedkoopste combinatie gekozen wordt, houdt ook enkel rekening met het verschil in vaste kosten tussen de voertuigen. Bovendien is deze methode niet altijd in staat om een toegelaten oplossing te genereren, wat een groot nadeel vormt. De methode is echter wel flexibeler dan de methode op basis van efficiëntieratio's. Er worden immers zowel grote als kleine voertuigen gebruikt en hierdoor liggen de kosten lager dan de methode op basis van efficiëntieratio's.

De volgorde van bediening van beide methodes was vaak identiek. Het enige verschil tussen beide methodes was in de meeste voorbeelden het type van gebruikte voertuigen. De methode op basis van efficiëntieratio's maakt meer gebruik van grotere en duurdere voertuigen. Hierdoor liggen de kosten vaak hoger dan bij de methode van de goedkoopste combinatie van voertuigen. Beide methodes zorgden bovendien voor rittenplanningskosten die relatief hoog waren in vergelijking met de optimale kosten. Deze masterproef toont dus aan dat het onvoldoende is om enkel rekening te houden met de vaste kosten van de voertuigen. Methodes die enkel rekening houden met de vaste kosten kunnen immers geen goede benadering van de optimale kosten bekomen.

De besparingsmethode bleek in alle gevallen de beste initiële oplossing te genereren. Bovendien was het verschil tussen de kosten van de besparingsmethode en de optimale kosten voor elk voorbeeld zeer klein. Deze heuristiek houdt bovendien – in tegenstelling tot de andere twee methodes – rekening met de variabele kosten van de voertuigen. De rekentijd die deze methode vereist ligt hoger dan de overige twee methodes maar ligt nog steeds lager dan de verwerktijd die het programma AIMMS nodig had om tot een optimale oplossing te komen. Bovendien kan deze methode geprogrammeerd worden waardoor de rekentijd veel lager zal liggen. Net zoals de eerste methode is de besparingsheuristiek steeds in staat om een toegelaten oplossing te genereren.

Nadat de initiële oplossing geconstrueerd is, wordt getracht om verbeteringen door te voeren in deze oplossingen. Hiervoor wordt gebruik gemaakt van zogenaamde 2-opt veranderingen, 2-opt\* veranderingen, Or-opt veranderingen en verplaatsingen van operatoren. Hierbij waren maximum drie iteraties nodig om tot de optimale oplossing te komen. Indien deze methode toegepast wordt

op grotere en complexere problemen zullen waarschijnlijk meer dan drie iteraties nodig zijn om tot de optimale oplossing te komen.

Als algemene conclusie kan dus geconcludeerd worden dat in deze masterproef bleek dat de besparingsmethode een goede methode is om een rittenplanning te construeren indien er rekening wordt gehouden met meerdere depots en een heterogene vloot van voertuigen. De afwijking tussen de gevonden kosten en de optimale kosten is immers relatief laag indien deze methode gebruikt wordt. Bovendien kan relatief snel een oplossing verkregen worden, wat belangrijk is in de dynamische realiteit. Voordat geconcludeerd kan worden dat de besparingsmethode een goede algemene oplossingsmethode is, moet rekening gehouden worden met de beperkingen die in het volgende hoofdstuk besproken worden.



## 5. Aanbevelingen voor verder onderzoek

---

Deze thesis houdt rekening met slechts twee beperkingen: meerdere depots en een heterogene vloot van voertuigen. In verdere onderzoeken kan nagegaan worden of de conclusies in deze thesis ook gelden voor rittenplanningsproblemen waar extra beperkingen worden ingevoegd, zoals bijvoorbeeld tijdsvensters van klanten. Dit komt immers vaak voor in de praktijk.

Een volgende aanbeveling is om de heuristieken toe te passen op grotere problemen. Door gebruik te maken van problemen met meer dan twaalf knooppunten wordt het rittenplanningsprobleem realistischer. Daarnaast werd in deze masterproef gebruik gemaakt van vier voorbeelden. Een volgende aanbeveling kan zijn om de heuristieken te toetsen op meerdere problemen zodat nagegaan kan worden of de conclusies dan nog gelden.

Daarnaast kan ook een uitbreiding van de besparingsmethode getest worden. In deze masterproef werden klanten enkel nieuwe klanten ingevoegd tussen een andere klant en een depot. In de uitbreiding van de besparingsmethode kunnen klanten ook ingevoegd worden tussen twee klanten die reeds met elkaar verbonden zijn. Dit heeft als gevolg dat na elke iteratie de besparingen opnieuw berekend moeten worden.

Een laatste aanbeveling is om gebruik te maken van meer en andere verbeteringsmethoden. In deze masterproef werden slechts vier verbeteringsmechanismen getest. In verder onderzoek kan bijvoorbeeld gebruik gemaakt worden van  $k$ -Opt verbeteringsmethoden, waarbij  $k$  groter is dan 2. Daarnaast kunnen ook andere meta-heuristische methoden zoals bijvoorbeeld de Tabu Search methode getest worden.





# Referentielijst

---

- Ahold stapt over op dynamische transportplanning. (2011). Opgevraagd op 3 maart, 2013, via <http://www.logistiek.nl/Distributie/transport-management/2011/6/Ahold-stapt-over-op-dynamische-transportplanning--LOGNWS111850W/>.
- Brandão, J. (2011). A tabu search algorithm for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 38(1), 140-151.
- Bräysy, O., & Gendreau, M. (2005). Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part I: Route Construction and Local Search Algorithms. *Transportation Science*, 39, 104-118.
- Ceselli, A., Righini, G., & Salani, M. (2009). A Column Generation Algorithm for a Rich Vehicle-Routing Problem. *Transportation Science*, 43, 56-69.
- Choi, E., & Tcha, D. (2007). A column generation approach to the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 34(7), 2080-2095.
- Clarke, G. & Wright, J. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, 12 (4), 568-581.
- Cordeau, J.F., Gendreau, M., Laporte, G., Potvin, J.-Y., & Semet, F. (2002). A guide to vehicle routing heuristics. *Journal of the Operational Research Society*, 53(5), 512-522.
- Cordeau J.F., Laporte G., & Mercier A. (1997). A Tabu Search Heuristic for Periodic and MultiDepot Vehicle Routing Problems. *Networks*, 30, 105-119.
- Crevier, B., Cordeau, J. F., & Laporte, G. (2007). The multi-depot vehicle routing problem with inter-depot routes. *European Journal of Operational Research*, 176, 756-773.
- den Bakker, F. (2012). Het beste van 2012. *Logistiek Magazine*, 42-44.
- Desrochers, M., & Verhoog, T.W. (1991). A new heuristic for the fleet size and mix vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 18(3), 263-274.
- Dondo, R., & Cerdá, J. (2007). A cluster-based optimization approach for the multi-depot heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, 176, 1478-1507.
- Dondo, R., & Cerdá, J. (2007). A reactive MILP approach to the Multi depot heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows. *International transactions in operational research*, 13(5), 441-459.

Dondo, R., Méndez, C.A., Cerdá, J. (2003). An optimal approach to the multiple-depot heterogeneous vehicle routing problem with time window and capacity constraints. *Latin American Applied Research*, 33, 129-134.

Eurostat (2010). *Freight transport statistics*. Opgevraagd op 26 februari, 2013, via [http://epp.eurostat.ec.europa.eu/statistics\\_explained/index.php/Freight\\_transport\\_statistics](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/statistics_explained/index.php/Freight_transport_statistics).

Gendreau, M., Laporte, G., Musaraganyi, S., & Taillard, E.D. (1999). A tabu search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 26, 1153-1173.

Goel, A., & Gruhn, V. (2008). A General Vehicle Routing Problem. *European Journal of Operating Research*, 191, 650-660.

Golden, B., Assad, A., Levy, L., & Gheysens, F. (1984). The fleet size and mix vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 11(1), 49-66.

Golden, B., Raghavan, S., & Wasil, E. (Eds). (2008). *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges*. New York: Springer.

Ho, W., Ho, G.T.S., Ji, P., & Lau, H.C.W. (2008). A hybrid genetic algorithm for the multi-depot vehicle routing problem. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 21, 548-557.

Imran, A., Salhi, S., & Wassan, N.A. (2009). A variable neighborhood-based heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 197, 509-518.

Kuo, Y., & Wang, C. (2012). A variable neighborhood search for the multi-depot vehicle routing problem with loading cost. *Expert Systems with Applications*, 39(8), 6949-6954.

Lee, Y.H., Kim, J.I., Kang, K.H., & Kim, K.H. (2008). A heuristic for vehicle fleet mix problem using Tabu search and set partitioning. *Journal of the Operational Research Society*, 59, 833-841.

Li, F., Golden, B.L., & Wasil, E.A. (2006). A record-to-record travel algorithm for solving the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 34(9), 2734-2742.

Liu, R., Jiang, Z., Fung, R. Y. K., Chen, F., & Liu, X. (2010). Two-phase heuristic algorithms for full truckload multi-depot capacitated vehicle routing problem in carrier collaboration. *Computers and Operations Research*, 37, 950-959.

Mirabi, M., Fatemi Ghomi, S.M.T., & Jolai, F. (2010). Efficient stochastic hybrid heuristics for the multi-depot vehicle routing problem. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 26, 564-569.

- Ochi, L.S., Vianna, D.S., Drummond, L.M.A., & Victor, A.O. (1998). A parallel evolutionary algorithm for the vehicle routing problem with heterogeneous fleet. *Future Generation Computer Systems*, 14(5-6), 285-292.
- Paraskevopoulos, D.C., Repoussis, P.P., Tarantilis, C.D., Ioannou, G., & Prastacos, G. (2007). A reactive variable neighborhood tabu search for the heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows. *Journal of Heuristics*, 14(5), 425-455.
- Penna, P.H.V., Subramanian, A., & Ochi, L.S. (2013). An Iterated Local Search heuristic for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem. *Journal of Heuristics*, 19(2), 201-232.
- Pereira, F.B., & Tavares, J. (Eds). (2008). *Bio-inspired Algorithms for the Vehicle Routing Problem*. Berlijn: Springer.
- Pessoa, A., Uchoa, E., & de Aragão, M.P. (2009). A Robust Branch-Cut-and-Price Algorithm for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem. *Wiley Periodicals*, 54(4), 167-177.
- Polacek, M., Hartl, R., Doerner, K., & Reimann, M. (2004). A variable neighborhood search for the multi depot vehicle routing problem with time windows. *Journal of Heuristics*, 10, 613-627.
- Potvin, J.Y., Kervahut, T., Garcia, B.L., & Rousseau, J.M. (1996). The vehicle routing problem with time windows – Part I: Tabu search. *INFORMS Journal on Computing*, 8, 158-164
- Prins, C. (2009). Two memetic algorithms for heterogeneous fleet vehicle routing problems. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 22, 916-928.
- Rand, G.K. (2009). The life and times of the Savings Methode for Vehicle Routing Problems. *ORION*, 25(2), 125-145.
- Renaud, J., Laporte, G., & Boctor, F.F. (1996). A tabu search heuristic for the multi-depot vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 23(3), 229-235.
- Renaud, J., & Boctor, F.F. (2002). A sweep-based algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 140(3), 618-628.
- Salhi, S., & Sari, M. (1997). A multi-level composite heuristic for the multi-depot vehicle fleet mix problem. *European Journal of Operational Research*, 103, 95-112.
- Salhi, S., Sari, M., Saidi, D., & Touati, N. (1992). Adaptation of some vehicle fleet mix heuristics. *Omega*, 20(5), 653-660.
- Solomon, M. (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problem with time window constraints. *Operations Research*, 32, 254-265.

Subramanian, A., Penna, P.H.V., Uchoac, E., & Ochi, L.S. (2012). A Hybrid Algorithm for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem. *European Journal of Operational Research*, 221, 285–295.

Taillard, E.D. (1999). A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet VRP. *Operations Research*, 33(1), 1-14.

Tarantilis, C.D., Kiranoudis, C.T., & Vassiliadis, V.S. (2004). A threshold accepting metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 152, 148–158.

Thangiah, S., & Salhi, S. (2001). Genetic clustering: an adaptive heuristic for the multidepot vehicle routing problem. *Applied Artificial Intelligence*, 15, 361-383.

Tillman, F.A. (1969). Multiple Terminal Delivery Problem with Probabilistic Demands. *Transportation Science*, 3, 192-204.

Transport en Logistiek Vlaanderen en FEBETRA vrezen zware tijden voor Belgische transportsector. (2012). Opgevraagd op 21 april, 2013, via <http://www.transportenlogistiekvlaanderen.be/nl/publicaties/persberichten/transport-en-logistiek-vlaanderen-en-febeta-vrezen-zware-tijden-voor-b>.

Vidal, T., Crainic, T.G., Gendreau, M., & Prins, C. (2013). Heuristics for multi-attribute vehicle routing problems: A survey and synthesis. *European Journal of Operational Research*, 231, 1-21.

Wassan, N.A., & Osman, I.H. (2002). Tabu search variants for the mix fleet vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, 53(7), 768-782.

Xu, Y., Wang, L., & Yang, Y. (2012). A New Variable Neighborhood Search Algorithm for the Multi Depot Heterogeneous Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 39, 289–296.

# Lijst van tabellen

---

|   |    |
|---|----|
| Tabel 1: Literatuur HVRP .....  | 8  |
| Tabel 2: Literatuur MDVRP .....   | 12 |
| Tabel 3: Literatuur MDVRP met heterogene vloot .....  | 15 |
| Tabel 4: Afstandenmatrix voorbeeld 1 .....  | 23 |
| Tabel 5: Informatie voertuigen voorbeeld 1 .....  | 24 |
| Tabel 6: Capaciteit voertuigen voorbeeld 1 .....  | 25 |
| Tabel 7: Kosten AIMMS voorbeeld 1 .....   | 25 |
| Tabel 8: Kosten AIMMS voorbeeld 2 .....   | 26 |
| Tabel 9: Capaciteit voertuigen voorbeeld 2 .....  | 26 |
| Tabel 10: Kosten AIMMS voorbeeld 3 .....  | 26 |
| Tabel 11: Capaciteit voertuigen voorbeeld 3 .....   | 27 |
| Tabel 12: Kosten AIMMS voorbeeld 4 .....  | 27 |
| Tabel 13: Capaciteit voertuigen voorbeeld 4 .....   | 27 |
| Tabel 14: toewijzing voorbeeld 1 .....  | 29 |
| Tabel 15: Toewijzing voorbeeld 2 .....  | 29 |
| Tabel 16: Toewijzing voorbeeld 3 .....  | 29 |
| Tabel 17: Toewijzing voorbeeld 4 .....  | 29 |
| Tabel 18: voertuigcombinaties eerste voorbeeld - eerste depot .....                           | 31 |
| Tabel 19: voertuigcombinaties eerste voorbeeld - tweede depot .....                           | 32 |
| Tabel 20: voertuigcombinaties tweede voorbeeld - eerste depot .....                           | 32 |
| Tabel 21: voertuigcombinaties tweede voorbeeld - tweede depot .....                           | 32 |
| Tabel 22: voertuigcombinaties derde voorbeeld - eerste depot .....                            | 33 |
| Tabel 23: voertuigcombinaties derde voorbeeld - tweede depot .....                            | 33 |
| Tabel 24: Voertuigcombinaties vierde voorbeeld - eerste depot .....                           | 33 |
| Tabel 25: Voertuigcombinaties vierde voorbeeld - tweede depot .....                           | 33 |
| Tabel 26: Kosten mogelijke rittenplanningen depot 1 - voorbeeld 1 .....                       | 37 |
| Tabel 27: Kosten mogelijke rittenplanningen depot 2 - voorbeeld 1 .....                       | 38 |
| Tabel 28: Kosten besparingsmethode voorbeeld 1 .....  | 39 |
| Tabel 29: Kosten mogelijke rittenplanningen depot 1 - voorbeeld 2 .....                       | 40 |
| Tabel 30: Kosten mogelijke rittenplanningen depot 1 - voorbeeld 2 .....                       | 41 |
| Tabel 31: Kosten mogelijke rittenplanningen depot 1 - voorbeeld 2 .....                       | 41 |
| Tabel 32: Kosten mogelijke rittenplanningen depot 2 - voorbeeld 2 .....                       | 42 |
| Tabel 33: Kosten mogelijke rittenplanningen depot 2 - voorbeeld 2 .....                       | 42 |
| Tabel 34: Kosten besparingsmethode voorbeeld 2 .....  | 43 |
| Tabel 35: Kosten besparingsmethode voorbeeld 3 .....  | 44 |
| Tabel 36: Kosten besparingsmethode voorbeeld 4 .....  | 45 |
| Tabel 37: Kosten beginoplossing efficiëntieratio's/goedkoopste combinatie - voorbeeld 1 ..... | 46 |
| Tabel 38: Kosten beginoplossing efficiëntieratio's - voorbeeld 2 .....                        | 47 |
| Tabel 39: Kosten beginoplossing efficiëntieratio's - voorbeeld 3 .....                        | 48 |
| Tabel 40: Kosten beginoplossing goedkoopste combinaties - voorbeeld 3 .....                   | 48 |

|  |    |
|--|----|
| Tabel 41: Kosten beginoplossing efficiëntieratio's – voorbeeld 4 .....     | 48 |
| Tabel 42: Kosten beginoplossing goedkoopste combinaties – voorbeeld 4..... | 48 |
| Tabel 43: Kosten rittenplanning voorbeeld 1 .....                          | 49 |
| Tabel 44: Kosten rittenplanning voorbeeld 2 .....                          | 50 |
| Tabel 45: Kosten rittenplanning voorbeeld 3 .....                          | 51 |
| Tabel 46: Kosten rittenplanning voorbeeld 4 .....                          | 52 |
| Tabel 47: Eerste iteratie verbeteringsmethode – voorbeeld 1 .....          | 57 |
| Tabel 48: Verdere iteraties verbeteringsmethode – voorbeeld 1 .....        | 59 |
| Tabel 49: Verbeteringsmethodes voorbeeld 2 .....                           | 59 |
| Tabel 50: Verbeteringsmethodes voorbeeld 3 .....                           | 60 |
| Tabel 51: Verbeteringsmethodes voorbeeld 4 .....                           | 60 |

# Lijst van figuren

---

|  |    |
|--|----|
| Figuur 1: Rittenplanningsprobleem voorbeeld 1 .....  | 23 |
| Figuur 2: Oplossing AIMMS voorbeeld 1 .....  | 24 |
| Figuur 3: Initiële oplossing efficiëntieratio's / goedkoopste combinatie - voorbeeld 1 ..... | 49 |
| Figuur 4: Initiële oplossing besparingsheuristiek - voorbeeld 1 .....                        | 50 |
| Figuur 5: 2-Opt Exchange (Bron: Bräysy en Gendreau, 2005) .....                              | 53 |
| Figuur 6: Or-Opt Exchange (Bron: Bräysy en Gendreau, 2005) .....                             | 54 |
| Figuur 7: 2-Opt* Exchange (Bron: Bräysy en Gendreau, 2005) .....                             | 54 |
| Figuur 8: Verplaatsen operator (Bron: Bräysy en Gendreau, 2005) .....                        | 55 |
| Figuur 9: Beginoplossing voorbeeld 1 .....   | 56 |
| Figuur 10: Wijziging eerste iteratie - voorbeeld 1 .....                                     | 58 |





# Bijlagen

---

|  |    |
|--|----|
| Tabel b 1: Coördinaten voorbeeld 1 .....                 | 76 |
| Tabel b 2: Coördinaten en klantenvraag voorbeeld 2 ..... | 77 |
| Tabel b 3: Afstandenmatrix voorbeeld 2 .....             | 77 |
| Tabel b 4: Voertuiginformatie voorbeeld 2 .....          | 77 |
| Tabel b 5: Coördinaten en klantenvraag voorbeeld 3 ..... | 78 |
| Tabel b 6: Afstandenmatrix voorbeeld 3 .....             | 78 |
| Tabel b 7: Voertuiginformatie voorbeeld 3 .....          | 78 |
| Tabel b 8: Coördinaten en klantenvraag voorbeeld 4 ..... | 79 |
| Tabel b 9: Coördinaten en klantenvraag voorbeeld 4 ..... | 79 |
| Tabel b 10: Voertuiginformatie voorbeeld 4 .....         | 79 |

Bijlage 1: Informatie voorbeeld 1

**Tabel b 1: Coördinaten voorbeeld 1**

|          | X-coördinaat | Y-coördinaat |
|----------|--------------|--------------|
| Klant 1  | 3            | 12           |
| Klant 2  | 74           | 5            |
| Klant 3  | 52           | 75           |
| Klant 4  | 45           | 72           |
| Klant 5  | 71           | 64           |
| Klant 6  | 47           | 42           |
| Klant 7  | 2            | 49           |
| Klant 8  | 36           | 2            |
| Klant 9  | 39           | 64           |
| Klant 10 | 69           | 45           |
| Depot 1  | 3            | 12           |
| Depot 2  | 74           | 5            |

Bijlage 2: Informatie voorbeeld 2

**Tabel b 2: Coördinaten en klantenvraag voorbeeld 2**

|          | X- coördinaat | Y-coördinaat | Vraag |
|----------|---------------|--------------|-------|
| Klant 1  | 65            | 54           | 23    |
| Klant 2  | 4             | 28           | 16    |
| Klant 3  | 70            | 37           | 39    |
| Klant 4  | 64            | 79           | 50    |
| Klant 5  | 15            | 92           | 10    |
| Klant 6  | 7             | 96           | 36    |
| Klant 7  | 61            | 5            | 21    |
| Klant 8  | 1             | 27           | 35    |
| Klant 9  | 79            | 83           | 18    |
| Klant 10 | 55            | 81           | 40    |
| Depot 1  | 82            | 52           |       |
| Depot 2  | 20            | 18           |       |

**Tabel b 3: Afstandenmatrix voorbeeld 2**

|     | D1   | D2    | K1    | K2    | K3    | K4    | K5    | K6    | K7     | K8    | K9    | K10   |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|
| D1  | 0.00 | 70.71 | 17.12 | 81.61 | 19.21 | 32.45 | 78.03 | 86.95 | 51.48  | 84.77 | 31.14 | 39.62 |
| D2  |      | 0.00  | 57.63 | 18.87 | 53.49 | 75.21 | 74.17 | 79.08 | 43.01  | 21.02 | 87.78 | 72.07 |
| K1  |      |       | 0.00  | 66.31 | 17.72 | 25.02 | 62.80 | 71.61 | 49.16  | 69.46 | 32.20 | 28.79 |
| K2  |      |       |       | 0.00  | 66.61 | 78.75 | 64.94 | 68.07 | 61.47  | 3.16  | 93.01 | 73.55 |
| K3  |      |       |       |       | 0.00  | 42.43 | 77.78 | 86.31 | 33.24  | 69.72 | 46.87 | 46.49 |
| K4  |      |       |       |       |       | 0.00  | 50.70 | 59.48 | 74.06  | 81.69 | 15.52 | 9.22  |
| K5  |      |       |       |       |       |       | 0.00  | 8.94  | 98.41  | 66.49 | 64.63 | 41.48 |
| K6  |      |       |       |       |       |       |       | 0.00  | 105.82 | 69.26 | 73.16 | 50.29 |
| K7  |      |       |       |       |       |       |       |       | 0.00   | 63.91 | 80.05 | 76.24 |
| K8  |      |       |       |       |       |       |       |       |        | 0.00  | 96.02 | 76.37 |
| K9  |      |       |       |       |       |       |       |       |        |       | 0.00  | 24.08 |
| K10 |      |       |       |       |       |       |       |       |        |       |       | 0.00  |

**Tabel b 4: Voertuiginformatie voorbeeld 2**

|                | Voertuigtype 1 | Voertuigtype 2 |
|----------------|----------------|----------------|
| Capaciteit     | 49             | 70             |
| Vaste kost     | 46             | 71             |
| Variabele kost | 4              | 7              |
| Aantal         | onbeperkt      | onbeperkt      |

Bijlage 3: Informatie voorbeeld 3

**Tabel b 5: Coördinaten en klantenvraag voorbeeld 3**

|          | X-coördinaat | Y-coördinaat | vraag |
|----------|--------------|--------------|-------|
| Klant 1  | 58           | 10           | 4     |
| Klant 2  | 71           | 32           | 23    |
| Klant 3  | 2            | 24           | 30    |
| Klant 4  | 12           | 70           | 13    |
| Klant 5  | 40           | 32           | 27    |
| Klant 6  | 26           | 24           | 9     |
| Klant 7  | 11           | 54           | 29    |
| Klant 8  | 80           | 75           | 15    |
| Klant 9  | 15           | 10           | 21    |
| Klant 10 | 40           | 58           | 20    |
| Depot 1  | 65           | 61           |       |
| Depot 2  | 85           | 24           |       |

**Tabel b 6: Afstandenmatrix voorbeeld 3**

|     | D1   | D2    | K1    | K2    | K3    | K4    | K5    | K6    | K7    | K8    | K9    | K10   |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| D1  | 0.00 | 42.06 | 51.48 | 29.61 | 73.06 | 53.76 | 38.29 | 53.76 | 54.45 | 20.52 | 71.42 | 25.18 |
| D2  |      | 0.00  | 30.41 | 16.12 | 83.00 | 86.28 | 45.71 | 59.00 | 79.85 | 51.24 | 71.39 | 56.40 |
| K1  |      |       | 0.00  | 25.55 | 57.72 | 75.60 | 28.43 | 34.93 | 64.38 | 68.62 | 43.00 | 51.26 |
| K2  |      |       |       | 0.00  | 69.46 | 70.18 | 31.00 | 45.71 | 63.91 | 43.93 | 60.17 | 40.46 |
| K3  |      |       |       |       | 0.00  | 47.07 | 38.83 | 24.00 | 31.32 | 93.19 | 19.10 | 50.99 |
| K4  |      |       |       |       |       | 0.00  | 47.20 | 48.08 | 16.03 | 68.18 | 60.07 | 30.46 |
| K5  |      |       |       |       |       |       | 0.00  | 16.12 | 36.40 | 58.73 | 33.30 | 26.00 |
| K6  |      |       |       |       |       |       |       | 0.00  | 33.54 | 74.28 | 17.80 | 36.77 |
| K7  |      |       |       |       |       |       |       |       | 0.00  | 72.12 | 44.18 | 29.27 |
| K8  |      |       |       |       |       |       |       |       |       | 0.00  | 91.92 | 43.46 |
| K9  |      |       |       |       |       |       |       |       |       |       | 0.00  | 54.12 |
| K10 |      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       | 0.00  |

**Tabel b 7: Voertuiginformatie voorbeeld 3**

|                | voertuigtype 1 | voertuigtype 2 |
|----------------|----------------|----------------|
| Capaciteit     | 49             | 120            |
| Vaste kost     | 53             | 110            |
| Variabele kost | 2              | 4              |
| Aantal         | onbeperkt      | Onbeperkt      |

Bijlage 4: Informatie voorbeeld 4

**Tabel b 8: Coördinaten en klantenvraag voorbeeld 4**

|          | X-coördinaat | Y-coördinaat | Vraag |
|----------|--------------|--------------|-------|
| Klant 1  | 43           | 52           | 25    |
| Klant 2  | 70           | 57           | 11    |
| Klant 3  | 52           | 96           | 30    |
| Klant 4  | 39           | 1            | 23    |
| Klant 5  | 47           | 48           | 16    |
| Klant 6  | 82           | 26           | 24    |
| Klant 7  | 6            | 95           | 2     |
| Klant 8  | 22           | 55           | 17    |
| Klant 9  | 53           | 98           | 17    |
| Klant 10 | 20           | 24           | 13    |
| Depot 1  | 22           | 99           |       |
| Depot 2  | 60           | 20           |       |

**Tabel b 9: Coördinaten en klantenvraag voorbeeld 4**

|     | D1 | D2    | K1    | K2    | K3    | K4    | K5    | K6    | K7     | K8    | K9    | K10   |
|-----|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|
| D1  | 0  | 87.66 | 51.48 | 63.78 | 30.15 | 99.46 | 56.8  | 94.49 | 16.49  | 44    | 31.02 | 75.03 |
| D2  |    | 0     | 36.24 | 38.33 | 76.42 | 28.32 | 30.87 | 22.8  | 92.42  | 51.66 | 78.31 | 40.2  |
| K1  |    |       | 0     | 27.46 | 44.91 | 51.16 | 5.66  | 46.87 | 56.73  | 21.21 | 47.07 | 36.24 |
| K2  |    |       |       | 0     | 42.95 | 64.01 | 24.7  | 33.24 | 74.43  | 48.04 | 44.38 | 59.91 |
| K3  |    |       |       |       | 0     | 95.89 | 48.26 | 76.16 | 46.01  | 50.8  | 2.24  | 78.79 |
| K4  |    |       |       |       |       | 0     | 47.68 | 49.74 | 99.62  | 56.61 | 98.01 | 29.83 |
| K5  |    |       |       |       |       |       | 0     | 41.34 | 62.37  | 25.96 | 50.36 | 36.12 |
| K6  |    |       |       |       |       |       |       | 0     | 102.65 | 66.64 | 77.62 | 62.03 |
| K7  |    |       |       |       |       |       |       |       | 0      | 43.08 | 47.1  | 72.37 |
| K8  |    |       |       |       |       |       |       |       |        | 0     | 53.01 | 31.06 |
| K9  |    |       |       |       |       |       |       |       |        |       | 0     | 81.02 |
| K10 |    |       |       |       |       |       |       |       |        |       |       | 0     |

**Tabel b 10: Voertuiginformatie voorbeeld 4**

|                | voertuigtype 1 | voertuigtype 2 |
|----------------|----------------|----------------|
| Capaciteit     | 50             | 100            |
| Vaste kost     | 40             | 75             |
| Variabele kost | 3              | 4              |
| Aantal         | onbeperkt      | onbeperkt      |

## Auteursrechtelijke overeenkomst

Ik/wij verlenen het wereldwijde auteursrecht voor de ingediende eindverhandeling:

### **Complexe varianten van het klassieke rittenplanningsprobleem**

Richting: **master in de toegepaste economische wetenschappen:  
handelsingenieur-operationeel management en logistiek**

Jaar: **2014**

in alle mogelijke mediaformaten, - bestaande en in de toekomst te ontwikkelen - , aan de Universiteit Hasselt.

Niet tegenstaand deze toekenning van het auteursrecht aan de Universiteit Hasselt behoud ik als auteur het recht om de eindverhandeling, - in zijn geheel of gedeeltelijk -, vrij te reproduceren, (her)publiceren of distribueren zonder de toelating te moeten verkrijgen van de Universiteit Hasselt.

Ik bevestig dat de eindverhandeling mijn origineel werk is, en dat ik het recht heb om de rechten te verlenen die in deze overeenkomst worden beschreven. Ik verklaar tevens dat de eindverhandeling, naar mijn weten, het auteursrecht van anderen niet overtreedt.

Ik verklaar tevens dat ik voor het materiaal in de eindverhandeling dat beschermd wordt door het auteursrecht, de nodige toelatingen heb verkregen zodat ik deze ook aan de Universiteit Hasselt kan overdragen en dat dit duidelijk in de tekst en inhoud van de eindverhandeling werd genotificeerd.

Universiteit Hasselt zal mij als auteur(s) van de eindverhandeling identificeren en zal geen wijzigingen aanbrengen aan de eindverhandeling, uitgezonderd deze toegelaten door deze overeenkomst.

Voor akkoord,

**Muutjens, Sanne**

Datum: **27/05/2014**