

2014•2015  
FACULTEIT INDUSTRIËLE INGENIEURSWETENSCHAPPEN  
*master in de industriële wetenschappen: bouwkunde*

## Masterproef

Berekeningsmethoden voor knik in betonnen elementen: vergelijkende studie  
en in rekening brengen van voorspanning

Promotor :  
Prof. ir. Pieter BAEKELAND

Promotor :  
ir. PIETER VAN DER ZEE

Jo Lommelen , Michiel Molenberghs

*Scriptie ingediend tot het behalen van de graad van master in de industriële  
wetenschappen: bouwkunde*

Gezamenlijke opleiding Universiteit Hasselt en KU Leuven

2014•2015  
Faculteit Industriële  
ingenieurswetenschappen  
*master in de industriële wetenschappen: bouwkunde*

## Masterproef

Berekeningsmethoden voor knik in betonnen elementen:  
vergelijkende studie en in rekening brengen van  
voorspanning

Promotor :  
Prof. ir. Pieter BAEKELAND

Promotor :  
ir. PIETER VAN DER ZEE

Jo Lommelen , Michiel Molenberghs  
*Scriptie ingediend tot het behalen van de graad van master in de industriële  
wetenschappen: bouwkunde*

## **Woord vooraf**

Om de realisatie van dit onderzoek mogelijk te maken zijn er een aantal personen die wij zouden willen bedanken. Zonder hun hulp en steun was deze opleiding en masterproef zeker niet mogelijk geweest.

In de eerste plaats willen wij de U Hasselt bedanken voor de opportuniteit om deze opleiding tot een goed einde te brengen en alle docenten die ons doorheen deze jaren hebben begeleid.

In het bijzonder willen wij onze interne promotor van de U Hasselt, Ir Pieter Baekeland, en externe promotor, Ir Pieter Van Der Zee, bedanken voor de goede begeleiding, motiverende steun, feedback, opbouwende kritiek en expertise doorheen de realisatie van dit onderzoek.

Een laatste dankwoord gaat uit naar onze ouders en vrienden, zonder hun steun en motivatie was deze opleiding niet mogelijk geweest.



# Inhoudsopgave

Woord vooraf .....	1
Lijst van tabellen .....	7
Lijst van figuren .....	11
Verklarende woordenlijst .....	15
Abstract .....	19
Abstract in English .....	21
1. Inleiding.....	23
2. Eigenschappen van de gebruikte materialen .....	25
2.1 Specifieke kenmerken van gewapend beton.....	25
2.1.1 Beton.....	25
2.1.2 Betonstaal .....	30
2.2 Specifieke kenmerken van voorgespannen beton.....	32
2.2.1 Eigenschappen van voorspanstaal .....	32
2.2.2 Partiële veiligheidsfactoren van voorspanstaal.....	33
2.2.3 Voorspankracht in het constructie element .....	33
2.2.4 Voorspanverliezen .....	34
3. Eerste-orde-effecten .....	35
3.1 Geometrische imperfecties .....	35
3.2 Excentriciteit van afzonderlijke elementen .....	35
3.3 Moment van de eerste orde .....	36
4. Tweede-orde-effecten .....	37
4.1 Het knikverschijnsel.....	37
4.1.1 De Eulerkniklast .....	37
4.1.2 Excentriciteit van de tweede orde.....	40
4.2 Vereenvoudigde criteria voor tweede-orde-effecten .....	41
4.2.1 Slankheids criterium voor afzonderlijke elementen .....	41
4.2.2 Slankheid en effectieve lengte van afzonderlijke elementen .....	42
4.3 Berekeningsmethoden voor tweede-orde-effecten .....	45

4.3.1	Algemene methode.....	45
4.3.2	Methode gebaseerd op een nominale stijfheid .....	45
4.3.3	Methode gebaseerd op de nominale kromming.....	47
5.	Opstellen van een interactiediagram .....	51
5.1	Hypothesen en aannames in uiterste grenstoestand .....	51
5.2	Het rekdiagram.....	52
5.2.1	Domein 1a.....	52
5.2.2	Domein 1b .....	52
5.2.3	Domein 2a en 2b.....	52
5.2.4	Domein 3 .....	53
5.3	Interactiediagram voor gewapend beton .....	53
5.3.1	Bepaling van de rekken.....	53
5.3.2	Evenwicht van de interne weerstand biedende krachten .....	54
5.4	Interactiediagram voor voorgespannen beton .....	55
5.4.1	Bepaling van de rekken.....	55
5.4.2	Evenwicht van de interne weerstand biedende krachten .....	55
6.	Vergelijking van de tweede-orde berekeningsmethoden volgens NBN EN 1992-1-1 voor een gewapende kolom.....	57
6.1	Vergelijking voor een gewapende doorsnede op basis van het werkgebied.. .....	57
6.1.1	Gebruikte constanten.....	58
6.1.2	Definitie van het werkgebied.....	59
6.1.3	Doorsnede met minimum wapening .....	60
6.1.4	Doorsnede met gemiddelde wapening .....	65
6.1.5	Doorsnede met maximum wapening .....	70
6.1.6	Bespreking van de resultaten op basis van de berekeningsmethode.....	75
6.1.7	Vergelijking van de resultaten tussen beide berekeningsmethoden .....	81
7.	Vergelijking van de tweede-orde berekeningsmethoden volgens NBN EN 1992-1-1 voor een voorgespannen kolom .....	85
7.1	Vergelijking voor een voorgespannen doorsnede op basis van het werkgebied.....	85
7.1.1	Gebruikte constanten.....	86
7.1.2	Definitie van het werkgebied.....	86

7.1.3 Zonder aanpassing van de vereenvoudigde tweede-orde berekeningsmethoden .....	87
7.1.4 Met aanpassing van de tweede-orde berekeningsmethoden .....	92
7.1.5 Vergelijking tussen de resultaten zonder en met aanpassing .....	100
7.2 Het voordeel van voorspanning in kolommen .....	104
7.2.1 Gebruikte constanten .....	105
7.2.2 Vergelijking tussen een gewapende en voorgespannen kolom .....	106
7.2.3 Bespreking van de resultaten door middel van een rekenvoorbeeld ...	116
Bibliografie .....	119
Bijlagen .....	121
Bijlage 1: sterkte- en vervormingseigenschappen voor beton .....	123
Bijlage 2: bepaling van de kruipcoëfficiënt .....	125
Bijlage 3: de totale krimpverkorting .....	127
Bijlage 4: spanningsverliezen bij voorspanstaal .....	129
Directe verliezen bij voorgerekt staal .....	129
Tijdsafhankelijke verliezen .....	130
Bijlage 5: bepaling van de betonvulfactor .....	133
Bijlage 6: bepaling van de zwaartepunt factor van de betondrukresultante .....	135





## Lijst van tabellen

Tabel 1: partiële veiligheidsfactoren van beton. ....	25
Tabel 2: partiële veiligheidsfactoren van betonstaal. ....	30
Tabel 3: partiële veiligheidsfactoren van voorspanstaal. ....	33
Tabel 4: toelaatbare spanningen van voorspanstaal. ....	33
Tabel 5: traagheidsmoment voor verschillende doorsnede. ....	43
Tabel 6: bepaling van de rekken bij gewapend beton in functie van de vaste parameters bij elk domein. ....	53
Tabel 7: bepaling van de rekken bij voorgespannen beton in functie van de vaste parameters bij elk domein. ....	55
Tabel 8: gebruikte constanten bij het opstellen van de interactiediagrammen. ....	58
Tabel 9: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met minimum wapening en kruipfactor 0. ....	61
Tabel 10: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met minimum wapening en kruipfactor 1. ....	62
Tabel 11: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met minimum wapening en kruipfactor 2. ....	63
Tabel 12: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik ten opzichte van het totale werkgebied in functie van de kruipcoëfficiënt voor minimum wapening. ....	64
Tabel 13: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met gemiddelde wapening en kruipfactor 0. ....	66
Tabel 14: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met gemiddelde wapening en kruipfactor 1. ....	66
Tabel 15: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met gemiddelde wapening en kruipfactor 2. ....	67
Tabel 16: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik ten opzichte van het totale werkgebied in functie van de kruipcoëfficiënt voor gemiddelde wapening. ....	69
Tabel 17: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met maximum wapening en kruipfactor 0. ....	71
Tabel 18: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met maximum wapening en kruipfactor 1. ....	72
Tabel 19: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met maximum wapening en kruipfactor 2. ....	73
Tabel 20: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik ten opzichte van het totale werkgebied in functie van de kruipcoëfficiënt voor maximum wapening. ....	74
Tabel 21: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid. ....	75

Tabel 22: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied ten opzichte van het de totale weerstand van de doorsnede voor de methode gebaseerd op de nominale kromming. ....	78
Tabel 23: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik.....	81
Tabel 24: gebruikte constanten bij het opstellen van de interactiediagrammen.....	86
Tabel 25: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik zonder aanpassingen en kruipcoëfficiënt gelijk aan 0. ....	88
Tabel 26: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik zonder aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1. ....	89
Tabel 27: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik zonder aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2. ....	90
Tabel 28: globaal overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik zonder aanpassingen in functie van de kruipcoëfficiënt. ....	91
Tabel 29: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0. ....	96
Tabel 30: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1. ....	97
Tabel 31: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2. ....	98
Tabel 32: globaal overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met aanpassingen in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten. ....	99
Tabel 33: overzicht van verschil tussen het werkgebied van beide methoden met aanpassingen ten opzichte van het werkgebied zonder knik. ....	99
Tabel 34: overzicht van de verhouding van het werkgebied van beide methoden per kruipcoëfficiënt.....	99
Tabel 35: globaal overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met en zonder aanpassingen in functie van de kruipcoëfficiënt.....	100
Tabel 36: globaal overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met en zonder aanpassingen in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.....	101
Tabel 37: globaal overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met en zonder aanpassingen in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.....	103
Tabel 38:gebruikte constanten bij het opstellen van de interactiediagrammen.....	105

Tabel 39: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met aanpassingen voor een voorgespannen en gewapende kolom met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.....	106
Tabel 40: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik voor een voorgespannen en gewapende kolom met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1. ....	107
Tabel 41: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik voor een voorgespannen en gewapende kolom met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2. ....	108
Tabel 42: globaal overzicht van het werkgebied van de voorgespannen en gewapende doorsnede volgens de methode van een nominale stijfheid in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten.....	110
Tabel 43: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik voor een voorgespannen en gewapende kolom met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0. ....	111
Tabel 44: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik voor een voorgespannen en gewapende kolom met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1. ....	112
Tabel 45: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik voor een voorgespannen en gewapende kolom met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2. ....	113
Tabel 46: globaal overzicht van het werkgebied van de voorgespannen en gewapende doorsnede volgens de methode van de nominale kromming in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten.....	115
Tabel 47: globaal overzicht van het werkgebied per methode en kruipcoëfficiënt uitgedrukt ten opzichte van het werkgebied van een gewapende kolom.....	115
Tabel 48: globaal overzicht van het werkgebied van een voorgespannen kolom ten opzichte van een gewapende kolom. ....	115
Tabel 49: overzicht van het maximaal solliciterend moment dat de kolom aankan bij verschillende normaalkrachten voor gewapend en voorgespannen beton rekening houdend met het eerste- en tweede-orde moment voor beide berekeningsmethoden bij een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.....	116



## Lijst van figuren

Figuur 1: parabool-rechthoekige spanningsverdeling.....	27
Figuur 2: parabool - rechthoekig spannings-rek diagram in functie van de verschillende betonklassen. ....	28
Figuur 3: bilineaire spanningsverdeling voor beton. ....	28
Figuur 4: bilineair spannings-rek diagram in functie van de verschillende betonklassen.....	29
Figuur 5: rechthoekige spanningsverdeling voor beton. ....	29
Figuur 6: spannings-rek karakteristiekdiagram staal (links) en spannings-rek rekendiagram (rechts) van betonstaal.....	30
Figuur 7: spannings-rek diagram van voorspanstaal. ....	32
Figuur 8: afzonderlijke elementen met excentrische normaalkracht of horizontale kracht: geschoord- en niet-geschoord. ....	36
Figuur 9: basisgeval Timoshenko, de scharnierende kolom. ....	37
Figuur 10: waarden voor n bij verschillende knikvormen. ....	39
Figuur 11: formule van de effectieve kniklengte. ....	44
Figuur 12: invloed van de begrenzing van de correctiefactor $K_r$ op het tweede-orde moment. ....	50
Figuur 13: verdeling van het rekdiagram in rekgebieden. ....	52
Figuur 14: weergave van de rekken, krachten en spanningen voor een dwarsdoorsnede bij gewapend beton.....	54
Figuur 15: weergave van de rekken, spanningen en krachten voor een dwarsdoorsnede bij voorgespannen beton. ....	
Figuur 16: schikking van de wapeningsstaven. ....	57
Figuur 17: definitie van het werkgebied.....	59
Figuur 18: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met minimum wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0. ....	60
Figuur 19: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met minimum wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1. ....	61
Figuur 20: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met minimum wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2. ....	62
Figuur 21: vergelijking van interactiecurves voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met minimum wapening in functie van de kruipcoëfficiënt. ....	63
Figuur 22: overzicht van tabel 17 in grafiekvorm.....	64
Figuur 23: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met gemiddelde wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0. ....	65
Figuur 24: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met gemiddelde wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1. ....	66

Figuur 25: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met gemiddelde wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2. ....	67
Figuur 26: vergelijking van interactiecurves voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met gemiddelde wapening in functie van de kruipcoëfficiënt. ...	68
Figuur 27: overzicht van tabel 15 in grafiekvorm. ....	69
Figuur 28: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met maximum wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0. ....	70
Figuur 29: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met maximum wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1. ....	71
Figuur 30: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met maximum wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2. ....	72
Figuur 31: vergelijking van interactiecurves voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met maximum wapening in functie van de kruipcoëfficiënt. ....	73
Figuur 32: overzicht van tabel 20 in grafiekvorm. ....	74
Figuur 33: overzicht van tabel 20 in grafiekvorm in functie van de kruipcoëfficiënt. ....	76
Figuur 34: overzicht van tabel 20 in grafiekvorm in functie van het wapeningspercentage.....	77
Figuur 35: overzicht van tabel 21 in grafiekvorm in functie van de kruipcoëfficiënt. ....	79
Figuur 36: overzicht van tabel 21 in grafiekvorm in functie van het wapeningspercentage.....	80
Figuur 37: overzicht van tabel 22 in grafiekvorm in functie van het wapeningspercentage.....	81
Figuur 38: schikking van de voorspanstrengen. ....	85
Figuur 39: interactiediagram voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik zonder aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.....	87
Figuur 40: interactiediagram voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik zonder aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1. ....	88
Figuur 41: interactiediagram voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik zonder aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2. ....	89
Figuur 42: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik zonder aanpassing in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten. ....	90
Figuur 43: overzicht van tabel 28 in grafiekvorm. ....	91
Figuur 44: principe van de aanpassing aan de formule van de relatieve normaalkracht $n$ . ....	93
Figuur 45: principe van de aanpassing aan de formule voor de basis basiskromming $1/r_0$ .....	94
Figuur 46: interactiediagram voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik met aanpassingen en een kruipfactor gelijk aan 0.....	95

Figuur 47: interactiediagram voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik met aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.....	96
Figuur 48: interactiediagram voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik met aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.....	97
Figuur 49: vergelijking van interactiecurves voor voorgespannen kolom rekening houdend met knik met aanpassingen in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten. ....	98
Figuur 50: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik met en zonder aanpassingen in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.....	101
Figuur 51: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik met en zonder aanpassingen in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op een nominale kromming.....	102
Figuur 52: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen en gewapende kolom rekening houdend met knik met aanpassingen voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid. ....	106
Figuur 53: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen en gewapende kolom rekening houdend met knik met aanpassingen voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid. ....	107
Figuur 54: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen en gewapende kolom rekening houdend met knik met aanpassingen voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid. ....	108
Figuur 55: vergelijking van de interactiecurves rekening houdend met knik met aanpassingen voor een voorgespannen kolom en voor een equivaente gewapende kolom in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.....	109
Figuur 56: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen en gewapende kolom rekening houdend met knik met aanpassingen voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 voor de methode gebaseerd op de nominale kromming.....	111
Figuur 57: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen en gewapende kolom rekening houdend met knik met aanpassingen voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 voor de methode gebaseerd op de nominale kromming.....	112
Figuur 58: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen en gewapende kolom rekening houdend met knik met aanpassingen voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 voor de methode gebaseerd op de nominale kromming.....	113
Figuur 59: vergelijking van de interactiecurves rekening houdend met knik met aanpassingen voor een voorgespannen kolom en een equivalente gewapende kolom in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op de nominale kromming. ....	114
Figuur 60: overzicht van de interactiecurves voor gewapend en voorgespannen beton rekening houdend met knik bij een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1. ....	117





# Verklarende woordenlijst

## Latijnse hoofdletter

$A$	factor die rekening houdt met de effectieve kruipcoëfficiënt;
$A_c$	oppervlakte van de betondoorsnede;
$A_p$	oppervlakte van de doorsnede van een voorspanelement of elementen;
$A_s$	oppervlakte van de doorsnede van de wapening;
$B$	factor die rekening houdt met de mechanische wapeningsverhouding;
$C$	factor die rekening houdt met de momentverhouding;
$E_{cd}$	rekenwaarde van de elasticiteitsmodulus van beton;
$E_s$	rekenwaarde van de elasticiteitsmodulus van betonstaal;
$E_p$	rekenwaarde van de elasticiteitsmodulus van voorspanstaal;
$H_i$	loodrechte op het element gerichte kracht;
$I_c$	kwadratische oppervlaktemoment (traagheidsmoment) van de betondoorsnede;
$I_s$	kwadratische oppervlaktemoment (traagheidsmoment) van de totale wapeningsoppervlakte;
$K_c$	factor voor effecten van scheurvorming, kruip enz.;
$K_s$	factor voor de bijdrage van de wapening;
$K_\varphi$	factor voor het in rekening brengen van kruip;
$L$	lengte;
$L_0$	de effectieve lengte of kniklengte;
$M_{01}$	eerste orde moment aan de voet van een element;
$M_{02}$	eerste orde moment aan de top van een element;
$M_2$	tweede-orde-moment;
$M_{0Ed}$	eerste-orde-moment;
$M_{0Eqp}$	eerste-orde-moment in de quasi-blijvende belastingscombinatie (BGT);
$MA$	met aanpassingen;
$M_{Rd}$	weerstand biedend moment;
$M_{Rd} NK$	weerstand biedend moment met knik bepaald via de methode gebaseerd op de nominale kromming inclusief het eerste-orde moment;
$M_{Rd} NS$	weerstand biedend moment met knik bepaald via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid inclusief het eerste-orde moment;
$M_{Rd} ZK$	weerstand biedend moment zonder knik inclusief het eerste-orde moment;
$N$	normaalkracht;
$N_b$	knikbelasting of Euleriaanse knik-last;
$N_{Ed}$	rekenwaarde van de optredende normaalkracht;
$N_{Rd}$	weerstand-biedende normaalkracht;
$P_{max}$	uitgeoefende kracht op een voorspanelement;
$P_{m0}(x)$	de aanvangsvoorspankracht op tijdstip $t = t_0$ ;
$P_{m,t}(x)$	de voorspankracht op tijdstip $t$ ;

$P_0$	aanvangskracht aan het spaneinde van het spanelement onmiddellijk na het spannen;
ZA	zonder aanpassingen;

#### Latijnse kleine letters

$c$	factor afhankelijk van de krommingsverdeling;
$e$	excentriciteit;
$e_0$	minimale excentriciteit;
$e_1$	eerste-orde excentriciteit;
$e_2$	tweede-orde excentriciteit;
$e_i$	excentriciteit door imperfecties;
$f_{cd}$	rekenwaarde van de druksterkte van beton;
$f_{ck}$	karakteristieke cilinderdruksterkte van beton na 28 dagen;
$f_{ck,cube}$	karakteristieke kubusdruksterkte van beton na 28 dagen;
$f_{p0,1k}$	karakteristieke 0,1 %-rekgrens van voorspanstaal;
$f_{pd}$	rekenwaarde van de staalspanning voorspanstaal;
$f_{pk}$	karakteristieke treksterkte van voorspanstaal;
$f_{yd}$	rekenwaarde van de vloeigrens van betonstaal;
$f_{yk}$	karakteristieke vloeigrens van betonstaal;
$h$	hoogte of totale hoogte van de doorsnede;
$i$	traagheidsstraal;
$k_1$	factor die rekening houdt met de betonklasse;
$k_2$	factor die rekening houdt met de belastingsgraad en de slankheid;
$m$	aantal verticale elementen dat bijdraagt aan de horizontale kracht;
$n$	relatieve belastingsgraad van het beton;
$n_{bat}$	waarde voor de maximum momentweerstand;
$n_u$	factor die rekening houdt met de mechanische wapeningsverhouding;
$1/r$	kromming in een bepaalde doorsnede;
$r_m$	momentverhouding;

#### Griekse kleine letters

$\alpha$	hoek, verhouding;
$\alpha_{cc}$	is de coëfficiënt die rekening houdt met langeduuereffecten op de druksterkte en van ongunstige effecten als gevolg van de manier waarop de belasting aangrijpt = 0,85 in België volgens de Nationale Bijlage;
$\alpha_h$	reductiefactor voor de lengte of hoogte;
$\alpha_m$	reductiefactor voor het aantal elementen;
$\beta$	hoek, verhouding, coëfficiënt;
$\gamma_c$	partiële factor voor beton;
$\gamma_s$	partiële factor voor betonstaal of voorspanstaal;
$\Delta P_i(x)$	waarde van de directe verliezen;
$\varepsilon_c$	betonstuik;

$\varepsilon_{c2}$	betonstuik bij zuiver druk voor het parabool-rechthoekig rekendiagram;
$\varepsilon_{c3}$	betonstuik bij zuiver druk voor het bilineair of rechthoekig rekendiagram;
$\varepsilon_{cu2}$	grenswaarde van de betonstuik bij samengestelde buiging voor het parabool-rechthoekig rekendiagram;
$\varepsilon_{cu3}$	grenswaarde van de betonstuik bij samengestelde buiging voor het bilineair of rechthoekig rekendiagram;
$\varepsilon_{ud}$	rekenwaarde van de rek van betonstaal of voorspanstaal bij maximale belasting;
$\varepsilon_{uk}$	karakteristieke rek van betonstaal of voorspanstaal bij maximale belasting;
$\eta$	factor die de effectieve sterkte van beton definieert;
$\theta_0$	basiswaarde;
$\theta_i$	maat van de scheefstand om imperfecties te berekenen;
$\lambda$	slankheid of een factor die de nuttige hoogte van de drukzone definieert;
$\lambda_{lim}$	limietwaarde voor de slankheid;
$\rho$	geometrische wapeningsverhouding;
$\sigma_c$	drukspanning in het beton;
$\sigma_{c,adm}$	toelaatbare betondrukspanning;
$\sigma_{c,QP,adm}$	toelaatbare betondrukspanning in de quasi-permanente bruikbaarheidsgrenstoestand;
$\sigma_{p,max}$	maximale toelaatbare voorspankracht tijdens spannen;
$\sigma_{p,m0}$	is de spanning in het panelement onmiddellijk na het spannen of na de overdracht;
$\emptyset$	diameter van een wapeningsstaaf of van een voorspankanaal;
$\varphi(t,t_0)$	kruipcoëfficiënt, voor de kruipvervorming tussen de tijdstippen $t$ en $t_0$ , gerelateerd aan de elastische vervorming op 28 dagen;
$\varphi(\infty,t_0)$	eindwaarde van de kruipcoëfficiënt;
$\varphi_{ef}$	effectieve kruipcoëfficiënt;
$\omega$	mechanische wapeningsverhouding;



## **Abstract**

In deze masterproef wordt er een vergelijkende studie gemaakt over de vereenvoudigde berekeningsmethoden voor knik in betonnen elementen volgens NBN EN 1992-1-1. Vervolgens worden deze methoden aangepast zodat knik bij voorgespannen elementen ook rechtstreeks in rekening kan worden gebracht.

Deze vergelijkende studie wordt uitgevoerd door middel van interactiediagrammen voor de modelkolom welke rekening houden met tweede-orde effecten. Deze interactiediagrammen worden met elkaar vergeleken op basis van verschillende wapeningspercentages en kruipcoëfficiënten om te besluiten welke methode best wordt toegepast in welke situatie. Deze berekeningsmethoden voor knik in betonnen elementen zijn niet rechtstreeks toepasbaar voor voorgespannen kolommen. Een aangepaste berekeningsmethode wordt voorgesteld voor voorgespannen elementen onderhevig aan knik en toegepast op een rekenvoorbeeld.

Bij de vergelijking tussen beide berekeningsmethoden voor gewapend beton hebben zowel het wapeningspercentage als de kruipcoëfficiënt een belangrijke invloed op de resultaten van dit onderzoek. Deze parameters bepalen onder meer wanneer welke methode economisch gezien best wordt toegepast.

De methode gebaseerd op een nominale stijfheid geeft, in vergelijking met de methode gebaseerd op de nominale kromming, geen gunstige resultaten bij voorgespannen elementen onderhevig aan knik. Daarom kan knik bij voorgespannen elementen in dit onderzoek beter in rekening worden gebracht door het toepassen van de methode gebaseerd op de nominale kromming.



## **Abstract in English**

In this Masters's thesis a comparative study is made about the simplified calculation methods for buckling in concrete elements according to NBN EN 1992-1-1. These methods are adapted to allow calculations for prestressed elements exposed to buckling.

This comparative study is executed by setting up interaction diagrams for the modelcolumn which takes second-order effects into account. These interaction diagram will be compared with each other based on various reinforcement percentages and creepcoefficients in order to establish which method is the most appropriate in which situation. The simplified calculation methods for buckling in concrete elements are not directly applicable for prestressed columns. A modified calculation method is proposed to cope with prestressed elements exposed to buckling and applied to a sample calculation.

The comparison between both calculation methods for reinforced concrete, as well the reinforcement percentage as the creepcoefficient has an important influence on the results of this study. These parameters determine which method is more profitable.

The method based on a nominal stiffness gives, in comparison with the method based on the nominal curvature, no favorable results with prestressed elements exposed to buckling. Therefore, buckling in prestressed elements can best be taken into account by applying the method based on the nominal curvature.





# 1. Inleiding

Het onderzoek van deze masterproef is in opdracht voor het bedrijf Ergon NV. Het bedrijf bevindt zich in Lier en is opgericht in 1963 bij de stichting van de afdeling "Betonproducten" door de Cementbedrijven CBR. Ergon NV is al een halve eeuw betrokken bij de meest prestigieuze bouwkundige realisaties in de Benelux, Frankrijk, Duitsland en Groot-Brittannië [1].

Ergon NV is een grote naam in de bouwsector als men over prefab spreekt. Hun aanbod bestaat uit een ruim assortiment van voorgespannen en gewapende prefab betonelementen, gaande van kolommen, balken en wanden tot en met elementen van kunstwerken [1].

Het nut om voorspanning te integreren in kolommen is voor discussie vatbaar. Waarom zou men immers voorspanning aanbrengen in een kolom, wat zorgt voor drukspanningen in het beton, sinds het doel van een kolom net druk opvangen. Een kolom moet altijd worden uitgerekend onder samengestelde buiging (druk + buiging), ook al is het aandeel buiging gering. Het voorspannen van kolommen heeft immers enkel zin wanneer er ook buiging optreedt in de kolom waaruit trekspanningen ontstaan in het beton.

In Eurocode 2 zijn er momenteel drie methoden beschreven om knik in betonnen kolommen te berekenen: de algemene methode, de methode van nominale stijfheid en de methode van nominale kromming [2]. Wanneer men voorspanning correct in rekening wil brengen, kan dat momenteel enkel door gebruik te maken van methode één. Deze methode maakt gebruik van een niet-lineaire berekening en kan worden berekend met behulp van de eindige-elementenmethode (EEM). Het begrip voorspanning staat algemeen beschreven in Eurocode 2, maar hoe voorgespannen slanke kolommen berekend kunnen worden via deze berekeningsmethoden is niet bekend.

Dit onderzoek bestaat enerzijds uit een vergelijkende studie van de vereenvoudigde berekeningsmethodes en anderzijds hoe voorspanning geïntegreerd kan worden in deze berekeningsmethodes beschreven in Eurocode 2. Deze twee bestaande berekeningsmethodes zullen worden geoptimaliseerd om tot een correcte oplossing te komen om tweede-orde effecten te berekenen bij voorgespannen kolommen.

De eerste doelstelling van dit onderzoek is een vergelijkende studie van deze berekeningsmethoden op een slanke modelkolom in gewapend beton door middel van interactiediagrammen. Elke berekeningsmethode in Eurocode 2 is immers gebaseerd op andere basisprincipes. Deze principes zullen onderzocht en vergeleken worden met elkaar op basis van 3 verschillende wapeningspercentages en kruipcoëfficiënten.

De tweede doelstelling van dit onderzoek is een studie naar een aanpassing waarmee voorspanning kan worden geïntegreerd in de vereenvoudigde tweede-orde berekeningsmethoden van de Eurocode 2.

In hoofdstuk 2 worden de toegepaste materialen met hun specifieke kenmerken toegelicht. In het volgende hoofdstuk worden de eerste-orde effecten beschreven en hoe die in rekening worden gebracht. De Eulerkniklast en de excentriciteit van de tweede-orde worden afgeleid in hoofdstuk 4 en vervolgens wordt het slankheids criterium beschreven met de vereenvoudigde berekeningsmethoden voor tweede-orde effecten. Het opstellen van interactiediagrammen voor gewapend en voorgespannen beton wordt beschreven in hoofdstuk 5.

In hoofdstuk 6 worden de vereenvoudigde berekeningsmethoden voor knik vergeleken via de modelkolom voor verschillende wapeningspercentages en kruipcoëfficiënten.

Deze berekeningsmethoden worden aangepast in hoofdstuk 7 zodat knik ook bij voorgespannen elementen in rekening kan worden gebracht. In de laatste paragraaf wordt een gewapende kolom met een voorgespannen kolom vergeleken om te concluderen of voorspanning nuttig is.

## 2. Eigenschappen van de gebruikte materialen

### 2.1 Specifieke kenmerken van gewapend beton

In deze paragraaf worden de verschillende specifieke eigenschappen van beton beschreven die doorheen dit onderzoek zullen worden gebruikt [2].

#### 2.1.1 Beton

##### Betondruksterkte

De druksterkte van beton wordt gedefinieerd via 14 betonsterkteklassen. Deze klassen worden gekarakteriseerd op basis van de betondruksterkte na 28 dagen. De betonsterkteklasse wordt aangeduid met de letter 'C' (Concrete) gevolgd door de minimaal vereiste karakteristieke cilinderdruksterkte ( $f_{ck}$ ) gevolgd door een schuine streep met daarna de bijhorende karakteristieke kubusdruksterkte ( $f_{ck, cube}$ ).

Deze karakteristieke waarde  $f_{ck}$  moet worden omgezet naar de rekenwaarde om beton te berekenen en is gedefinieerd als:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} * \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.1)$$

In bijlage 1 kunt u een overzicht terugvinden van alle betoneigenschappen per betonsterkteklasse.

##### Partiële veiligheidsfactoren van beton

Wanneer betonnen kolommen worden berekend moeten er partiële veiligheidsfactoren worden toegepast op de materialen. Tabel 1 geeft de veiligheidsfactoren weer voor beton per ontwerpsituatie voor de uiterste grenstoestanden.

Tabel 1: partiële veiligheidsfactoren van beton.

Ontwerpsituaties	$\gamma_c$ voor beton
Blijvend en tijdelijk	1,5
Buitengewoon	1,2

Indien beton moet worden berekend volgens de accidentele ontwerpsituatie, moeten de partiële factoren gelijk aan 1,0 worden genomen.

## Kruip

Kruip van beton is een fysisch verschijnsel dat zich voordoet op lange termijn bij een betonnen element. Het is een blijvende vervorming van het materiaal dat gedurende een langere tijd belast is geweest door een spanning. Kruip is een ongewenst verschijnsel en kan voor een beperkte levensduur van een element zorgen.

Kruip van beton is afhankelijk van verschillende factoren: de vochtigheid van de omgeving, de afmetingen van het element, de klasse of samenstelling van het beton, de mate van verharding op het moment dat de belasting voor het eerst wordt aangebracht en de duur en de grootte van de aangebrachte belasting.

De kruipcoëfficiënt wordt gebruikt in de bepaling van de coëfficiënt  $A$  van de slankheidlimiet beschreven in paragraaf 4.2.1 en om tweede-orde effecten in rekening te brengen in hoofdstuk 4. De effectieve kruipcoëfficiënt wordt bepaald door de eindwaarde van de kruipcoëfficiënt te verhogen met de verhouding van de eerste-orde-buigende momenten in de gebruiksgrenstoestand en de uiterste grenstoestand. In formulevorm wordt dit:

$$\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty, t_0)} * \frac{M_{0Eqp}}{M_{0Ed}} \quad (2.2)$$

met:

- $\varphi_{(\infty, t_0)}$  de eindwaarde van de kruipcoëfficiënt: zie bijlage 2;
- $M_{0Eqp}$  het eerste-orde-buigend moment in de quasi-blijvende belastingscombinatie (GGT);
- $M_{0Ed}$  het eerste-orde-buigend moment in de uiterste grenstoestand UGT).

Indien  $M_{0Eqp}/M_{0Ed}$  in een element varieert, moet de verhouding worden gebruikt in de doorsnede met het maximale moment, of een representatieve gemiddelde waarde. Ter volledigheid is het mogelijk om ook de tweede-orde-momenten mee te nemen in de berekening van de effectieve kruipcoëfficiënt, die dienen dan worden opgeteld bij de eerste-orde-momenten. Deze berekening vereist iteraties en wordt buiten beschouwing gelaten in deze studie.

Volgens NBN EN 1992-1-1 mag het kruiseffect zijn verwaarloosd, dat wil zeggen  $\varphi_{ef} = 0$  indien aan alle van de volgende drie voorwaarden is voldaan:

- $\varphi_{(\infty, t_0)} \leq 2$ ;
- $\lambda \leq 75$ ;
- $\frac{M_{0Ed}}{N_{ed}} \geq h$ .

met:

- $\lambda$  de slankheid in de overeenkomstige richting;
- $h$  de hoogte van de dwarsdoorsnede in de overeenkomstige richting;
- $N_{ed}$  de rekenwaarde van de optredende normaalkracht (trek of druk).

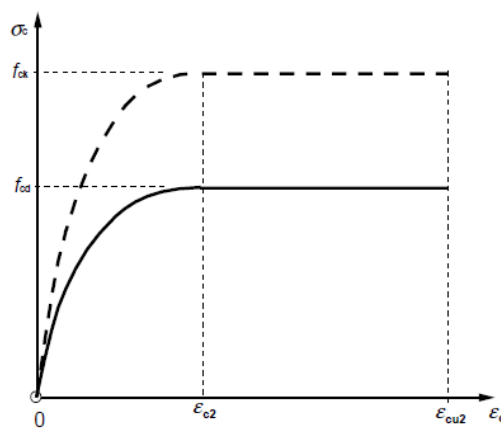
## Spannings-rek diagrammen

NBN EN 1992-1-1 laat verschillende spanning-rekrelaties toe om de dwarsdoorsneden voor beton onder druk te berekenen:

- Parabool-rechthoekige spanningsverdeling
- Bilineaire spanningsverdeling
- Rechthoekige spanningsverdeling

In dit eindwerk is geopteerd om te rekenen met een parabool-rechthoekige spanningsverdeling. De bilineaire en rechthoekige spanningsverdeling is in feite een door NBN EN 1992-1-1 toegelaten vereenvoudiging van het spannings-rek diagram.

### Parabool-rechthoekige spanningsverdeling



Figuur 1: parabool-rechthoekige spanningsverdeling.

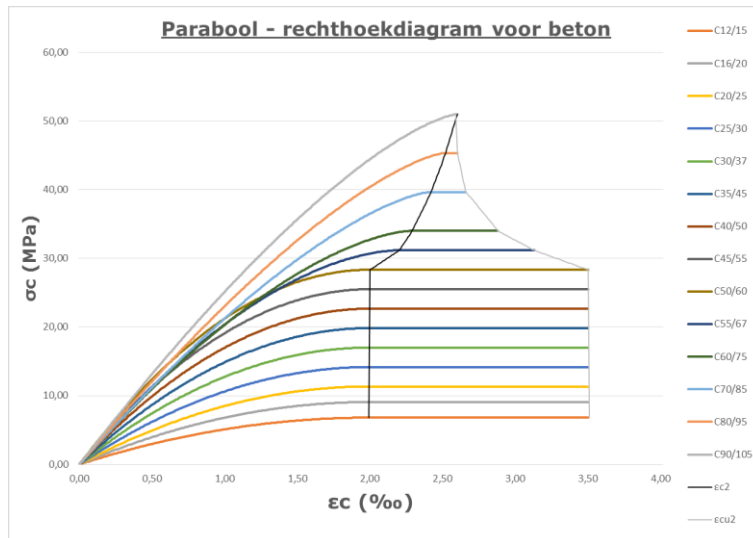
Voor  $0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2}$  wordt  $\sigma_c$  gegeven door:

$$\sigma_c = f_{cd} * \left(1 - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}}\right)^2\right) \quad (2.3)$$

Indien  $\epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu2}$  wordt  $\sigma_c$  gelijkgesteld aan  $f_{cd}$ :

$$\sigma_c = f_{cd} \quad (2.4)$$

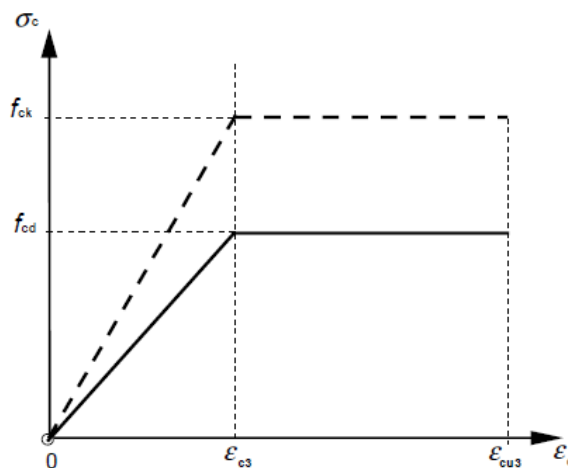
De waarden van  $\epsilon_{c2}$  en  $\epsilon_{cu2}$  kunnen voor elke betonklasse worden teruggevonden in bijlage. Voor betonklassen met een karakteristieke druksterkte tot en met 50 MPa, kan men stellen dat  $\epsilon_{c2} = 2,0$  promille en dat  $\epsilon_{cu2} = 3,5$  promille.



Figuur 2: parabool - rechthoekig spannings-tek diagram in functie van de verschillende betonklassen.

### Bilineaire spanningsverdeling

Onderstaande figuur geeft het bilineaire-tekendiagram voor betonberekeningen weer:



Figuur 3: bilineaire spanningsverdeling voor beton.

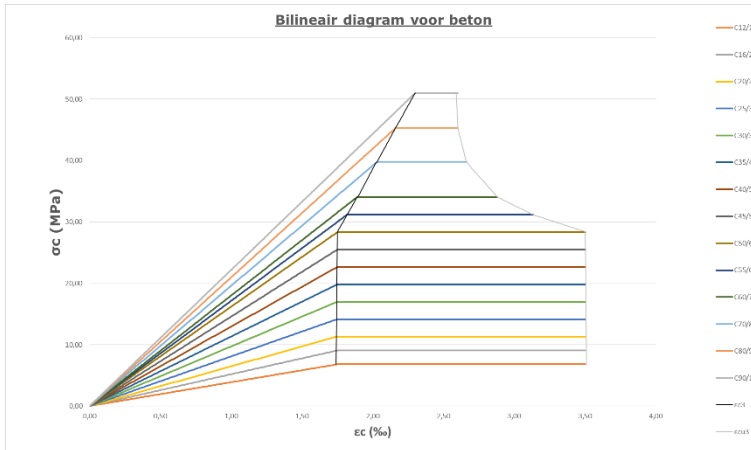
Voor  $0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c3}$  wordt  $\sigma_c$  gegeven door:

$$\sigma_c = f_{cd} * \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c3}} \right) \quad (2.5)$$

Indien  $\epsilon_{c3} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu3}$  wordt  $\sigma_c$  gelijkgesteld aan  $f_{cd}$ :

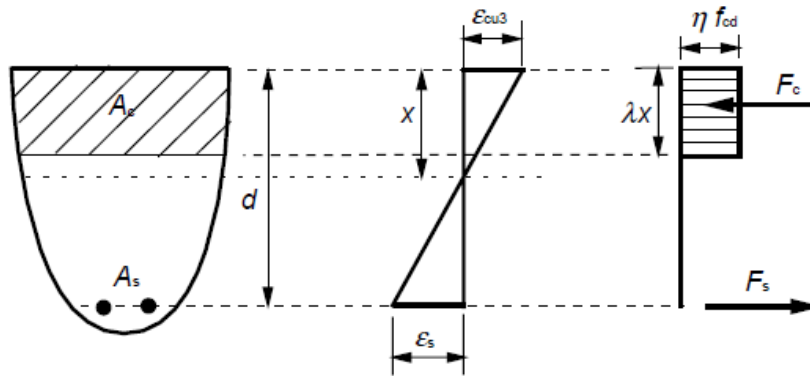
$$\sigma_c = f_{cd} \quad (2.6)$$

De waardes van  $\epsilon_{c3}$  en  $\epsilon_{cu3}$  kunnen in bijlage 1 voor elke betonklasse worden opgezocht. Voor betonklasse 's met een karakteristieke druksterkte tot en met 50 MPa, kan men stellen dat  $\epsilon_{c3} = 1,75$  promille en dat  $\epsilon_{cu3} = 3,5$  promille.



Figuur 4: bilineair spannings-tek diagram in functie van de verschillende betonklassen.

### Rechthoekige spanningsverdeling



Figuur 5: rechthoekige spanningsverdeling voor beton.

Voor  $f_{ck} \leq 50$  MPa:

$$\lambda = 0,8 \tag{2.7}$$

$$\eta = 1,0 \tag{2.8}$$

Voor  $50 < f_{ck} \leq 90$  MPa:

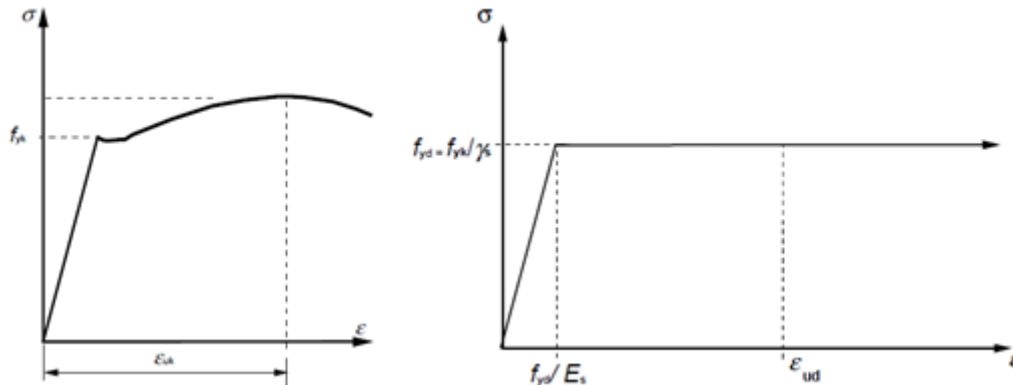
$$\lambda = 0,8 - \frac{f_{ck}-50}{400} \tag{2.9}$$

$$\eta = 1,0 - \frac{f_{ck}-50}{200} \tag{2.10}$$

## 2.1.2 Betonstaal

### Eigenschappen van betonstaal

- Voor de rekenwaarde van de elasticiteitsmodulus  $E_s$  wordt 200 GPA aangenomen
- De grenswaarde van betonstaal waarbij er plastische vervorming optreedt, wordt aangeduid door de vloeigrens  $f_{yk}$ . Het spannings-rek diagram is weergegeven in figuur 6.



Figuur 6: spannings-rek karakteristiekdiagram staal (links) en spannings-rek rekendiagram (rechts) van betonstaal.

Deze vloeigrens moet worden omgezet naar de rekenwaarde om betonstaal te berekenen en wordt gedefinieerd als:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (2.11)$$

Het lineaire spannings-rek diagram van de rekenwaarde van betonstaal is weergegeven in figuur 6.

- Volgens de Belgische Nationale Bijlage moet de rek begrensd worden tot:

$$\epsilon_{ud} = 0,9 * \epsilon_{uk} \quad (2.12)$$

### Partiële veiligheidsfactoren van betonstaal

Wanneer betonnen kolommen worden berekend moeten er partiële veiligheidsfactoren worden toegepast op de materialen. Deze veiligheidsfactoren verschillen per ontwerpsituatie. Tabel 2 geeft de veiligheidsfactoren weer voor betonstaal per ontwerpsituatie voor de uiterste grenstoestanden.

Tabel 2: partiële veiligheidsfactoren van betonstaal.

Ontwerpsituaties	$\gamma_s$ voor betonstaal
Blijvend en tijdelijk	1,15



Buitengewoon	1,0
--------------	-----

Indien betonstaal moet worden berekend volgens de accidentele ontwerpsituatie, moeten de partiële factoren gelijk aan 1,0 worden genomen.

### **Minimum, gemiddelde en maximum wapening in een dwarsdoorsnede**

In dit onderzoek wordt er modelkolom gewapend met minimum, gemiddeld en maximum wapening in mm<sup>2</sup> en zo verdeeld naar staafdiameters afhankelijk van de gekozen hoeveelheid staven per laag.

#### **Minimum wapening**

De minimum wapening waarmee een betonnen dwarsdoorsnede gewapend moet worden, is gegeven door:

$$A_{s,min} = 0,002 * A_c \quad (2.13)$$

#### **Gemiddelde wapening**

De gemiddelde wapening waarmee een betonnen dwarsdoorsnede gewapend kan worden, is gegeven door:

$$A_{s,gem} = \frac{A_{s,min} + A_{s,max}}{2} = \frac{(0,002 * A_c) + (0,04 * A_c)}{2} \quad (2.14)$$

#### **Maximum wapening**

De maximum wapening waarmee een betonnen dwarsdoorsnede gewapend mag worden, wordt gegeven door:

$$A_{s,max} = 0,04 * A_c \quad (2.15)$$

## 2.2 Specifieke kenmerken van voorgespannen beton

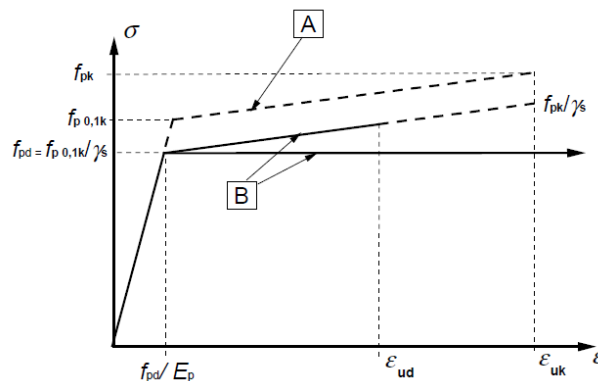
In deze paragraaf worden de verschillende specifieke eigenschappen van voorgespannen beton beschreven die doorheen dit onderzoek zullen worden gebruikt [2].

Door een constructie-element voor te spannen, wordt er vrijwillig een kracht voorzien op dit element. Deze kracht zorgt voor spanningen in het element die tegengesteld zijn aan deze vanwege het eigengewicht en de nuttige belasting. Het uiteindelijke doel van de voorspanningen is om de spanningen, opgewekt door deze voorspanning, gedeeltelijk of volledig te neutraliseren zodat er door de gezamenlijke werking van eigen gewicht, nuttige belasting en voorspanning er een spanningstoestand voordoet die gunstiger is dan de spanningstoestand zonder voorspanning. Aangezien beton een goede druksterkte heeft, maar een beperkte treksterkte kan men dit nadeel elimineren door het aanbrengen van een voorspanning.

### 2.2.1 Eigenschappen van voorspanstaal

Voor de rekenwaarde van de elasticiteitsmodulus  $E_p$  van de voorspanstrengen wordt 195 GPA aangenomen.

Het spanningsrekdiagram voor voorspanstaal ziet er als volgt uit:



Figuur 7: spannings-rek diagram van voorspanstaal.

De rekenspanning van het voorspanstaal wordt gegeven door:

$$f_{pd} = \frac{f_{p0,1k}}{\gamma_s} \quad (2.16)$$

Om de dwarsdoorsnede te berekenen mag één van de volgende aannamen gemaakt worden:

- Een hellende tak met rekgrens  $\epsilon_{ud}$  met als aanbevolen waarde voor  $\epsilon_{ud} = 0,02$  en  $\frac{f_{p0,1k}}{f_{pk}} = 0,9$ ;
- Een horizontale tak zonder rekgrens.

### 2.2.2 Partiële veiligheidsfactoren van voorspanstaal

Wanneer betonnen kolommen worden berekend, moeten er partiële veiligheidsfactoren worden toegepast op de materialen. Deze veiligheidsfactoren verschillen per ontwerpsituatie. Tabel 3: partiële veiligheidsfactoren van voorspanstaal geeft de veiligheidsfactoren weer voor betonstaal per ontwerpsituatie voor de uiterste grenstoestanden.

Tabel 3: partiële veiligheidsfactoren van voorspanstaal.

Ontwerpsituaties	$\gamma_s$ voor betonstaal
Blijvend en tijdelijk	1,15
Buitengewoon	1,0

### 2.2.3 Voorspankracht in het constructie element

#### Maximale voorspankracht tijdens het spannen

Tijdens het aanbrengen van de voorspanning dient er rekening te worden gehouden met de maximale toelaatbare spanning in het voorspanstaal. De kracht, onmiddellijk na het onder spanning brengen van een element, is gelijk aan:

$$P_{max} = A_p * \sigma_{p,max} \quad (2.17)$$

met:

$A_p$  de oppervlakte van de doorsnede van het voorspanelement  
 $\sigma_{p,max}$  de maximaal toelaatbare spanning, zie tabel 4.

Tabel 4: toelaatbare spanningen van voorspanstaal.

Toestand	Symbool	Toelaatbare spanning
Bij voorspannen	$\sigma_{p,max}$	$\min(0,80 * f_{pk} ; 0,90 * f_{p0,1k})$
Gebruikstoestand	$\sigma_{pm0}$	$\min(0,75 * f_{pk} ; 0,85 * f_{p0,1k})$

## Voorspankracht na het spannen

De gemiddelde voorspankracht  $P_{m,t}(x)$  op een gegeven tijdstip  $t$  en op een afstand  $x$  van het spaneinde van een constructie element is gelijk aan  $P_{max}$  vermindert met de directe en tijdsafhankelijke verliezen.

De voorspankracht, die direct na de overdracht van de voorspanning  $P_{m0}(x)$  op het constructie-element aangrijpt, is gelijk aan  $P_{max}$  vermindert met de directe verliezen  $\Delta P_i(x)$ . De waarde van  $P_{m0}(x)$  mag de volgende waarde niet overschrijden:

$$P_{m0}(x) = A_p * \sigma_{pm0} \quad (2.18)$$

met:

$A_p$  de oppervlakte van de doorsnede van het voorspanelement;  
 $\sigma_{p,max}$  de maximaal toelaatbare spanning, zie tabel 4.

### 2.2.4 Voorspanverliezen

Voorspanverliezen kunnen worden onderverdeeld in twee hoofdgroepen, de directe en de tijdsafhankelijke verliezen. Onder de directe verliezen wordt er een onderscheid gemaakt tussen de verliezen bij voorgerekt staal en bij nagerekt staal [2] [6].

Bij voorgerekt staal worden de volgende verliezen in acht genomen: wrijving, slip, korte termijn relaxatie van het staal en de elastische vervorming. Bij nagerekt staal zijn dit echter de verliezen door de verankering, ten gevolge van wrijving en ten gevolge van de elastische verkorting van het beton.

De tijdsafhankelijke verliezen omvatten de invloed van kruip en krimp van het beton en de spanningsrelaxatie van het staal. Met relaxatie wordt de afname van het spanningsniveau in de kabels bedoelt. Deze afname komt door de voortdurende mechanische belasting. Bij deze spanningsafname blijft de rek in het staal wel gelijk maar neemt de spanning toch af in tegenstelling tot kruip waar de rek wel verandert en dus ook de spanning.

In dit onderzoek is geopteerd om met een voorspanverlies van 20% te rekenen. Voor een correcte berekening van deze verliezen wordt er verwezen naar bijlage 3.

### 3. Eerste-orde-effecten

Om rekening te houden met ongunstige effecten van mogelijke afwijkingen in de geometrie van de constructie en het aangrijpingspunt van de belasting dient er rekening te worden gehouden met geometrische imperfecties. Afwijkingen in de doorsnedeafmetingen is in het algemeen opgenomen door de veiligheidsfactoren van de materialen.

De volgende formules zijn van toepassing op elementen onderworpen aan een axiale druk en aan constructies onderworpen aan verticale belastingen specifiek voor gebouwen [2].

#### 3.1 Geometrische imperfecties

Imperfecties kunnen zijn weergegeven door een scheefstand  $\Theta_i$  gegeven door:

$$\Theta_i = \Theta_o * \alpha_h * \alpha_m \quad (3.1)$$

met:

$\Theta_o$  1/200 (ANB);

$\alpha_h$  reductiefactor voor de lengte of hoogte;  $\alpha_h = 2/\sqrt{l}$  ;  $\frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1$

$\alpha_m$  reductiefactor voor het aantal elementen;  $\alpha_m = \sqrt{0.5 * (1 + \frac{1}{m})}$

$L$  lengte (in m);

$m$  het aantal elementen dat bijdraagt aan het totale effect.

In deze studie wordt er gekeken naar het effect op één afzonderlijk element. Hierdoor is  $L$  de feitelijke lengte van het element is en  $m = 1$ . De reductiefactor voor het aantal elementen wordt dan:

$$\alpha_m = \sqrt{0.5 * \left(1 + \frac{1}{1}\right)} = 1$$

#### 3.2 Excentriciteit van afzonderlijke elementen

NBN EN 1992-1-1 stelt dat voor afzonderlijke elementen het effect van imperfecties in rekening gebracht mag worden op twee alternatieve manieren:

1. als een excentriciteit  $e_i$ , gegeven door:

$$e_i = \Theta_i * \frac{L_o}{2} \quad (3.2)$$

$L_o$  is hierin de effectieve lengte, zie paragraaf 4.2.2.

2. als een loodrecht op een element gerichte kracht  $H_i$ , op die plaats leidt tot het maximale moment, zie figuur 8:

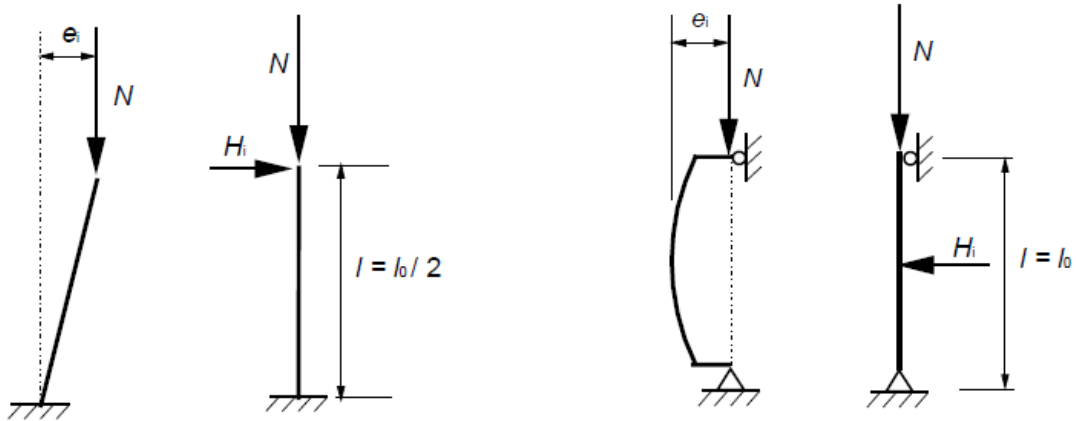
- a. voor niet-geschoorde elementen:

$$H_i = \theta_i * N \quad (3.3)$$

b. voor geschoorde elementen:

$$H_i = 2 * \theta_i * N \quad (3.4)$$

waarin  $N$  de normaalkracht is.



*Figuur 8: afzonderlijke elementen met excentrische normaalkracht of horizontale kracht: geschoord- en niet-geschoord.*

Indien de dwarsdoorsnede met symmetrische wapening belast wordt met een drukkracht, is het nodig om te werken met een minimale excentriciteit  $e_0$ :

$$e_0 = \max\left\{\frac{h}{30}; 20\right\} \quad (3.5)$$

met:

$h$  de hoogte van de dwarsdoorsnede.

### 3.3 Moment van de eerste orde

Het moment van de eerste orde bij een afzonderlijk symmetrisch gewapende kolom wordt gegeven door:

$$M_{0Ed} = N_{ed} * e_1 \quad (3.6)$$

met:

$$e_1 = \frac{L_0 * \alpha_h}{400} + \max\left\{\frac{h}{30}; 20\right\} \quad (3.7)$$

Het eerste orde moment treedt altijd op rond de zwakke en de sterke as.

## 4. Tweede-orde-effecten

Bij slanke kolommen treedt er naast het eerste-orde moment veroorzaakt door de geometrische imperfecties, ook een tweede-orde effect op. Deze bijkomende belastingeffecten worden veroorzaakt door de vervorming van het element [2] [3] [4] [7].

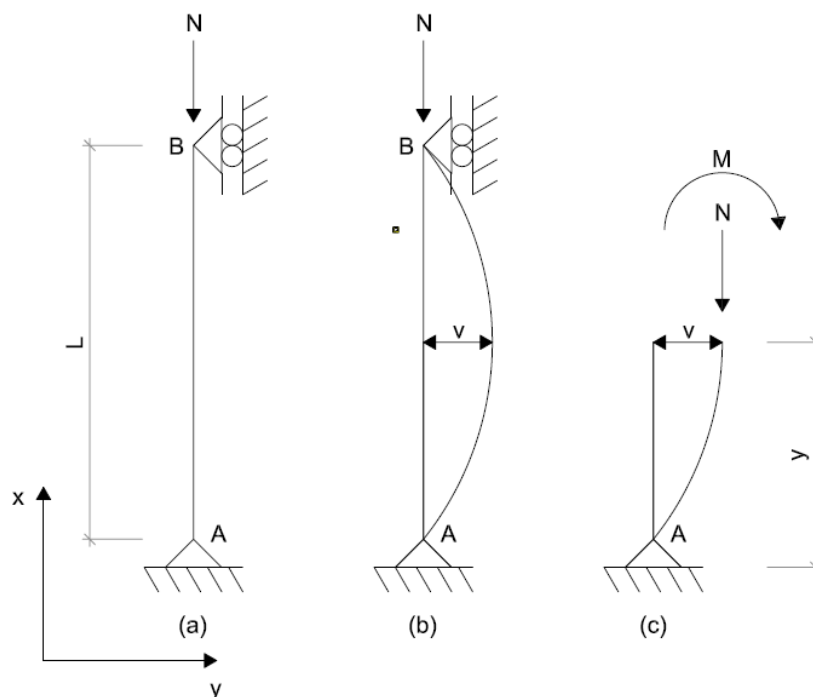
NBN EN-1992-1-1 stelt dat de tweede-orde-effecten mogen worden verwaarloosd indien ze kleiner zijn dan 10% van de eerste-orde-effecten. Om deze effecten in rekening te brengen worden er hiervoor vereenvoudigde criteria voor afzonderlijke elementen gegeven, zie paragraaf 4.2.1

### 4.1 Het knikverschijnsel

In deze paragraaf wordt eerst de Eulerkniklast of kritieke kniklast en de excentriciteit van de tweede-orde afgeleid waarmee het tweede-orde moment wordt berekend.

#### 4.1.1 De Eulerkniklast

Leonhard Euler heeft een formule opgesteld die de kritische belasting bepaald waarbij een staaf knikt. Deze formule is toepasbaar voor een rechte staaf die op zuivere druk wordt belast. Het is vanzelfsprekend dat de solliciterende kracht op de kolom niet groter mag zijn dan de Eulerkniklast. Om deze formule af te leiden, wordt er gebruikt gemaakt van één van de basisgevallen van Timoshenko, de scharnierende kolom.



Figuur 9: basisgeval Timoshenko, de scharnierende kolom.

Door de normaalkracht  $N$  zal de kolom uitknikken en zal er een voorlopig onbekende elasticiteitslijn ontstaan. Door het uitknikken van de kolom ontstaat er een uitwijking  $v$  ten opzichte van de originele ligging. Indien het afgezonderde deel, zie figuur 9c, wordt beschouwd en het momentenevenwicht hiervan wordt uitschrijven, wordt dit:

$$M = N * v \quad (4.1)$$

Om de vergelijking van de doorbuigingslijn te kennen, zal de differentiaalvergelijking uit de elasticiteitsleer moeten worden toegepast:

$$E * I * \frac{d^2v}{dx^2} = -M(x) \quad (4.2)$$

Als het moment, zie vergelijking 4.1, wordt gesubstitueerd in vergelijking 4.2, wordt dit:

$$E * I * \frac{d^2v}{dx^2} + N * v = 0 \quad (4.3)$$

Substitutie van volgende term wordt dan:

$$k^2 = \frac{N}{E * I} \quad (4.4)$$

De volgende gereduceerde lineaire differentiaalvergelijking is nu:

$$v'' + k^2 * v = 0 \quad (4.5)$$

Met als algemene oplossing:

$$y(x) = v = A * \sin(k * x) + B * \cos(k * x) \quad (4.6)$$

In deze algemene oplossing zijn A en B twee onbekende integratieconstanten. Deze worden bepaald uit de randvoorwaarden:

Voor  $x = 0$  :

$$v(0) = 0 \Leftrightarrow 0 = A * \sin(k * 0) + B * \cos(k * 0) \Rightarrow B = 0 \quad (4.7)$$

Voor  $x = L$ :

$$v(L) = 0 \Leftrightarrow 0 = A * \sin(k * L) \quad (4.8)$$

waaruit volgt:






$$y(x) = A * \sin(k * x) \quad (4.9)$$

Een mogelijke eerste oplossing zou kunnen zijn dat men A gelijk stelt aan nul, maar dit zou betekenen dat de doorbuiging overal gelijk aan nul is. Indien dit het geval zou zijn zou het knikverschijnsel zich niet voordoen. Een andere oplossing bestaat uit:

$$\sin(k * L) = 0 \Leftrightarrow k * L = n * \pi \text{ met } n = 1,2,3, \dots \quad (4.10)$$



De waarden van  $n$  kunnen afgeleid worden aan de hand van volgende tabel:

n=0	n=1	n=2	n=3	n=4
				

*Figuur 10: waarden voor  $n$  bij verschillende knikvormen.*

In werkelijkheid zal de kolom knikken, zie figuur 11, bij  $n$  is gelijk aan 1. Het knikverschijnsel doet zich voor bij de laagste waarde voor  $n$ , namelijk bij  $n$  is gelijk aan 1. Hogere waarden van  $n$  en dus ook hogere waarde van de knikkracht is voor deze studie niet interessant omdat enkel de laagste waarde van  $N_b$  belangrijk is voor ons.

Als we nu  $k$  uit vergelijking 4.4 terug substitueren in vergelijking 4.9 wordt dit:

$$\sqrt{\frac{N}{E \cdot I}} * L = n * \pi \quad (4.11)$$

$$\frac{N}{E \cdot I} = \frac{1^2 * \pi^2}{L^2} \quad (4.12)$$

Omdat  $N$  in deze afleiding gelijk is aan de knikbelasting  $N_b$ , wordt vergelijking 4.11:

$$N_b = \frac{E \cdot I * \pi^2}{L_0^2} \quad (4.13)$$

met:

$L_0$  de effectieve kniklengte, zie paragraaf 4.1.2 en 4.2.2.

### 4.1.2 Excentriciteit van de tweede orde

De oplossing van de lineaire differentiaalvergelijking, gegeven door vergelijking 4.9, wordt:

$$y(x) = A * \sin\left(\frac{\pi * n}{L} * x\right) \quad (4.14)$$

De grootste uitbuiging vindt plaats op halve hoogte van de kolom. Als dit wordt gesubstitueerd in vergelijking 4.13, wordt dit:

$$\begin{aligned} \text{Voor } x &= \frac{L}{2}: \\ y\left(\frac{L}{2}\right) &= A * \sin\left(\frac{\pi}{L} * \frac{L}{2}\right) = e_2 \quad \Rightarrow \quad A = e_2 \end{aligned} \quad (4.15)$$

met:

$e_2$  de maximale transversale verplaatsing.

Wanneer dezelfde berekening wordt gemaakt maar dan met andere randvoorwaarden, worden dezelfde resultaten gevonden op uitzondering van de lengte van de kolom. Daarom wordt er een nieuw begrip ingevoerd, namelijk de effectieve lengte  $L_0$ , zie figuur 12. Als we nu  $L$  vervangen door  $L_0$ , wordt dit:

$$y(x) = e_2 * \sin\left(\frac{\pi}{L_0} * x\right) \quad (4.16)$$

Wetende dat de gemiddelde kromming ( $1/r$ ), gelijk is aan volgende formule:

$$\frac{1}{r} = \frac{y''}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}} \cong y'' \quad (4.17)$$

Waaruit volgt:

$$\frac{1}{r} = -e_2 * \frac{\pi^2}{L_0^2} * \sin\left(\frac{\pi * x}{L_0}\right) \quad (4.18)$$

Aangezien de grootste kromming zich voordoet op de halve hoogte van de kolom, wordt  $e_2$ :

$$\frac{1}{r} = e_2 * \frac{\pi^2}{L_0^2} \quad \Rightarrow \quad e_2 = \frac{1}{r} * \frac{L_0^2}{\pi^2} \quad (4.19)$$

met:

$e_2$  de excentriciteit van de tweede-orde.

## 4.2 Vereenvoudigde criteria voor tweede-orde-effecten

### 4.2.1 Slankheids criterium voor afzonderlijke elementen

Het slankheids criterium stelt dat aan volgende vergelijking voldaan moet zijn  $\lambda \leq \lambda_{lim}$  zodat de tweede-orde-effecten niet in rekening moeten worden gebracht. De waarde van  $\lambda_{lim}$  wordt hieronder bepaald. Dit criterium moet worden getoetst volgens de richting van de sterke en zwakke as van het element.

NBN EN 1992-1-1 definieert de waarde van slankheidslimiet  $\lambda_{lim}$  voor afzonderlijke elementen als:

$$\lambda_{lim} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}} \quad (4.20)$$

#### Coëfficiënt 'A'

$$A = \frac{1}{(1 + 0,2 \cdot \varphi_{ef})} \quad (4.21)$$

met:

$\varphi_{ef}$  de effectieve kruipcoëfficiënt; zie paragraaf 2.1.1 (als  $\varphi_{ef}$  onbekend is, mag  $A = 0,7$  worden gebruikt)

#### Coëfficiënt 'B'

$$B = \sqrt{1 + 2 \cdot \omega} \quad (4.22)$$

met:

$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$ ; de mechanische wapeningsverhouding (als  $\omega$  onbekend is, mag  $B = 1,1$  worden gebruikt)

#### Coëfficiënt 'C'

$$C = 1,7 - r_m \quad (4.23)$$

met:

$r_m = \frac{M_{01}}{M_{02}}$ ; de momentverhouding (als  $r_m$  onbekend is, mag  $C = 0,7$  worden gebruikt)  
 $M_{01}, M_{02}$  zijn er eerste-orde-momenten aan de uiteinden met  $|M_{02}| > |M_{01}|$

De waarde van  $r_m$  dient 1 te worden genomen voor geschoorde elementen waarbij de eerste-orde momenten hoofdzakelijk worden veroorzaakt door imperfecties of dwarse belastingen en voor ongeschoorde elementen in het algemeen.

Indien de eindmomenten  $M_{01}$  en  $M_{02}$  aan dezelfde zijde van het element trek of druk geven, moet  $r_m$  positief te zijn genomen, anders negatief.

### Coëfficiënt 'n'

$$n = \frac{N_{ed}}{A_c * f_{cd}} = \frac{N_{rd}}{A_c * f_{cd}} \quad (4.24)$$

De waarde van  $n$  is de relatieve normaalkracht, dit onderzoek baseert zich op interactiediagrammen, dus wordt  $N_{ed}$  vervangen door  $N_{rd}$ .

### 4.2.2 Slankheid en effectieve lengte van afzonderlijke elementen

De slankheid  $\lambda$  is gedefinieerd als:

$$\lambda = \frac{L_0}{i} \quad (4.25)$$

met:

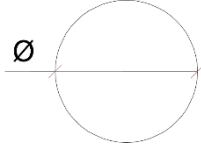
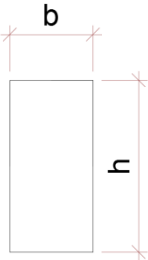
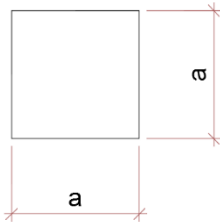
$L_0$  de effectieve lengte;  
 $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$ ; de traagheidsstraal van de niet-gescheurde betondoorsnede waar  $I$  staat voor het traagheidsmoment en  $A$  de oppervlakte van de doorsnede.

## Oppervlaktetraagheidsmoment I

Het oppervlaktetraagheidsmoment is een maat van de weerstand tegen doorbuiging en verschilt afhankelijk van de beschouwde richting. Het oppervlaktetraagheidsmoment van een constructiedeel is enkel afhankelijk van zijn afmetingen en zijn vorm, en dus niet van zijn materiaaleigenschappen.

Het traagheidsmoment voor de meest voorkomende vormen wordt weergegeven in tabel 5.

Tabel 5: traagheidsmoment voor verschillende doorsnede.

	Vorm	Oppervlakte A	Traagheidsmoment I
Cirkelvormig		$\frac{\pi * \varnothing^2}{4}$	$\frac{\pi * \varnothing^4}{64}$
Rechthoekige vorm volgens sterke as		$b * h$	$\frac{b * h^3}{12}$
Rechthoekige vorm volgens zwakke as			$\frac{h * b^3}{12}$
Vierkant		$a^2$	$\frac{a^4}{12}$

Opmerking: om het traagheidsmoment van een object, bijvoorbeeld een wapeningsstaaf, gelegen op een afstand van de neutrale as, te bepalen zal de stelling van Steiner, ook het Huygens-Steiner-theorema genoemd, moeten worden toegepast, gegeven door [9]:

$$I_{y',z'} = I_{y,z} + A * g^2 \quad (4.26)$$

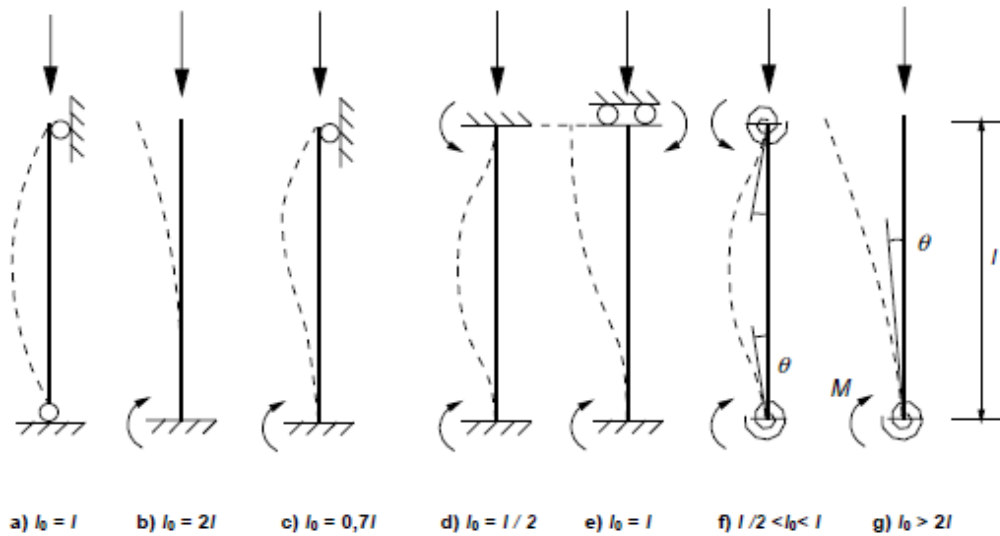
met:

$g$

de afstand van het zwaartepunt van de oppervlakte tot de neutrale as.

### Effectieve lengte

De effectieve lengte of meewerkende lengte  $L_0$  is de lengte gebruikt om rekening te houden met de vorm van de uitbuigingslijn; deze is ook gekend als de kniklengte. Dit is de lengte van een kolom met scharnierende uiteinden, en waarop een constante normaalkracht inwerkt, die dezelfde dwarsdoorsnede en knikbelasting heeft als het werkelijk element.



Figuur 11: formule van de effectieve kniklengte.

### 4.3 Berekeningsmethoden voor tweede-orde-effecten

De berekeningsmethoden om tweede-orde effecten in rekening te brengen, bestaan uit een algemene methode die gebaseerd is op niet-lineaire-tweede-orde-berekening en de volgende twee vereenvoudigde methoden:

- Methode gebaseerd op een nominale stijfheid;
- Methode gebaseerd op een nominale kromming.

#### 4.3.1 Algemene methode

Deze methode is gebaseerd op een niet-lineaire berekening van de kromming, inclusief tweede-orde-effecten. Dit houdt in dat de kromming berekend wordt op basis van de reële rek in het staal en niet de maximale rek gebaseerd op vloeigrens van het staal zoals bij de methode gebaseerd op de nominale kromming.

In deze studie wordt niet verder ingegaan op deze methode omdat het onderzoek eruit bestaat de twee vereenvoudigde berekeningsmethoden te vergelijken.

#### 4.3.2 Methode gebaseerd op een nominale stijfheid

In deze tweede-orde berekening gebaseerd op de stijfheid dient er gebruik te worden gemaakt van de nominale waarden van de buigstijfheid, rekening houdend met de effecten van scheurvorming, niet-lineair materiaalgedrag en kruip.

Deze methode is zowel geschikt voor afzonderlijke elementen als voor volledige constructies indien de nominale stijfheidswaarden op gepaste wijze zijn geschat.

#### Nominale stijfheid

De nominale stijfheid van slanke op druk belaste elementen van alle dwarsdoorsneden mag worden geschat door volgende vergelijking:

$$EI = K_c * E_{cd} * I_c + K_s * E_s * I_s \quad (4.27)$$

met:

$E_{cd}$	de rekenwaarde van de elasticiteitsmodulus van het beton: $E_{cd} = E_{cm}/\gamma_{cE}$ met $\gamma_{cE} = 1,2$ ;
$I_c$	het kwadratisch oppervlaktemoment van de betondoorsnede;
$E_s$	de rekenwaarde van de elasticiteitsmodulus van de wapening = 210.000 MPa;
$I_s$	is het kwadratisch oppervlaktemoment van de wapeningsdoorsnede ten opzichte van het zwaartepunt van de betondoorsnede;
$K_c$	een factor voor effecten van scheurvorming, kruip, de geometrische wapeningsverhouding $A_s/A_c$ , de betonsterkteklasse, de aangrijpende normaalkracht en de slankheid;
$K_s$	een factor voor de bijdrage van de wapening.

Op basis van de geometrische wapeningsverhouding  $\rho = A_s/A_c$ , wordt de waarde van  $K_c$  en  $K_s$  bepaald.

**Indien  $\rho \geq 0,002$**

In principe is er aan deze voorwaarde meestal voldaan.

$$K_s = 1 \tag{4.28}$$

$$K_c = \frac{k_1 * k_2}{1 + \varphi_{ef}} \tag{4.29}$$

met:

- $\varphi_{ef}$  de effectieve kruipcoëfficiënt, zie paragraaf 2.1.1;
- $k_1 = \sqrt{f_{ck}/20}$  in MPa;
- $k_2 = n * \frac{\lambda}{170} \leq 0,20$ .

met:

- $n$  de relatieve normaalkracht;
- $\lambda$  de slankheid, zie paragraaf 4.2.2.

Indien de slankheid niet bekend is, mag  $k_2$  zijn genomen als:

$$k_2 = n * 0,30 \leq 0,20 \tag{4.30}$$

**Indien  $\rho \geq 0,01$**

Deze factoren mogen, maar zijn niet verplicht, worden gebruikt:

$$K_s = 0 \tag{4.31}$$

$$K_c = \frac{0,3}{(1 + 0,5 * \varphi_{ef})} \tag{4.32}$$

Sinds de toepassing van formules 4.31 en 4.32 niet verplicht is, wordt er in dit onderzoek gebruik gemaakt van formules 4.28 en 4.29.

**Momentvergrotingsfactor**

De rekenwaarde van het moment, bestaande uit het eerste- en tweede-orde-moment, moet worden vergroot met onderstaande vergelijking:

$$M_{ed} = M_{0Ed} * \left[ 1 + \frac{\beta}{\left(\frac{N_B}{N_{ed}}\right)^{-1}} \right] \tag{4.33}$$

met:

- $M_{0Ed}$  het eerste-orde-moment, zie paragraaf 3.3;
- Voor elementen zonder dwarse belasting mogen de verschillende eerste-orde-momenten  $M_{01}$  en  $M_{02}$  worden



vervangen door een gelijkwaardig constant eerste-orde-moment  $M_{0e}$  gegeven door:

$$M_{0e} = 0,6 * M_{02} + 0,4 * M_{01} \geq 0,4 * M_{02}$$

Het teken van  $M_{01}$  en  $M_{02}$  moet hetzelfde zijn als ze trek aan dezelfde zijde geven, anders tegengesteld. Verder geldt  $|M_{02}| > |M_{01}|$ .

$\beta$  een factor die afhangt van de verdeling van de eerste- en tweede-orde-momenten.

Voor afzonderlijke elementen met een constante dwarsdoorsnede en normaalkracht mag worden aangenomen dat het tweede-orde-moment sinusvormig verloopt, er geldt dan:

$$\beta = \frac{\pi^2}{c_0}$$

met:

$c_0 = 8$  voor een constant eerste-orde-moment;

$c_0 = 9,6$  voor een parabolisch eerste-orde-moment;

$c_0 = 12$  voor een symmetrisch driehoekige verdeling van het eerste-orde-moment.

$N_{ed}$  de rekenwaarde van de normaalkracht, in dit onderzoek wordt er gebruik gemaakt van interactiediagrammen en word  $N_{ed}$  vervangen door  $N_{rd}$ ;

$N_B$  de knikbelasting gebaseerd op nominale stijfheid of Eulerkniklast, zie paragraaf 4.1.1.

### 4.3.3 Methode gebaseerd op de nominale kromming

Deze methode is vooral geschikt voor afzonderlijke elementen belast door een constante normaalkracht en een gedefinieerde meewerkende lengte  $L_0$ . De methode is gebaseerd op een uitbuiging waarvoor een nominaal tweede-orde-moment wordt gegeven. Aan de hand van dit moment is het mogelijk de dwarsdoorsnede te berekenen op buiging en normaalkracht.

#### Buigende momenten

De waarde van het buigend moment is:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 \quad (4.34)$$

met:

$M_{0Ed}$  het eerste-orde-moment, zie paragraaf 3.3;  
 $M_2$  het nominale tweede-orde-moment.

Het nominale tweede-orde-moment  $M_2$  is gelijk aan:

$$M_2 = N_{Ed} * e_2 \quad (4.35)$$

met:

$e_2$	is de uitbuiging = $\frac{1}{r} * \frac{L_0^2}{c}$
$L_0$	is de meewerkende lengte, zie paragraaf 4.2.2;
$c$	is een factor die afhankelijk is van de krommingsverdeling. Uitgaande van sinusvormige krommingsverdeling en constante dwarsdoorsnede is $c = \pi^2$ . Als het eerste-orde-moment constant is, neemt men best een lagere waarde voor $c$ (8 is een ondergrens, overeenkomend met een constant totaal moment);
$\frac{1}{r}$	is de kromming.

### Kromming

In het geval met constante symmetrische (gewapende) dwarsdoorsneden, mag men het volgende aannemen voor de kromming:

$$\frac{1}{r} = K_r * K_\varphi * \frac{1}{r_0} \quad (4.36)$$

met:

$K_r$	een correctiefactor afhankelijk van de normaalkracht;
$K_\varphi$	een factor om kruip in rekening te brengen;
$\frac{1}{r_0}$	de basiskromming.

### De basiskromming $1/r_0$

De basiskromming wordt gegeven door:

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0.45 * d} \quad (4.37)$$

met:

$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s}$ ;	
$d$	= de meewerkende hoogte indien alle wapening is geconcentreerd in tegenover elkaar liggende zijden. Indien dit niet het geval is, wordt $d$ gedefinieerd als $d = \left(\frac{h}{2}\right) + i_s$ met $i_s$ de traagheidsstraal van de totale wapeningsdoorsnede.

### Factor $K_r$

De correctiefactor die afhankelijk is van de normaalkracht wordt gegeven door:

$$K_r = \frac{n_u - n}{n_u - n_{bal}} \leq 1 \quad (4.38)$$

met:

$n_u$	= $1 + \omega$ ;
$\omega$	= $\frac{A_s * f_{yd}}{A_c * f_{cd}}$ ;
$n$	= $\frac{N_{ed}}{A_c * f_{cd}}$ , de relatieve normaalkracht, dit onderzoek baseert zich op interactiediagrammen, dus wordt $N_{ed}$ vervangen door $N_{rd}$ ;
$n_{bal}$	= 0,4 = de waarde van $n$ voor de maximum momentweerstand;

$$\begin{aligned} A_s &= \text{de totale oppervlakte van de wapeningsdoorsnede;} \\ A_c &= \text{de oppervlakte van betondoorsnede.} \end{aligned}$$

In dit onderzoek is de waarde van  $K_r$  niet begrensd door de waarde 1 omdat dit zorgt voor een begrenzing van het tweede-orde moment. Door deze begrenzing weg te laten wordt de kromming  $1/r$  groter waardoor de excentriciteit  $e_2$  ook groter wordt en dus het tweede-orde moment ook stijgt. Het weglaten van deze begrenzing zorgt dus voor een veiligere situatie.

Hieronder wordt het bewijs hiervan gegeven:

$$n_u - n \leq n_u - n_{bal}$$

$$-n \leq -n_{bal}$$

$$n \geq n_{bal}$$

$$\frac{N_{rd}}{A_c * f_{cd}} \geq 0,4$$

$$N_{rd} \geq 0,4 * A_c * f_{cd} \quad (4.39)$$

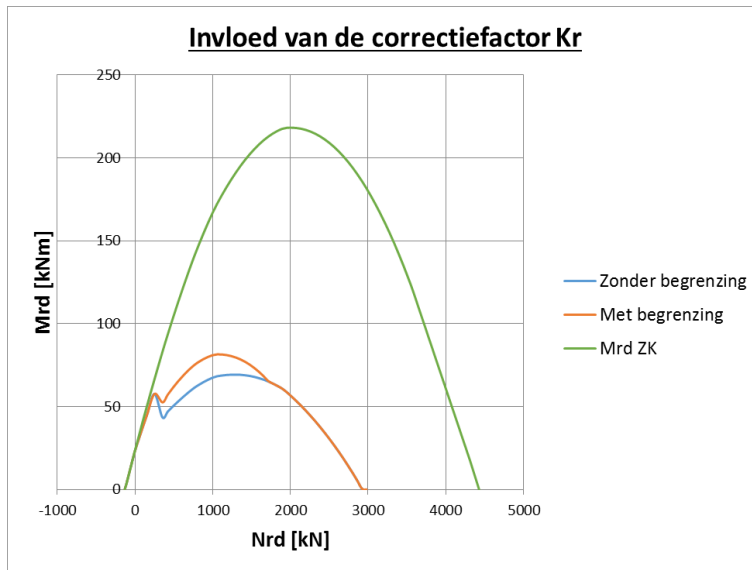
Dit wil zeggen dat voor waarden van  $N_{rd} \geq 0,4 * A_c * f_{cd}$  de waarde van  $K_r$  onder 1 blijft.

Voor waarden van  $N_{rd} < 0,4 * A_c * f_{cd}$  wordt de waarde van  $K_r$  begrensd door 1, wat zorgt voor kleinere tweede-orde momenten. De grenswaarde van 1 wordt daarom weggelaten in dit onderzoek en wordt nu:

$$K_r = \frac{n_u - n}{n_u - n_{bal}}$$

In figuur 12 zijn de twee krommes weergegeven, met en zonder begrenzing van  $K_r$ , toegepast op de modelkolom met een dwarsdoorsnede van 390 x 390 mm, een hoogte van 3 m, een betondekking van 30 mm, een beugeldiameter van 10 mm, een betonklasse van C50/60, een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 en gewapend met minimum wapening.

Wanneer we nu  $N_{rd}$  bepalen in deze situatie hebben we normaalkracht van 1723 kN, dit is het punt waar de gele en de blauwe curven samenvallen, of met andere woorden waar  $K_r$  kleiner dan 1 wordt. Het weglaten van deze begrenzing zorgt dus voor een veiligere situatie, omdat de tweede-orde momenten groter worden.



Figuur 12: invloed van de begrenzing van de correctiefactor  $K_r$  op het tweede-orde moment.

### Factor $K_\varphi$

De correctiefactor om kruip in rekening te brengen wordt gegeven door:

$$K_\varphi = 1 + \beta * \varphi_{ef} \geq 1 \quad (4.40)$$

met:

$\varphi_{ef}$  de effectieve kruipcoëfficiënt, zie paragraaf 2.1.1;  
 $\beta = 0.35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{\lambda}{150}$ ;  
 $\lambda$  is de slankheid; zie paragraaf 4.2.2.

## 5. Opstellen van een interactiediagram

### 5.1 Hypothesen en aannames in uiterste grenstoestand

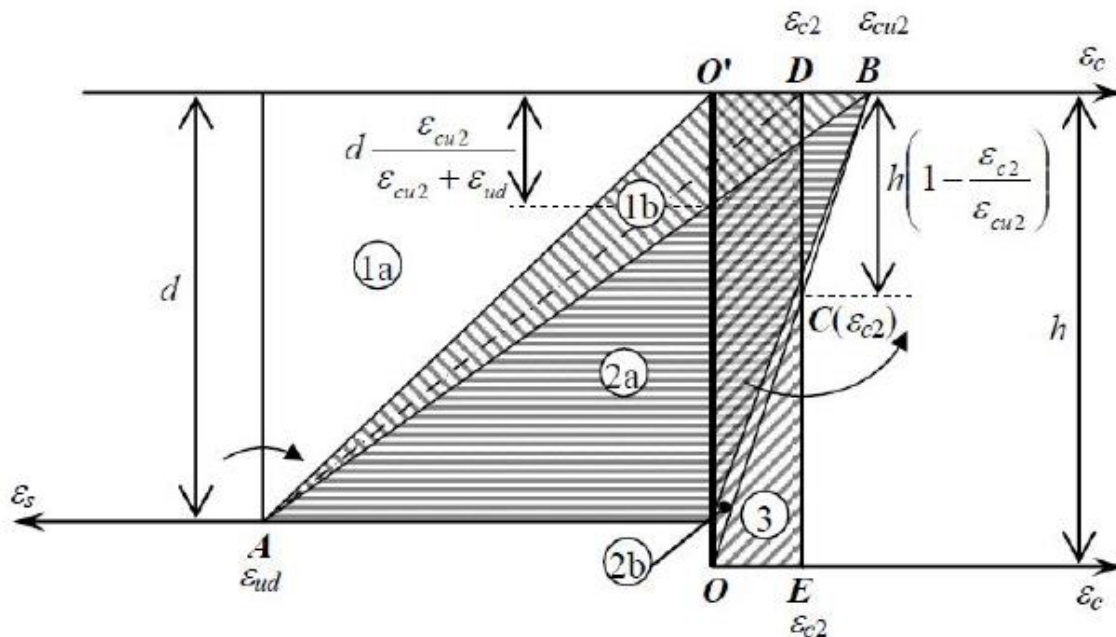
Bij het bepalen van de weerstand van een gewapende- of voorgespannen betondoorsnede in uiterste grenstoestand worden volgende basishypothesen aangenomen [7]:

- vlakke doorsneden blijven vlak;
- de rek in het betonstaal of de voorspanelementen met aanhechting is gelijk aan die in het omliggende beton;
- beton kan geen trek opnemen, deze is te beschouwen als verwaarloosbaar;
- de drukspanningen in het beton worden afgeleid uit het spanning-rekdiagram voor de berekening, zie paragraaf 2.1.1;
- de spanningen in het staal worden afgeleid uit de diagrammen weergegeven in paragraaf 2.1.2 voor betonstaal en in paragraaf 2.2.1 voor voorspanstaal;
- de stuik in het beton moet worden beperkt tot  $\varepsilon_{cu2}$  voor het parabolisch spanningsdiagram en tot  $\varepsilon_{cu3}$  voor het bilineaire spanningsdiagram, zie paragraaf 2.1.1.
- voor dwarsdoorsneden belast met vrijwel centrische belastingen (zuivere druk), behoort de gemiddelde stuik in het beton te worden beperkt tot  $\varepsilon_{c2}$  voor het parabolisch spanningsdiagram en tot  $\varepsilon_{c3}$  voor het bilineaire spanningsdiagram, zie paragraaf 2.1.1.
- de voorspanning wordt aangebracht door gespannen voorspanelementen op het beton;
- de effecten van de voorspanning mag geïnterpreteerd worden als een belasting ontstaan door een op vooraf aangebrachte rek en kromming. Het berekenen van het draagvermogen dient overeenkomstig te zijn berekend;
- de effecten van de voorspanning dienen betrokken te zijn in het optredend snedemoment en de normaalkracht;
- bros bezwijken van een element veroorzaakt door bezwijken van de voorspanelementen moet worden vermeden;
- de bijdrage van voorspanelementen aan de weerstand van de doorsnede behoort te worden beperkt tot de bijkomende sterkte boven de aangebrachte voorspanning;
- er wordt rekening gehouden met een voorspanverlies van 20%.

## 5.2 Het rekdiagram

Een interactiediagram is een grafische voorstelling van combinaties van normaalkrachten en bijhorende momenten in functie van de verschillende spannings-rekrelaties voor één bepaalde doorsnede. Zo kan op een snelle en gemakkelijke manier beslist worden of een doorsnede weerstand biedt bij bepaalde aangrijpende lasten.

NBN EN 1992-1-1 laat toe om de spannings-rekrelaties van beton onder druk op 3 verschillende manieren te berekenen. In dit onderzoek wordt er enkel gerekend met het parabolisch-rechthoekig spannings-rekdiagram.



Figuur 13: verdeling van het rekdiagram in rekgebieden.

### 5.2.1 Domein 1a

De volledige dwarsdoorsnede is in trek bij een maximale betonstaalrek, gelijk aan  $\epsilon_{ud}$  met als draaipunt punt A.

### 5.2.2 Domein 1b

De maximale betonstaalrek, punt A, wordt nog steeds gebruikt als draaipunt, gelijk aan  $\epsilon_{ud}$ . De bovenste betonvezel bevindt zich steeds in druk zonder volledige benutting van de vervormingscapaciteit van het beton. Dit domein is opgedeeld in 2 deeldomeinen met als grens de betonstuik van de bovenste betonvezel  $\epsilon_{c2}$ . Het tweede domein bevindt zich vanaf de betonstuik  $\epsilon_{c2}$  tot en met de grenswaarde van de betonstuik  $\epsilon_{cu2}$ .

### 5.2.3 Domein 2a en 2b

De bovenste betonvezel bevindt zich op de grenswaarde van de betonstuik  $\epsilon_{cu2}$  en wordt gebruikt als draaipunt binnen gebied 2. De vervormingscapaciteit van het

beton wordt hier volledig benut. De grens tussen domein 2a en 2b wordt gekenmerkt door een betonstaalrek van 0‰. De rek in het betonstaal in domein 2a bevindt zich dus tussen 0‰ en  $\epsilon_{ud}$ . Domein 2b wordt gekenmerkt door samendrukking van al het betonstaal.

### 5.2.4 Domein 3

Het volledige doorsnede is in druk en punt C wordt gebruikt als draaipunt. Punt C bevindt zich daar waar de lijnen BO (welke overeenkomt met de overgang van een gedeeltelijk getrokken dwarsdoorsnede naar een volledig gedrukte dwarsdoorsnede) en DE (welk overeenkomt met het rek diagram van axiale druk) elkaar snijden. De betonstuk van de bovenste betonvezel bevindt zich tussen  $\epsilon_{c2}$  en  $\epsilon_{cu2}$ .

## 5.3 Interactiediagram voor gewapend beton

### 5.3.1 Bepaling van de rekken

In tabel 6 zijn de rekken weergegeven in functie van de vaste parameters bij elk domein.

Tabel 6: bepaling van de rekken bij gewapend beton in functie van de vaste parameters bij elk domein.

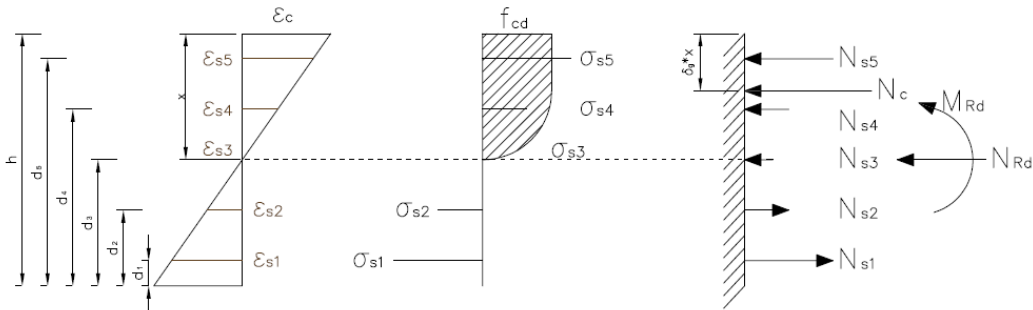
Domein	1b	2a/2b	3
$\epsilon_c$	$\epsilon_{ud} * \frac{x}{d - x}$	$\epsilon_{cu2}$	$\epsilon_{c2} * \frac{x}{x - h * \left(1 - \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu2}}\right)}$
$\epsilon_{s,i}$	$-\epsilon_{ud}$	$-\epsilon_c * \frac{(h - x - d_i)}{x}$	$\epsilon_c * \frac{(x - (h - d_i))}{x}$

met:

- $\epsilon_c$  de rek van de bovenste betonvezel;
- $\epsilon_{s,i}$  de rek in de te beschouwen wapeningslaag;
- $d$  de nuttige hoogte: de afstand tussen de bovenste vezel en het zwaartepunt van de onderste wapening;
- $h$  de hoogte van de dwarsdoorsnede;
- $x$  de hoogte van de gedrukte betonddoorsnede en dus de positie van de neutrale as.

### 5.3.2 Evenwicht van de interne weerstand biedende krachten

Ongeacht in het domein van vervorming, kunnen de evenwichtsvergelijkingen van een gewapende betondoorsnede opgesteld worden als volgt:



Figuur 14: weergave van de rekken, krachten en spanningen voor een dwarsdoorsnede bij gewapend beton.

$$N_{rd} = N_c + \sum N_{s,i} \quad (5.1)$$

$$M_{Rd} = N_c * \left(\frac{h}{2} - \delta_g * x\right) + \sum_{i=1}^{i=2} \left(\frac{h}{2} - d_i\right) * N_{s,i} + \sum_{i=3}^{i=5} \left(d_i - \frac{h}{2}\right) * N_{s,i} \quad (5.2)$$

$$N_c = \psi * f_{cd} * b * x \quad (5.3)$$

$$N_{s,i} = A_{s,i} * \sigma_{s,i} \quad (5.4)$$

$$\sigma_{s,i} = \min(f_{yd}; \epsilon_{s,i} * E_s) \quad (5.5)$$

$$\epsilon_{s,i} = -\epsilon_c * \frac{(h-x-d_i)}{x} \quad (5.6)$$

met:

- $d_i$  de afstand van de wapening ten opzichte van de onderste vezel;
- $\delta_g$  zwaartepuntfactor van de weerstand biedende betondrukresultante: zie bijlage 6;
- $\psi$  betonvulfactor rekening houdend met het parabool - rechthoekig diagram: zie bijlage 5;
- $h$  de hoogte van de dwarsdoorsnede.



## 5.4 Interactiediagram voor voorgespannen beton

### 5.4.1 Bepaling van de rekken

In tabel 7 zijn de rekken weergegeven in functie van de vaste parameters bij elk domein. Deze zijn hetzelfde als bij gewapend beton, zie paragraaf 5.3.1.

Tabel 7: bepaling van de rekken bij voorgespannen beton in functie van de vaste parameters bij elk domein.

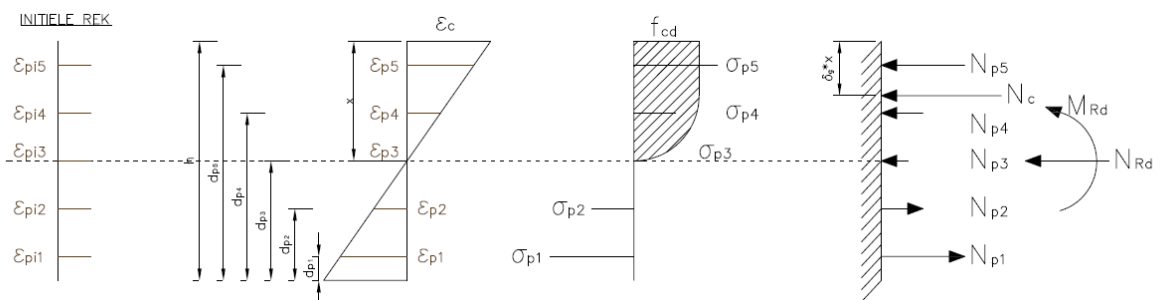
Domein	1b	2a/2b	3
$\varepsilon_c$	$\varepsilon_{ud} * \frac{x}{d - x}$	$\varepsilon_{cu2}$	$\varepsilon_{c2} * \frac{x}{x - h * \left(1 - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}}\right)}$
$\varepsilon_{p,i}$	$-\varepsilon_{ud}$	$-\varepsilon_c * \frac{(h - x - d_{p,i})}{x}$	$\varepsilon_c * \frac{(x - (h - d_{p,i}))}{x}$

met:

- $\varepsilon_c$  de rek van de bovenste betonvezel;
- $\varepsilon_{p,i}$  de rek in de te beschouwen voorspanninglaag;
- $d$  de nuttige hoogte: de afstand tussen de bovenste vezel en het zwaartepunt van de onderste laag voorspanstrengen;
- $h$  de hoogte van de dwarsdoorsnede;
- $x$  de hoogte van de gedrukte betonddoorsnede en dus de positie van de neutrale as.

### 5.4.2 Evenwicht van de interne weerstand biedende krachten

Ongeacht in het domein van vervorming, kunnen de evenwichtsvergelijkingen van een voorgespannen betonddoorsnede opgesteld worden als volgt:



Figuur 15: weergave van de rekken, spanningen en krachten voor een dwarsdoorsnede bij voorgespannen beton.

$$N_c = \psi * f_{cd} * b * x \quad (5.7)$$

$$N_{p,i} = A_{p,i} * \sigma_{pm,i} \quad (5.8)$$

$$\sigma_{pm,i} = \min(f_{pd} ; \Delta\varepsilon_{p,i} * E_s) \quad (5.9)$$

$$\Delta\varepsilon_{p,i} = \varepsilon_{ini} + \varepsilon_{p,i} \quad (5.10)$$

$$\varepsilon_{ini} = \frac{\sigma_{max}}{E_p} * (1 - p) \quad (5.11)$$

$$\varepsilon_{p,i} = -\varepsilon_c * \frac{(h-x-d_{p,i})}{x} \quad (5.12)$$

$$N_{rd} = N_c + \sum N_{p,i} \quad (5.13)$$

$$M_{Rd} = N_c * \left(\frac{h}{2} - \delta_g * x\right) + \sum_{i=1}^{i=2} \left(\frac{h}{2} - d_{p,i}\right) * N_{p,i} + \sum_{i=3}^{i=5} \left(d_{p,i} - \frac{h}{2}\right) * N_{p,i} \quad (5.14)$$

met:

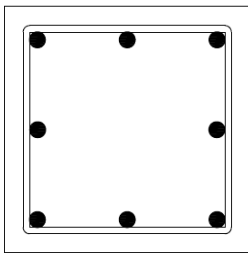
$d_i$	de afstand van de wapening ten opzichte van het midden van de dwarsdoorsnede;
$p$	het percentage voorspanverliezen dat in rekening dient gebracht te worden;
$\sigma_{pm,i}$	de voorspanning die in rekening gebracht wordt voor de berekening;
$\varepsilon_{ini}$	de tijdens het productie aangebrachte rek met vermindering van de voorspanverliezen;
$\varepsilon_{p,i}$	de rek in de te beschouwen voorspanninglaag;
$\delta_g$	zwaartepuntfactor van de weerstand biedende betondrukresultante: zie bijlage 6;
$\Psi$	betonvulfactor rekening houdend met het parabool – rechthoekig diagram: zie bijlage 5;
$h$	de hoogte van de dwarsdoorsnede.

## 6. Vergelijking van de tweede-orde berekeningsmethoden volgens NBN EN 1992-1-1 voor een gewapende kolom

In dit hoofdstuk zullen de tweede-orde berekeningsmethode gebaseerd op de nominale stijfheid en nominale kromming worden toegepast en vergeleken voor een gewapende kolom met verschillende wapeningspercentages en kruipcoëfficiënten.

### 6.1 Vergelijking voor een gewapende doorsnede op basis van het werkgebied

De berekeningsmethoden beschreven in paragraaf 4.3.2 en 4.3.3 worden toegepast op de modelkolom met een dwarsdoorsnede van 390 x 390 mm, een hoogte van 3 m, een betondekking van 30 mm, een beugeldiameter van 10 mm en een betonklasse van C50/60. Deze methoden zullen toegepast worden op een betonnen dwarsdoorsnede gewapend met minimum, gemiddelde en maximum wapening, zie paragraaf 2.1.2.



*Figuur 16: schikking van de wapeningsstaven.*

Bij elk wapeningspercentage zal er een effectieve kruipcoëfficiënt  $\varphi_{ef}$  van 0, 1 en 2 worden toegepast. De correcte berekening van  $\varphi_{ef}$  wordt beschreven in paragraaf 2.1.1.

#### Opmerkingen:

- *Bij de interactiecurves "Mrd ZK" is er rekening gehouden met de eerste-orde effecten, zie paragraaf 3.3.*
- *De sprong in de interactiecurves rekening houdend met knik bij beide methoden is het punt waar de slankheidslimiet overschreden wordt, dus waar de tweede-orde effecten in rekening worden gebracht.*

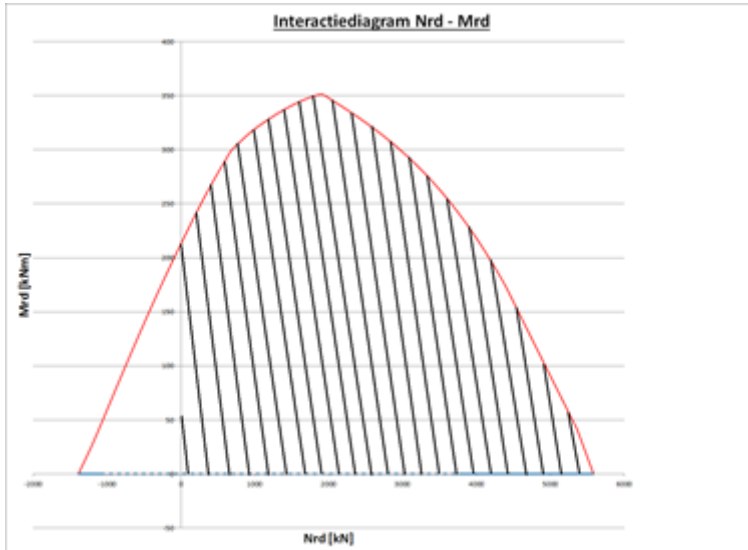
### 6.1.1 Gebruikte constanten

Tabel 8: gebruikte constanten bij het opstellen van de interactiediagrammen.

Hoogte		$h$	390	[mm]
Breedte		$b$	390	[mm]
Betondekking		$c$	30	[mm]
Diameter beugel		$\varnothing b$	10	[mm <sup>2</sup> ]
Langeduureffect bij buiging		$\alpha_{\infty}$	0,85	[-]
Materiaalfactor beton		$\gamma_m$	1,5	[-]
Betonklasse		$C$	C50/60	[-]
Elasticiteitsmodulus beton		$E_{cm}$	37000	[N/mm <sup>2</sup> ]
Betonkwaliteit		$f_{ck}$	50	[N/mm <sup>2</sup> ]
Rekenwaarde betonkwaliteit		$f_{cd}$	28	[N/mm <sup>2</sup> ]
Maximale betonstuik		$\varepsilon_{cu}$	0,0035	[-]
Maximale betonstuik onder druk		$\varepsilon_{c2}$	0,0020	[-]
Maximale rekgrens betonstaal		$\varepsilon_{ud}$	0,0100	[-]
Materiaalfactor betonstaal		$\gamma_s$	1,15	[-]
Rekenwaarde betonstaal		$f_{yd}$	435	[N/mm <sup>2</sup> ]
Elasticiteitsmodulus betonstaal		$E_s$	200000	[N/mm <sup>2</sup> ]
Vloeierek betonstaal		$\varepsilon_{yd}$	-0,0022	[-]
Kruipfactor		$\varphi$	2	[-]
Effectieve lengte		$L_0$	6000	[mm]
Vullingsfactorcoëfficiënt		$n$	2	[-]
Wapeningspercentage		$\rho$	0,0049	[%]
Nominale stijfheid		$C_0$	8,00	[-]
		$k_1$	1,58	[-]
		$\beta$	1,23	[-]
		$K_s$	1,00	[-]
		$E_{cd}$	30833	[N/mm <sup>2</sup> ]
Nominale kromming		$1/r_0$	0,00	[-]
		$c$	9,87	[-]
		$K\varphi$	1,00	[-]
		$\beta$	0,24	[-]
		$\lambda$	53,29	[-]
		$n_u$	1,61	[-]
		$n_{bal}$	0,40	[-]
		$\omega$	0,61	[%]

### 6.1.2 Definitie van het werkgebied

Het werkgebied omvat alle koppels van  $N_{rd}$  en  $M_{rd}$  die voldoen aan de inwendige en uitwendige stabiliteit van een doorsnede (met  $N_{rd}$  en  $M_{rd} > 0$ ). Dit is de gearceerde oppervlakte onder de kromme van het interactiediagram, zie figuur 17, welke als een maat beschouwd zal worden voor de draagefficiëntie van de kolom.



*Figuur 17: definitie van het werkgebied.*

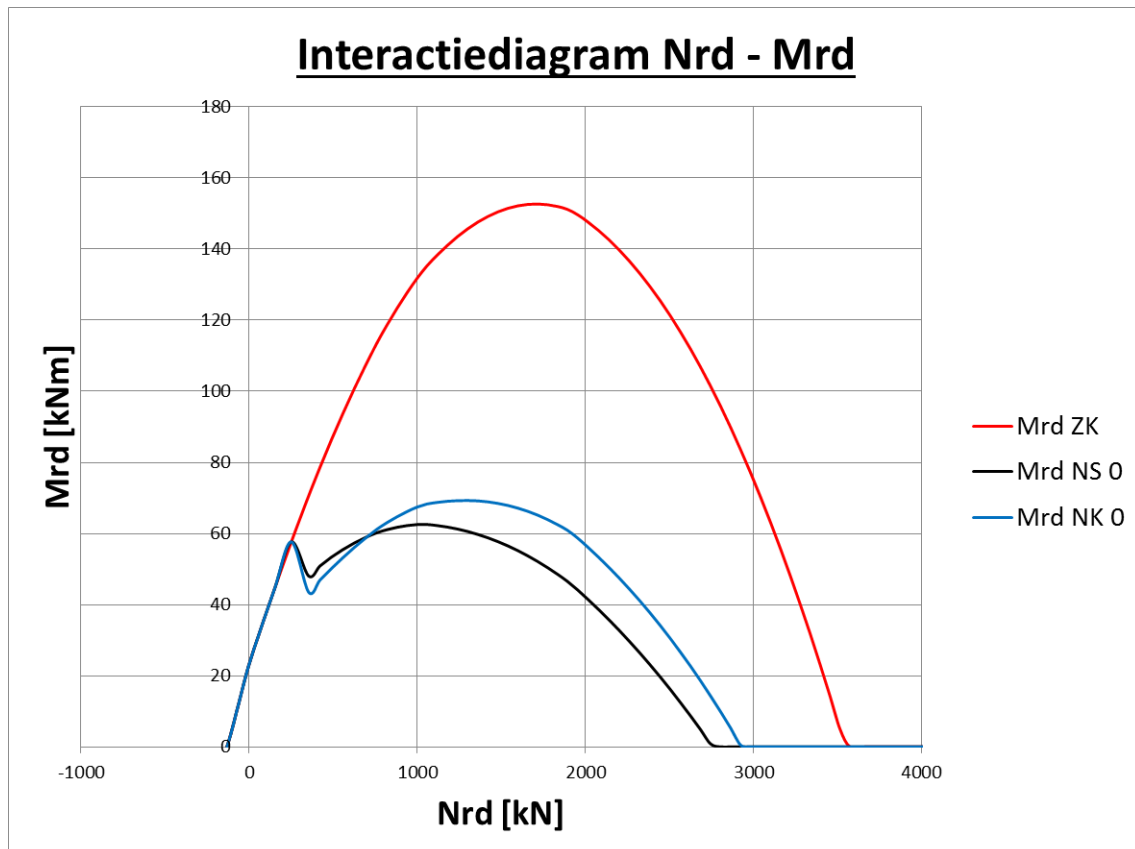
### 6.1.3 Doorsnede met minimum wapening

De toegepaste minimum wapening wordt berekend aan de hand van formule 2.13, gegeven door:

$$A_{s,min} = 0,002 * A_c = 0,002 * 390 * 390 = 304,2 \text{ mm}^2$$

#### Kruipcoëfficiënt $\varphi_{ef} = 0$

In figuur 18 is het interactiediagram weergegeven voor een dwarsdoorsnede gewapend met minimum wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.



Figuur 18: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met minimum wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd NS 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd NK 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0

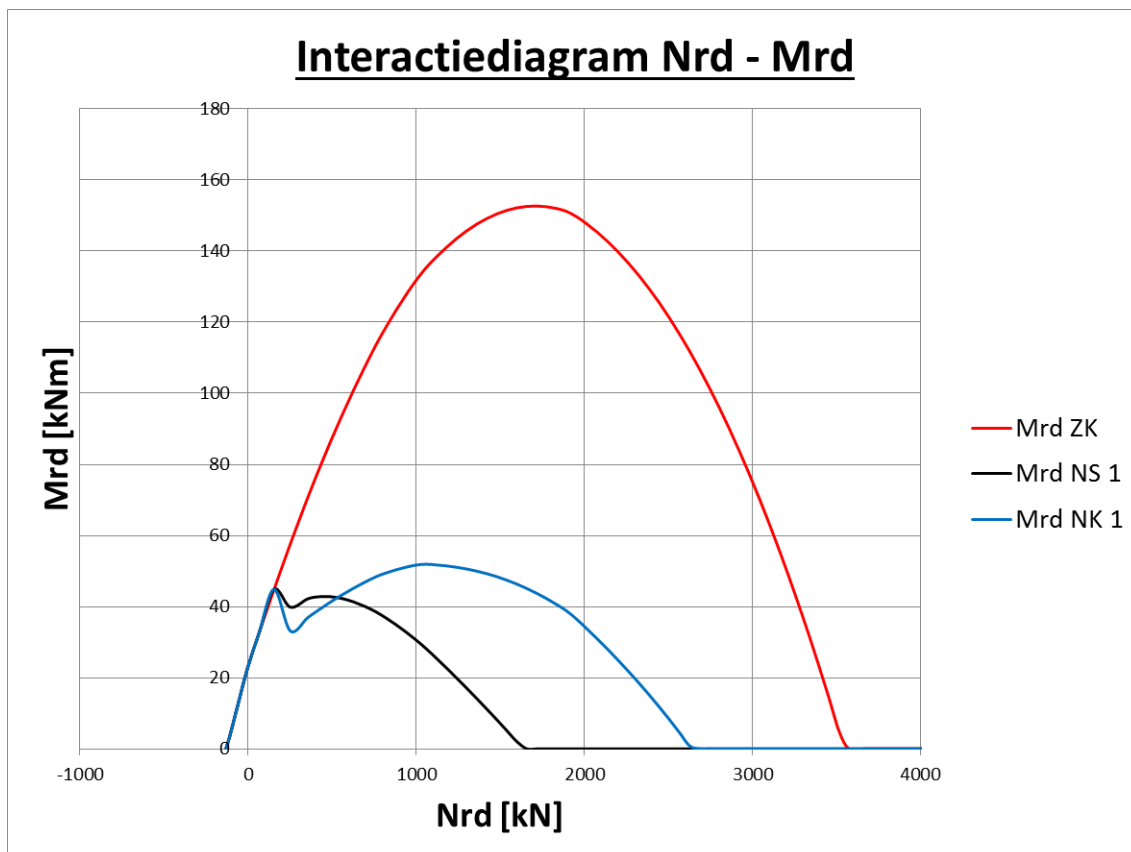
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik ten opzicht het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 9 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.

Tabel 9: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met minimum wapening en kruipfactor 0.

Mrd ZK	Mrd NS 0	Mrd NK 0
100,00%	33,83%	39,84%

### Kruipcoëfficiënt $\varphi_{ef} = 1$

In figuur 19 is het interactiediagram weergegeven voor een dwarsdoorsnede gewapend met minimum wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.



Figuur 19: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met minimum wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1

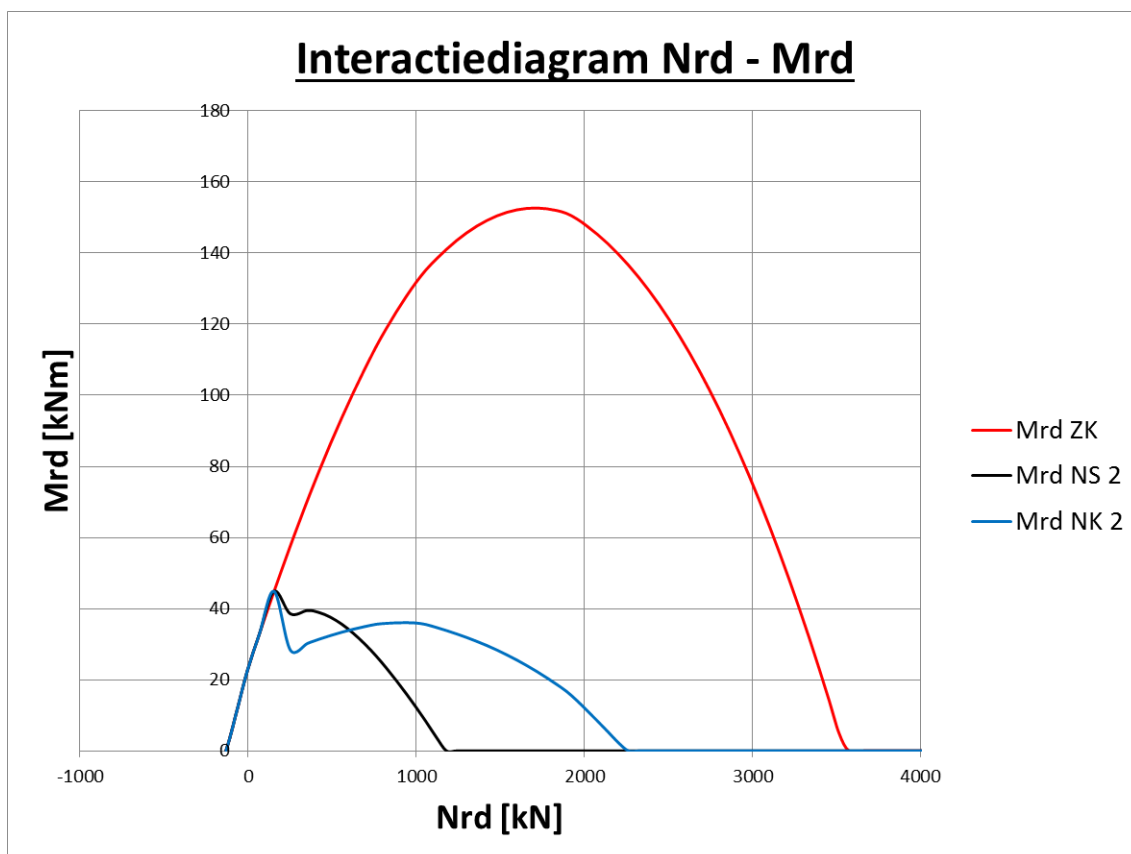
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik ten opzicht het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 10 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

Tabel 10: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met minimum wapening en kruipfactor 1.

Mrd ZK	Mrd NS 1	Mrd NK 1
100,00%	13,19%	27,03%

### Kruipcoëfficiënt $\varphi_{ef} = 2$

In figuur 20 is het interactiediagram weergegeven voor een dwarsdoorsnede gewapend met minimum wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.



Figuur 20: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met minimum wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd NS 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2
Mrd NK 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2

Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik ten opzicht het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 11 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.

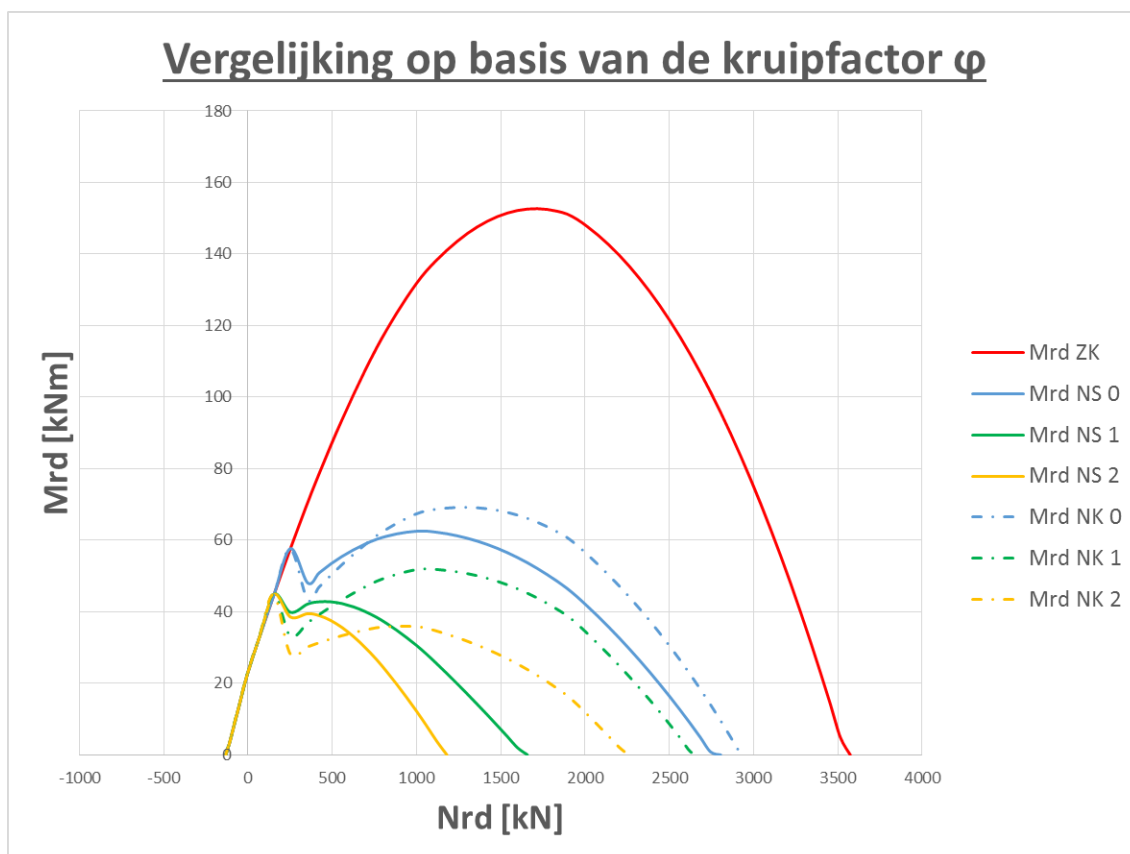


Tabel 11: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met minimum wapening en kruipfactor 2.

Mrd ZK	Mrd NS 2	Mrd NK 2
100,00%	8,95%	16,74%

### Overzicht op basis van de kruipcoëfficiënt

In figuur 21 is het overzicht van de interactiecurves weergegeven voor een gewapende kolom rekening houdend met knik en gewapend met minimum wapening in functie van de kruipcoëfficiënt.



Figuur 21: vergelijking van interactiecurves voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met minimum wapening in functie van de kruipcoëfficiënt.

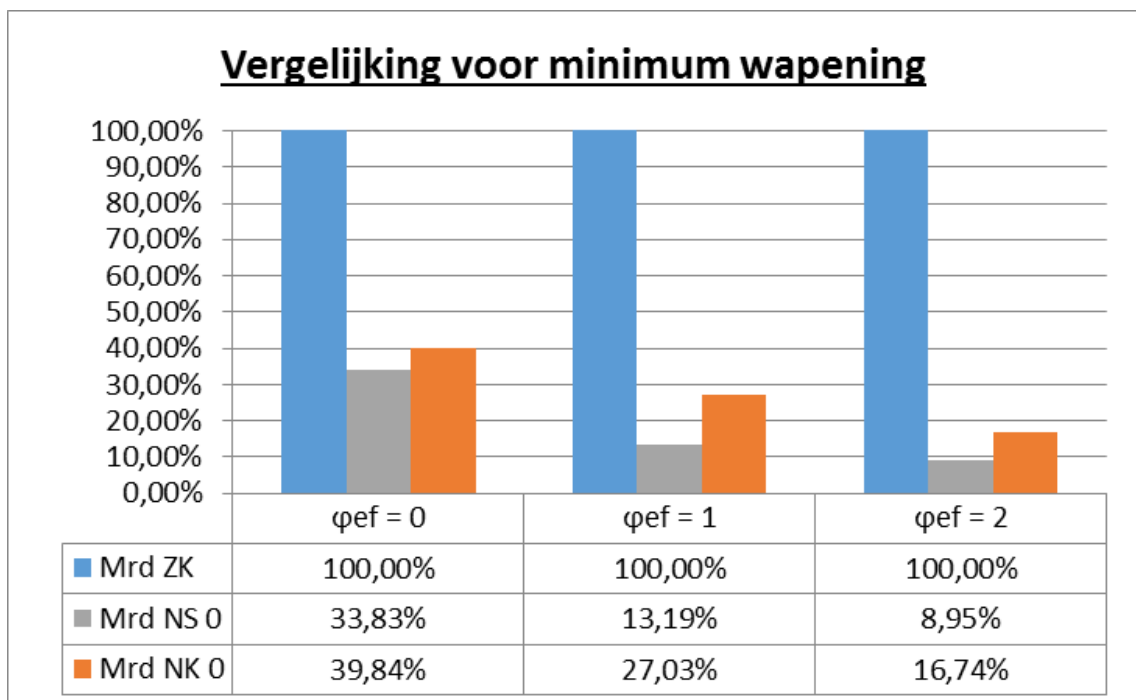
Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd NS 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd NS 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2
Mrd NK 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd NK 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2

In tabel 12 is het overzicht weergegeven van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik ten opzichte van het totale werkgebied van de doorsnede voor een gewapend kolom met minimum wapening in functie van de kruipcoëfficiënt.

Tabel 12: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik ten opzichte van het totale werkgebied in functie van de kruipcoëfficiënt voor minimum wapening.

	$\varphi_{ef}$	Mrd ZK	Mrd NS			Mrd NK		
		NVT	0	1	2	0	1	2
As [%]								
Minimum		100,00%	33,83%	13,19%	8,95%	39,84%	27,03%	16,74%

Hieronder in figuur 22 wordt het overzicht van tabel 12 weergegeven in grafiekvorm.



Figuur 22: overzicht van tabel 17 in grafiekvorm

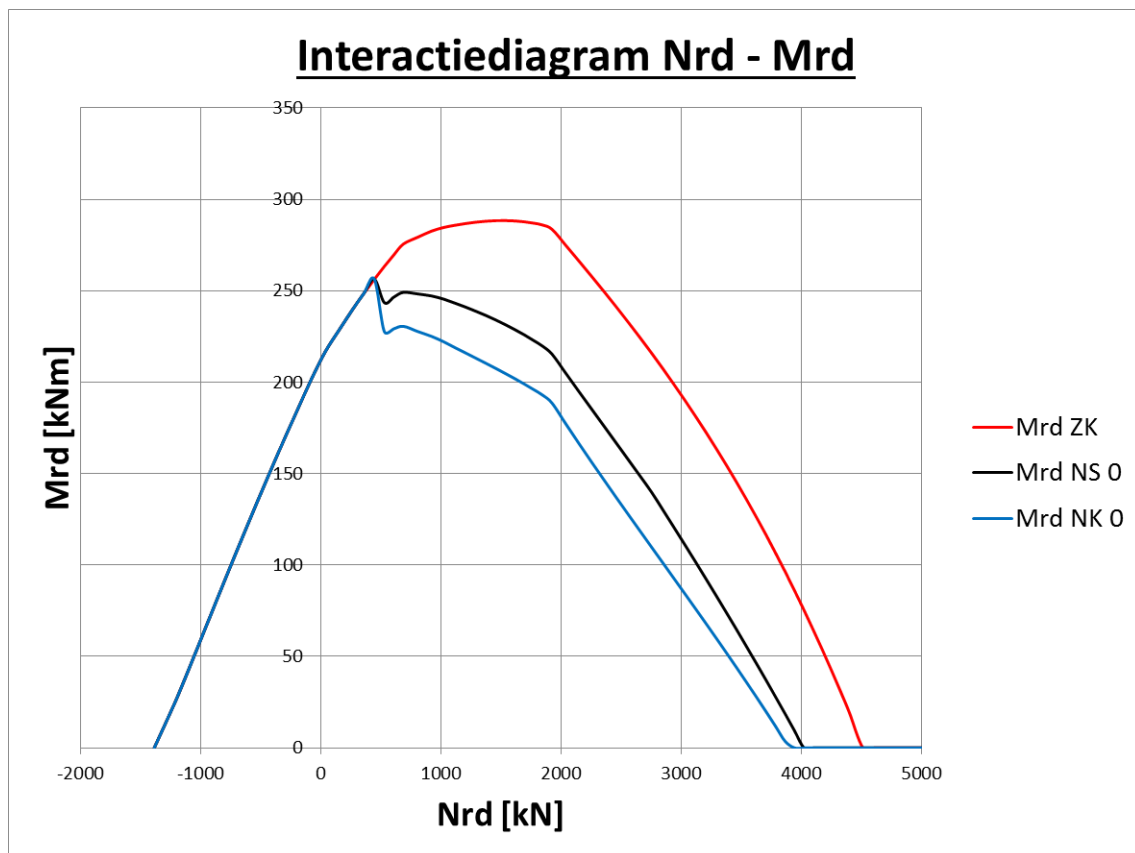
### 6.1.4 Doorsnede met gemiddelde wapening

De toegepaste gemiddelde wapening wordt berekend aan de hand van formule 2.14, gegeven door:

$$A_{s,gem} = \frac{A_{s,min} + A_{s,max}}{2} = \frac{(0,002 * A_c) + (0,04 * A_c)}{2} = \frac{(0,002 * 390 * 390) + (0,04 * 390 * 390)}{2} = 3194,1 \text{ mm}^2$$

**Kruipcoëfficiënt  $\varphi_{ef} = 0$**

In figuur 23 is het interactiediagram weergegeven voor een dwarsdoorsnede gewapend met gemiddelde wapening en een kruipfactor gelijk aan 0.



*Figuur 23: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met gemiddelde wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.*

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd NS 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd NK 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0

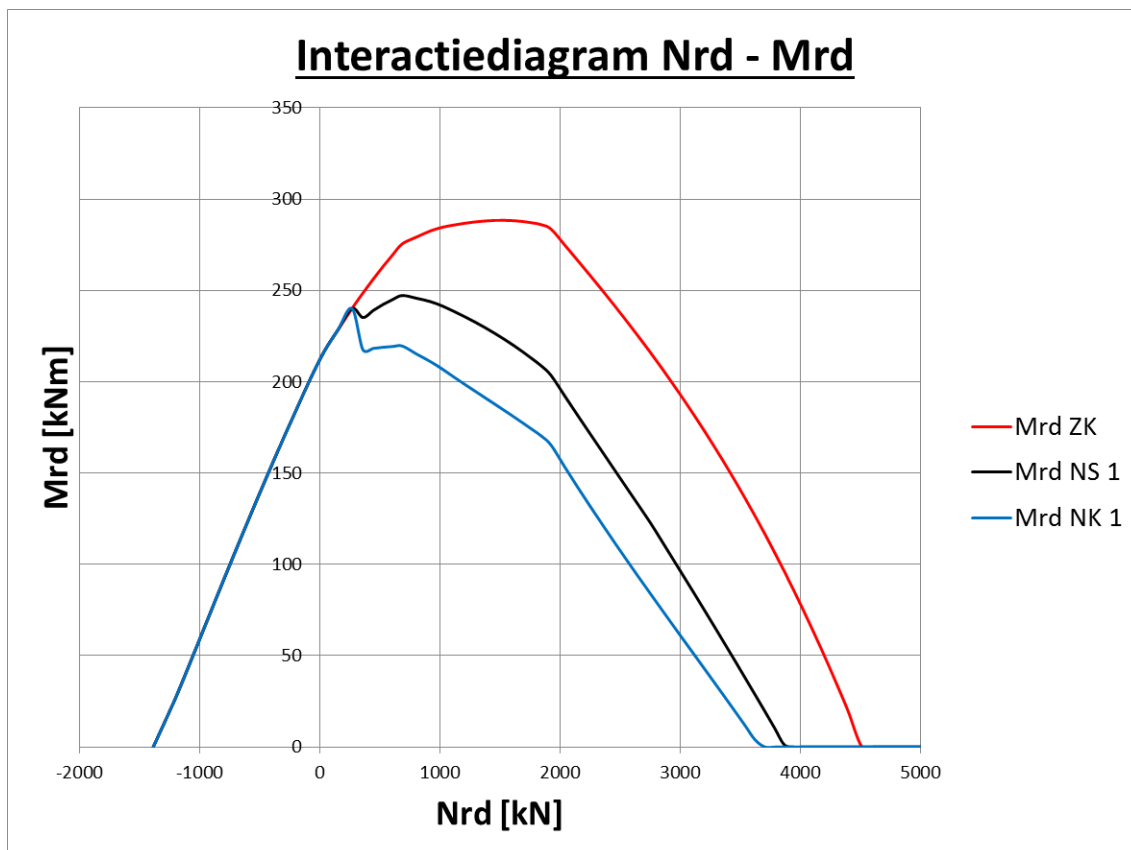
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik ten opzicht het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 13 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.

Tabel 13: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met gemiddelde wapening en kruipfactor 0.

Mrd ZK	Mrd NS 0	Mrd NK 0
100,00%	73,98%	64,97%

### Kruipcoëfficiënt $\varphi_{ef} = 1$

In figuur 24 is het interactiediagram weergegeven voor een dwarsdoorsnede gewapend met gemiddelde wapening en een kruipfactor gelijk aan 1.



Figuur 24: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met gemiddelde wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1

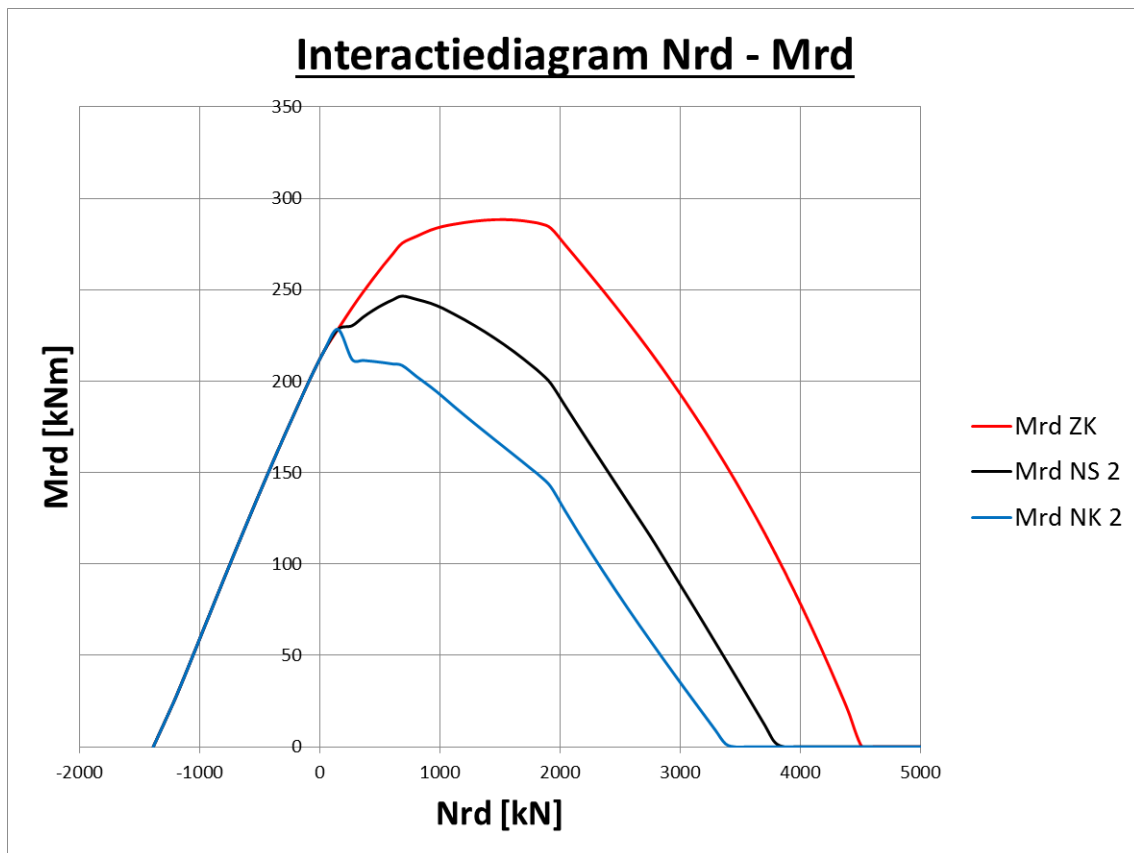
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik ten opzicht het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 14 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

Tabel 14: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met gemiddelde wapening en kruipfactor 1.

Mrd ZK	Mrd NS 1	Mrd NK 1
100,00%	69,27%	56,80%

## Kruipcoëfficiënt $\varphi_{ef} = 2$

In figuur 25 is het interactiediagram weergegeven voor een dwarsdoorsnede gewapend met gemiddelde wapening en een kruipfactor gelijk aan 2.



Figuur 25: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met gemiddelde wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd NS 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2
Mrd NK 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2

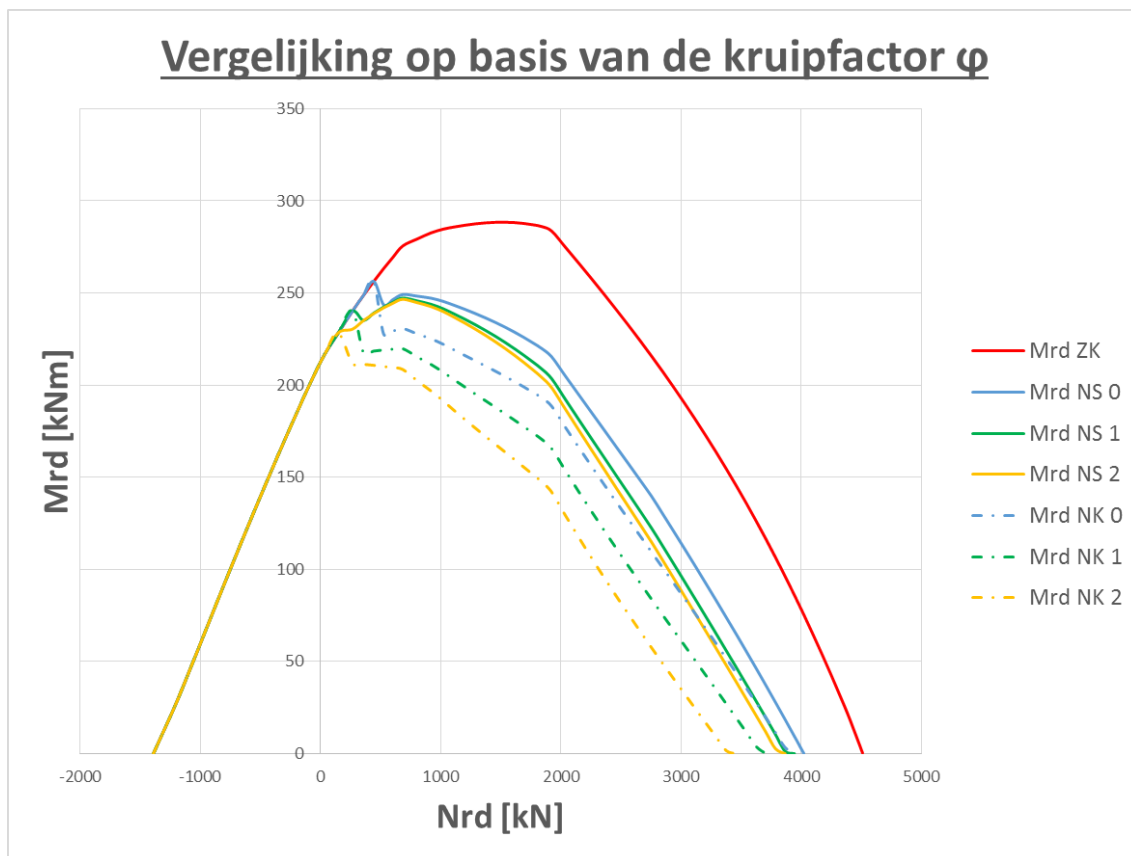
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik ten opzicht het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 15 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.

Tabel 15: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met gemiddelde wapening en kruipfactor 2.

Mrd ZK	Mrd NS 2	Mrd NK 2
100,00%	67,35%	49,48%

## Overzicht op basis van de kruipcoëfficiënt

In figuur 26 is het overzicht van de interactiecurves weergegeven voor een gewapende kolom rekening houdend met knik en gewapend met gemiddelde wapening in functie van de kruipcoëfficiënt.



*Figuur 26: vergelijking van interactiecurves voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met gemiddelde wapening in functie van de kruipcoëfficiënt.*

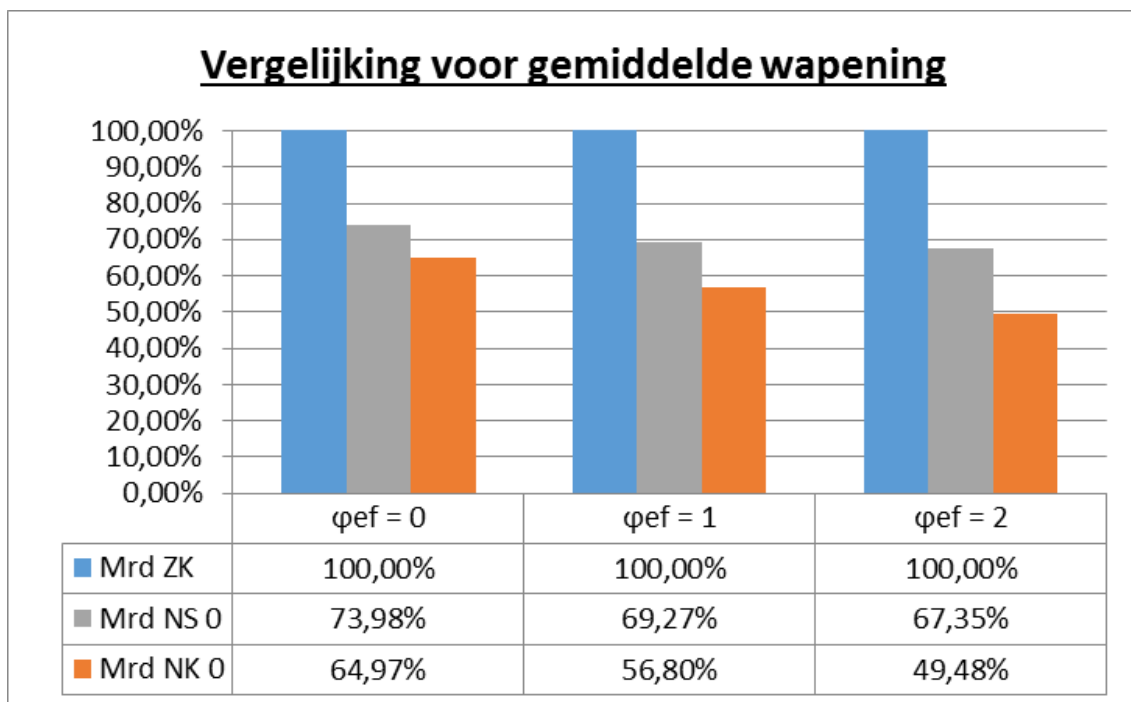
Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd NS 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd NS 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2
Mrd NK 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd NK 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2

In tabel 16 is het overzicht weergegeven van het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik ten opzichte van het totale werkgebied van de doorsnede voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met gemiddelde wapening in functie van de kruipcoëfficiënt.

Tabel 16: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik ten opzichte van het totale werkgebied in functie van de kruipcoëfficiënt voor gemiddelde wapening.

	$\varphi_{ef}$	Mrd ZK	Mrd NS			Mrd NK		
		NVT	0	1	2	0	1	2
As [%]								
Gemiddeld		100,00%	73,98%	69,27%	67,35%	64,97%	56,80%	49,48%

Hieronder in figuur 27 wordt het overzicht van tabel 16 weergegeven in grafiekvorm.



Figuur 27: overzicht van tabel 15 in grafiekvorm.

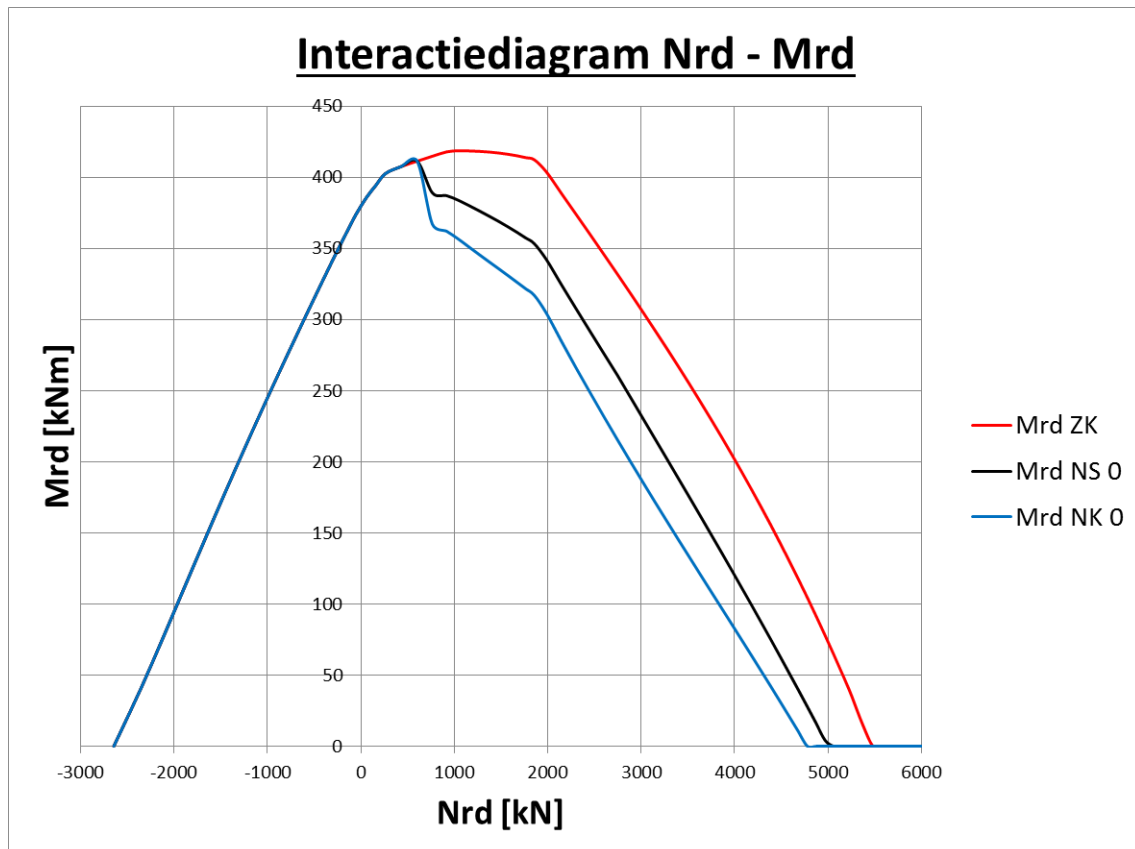
### 6.1.5 Doorsnede met maximum wapening

De toegepaste maximum wapening wordt berekend aan de hand van formule 2.15, gegeven door:

$$A_{s,max} = 0,04 * A_c = 0,04 * 390 * 390 = 6084 \text{ mm}^2$$

#### Kruipcoëfficiënt $\varphi_{ef} = 0$

In figuur 28 is het interactiediagram weergegeven voor een dwarsdoorsnede gewapend met maximum wapening en een kruipfactor gelijk aan 0.



Figuur 28: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met maximum wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd NS 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd NK 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0

Het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik ten opzicht het totale werkgebied wordt weergegeven in tabel 17 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.

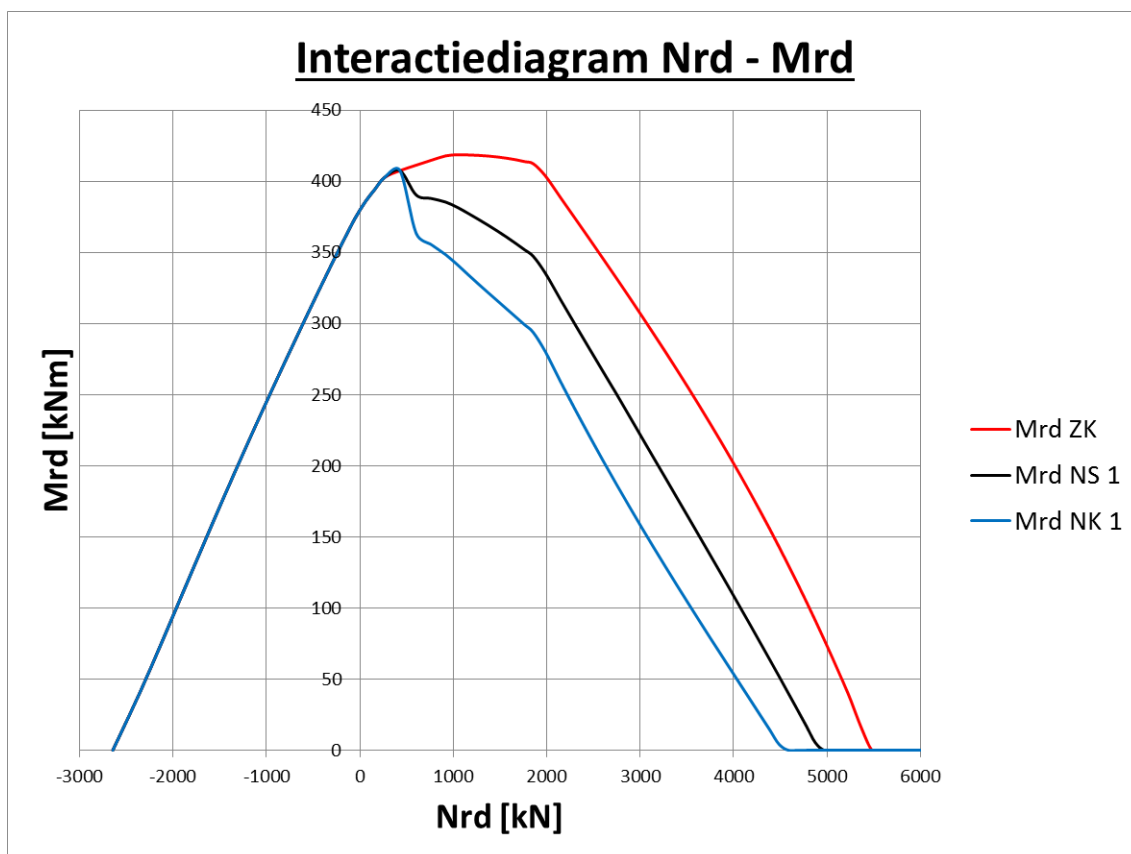


Tabel 17: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met maximum wapening en kruipfactor 0.

Mrd ZK	Mrd NS 0	Mrd NK 0
100,00%	81,05%	71,36%

### Kruipcoëfficiënt $\varphi_{ef} = 1$

In figuur 29 is het interactiediagram weergegeven voor een dwarsdoorsnede gewapend met maximum wapening en een kruipfactor gelijk aan 1.



Figuur 29: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met maximum wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1

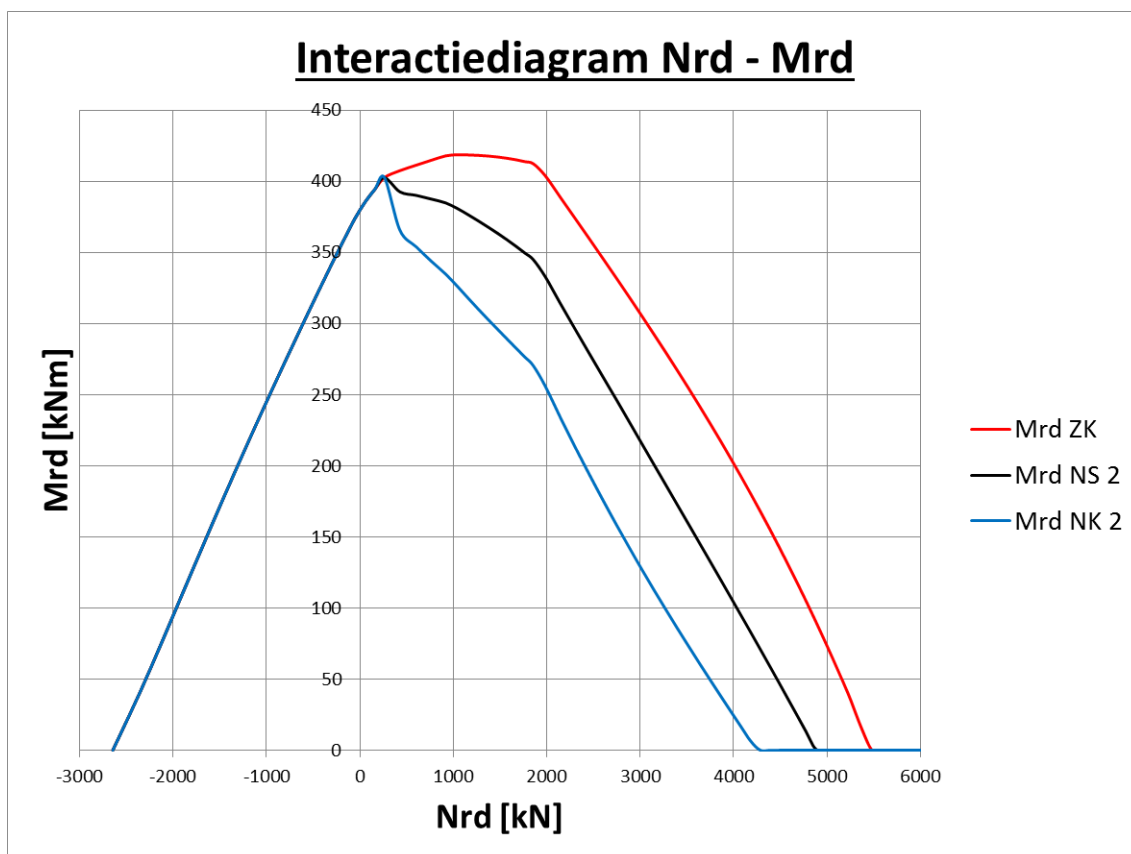
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik ten opzicht het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 18 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

Tabel 18: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met maximum wapening en kruipfactor 1.

Mrd ZK	Mrd NS 1	Mrd NK 1
100,00%	78,57%	64,63%

### Kruipcoëfficiënt $\varphi_{ef} = 2$

In figuur 30 is het interactiediagram weergegeven voor een dwarsdoorsnede gewapend met maximum wapening en een kruipfactor gelijk aan 2.



Figuur 30: interactiediagram voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met maximum wapening en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd NS 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2
Mrd NK 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2

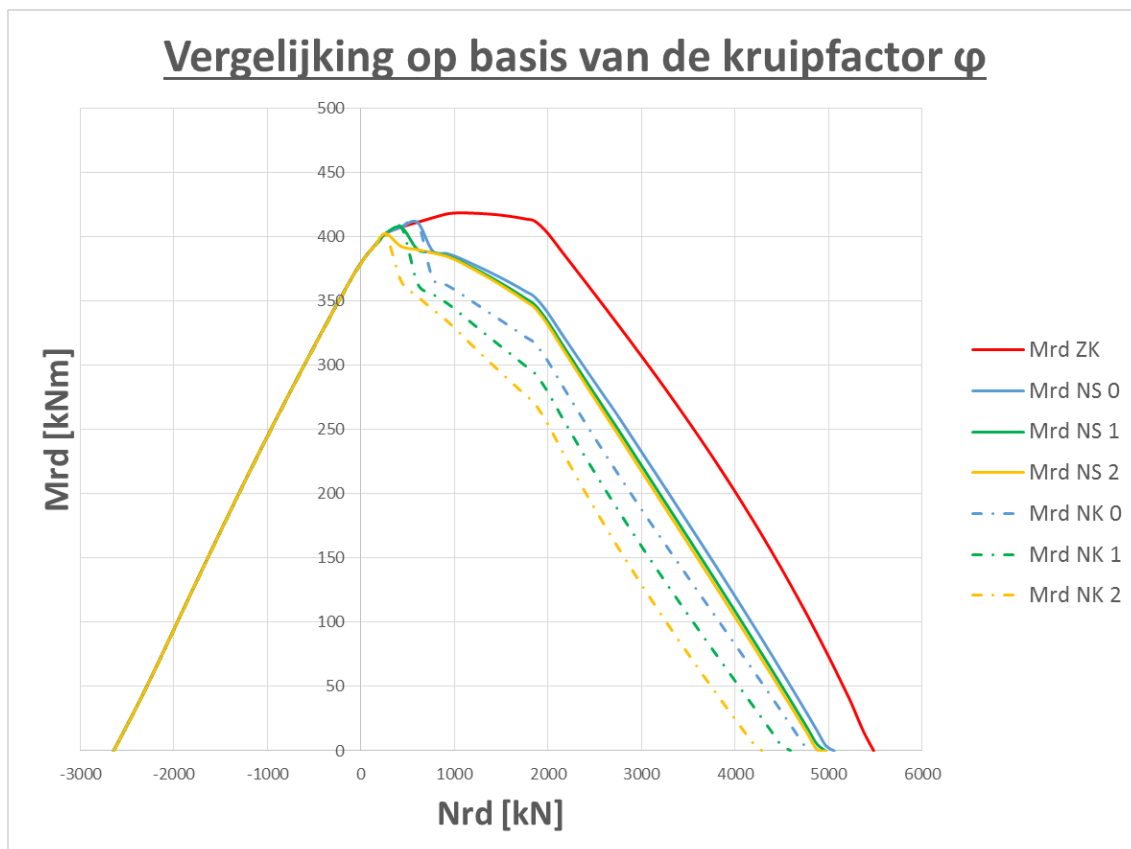
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik ten opzicht het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 19 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.

Tabel 19: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met maximum wapening en kruipfactor 2.

Mrd ZK	Mrd NS 2	Mrd NK 2
100,00%	77,53%	58,30%

### Overzicht op basis van de kruipcoëfficiënt

In figuur 31 is het overzicht van de interactiecurves weergegeven voor een gewapende kolom rekening houdend met knik en gewapend met maximum wapening in functie van de kruipcoëfficiënt.



Figuur 31: vergelijking van interactiecurves voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met maximum wapening in functie van de kruipcoëfficiënt.

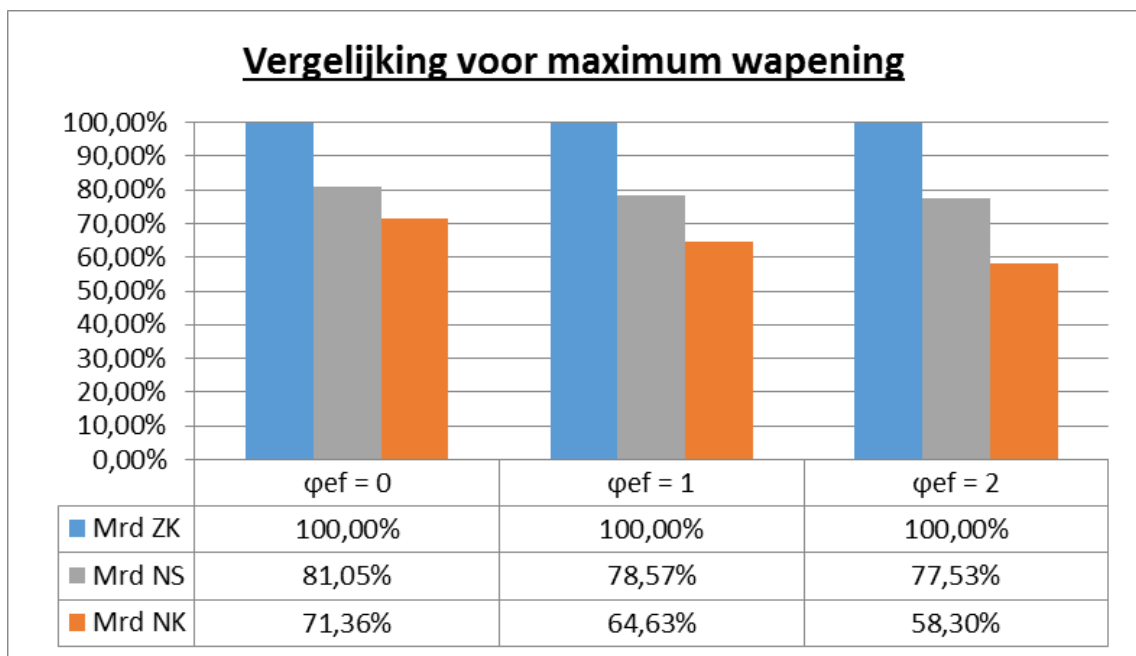
Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd NS 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd NS 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2
Mrd NK 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd NK 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2

In tabel 20 is het overzicht weergegeven van het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik ten opzichte van het totale werkgebied van de doorsnede voor een gewapend kolom rekening houdend met knik met maximum wapening in functie van de kruipcoëfficiënt.

Tabel 20: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik ten opzichte van het totale werkgebied in functie van de kruipcoëfficiënt voor maximum wapening.

	$\varphi_{ef}$	Mrd ZK	Mrd NS			Mrd NK		
		NVT	0	1	2	0	1	2
As [%]								
Maximum		100,00%	81,05%	78,57%	77,53%	71,36%	64,63%	58,30%

Hieronder in figuur 32 wordt het overzicht van tabel 20 weergegeven in grafiekvorm.



Figuur 32: overzicht van tabel 20 in grafiekvorm.

### 6.1.6 Bespreking van de resultaten op basis van de berekeningsmethode

In deze paragraaf worden de resultaten kort besproken per berekeningsmethode. Om het verloop van de curven van de grafieken te plotten zijn er twee extra wapeningspercentages onderzocht:

- Wapeningspercentage tussen minimum en gemiddeld: 1749,15 mm<sup>2</sup>
- Wapeningspercentage tussen gemiddeld en minimum: 4639,05 mm<sup>2</sup>

#### Bespreking van de resultaten gebaseerd op een nominale stijfheid

Tabel 21: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.

	φ <sub>ef</sub>	Mrd ZK	Mrd NS		
		NVT	0	1	2
As [%]					
Minimum		100,00%	33,83%	13,19%	8,95%
Min - gem		100,00%	58,69%	49,27%	45,29%
Gemiddeld		100,00%	73,98%	69,27%	67,35%
Gem - max		100,00%	77,30%	73,97%	72,53%
Maximum		100,00%	81,05%	78,57%	77,53%

Het principe van de nominale stijfheid baseert zich op een momentvergrotingsfactor die wordt vermenigvuldigd met het eerste-orde moment om de tweede-orde effecten in rekening te brengen. Het totale moment wordt bepaald door formule 4.33, gegeven door:

$$M_{ed} = M_{0Ed} * \left[ 1 + \frac{\beta}{\left(\frac{N_B}{N_d}\right) - 1} \right]$$

Uit de resultaten van tabel 20 is af te leiden dat de invloed van de kruipcoëfficiënt zorgt voor een afname van het werkgebied. Deze afname is kleiner naarmate de kolom meer gewapend is zoals de curven in figuur 35 weergeven. Dit kan worden verklaard door de definitie van de Eulerkniklast  $N_b$  volgens formule 4.13, gegeven door:

$$N_b = \frac{E * I * \pi^2}{L_0^2}$$

De stijfheid  $EI$  volgens formule 4.27, wordt bepaald door een fractie van het beton en het totale wapeningsaandeel:

$$EI = K_c * E_{cd} * I_c + K_s * E_s * I_s$$

met:

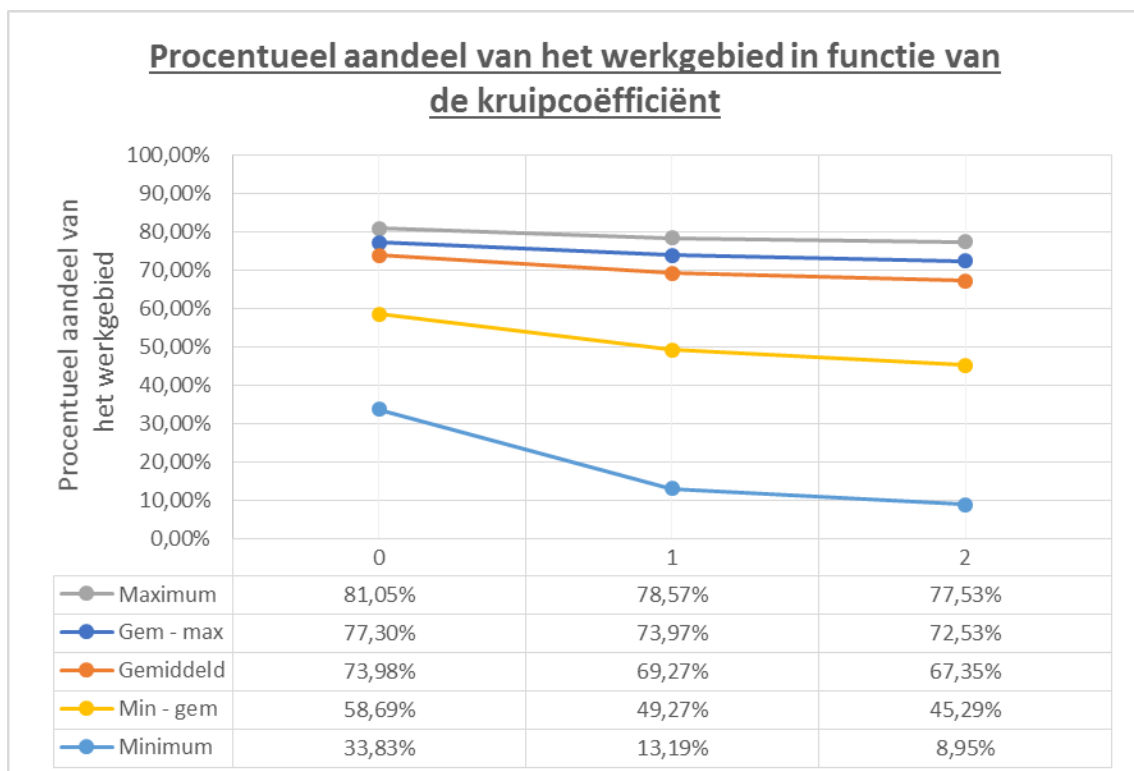
$$K_s = 1$$

We gaan dieper in op de factor  $K_c$  volgens formule 4.29, gegeven door:

$$K_c = \frac{k_1 * k_2}{1 + \varphi_{ef}}$$

Deze correctiefactor houdt rekening met de effecten van de betonsterkteklasse, kruip, scheurvorming, de normaalkracht en de slankheid. Hieruit blijkt dat wanneer de kruipcoëfficiënt groter wordt bij een beschouwd wapeningspercentage, het aandeel van het beton dat meegenomen wordt in de stijfheid kleiner wordt, waardoor de Eulerkniklast afneemt en het tweede-orde moment groter wordt waardoor het werkgebied van de dwarsdoorsnede afneemt.

De reden waarom het werkgebied steeds groter wordt naarmate het wapeningspercentage stijgt, is te verklaren door het feit dat de hoeveelheid wapening enkel tot uiting komt door middel van het traagheidsmoment  $I_s$  terwijl het betonaandeel hetzelfde blijft.

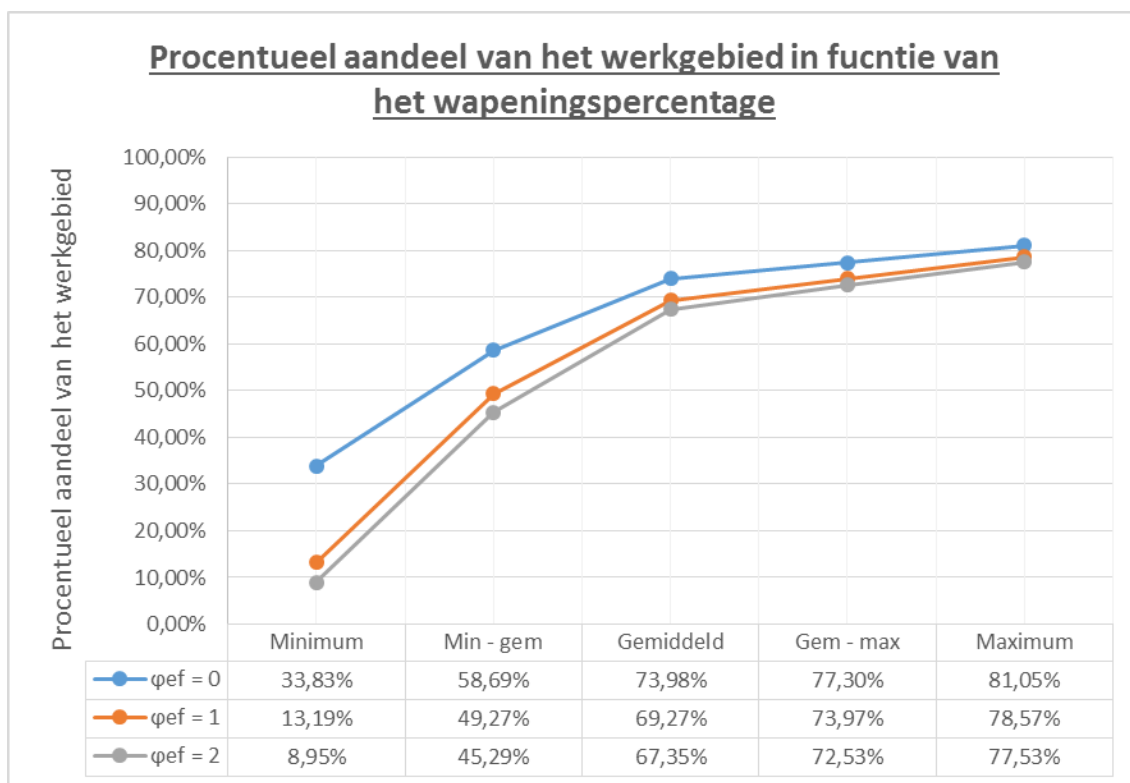


*Figuur 33: overzicht van tabel 20 in grafiekvorm in functie van de kruipcoëfficiënt.*

Het verschil tussen het werkgebied voor een beschouwde kruipcoëfficiënt tussen de verschillende wapeningspercentages is te verklaren door het feit dat bij een laag wapeningspercentage de stijfheid gering zal toenemen door het kleine traagheidsmoment  $I_s$ . Deze stijfheid bepaalt de Eulerkniklast die zijn stijfheid grotendeels haalt uit het betonaandeel, welke dan weer functie is van de kruipcoëfficiënt, dit is ook duidelijk te zien aan de blauwe curve in figuur 33.

Hetzelfde geldt voor bijvoorbeeld het maximum wapeningspercentage, hier is het wapeningsaandeel veel groter waardoor er meer stijfheid wordt gehaald uit het staalaandeel en de kruipcoëfficiënt dus een kleinere invloed heeft. Het betonaandeel dat in functie is van de kruipcoëfficiënt zal dus minder invloed hebben op de totale stijfheid van de Eulerkniklast, daarom worden de curven steeds vlakker

naarmate het wapeningspercentage toeneemt, zoals de curven met hogere wapeningspercentages in figuur 33 weergegeven.



*Figuur 34: overzicht van tabel 20 in grafiekvorm in functie van het wapeningspercentage.*

In figuur 34 is het werkgebied uitgezet in functie van het wapeningspercentage voor verschillende kruipcoëfficiënten. Het is duidelijk dat het werkgebied in functie van het wapeningspercentage exponentieel toeneemt tot en met het gemiddelde wapeningspercentage, vanaf hier stijgen de curven eerder lineair. Het werkgebied voor kruipcoëfficiënten tussen 1 en 2 neemt drastisch toe tot en met het gemiddeld wapeningspercentage. Vanaf het gemiddeld wapeningspercentage is de toename minder sterk.

Hetzelfde geldt voor een kruipcoëfficiënt van 0, maar de toename in werkingsgebied tot en met het gemiddelde wapeningspercentage is minder sterk dan bij kruipcoëfficiënten van 1 en 2.

## **Conclusie**

De methode gebaseerd op een nominale stijfheid bestaat uit een momentvergrotingsfactor die hoofdzakelijk is gebaseerd op de Eulerkniklast die bepaald bij welke normaalkracht de kolom het begeeft. Deze kniklast wordt, enerzijds door een betonaandeel en anderzijds door een staaandeel, vertegenwoordigd. Bij grote wapeningspercentages zal de kruipcoëfficiënt dus een kleinere rol spelen, omdat het betonaandeel hier kleiner is.

## Bespreking van de resultaten gebaseerd op de nominale kromming

Tabel 22: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied ten opzichte van het de totale weerstand van de doorsnede voor de methode gebaseerd op de nominale kromming.

	$\varphi_{ef}$	Mrd ZK	Mrd NK		
		NVT	0	1	2
As [%]					
Minimum		100,00%	39,84%	27,03%	16,74%
Min - gem		100,00%	51,04%	40,78%	31,62%
Gemiddeld		100,00%	64,97%	56,80%	49,48%
Gem - max		100,00%	67,22%	59,74%	52,56%
Maximum		100,00%	71,36%	64,63%	58,30%

Om tweede-orde effecten in rekening te brengen, baseert deze methode zich op een nominale kromming waaruit vervolgens de maximale uitbuiging  $e_2$  wordt berekend volgens formule 4.19, gegeven door:

$$e_2 = \frac{1}{r} * \frac{L_0^2}{c}$$

met de kromming  $1/r$  volgens formule 4.36 gegeven door:

$$\frac{1}{r} = K_r * K_g * \frac{1}{r_0}$$

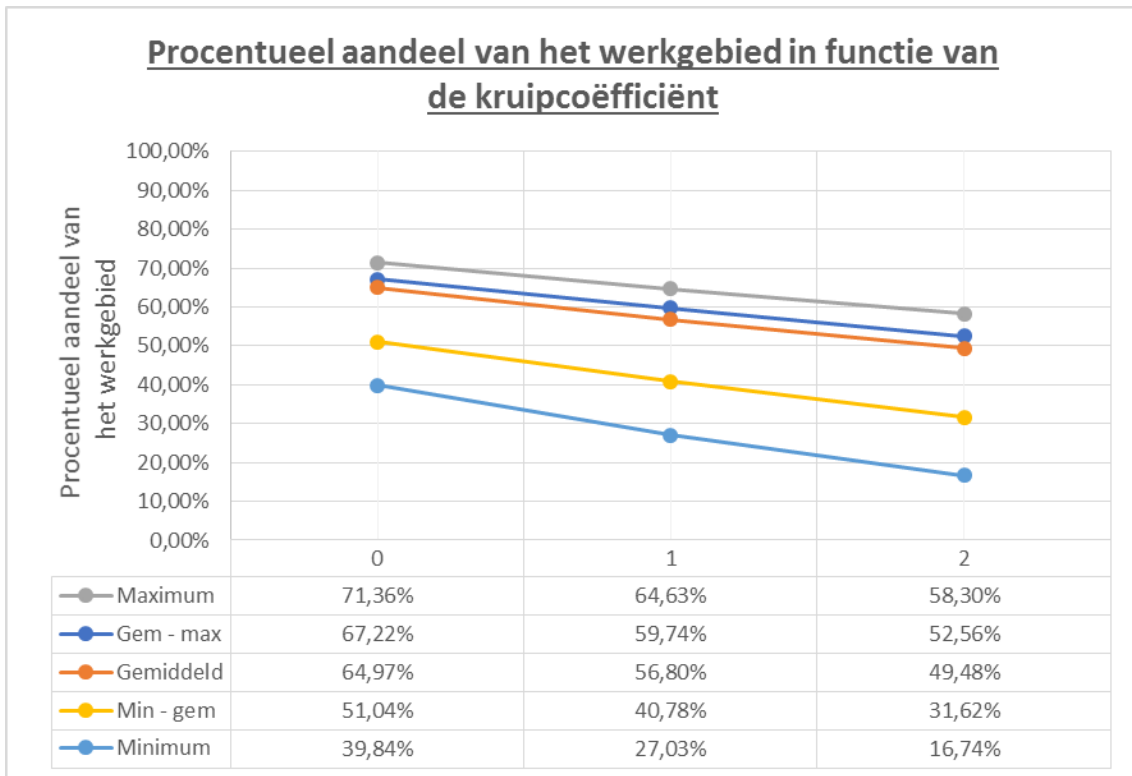
Uit tabel 22 is af te leiden dat de kruipcoëfficiënt een directe invloed heeft op de afname van het werkgebied, ongeacht het wapeningspercentage. Het verschil tussen het werkgebied tussen de verschillende kruipcoëfficiënten bij een beschouwd wapeningspercentage is zo goed als gelijk (helemaal gelijk indien de slankheid vanaf een bepaald  $N_{rd}$  waarde niet in rekening wordt gebracht), zie figuur 35.

Dit kan worden verklaart door de correctiefactor  $K_\phi$  volgens formule 4.39 die de basiskromming lineair verhoogt met:

$$K_\phi = 1 + \beta * \phi_{ef}$$

Hoe groter de kruipcoëfficiënt, hoe kleiner de weerstand van beton tegen buiging dus hoe groter de kromming  $1/r$  zal zijn, wat zich vertaalt in een groter tweede-orde moment en dus een kleiner werkgebied.





*Figuur 35: overzicht van tabel 21 in grafiekvorm in functie van de kruipcoëfficiënt.*

Een tweede zaak die opvalt in figuur 35 en 36 is dat bij een beschouwd kruipcoëfficiënt het werkgebied groter wordt naarmate het wapeningspercentage hoger is. Dit kan worden verklaard door de correctiefactor  $K_r$  die de normaalkracht in rekening brengt en afhankelijk is van het wapeningspercentage.

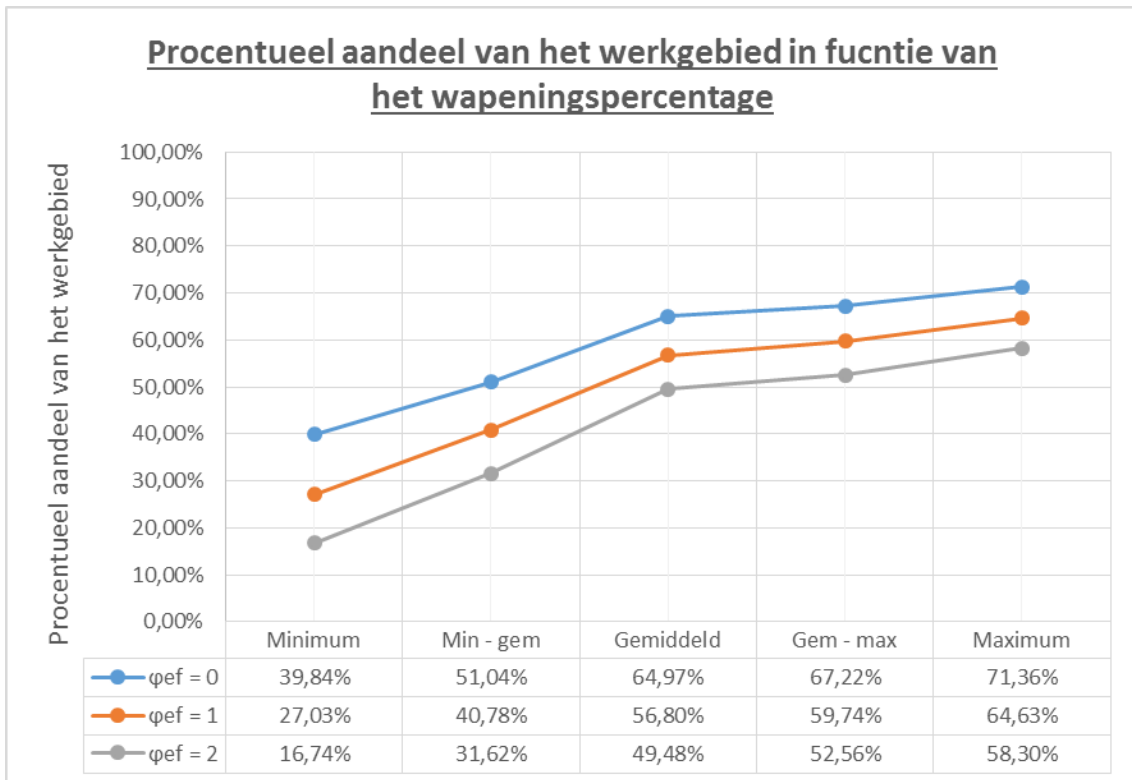
$K_r$  volgens formule 4.37 wordt gegeven door:

$$K_r = \frac{n_u - n}{n_u - n_{bal}}$$

De invloed van het wapeningspercentage wordt meegenomen in de factor  $n_u$ , die wordt gegeven door:

$$n_u = 1 + \omega$$

Hieruit blijkt dat hoe hoger het wapeningspercentage, hoe lager  $K_r$ , dus hoe lager de nominale kromming  $1/r$  zal zijn waaruit volgt dat de uitwijking  $e_2$  kleiner wordt. Een hoger wapeningspercentage zorgt dus voor kleinere tweede-orde momenten, wat samengaat met een groter werkingsgebied van de doorsnede.



*Figuur 36: overzicht van tabel 21 in grafiekvorm in functie van het wapeningspercentage.*

In figuur 36 is het aandeel van het werkgebied uitgezet in functie van het wapeningspercentage voor verschillende kruipcoëfficiënten. Het werkgebied stijgt sterk tot en met het gemiddelde wapeningspercentage voor elke kruipcoëfficiënt, maar neemt minder sterk toe wanneer het wapeningspercentage groter is dan het gemiddelde.

### **Conclusie**

De methode gebaseerd op de nominale kromming is gebaseerd op de maximale kromming die er zich kan voordoen in de dwarsdoorsnede, dus in het betonstaal. Het tweede-orde moment wordt hoofdzakelijk berekend op de maximale kromming in het staal, die wordt berekend op basis van de vloeigrens van het betonstaal.

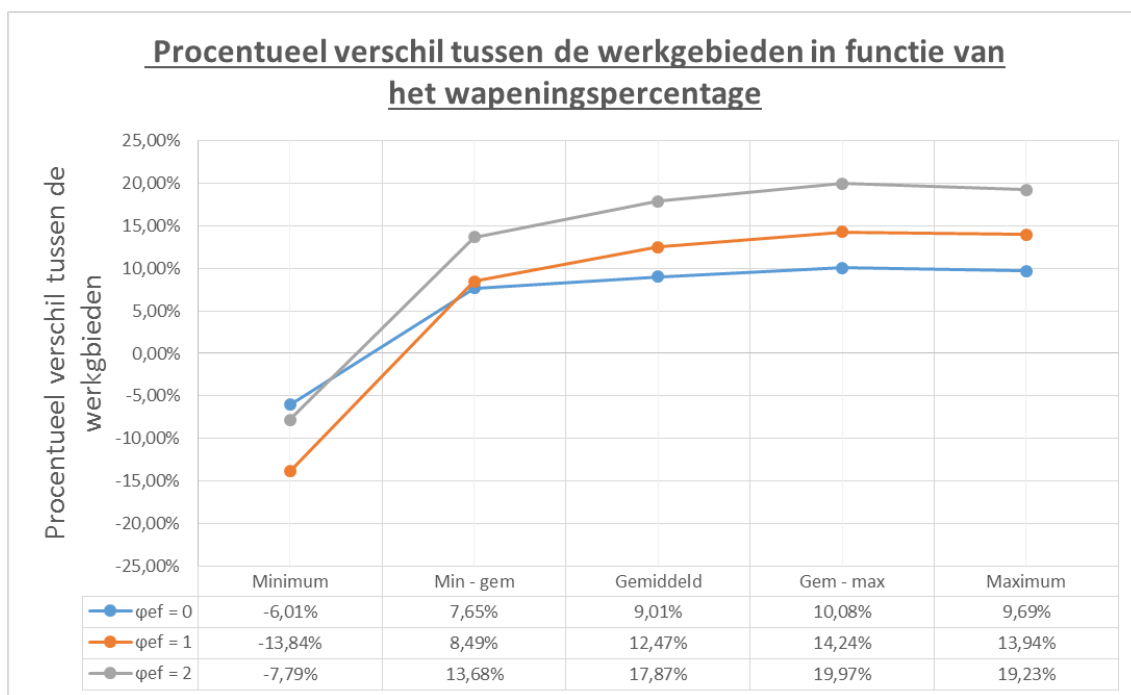
De kruipcoëfficiënt heeft eerder een lineaire invloed op het werkgebied bij een beschouwd wapeningspercentage, omdat deze rechtstreeks in rekening wordt gebracht door middel van een kruipfactor  $K_{\phi}$ .

### 6.1.7 Vergelijking van de resultaten tussen beide berekeningsmethoden

In deze paragraaf worden de resultaten besproken wat de invloed is van het wapeningspercentage en de kruipcoëfficiënt en in hoeverre deze resultaten verschillen. In tabel 23 zijn alle resultaten van paragraaf 6.1.2, 6.1.3, 6.1.4 weergegeven in één globaal overzicht.

Tabel 23: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik.

	$\varphi_{ef}$	Mrd ZK	Mrd NS			Mrd NK		
		NVT	0	1	2	0	1	2
As [%]								
Minimum		100,00%	33,83%	13,19%	8,95%	39,84%	27,03%	16,74%
Min - gem		100,00%	58,69%	49,27%	45,29%	51,04%	40,78%	31,62%
Gemiddeld		100,00%	73,98%	69,27%	67,35%	64,97%	56,80%	49,48%
Gem - max		100,00%	77,30%	73,97%	72,53%	67,22%	59,74%	52,56%
Maximum		100,00%	81,05%	78,57%	77,53%	71,36%	64,63%	58,30%



Figuur 37: overzicht van tabel 22 in grafiekvorm in functie van het wapeningspercentage.

**Opmerking:** de procentuele verschillen waarop figuur 37 gebaseerd is, zijn positief wanneer het werkgebied bepaald via nominale stijfheid groter is dan nominale kromming, en negatief indien het werkgebied bij nominale kromming groter is dan bij nominale stijfheid.

Hieronder worden de resultaten geïnterpreteerd in functie van het wapeningspercentage:

Een eerste zaak die opvalt in tabel 23 en figuur 37, is dat de helling van de rechte tussen het minimum en min - gem wapeningspercentage zeer stijl is, waardoor het voordeel van het gebruik van de methode gebaseerd op een nominale stijfheid bij een toename van het wapeningspercentage tot min – gem sterk toeneemt. De toename van het voordeel om de methode gebaseerd op een nominale stijfheid te gebruiken wordt weergegeven door de richtingscoëfficiënt van de curven en is het kleinst voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0, en  $\pm$  hetzelfde bij een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 en 2. Naarmate het wapeningspercentage groter wordt dan het min - gem, worden de curven steeds vlakker, dit wil zeggen dat er geen significante toename meer is tussen het verschil van beide berekeningsmethoden.

Bij een minimum wapeningspercentage blijkt dat het werkgebied, bepaald met de methode gebaseerd op de nominale kromming, groter is dan bij de bepaling via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid (negatief verschil). Het is dus voordeliger om bij een zeer laag wapeningspercentage de methode gebaseerd op de nominale kromming toe te passen. Bij een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 is het verschil tussen beide berekeningsmethoden 6,01%, maar bij een toenemende kruipcoëfficiënt, bijvoorbeeld 1, bedraagt dit verschil 13,84%. Wanneer een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 wordt toegepast, bedraagt het verschil 7,79%. Het verschil in werkgebied tussen beide methoden is dus groter bij een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 zijn dan bij een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.

Wanneer we de resultaten bekijken bij het min - gem wapeningspercentage, blijkt dat het hier voordeliger is dat de tweede-orde effecten in rekening worden gebracht via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid, want het werkgebied is hier groter (positief verschil). Bij een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 bedraagt het verschil 7,65%, wat ongeveer hetzelfde is als bij een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1, namelijk 8,49%. Wanneer een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 wordt gebruikt, is het verschil tussen het werkgebied van beide methoden 13,68%. Dit is het tegenovergestelde resultaat dan bij het minimum wapeningspercentage.

De resultaten bij een maximum wapeningspercentage verschillen amper met die van het gemiddelde wapeningspercentage. De resultaten bewijzen dat de methode gebaseerd op een nominale stijfheid hier ook economischer is omdat deze meer werkgebied in beslag neemt.

Hieronder worden de resultaten geïnterpreteerd in functie van de kruipcoëfficiënt:

Uit figuur 37 is te concluderen dat, bij een kruipcoëfficiënt van 0 en 2 en een wapeningspercentage kleiner dan  $\pm$  40% van het min – gem wapeningspercentage, het nadeliger is om de methode gebaseerd op een nominale stijfheid te gebruiken en dat het dus economischer is om de methode gebaseerd op de nominale kromming toe te passen om de tweede-orde-effecten in rekening te brengen. Wanneer het wapeningspercentage groter is dan  $\pm$  40 %, en de rechten positief worden, dan is het economischer om tweede-orde effecten in rekening te brengen via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.

Opmerking: *in de praktijk is de kruipcoëfficiënt nooit gelijk aan 0.*

Wanneer de rechten met kruipcoëfficiënt 1 en een wapeningspercentage kleiner dan  $\pm 60\%$  van het min - gem wapeningspercentage worden bestudeerd, valt het op dat het werkgebied nadeliger is bij de methode gebaseerd op een nominale stijfheid. Het is hier dus ook weer economischer om de methode gebaseerd op de nominale kromming toe te passen. Bij wapeningspercentages groter dan  $60\%$  van het min - gem wapeningspercentage, en dus waar de rechten positief worden, is het voordeliger om de methode gebaseerd op een nominale stijfheid te gebruiken.

### **Conclusie**

Figuur 37 geeft weer welke berekeningsmethode economisch gezien het meeste werkgebied heeft, dus welke methode meer koppels van  $N_{rd}$  en  $M_{rd}$  omhult. Er kan worden gediscussieerd of dit wel de correcte manier is om de juiste berekeningsmethode te bepalen want de hoeveelheid wapening in een element speelt ook een belangrijke rol, zeker wanneer er een groot aantal van dezelfde elementen moet worden geproduceerd.

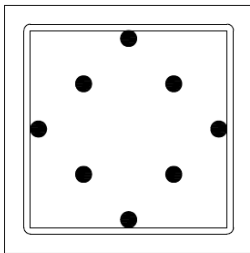


## 7. Vergelijking van de tweede-orde berekeningsmethoden volgens NBN EN 1992-1-1 voor een voorgespannen kolom

In dit hoofdstuk zullen de tweede-orde berekeningsmethode gebaseerd op de nominale stijfheid en nominale kromming worden toegepast op een voorgespannen kolom. Op basis van de resultaten van paragraaf 7.1.3 zullen deze berekeningsmethoden in paragraaf 4.1.4 worden aangepast zodat knik bij voorgespannen elementen ook in rekening kan worden gebracht. De invloed van deze aanpassingen worden ten slotte kort besproken in paragraaf 7.1.5.

### 7.1 Vergelijking voor een voorgespannen doorsnede op basis van het werkgebied

In deze paragraaf zullen de berekeningsmethoden beschreven in paragraaf 4.3.2 en 4.3.3 worden toegepast op een voorgespannen modelkolom met een dwarsdoorsnede van 390 x 390 mm, een hoogte van 3 m, een betondekking van 30 mm, een beugeldiameter van 10 mm en een betonklasse van C50/60. Deze methoden zullen worden toegepast op dwarsdoorsneden met 8 strengen van diameter 12,5 mm (744 mm<sup>2</sup>) en verdeeld over 5 lagen.



*Figuur 38: schikking van de voorspanstrengen.*

Er zal een effectieve kruipcoëfficiënt  $\varphi_{ef}$  van 0, 1 en 2 worden toegepast. De correcte berekening van  $\varphi_{ef}$  wordt beschreven in paragraaf 2.1.1.

#### Opmerkingen:

- *Bij de interactiecurves "Mrd ZK" is er rekening gehouden met de eerste-orde effecten, zie paragraaf 3.3.*
- *De sprong in de interactiecurves rekening houdend met knik bij beide methoden is het punt waar de slankheidslimiet overschreden wordt, dus waar de tweede-orde effecten in rekening worden gebracht.*

### 7.1.1 Gebruikte constanten

Tabel 24: gebruikte constanten bij het opstellen van de interactiediagrammen.

Hoogte		$h$	390	[mm]
Breedte		$b$	390	[mm]
Betondekking		$c$	30	[mm]
Diameter beugel		$\varnothing b$	10	[mm <sup>2</sup> ]
Langeduureffect bij buiging		$\alpha_{\infty}$	0,85	[-]
Materiaalfactor beton		$\gamma_m$	1,5	[-]
Betonklasse		$C$	C50/60	[-]
Elasticiteitsmodulus beton		$E_{cm}$	37000	[N/mm <sup>2</sup> ]
Betonkwaliteit		$f_{ck}$	50	[N/mm <sup>2</sup> ]
Rekenwaarde betonkwaliteit		$f_{cd}$	28,33	[N/mm <sup>2</sup> ]
Maximale betonstuik onder buiging		$\epsilon_{cu}$	0,0035	[-]
Maximale betonstuik onder druk		$\epsilon_{c2}$	0,0020	[-]
Maximale rekgrens voorspanstaal		$\epsilon_{ud}$	0,0100	[-]
Materiaalfactor voorspanstaal		$\gamma_{sp}$	1,15	[-]
Diameter streng		$\varnothing_{vsp}$	12,5	[mm]
Voorspankwaliteit		$f_{pk}$	1860	[N/mm <sup>2</sup> ]
		$f_{p0,1k}$	1581	[N/mm <sup>2</sup> ]
Rekenwaarde voorspanstaal		$f_{pd}$	1374	[N/mm <sup>2</sup> ]
Vloeirek		$\epsilon_{ela}$	-0,007048585	[-]
Effectieve lengte		$L_0$	6000	[mm]
Vullingsfactorcoëfficiënt		$n$	2	[-]
Elasticiteitsmodulus voorspanstaal		$E_p$	195000	[N/mm <sup>2</sup> ]
Maximale voorspanning		$\sigma_{p,max}$	1423	[N/mm <sup>2</sup> ]
Maximale voorspankracht		$P_{max}$	1058	[kN]
Nominale stijfheid		$C_0$	8	[-]
		$k_1$	1,58	[-]
		$\beta$	1,03	[-]
		$K_s$	1,00	[-]
		$E_{cd}$	30833	[N/mm <sup>2</sup> ]
Nominale kromming		$1/r_0$	0,00000782	[-]
		$c$	9,87	[-]
		$K\varphi$	1,49	[-]
		$\beta$	0,24	[-]
		$\lambda$	53,29	[-]
		$n_u$	1,24	[-]
		$n_{bal}$	0,40	[-]
		$\omega$	0,24	[%]

### 7.1.2 Definitie van het werkgebied

De definitie van het werkgebied staat beschreven in paragraaf 6.1.2.

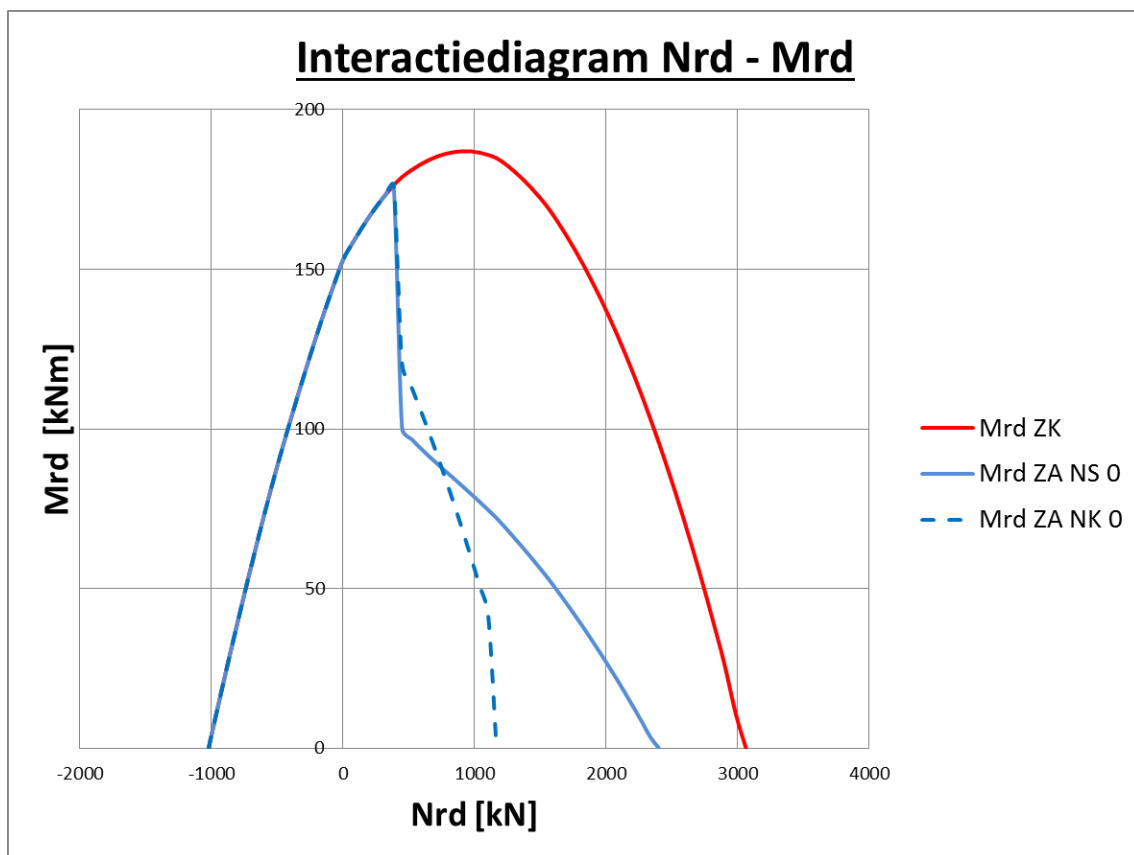


### 7.1.3 Zonder aanpassing van de vereenvoudigde tweede-orde berekeningsmethoden

In deze paragraaf worden de vereenvoudigde tweede-orde berekeningsmethoden volgens NBN EN 1992-1-1 toegepast op een voorgespannen kolom met verschillende kruipcoëfficiënten. Ten slotte worden er conclusies getrokken waarom deze resultaten niet helemaal correct zijn.

#### Kruipcoëfficiënt $\varphi_{ef} = 0$

In figuur 39 is het interactiediagram weergegeven zonder aanpassingen voor een dwarsdoorsnede voorgespannen met 8 zevendraads-strengen met een diameter van 12,50 mm en met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.



Figuur 39: interactiediagram voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik zonder aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd ZA NS 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid zonder aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd ZA NK 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming zonder aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0

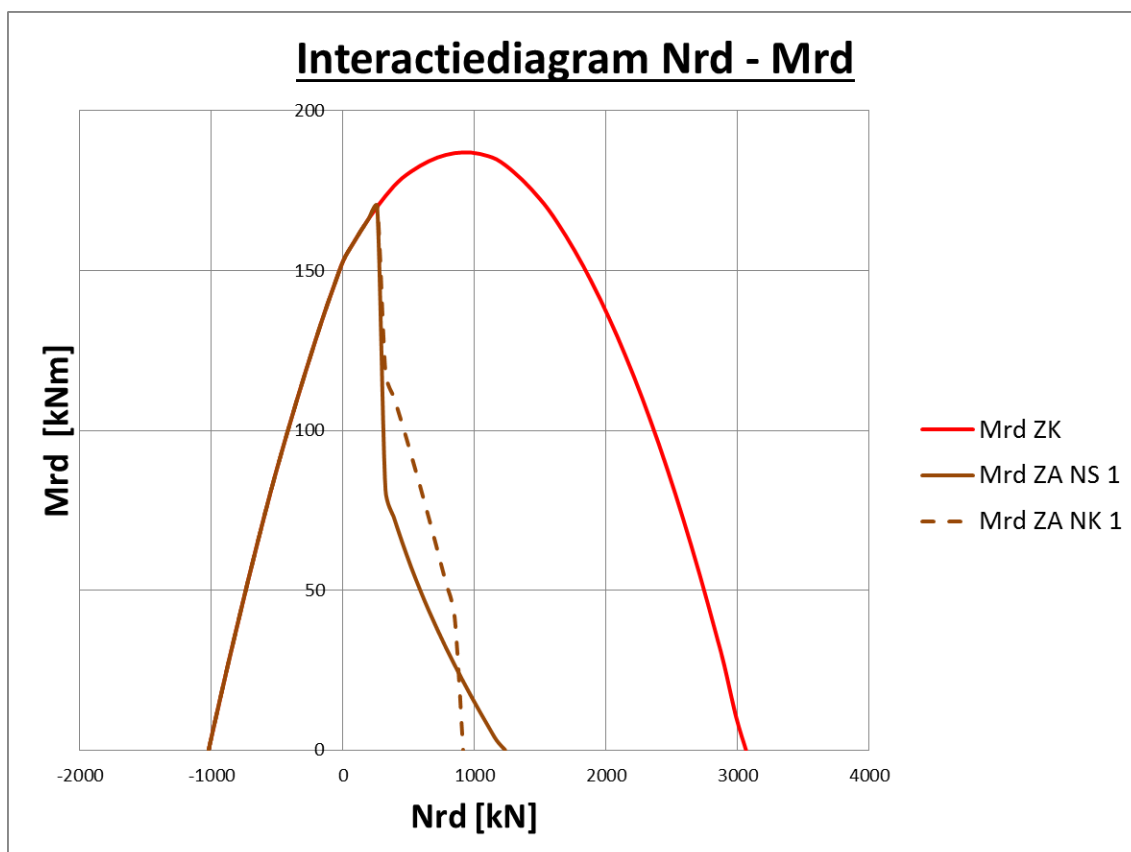
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik zonder aanpassingen ten opzichte van het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 25 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.

Tabel 25: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik zonder aanpassingen en kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.

Mrd ZK	Mrd NS 0	Mrd NK 0
100,00%	42,70%	30,30%

### Kruipcoëfficiënt $\phi_{ef} = 1$

In figuur 40 is het interactiediagram weergegeven zonder aanpassingen voor een dwarsdoorsnede voorgespannen met 8 zevendraads-strengen met een diameter van 12,50 mm en met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.



Figuur 40: interactiediagram voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik zonder aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd ZA NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid zonder aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd ZA NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming zonder aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1

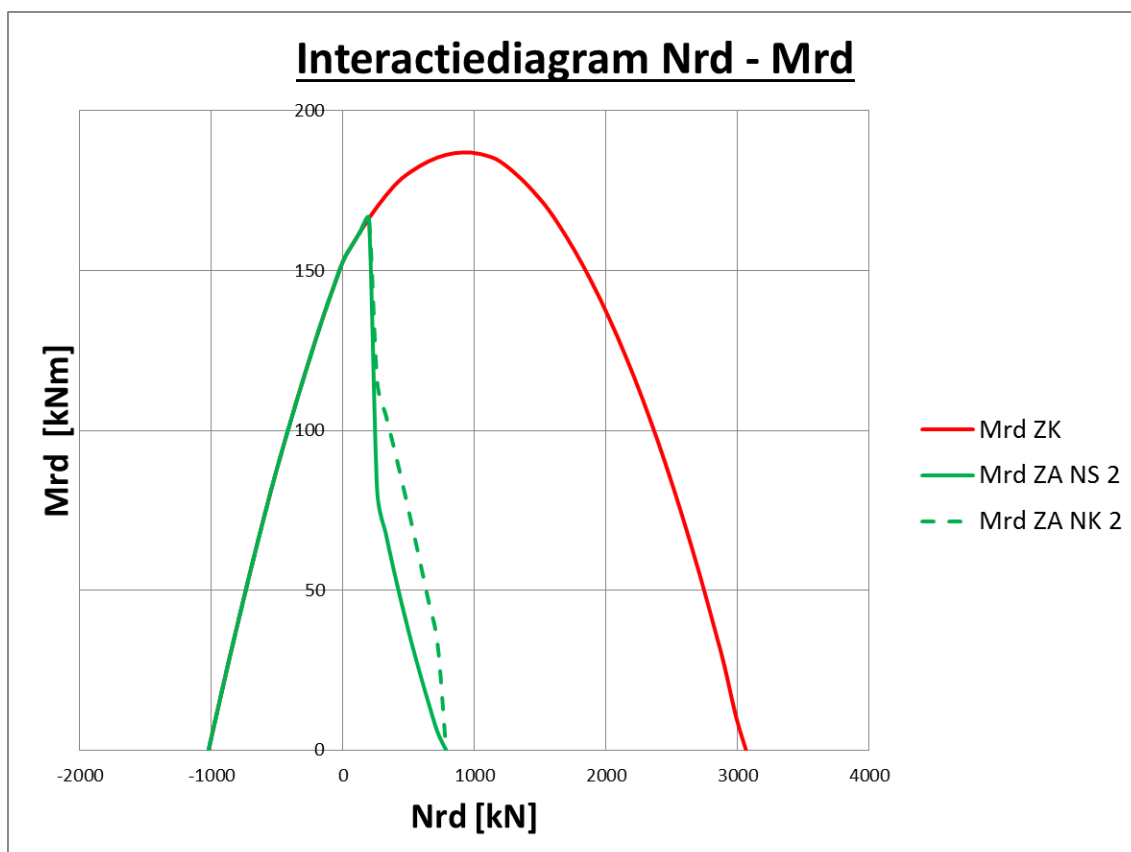
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik zonder aanpassingen ten opzichte van het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 26 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

Tabel 26: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik zonder aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

Mrd ZK	Mrd NS 1	Mrd NK 1
100,00%	19,16%	22,38%

### Kruipcoëfficiënt $\varphi_{ef} = 2$

In figuur 41 is het interactiediagram weergegeven zonder aanpassingen voor een dwarsdoorsnede voorgespannen met 8 zevendraads-strengen met een diameter van 12,50 mm en met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.



Figuur 41: interactiediagram voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik zonder aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd ZA NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid zonder aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd ZA NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming zonder aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1

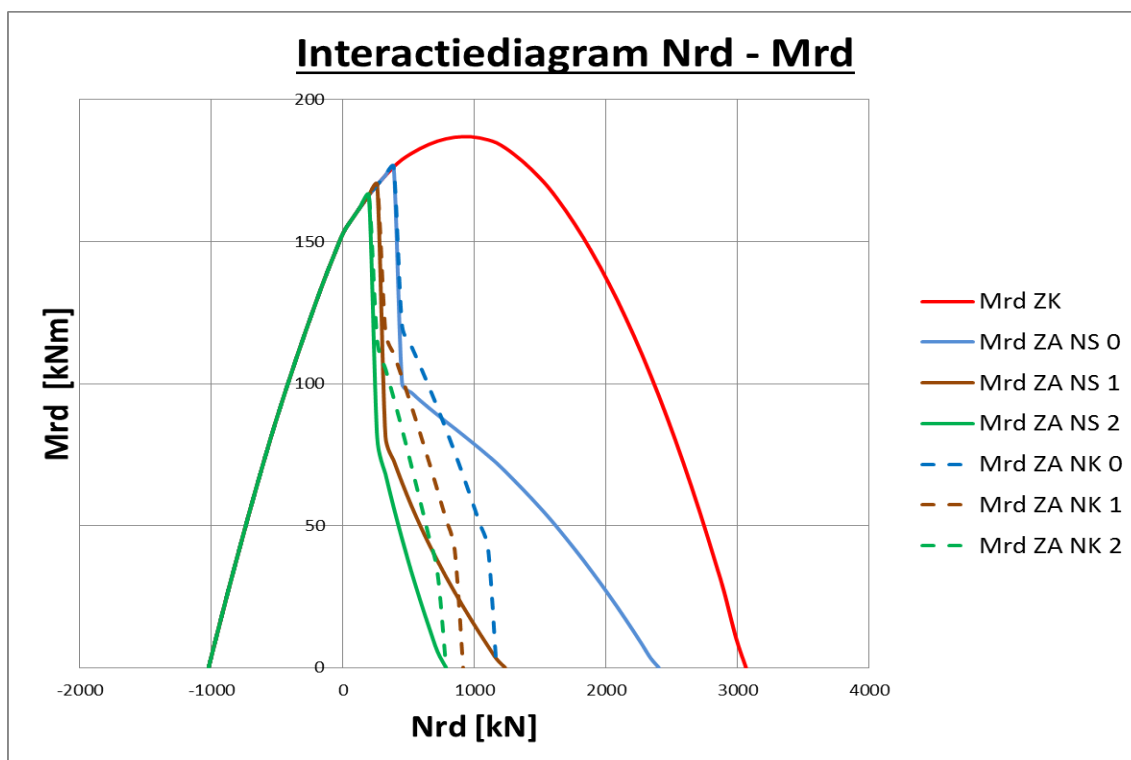
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik zonder aanpassingen ten opzichte van het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 27 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.

Tabel 27: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik zonder aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.

Mrd ZK	Mrd NS 2	Mrd NK 2
100,00%	13,56%	17,86%

### Overzicht op basis van de kruipcoëfficiënt

In figuur 42 is het overzicht van de interactiecurves weergegeven voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik zonder aanpassingen en gewapend met 8 zevendraads-strengen met een diameter van 12,50 mm in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten.



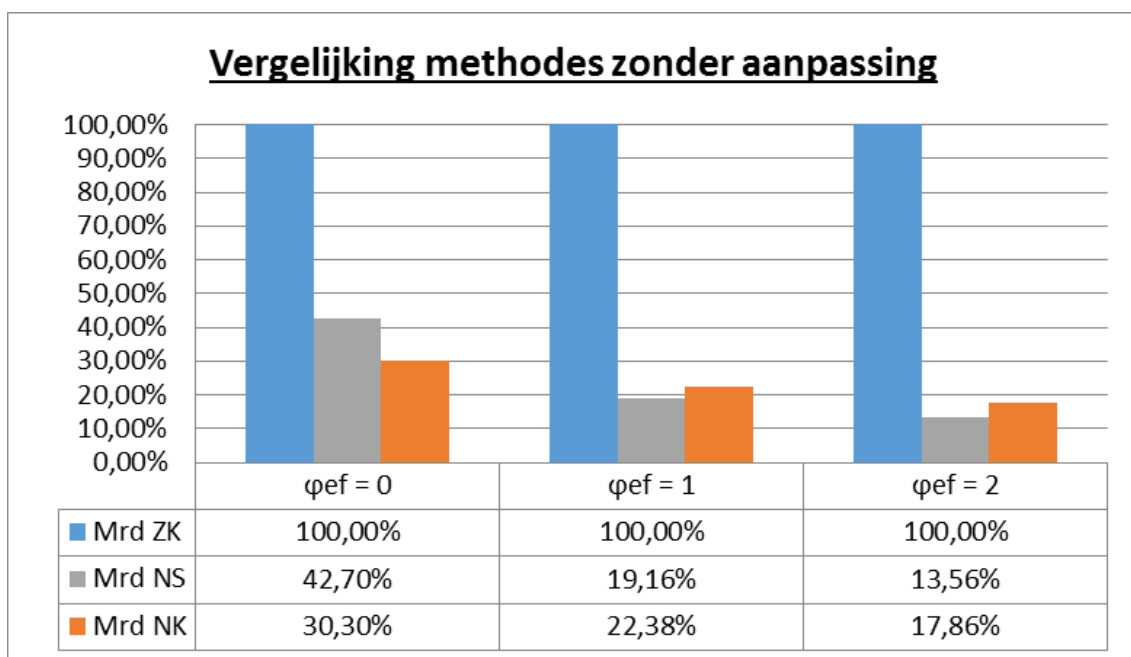
Figuur 42: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik zonder aanpassing in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten.

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd ZA NS 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid zonder aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd ZA NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid zonder aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd ZA NS 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid zonder aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2
Mrd ZA NK 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming zonder aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd ZA NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming zonder aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd ZA NK 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming zonder aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2

In tabel 28 is het globaal overzicht weergegeven van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik zonder aanpassingen ten opzichte van het totale werkgebied van de doorsnede voor een voorgespannen kolom in functie van de kruipcoëfficiënt.

Tabel 28: globaal overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik zonder aanpassingen in functie van de kruipcoëfficiënt.

	$\varphi_{ef}$	Mrd ZK	Mrd NS			Mrd NK		
		NVT	0	1	2	0	1	2
As [%]								
8Ø12,50		100,00%	42,70%	19,16%	13,56%	30,30%	22,38%	17,86%



Figuur 43: overzicht van tabel 28 in grafiekvorm.

## Conclusies

De waarden uit tabel 28 zijn eerder onrealistisch door het feit dat de tweede-orde momenten veel te groot worden waardoor het werkgebied te drastisch afneemt.

De waarde van de relatieve normaalkracht  $n$ , die wordt gebruikt in beide tweede-orde berekeningsmethoden, zou bij de maximale normaalkracht waar er geen buigend moment kan worden opgenomen, 1 moeten zijn omdat de strengen geen druk kunnen opnemen.

In dit onderzoek met de beschouwde voorgespannen kolom en zijn randvoorwaarden werd deze waarde maximaal 0,87.

*Opmerking: bij gewapend beton kan  $n$  groter dan 1 worden, omdat het betonstaal ook drukspanningen kan opnemen.*

Methode gebaseerd op een nominale stijfheid:

De stijfheid van een voorgespannen kolom zou beduidend groter moeten zijn dan de stijfheid van een gewapende kolom, omdat het beton hier al gedrukt wordt door de aangebrachte voorspankracht waardoor er kleinere tweede-orde moment optreden.

Methode gebaseerd op de nominale kromming:

De elastische rek die de basiskromming  $1/r_0$  bepaald waaruit het tweede-orde moment wordt berekend, is veel te groot sinds voorspanstaal een tot viermaal grotere vloeigrens heeft dan betonstaal. Logischerwijs zouden de tweede-orde momenten kleiner moeten worden door voorspanning toe te passen op een element onderhevig aan knik.

#### 7.1.4 Met aanpassing van de tweede-orde berekeningsmethoden

De formules in de vereenvoudigde berekeningsmethoden om tweede-orde effecten in rekening te brengen zijn dus niet helemaal correct voor het berekenen van een voorgespannen element onderhevig aan knik zoals de conclusies uitwijzen, zie paragraaf 7.1.3.

In deze paragraaf worden er enkele aanpassingen gedaan om tweede-orde effecten toch in rekening te kunnen brengen bij voorgespannen elementen onderhevig aan knik.

#### Algemene aanpassing voor beide methoden

Een eerste algemene aanpassing die moet gebeuren bij beide berekeningsmethoden, en trouwens de enige aanpassing voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid, is de relatieve normaalkracht  $n$ , of ook belastingsgraad genoemd. De relatieve normaalkracht wordt volgens formule 4.24 gegeven door:

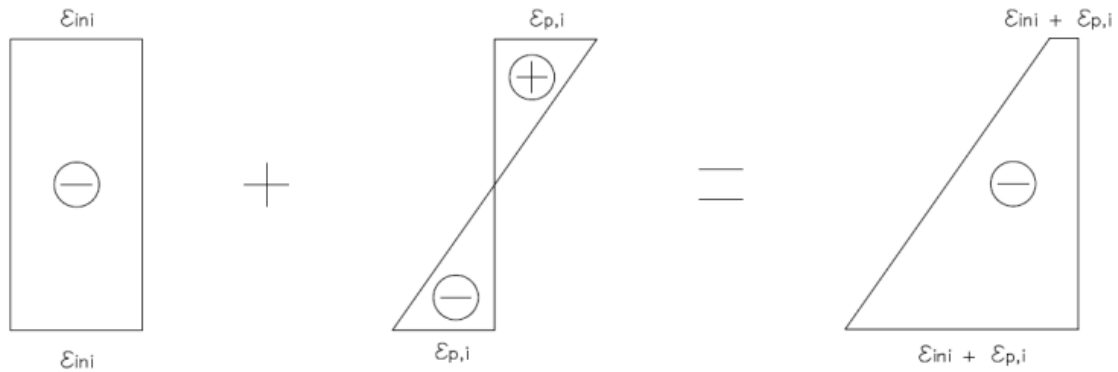
$$n = \frac{N_{rd}}{A_c * f_{cd}}$$

De aanpassing zal er dus uit bestaan de totale last die op het beton staat in rekening te brengen. De  $N_{rd}$ -waarden voortkomende uit het translatie-evenwicht bij het opstellen van het interactiediagram, houdt rekening met de aangebrachte voorspankracht die er voor zorgt dat het beton al wordt belast voor er krachten van een ander constructie element op terecht komen. De waarde van  $N_{rd}$  is dus niet de totale kracht die er zich voordoet in het beton, maar hier moet nog een kracht bij opgeteld worden, de formule voor de relatieve normaalkracht  $n$  wordt nu:

$$n = \frac{N_{rd} + \sum_{i=1}^5 (als(\Delta\varepsilon_{p,i} < \varepsilon_{ini}; \varepsilon_{ini} * E_p * A_{p,i}; \Delta\varepsilon_{p,i} * E_p * A_{p,i}))}{A_c * f_{cd}} \quad (7.1)$$

met:

$$\Delta\varepsilon_{p,i} = \varepsilon_{ini} + \varepsilon_{p,i} \quad (7.2)$$



Figuur 44: principe van de aanpassing aan de formule van de relatieve normaalkracht  $n$ .

Als de kolom onbelast is, zit er al een drukkracht in het beton afkomstig van de rek uit initiële voorspankracht  $\varepsilon_{ini}$  inclusief voorspanverliezen. Onder de belastingen zal er zich een toename of afname van de rekken voordoen in de voorspanstrengen, wat resulteert in de rekresultante  $\Delta\varepsilon_{p,i}$ .

Wanneer de belastingen zorgen voor een afname van de initiële rek (dus voor voorspanstrengen die in de zone van de gedrukte betondoorsnede liggen), dan wordt  $\Delta\varepsilon_{p,i}$  gebruikt om de krachtsresultante te bepalen die in rekening wordt gebracht bij de relatieve normaalkracht  $n$ .

Wanneer de belastingen zorgen voor een toename van de initiële rek (dus voor voorspanstrengen die in de zone van de getrokken betondoorsnede liggen), dan wordt enkel de initiële rek  $\varepsilon_{ini}$  in rekening gebracht om zo de krachtsresultante te bepalen die in rekening wordt gebracht bij de berekening van de relatieve normaalkracht  $n$ .

### Aanpassing van de methode gebaseerd op de nominale kromming

Om tweede-orde effecten in rekening te brengen baseert deze methode zich op een nominale kromming waaruit vervolgens de maximale uitbuiging  $e_2$  berekend wordt volgens formule 4.19, gegeven door:

$$e_2 = \frac{1}{r} * \frac{L_0^2}{c}$$

met de kromming  $1/r$  volgens formule 4.36 gegeven door:

$$\frac{1}{r} = K_r * K_\vartheta * \frac{1}{r_0}$$

Het uitgangspunt om voorspanning in rekening te brengen in deze methode is gebaseerd op de basiskromming  $1/r_0$ , welke wordt gegeven door:

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0.45*d}$$

met:

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s}$$

Deze rek  $\varepsilon_{yd}$  gaat ervan uit dat het betonstaal zijn vloeigrens heeft bereikt en er dus vanuit gaat dat het staal zijn maximale rek heeft bereikt.

Wanneer we dit principe van maximale rek toe te passen op een voorgespannen kolom zouden we als basiskromming  $1/r_0$  volgende vergelijking krijgen:

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{ela}}{0.45*d}$$

met:

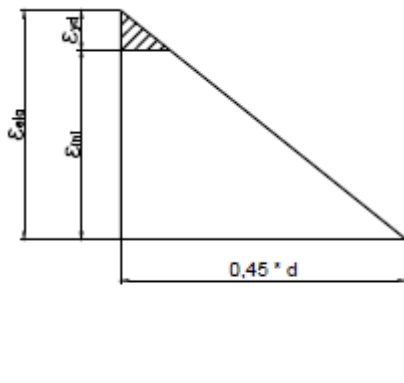
$$\varepsilon_{ela} = \frac{f_{pd}}{E_p}$$

waarin:

$$f_{pd} = \frac{f_{p0,1k}}{\gamma_{sp}}$$

Deze veronderstelling is niet correct zoals blijkt uit de conclusies in paragraaf 7.1.3. Een voorgespannen sectie zou namelijk een kleinere basiskromming moeten hebben dan bij een gewapende dwarsdoorsnede. Doordat de vloeigrens van voorspanstrengen veel hoger ligt en de elasticiteitsmodulus maar een fractie verschilt van betonstaal, zou deze basiskromming groter worden dan bij betonstaal, wat niet logisch is wanneer men een symmetrische voorspankracht aanbrengt op een element.

De aanpassing die wordt gemaakt, houdt in dat de initiële rek die al aanwezig is door het voorspannen in rekening moet worden gebracht om de nominale basiskromming  $1/r_0$  te bepalen.



*Figuur 45: principe van de aanpassing aan de formule voor de basis basiskromming  $1/r_0$ .*

Figuur 45 geeft het principe van de aanpassing bij de methode gebaseerd op de nominale kromming weer. Het gearceerde deel is de rek die in rekening moet worden gebracht. De rek afkomstig van de reeds aangebrachte voorspankracht moet dus in vermindering worden gebracht bij de elastische rek om de basiskromming  $1/r_0$  te bepalen.

De vergelijking voor de basiskromming  $1/r_0$  wordt dan:



$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0.45 \cdot d} = \frac{\varepsilon_{ela} - \varepsilon_{ini}}{0.45 \cdot d} \quad (7.3)$$

met:

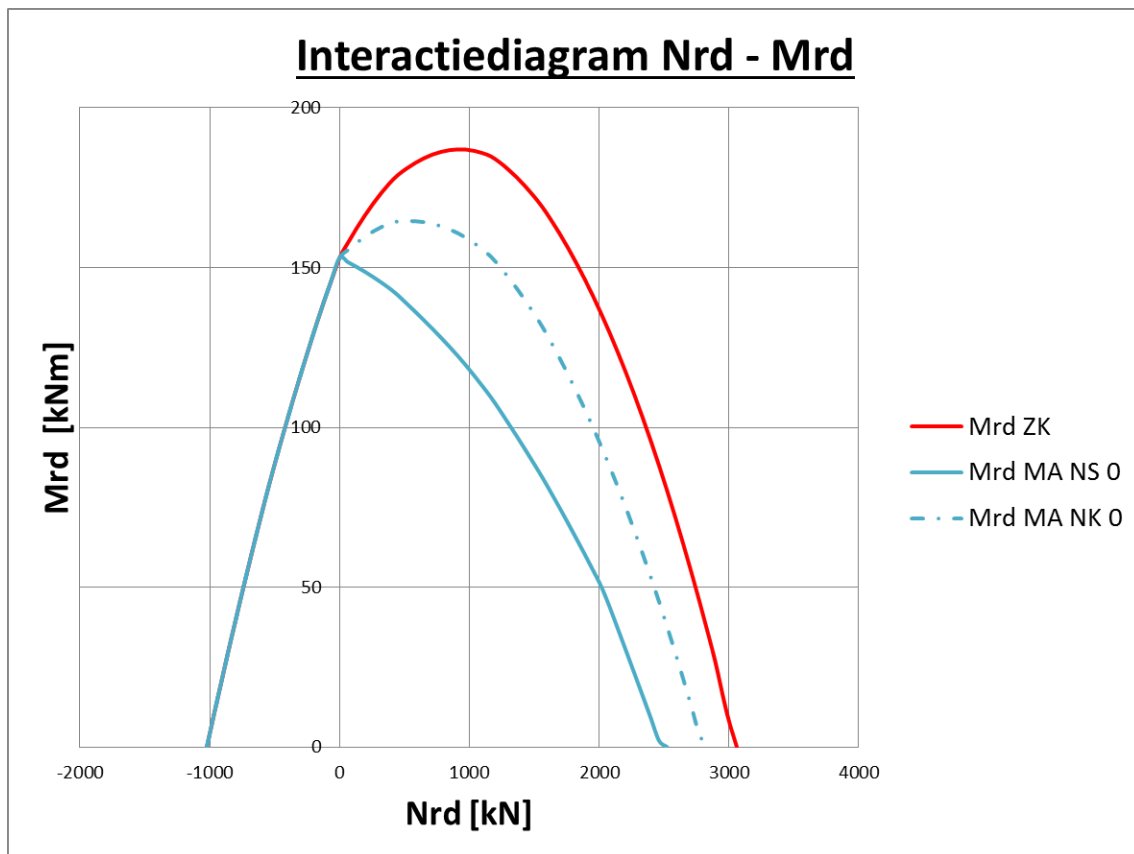
$$\varepsilon_{ini} = \frac{\sigma_{pm0}}{E_p}$$

*Opmerking:* bij de initiële rek afkomstig uit de aangebrachte voorspanning zijn voorspanverliezen ingerekend. Deze verliezen hebben dus een grote invloed op de rek die de basiskromming  $1/r_0$  bepaald.

### Toepassing van de aangepaste tweede-orde berekeningsmethoden

#### Kruipcoëfficiënt $\varphi_{ef} = 0$

In figuur 46 is het interactiediagram weergegeven met aanpassingen voor een dwarsdoorsnede voorgespannen met 8 zevendraads-strengen met een diameter van 12,50 mm en met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.



Figuur 46: interactiediagram voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik met aanpassingen en een kruipfactor gelijk aan 0.

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd MA NS 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd MA NK 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0

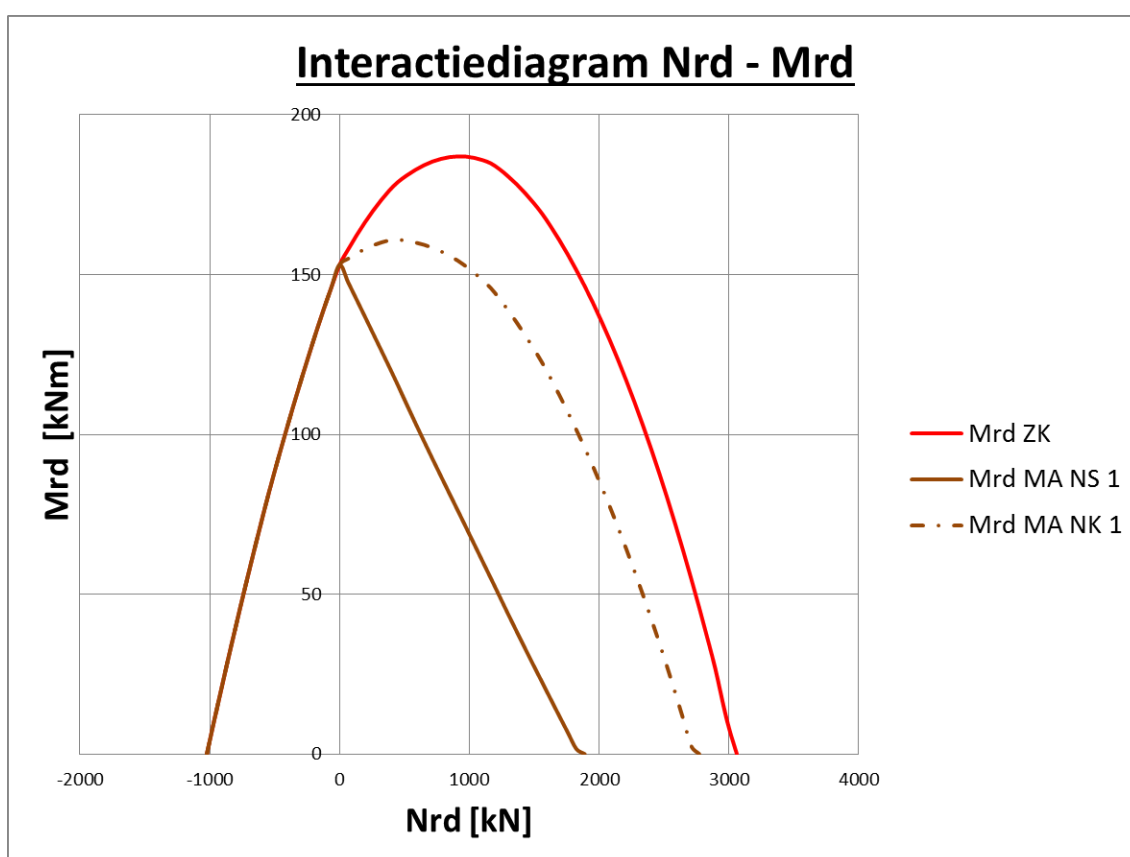
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik met aanpassingen ten opzichte van het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 29 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.

Tabel 29: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.

Mrd ZK	Mrd NS 0	Mrd NK 0
100,00%	55,93%	78,77%

### Kruipcoëfficiënt $\varphi_{ef} = 1$

In figuur 47 is het interactiediagram weergegeven met aanpassingen voor een dwarsdoorsnede voorgespannen met 8 zevendraads-strengen met een diameter van 12,50 mm en met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.



Figuur 47: interactiediagram voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik met aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd MA NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd MA NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1

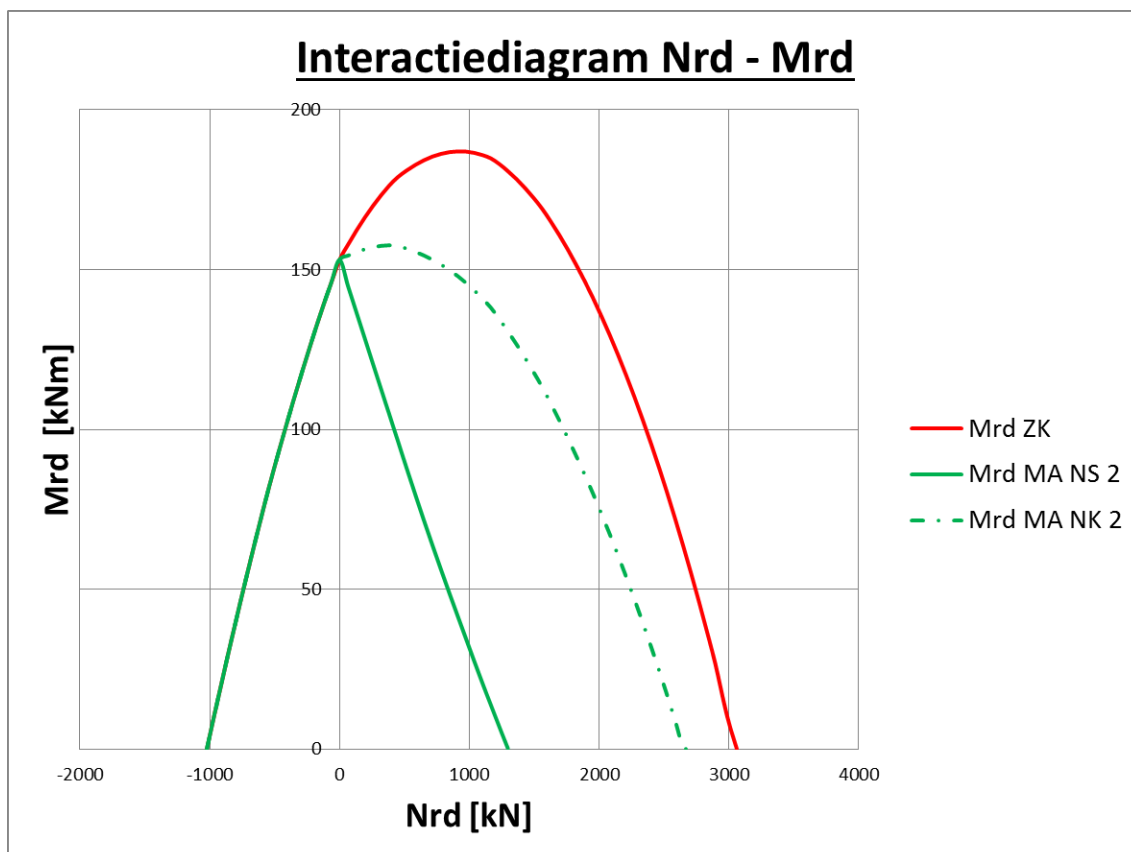
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik met aanpassingen ten opzichte van het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 30 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

Tabel 30: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

Mrd ZK	Mrd NS 1	Mrd NK 1
100,00%	32,80%	73,97%

### Kruipcoëfficiënt $\varphi_{ef} = 2$

In figuur 48 is het interactiediagram weergegeven met aanpassingen voor een dwarsdoorsnede voorgespannen met 8 zevendraads-strengen met een diameter van 12,50 mm en met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.



Figuur 48: interactiediagram voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik met aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd MA NS 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2
Mrd MA NK 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2

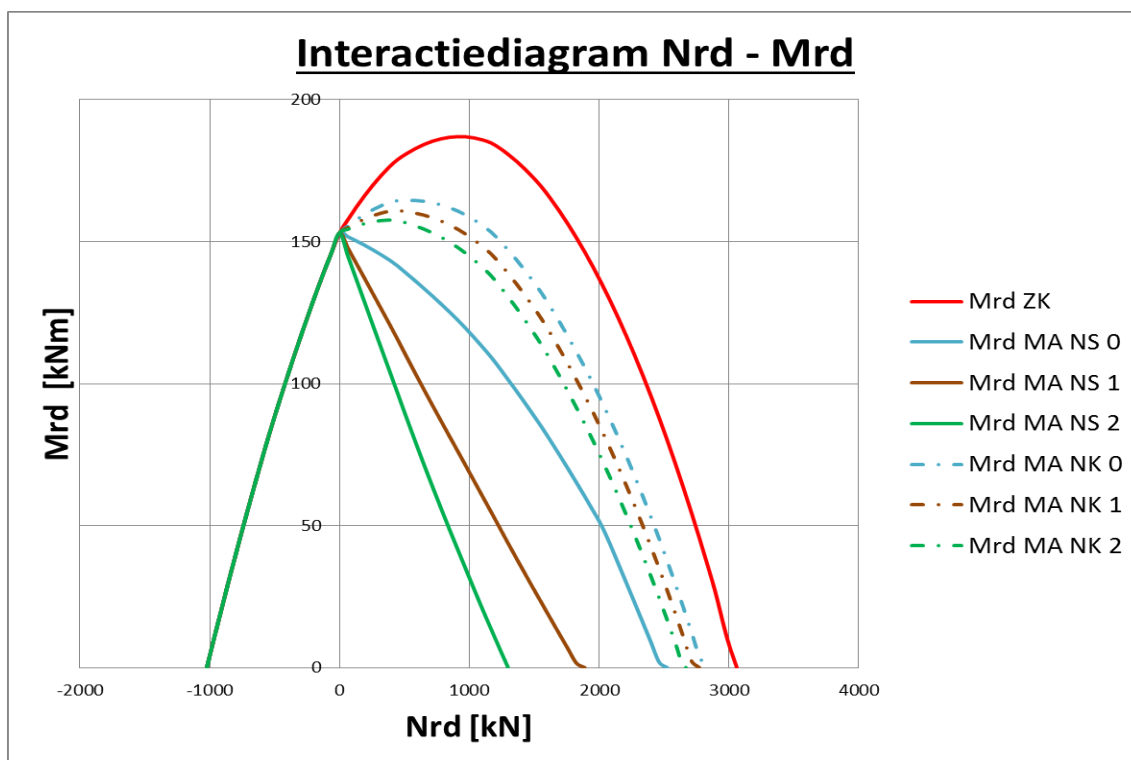
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik met aanpassingen ten opzichte van het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 31 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.

Tabel 31: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met aanpassingen en een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.

Mrd ZK	Mrd NS 2	Mrd NK 2
100,00%	22,43%	69,33%

### Overzicht op basis van de kruipcoëfficiënt

In figuur 49 is het overzicht van de interactiecurves weergegeven voor een voorgespannen kolom, rekening houdend met knik met aanpassingen en gewapend met 8 zevendraads-strengen met een diameter van 12,50 mm in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten.



Figuur 49: vergelijking van interactiecurves voor voorgespannen kolom rekening houdend met knik met aanpassingen in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten.

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd MA NS 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd MA NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd MA NS 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2
Mrd MA NK 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd MA NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd MA NK 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2

Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik met aanpassingen ten opzichte van het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 32 voor de verschillende kruipcoëfficiënten.

Tabel 32: globaal overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met aanpassingen in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten.

	$\varphi_{ef}$	Mrd ZK	Mrd NS			Mrd NK		
		NVT	0	1	2	0	1	2
As [%]								
8Ø12,50		100,00%	55,93%	32,80%	22,43%	78,77%	73,97%	69,33%

### Vergelijking van de resultaten tussen beide berekeningsmethoden

Uit tabel 33 blijkt dat bij de methode gebaseerd op een nominale stijfheid de kruipcoëfficiënt een grote invloed heeft op het werkgebied van de beschouwde kolom. Bij de methode gebaseerd op de nominale kromming heeft de kruipcoëfficiënt een minder grote invloed zoals bij gewapend beton eerder verklaard in paragraaf 6.1.6.

Tabel 33: overzicht van verschil tussen het werkgebied van beide methoden met aanpassingen ten opzichte van het werkgebied zonder knik.

$\varphi_{ef}$	Mrd NS	Mrd NK	Vershil
0	55,93%	78,77%	22,84%
1	32,80%	73,97%	41,17%
2	22,43%	69,33%	46,89%

Deze resultaten bewijzen dat de methode gebaseerd op de nominale kromming economischer is door het grote verschil in werkgebied zoals tabel 33 weergeeft. Bij een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 is het economisch 23% voordeliger om de methode gebaseerd op de nominale kromming toe te passen, bij een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 is dit 47%.

Tabel 34: overzicht van de verhouding van het werkgebied van beide methoden per kruipcoëfficiënt.

$\varphi_{ef}$	Methode	Werkgebied	Verhouding
0	Mrd NS	55,93%	140,84%
	Mrd NK	78,77%	
1	Mrd NS	32,80%	225,52%
	Mrd NK	73,97%	
2	Mrd NS	22,43%	309,03%
	Mrd NK	69,33%	

### 7.1.5 Vergelijking tussen de resultaten zonder en met aanpassing

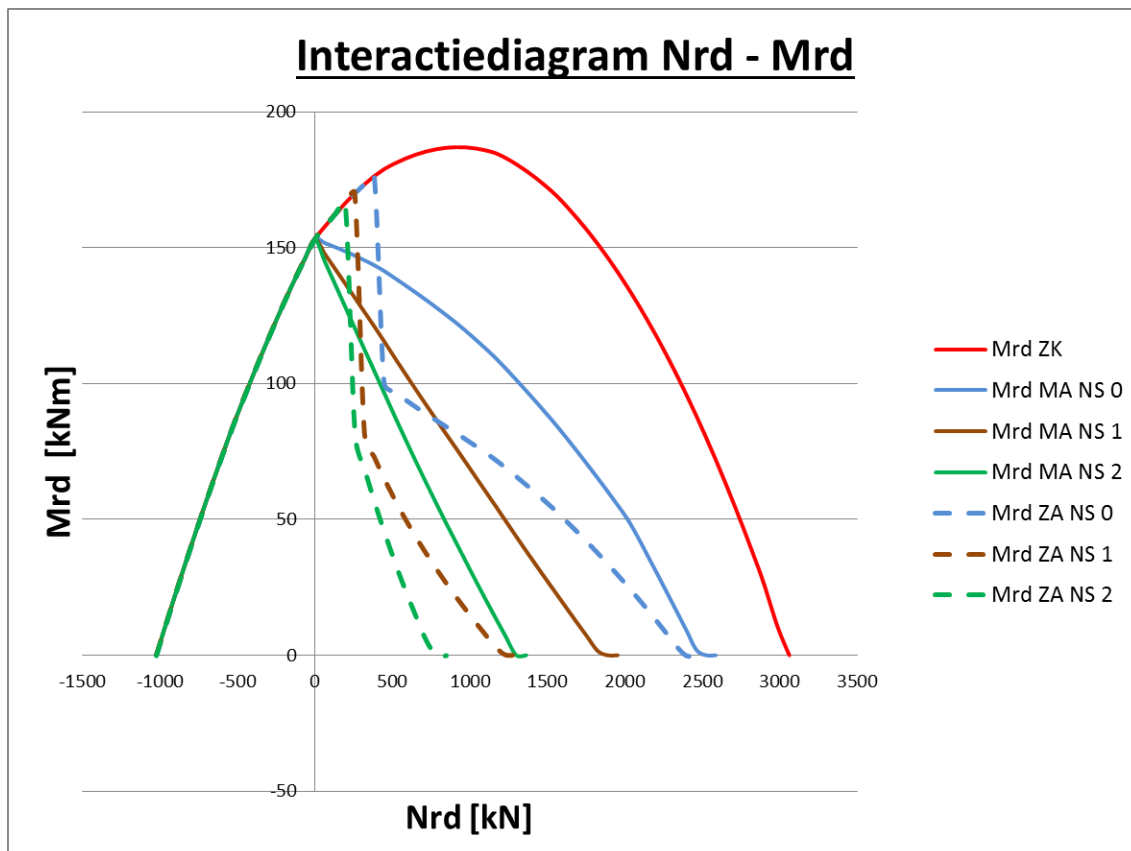
In tabel 35 wordt het globale overzicht weergegeven van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met en zonder aanpassingen in functie van de kruipcoëfficiënt.

Tabel 35: globaal overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met en zonder aanpassingen in functie van de kruipcoëfficiënt.

$\varphi_{ef}$	Zonder aanpassing			Met aanpassing	
	Mrd ZK	Mrd NS	Mrd NK	Mrd NS	Mrd NK
0	Mrd ZK	Mrd NS	Mrd NK	Mrd NS	Mrd NK
	100,00%	42,70%	30,30%	55,93%	78,77%
1	Mrd ZK	Mrd NS	Mrd NK	Mrd NS	Mrd NK
	100,00%	19,16%	22,38%	32,80%	73,97%
2	Mrd ZK	Mrd NS	Mrd NK	Mrd NS	Mrd NK
	100,00%	13,56%	17,86%	22,43%	69,33%

### Vergelijking tussen de resultaten van de methode gebaseerd op een nominale stijfheid

In figuur 50 is het overzicht van de interactiecurves weergegeven voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik met en zonder aanpassingen en gewapend met 8 zevendraads-strengen met een diameter van 12,50 mm in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.



*Figuur 50: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik met en zonder aanpassingen in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.*

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd ZA NS 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid zonder aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd ZA NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid zonder aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd ZA NS 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid zonder aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2
Mrd MA NS 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd MA NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd MA NS 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2

Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik en zonder aanpassingen ten opzichte van het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 36 in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.

*Tabel 36: globaal overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met en zonder aanpassingen in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.*

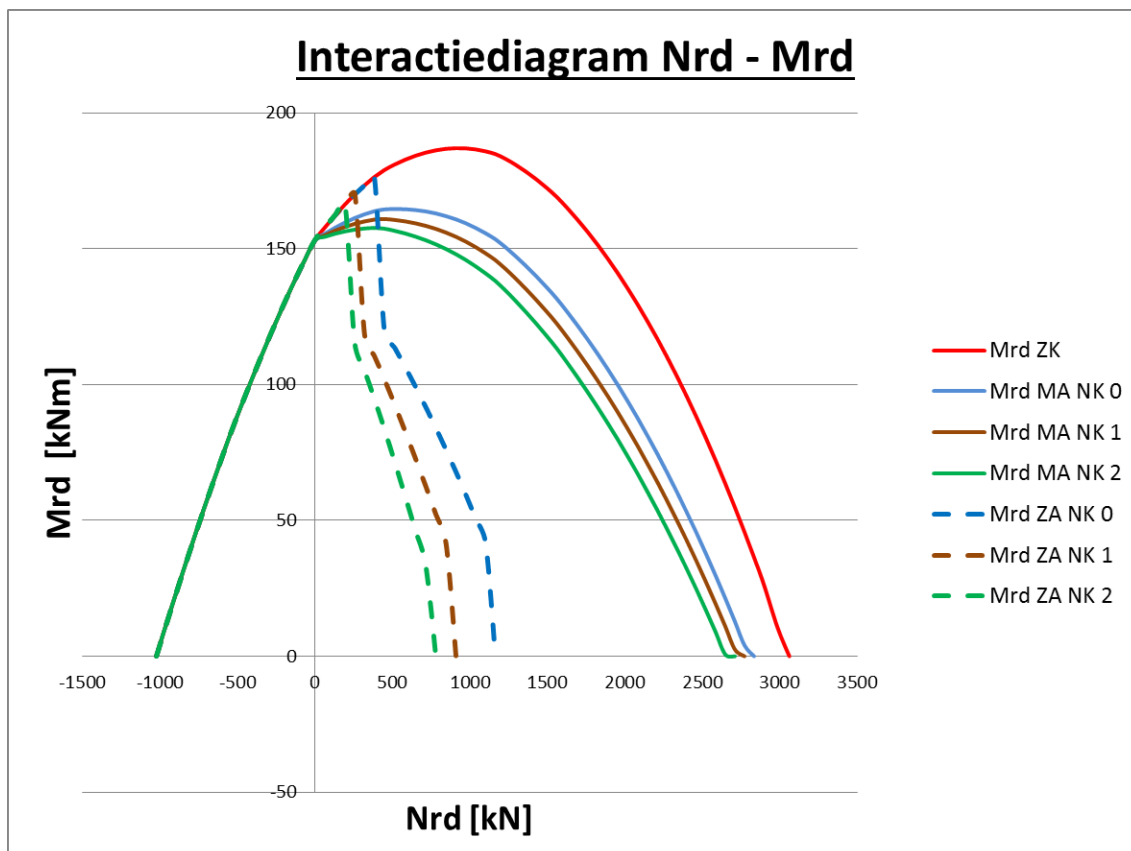
φ <sub>ef</sub>	Nominale stijfheid			
	Mrd ZK	Mrd ZA	Mrd MA	Verschil
0	Mrd ZK	Mrd ZA	Mrd MA	Verschil
	100,00%	42,70%	55,93%	13,23%
1	Mrd ZK	Mrd ZA	Mrd MA	Verschil
	100,00%	19,16%	32,80%	13,64%
2	Mrd ZK	Mrd ZA	Mrd MA	Verschil
	100,00%	13,56%	22,43%	8,87%

### **Bespreking van de resultaten**

Uit tabel 36 is af te leiden dat het verschil tussen de resultaten bij de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met en zonder aanpassingen van de vereenvoudigde tweede-orde berekeningsmethoden ligt tussen 8 en 14%. Dat wil zeggen dat de tweede-orde momenten zijn afgenomen. Dit is geen significante toename van het werkingsgebied. Dit is te wijten door enkel de definitie van de relatieve normaalkracht  $n$  aan te passen bij voorgespannen elementen, zie paragraaf 7.1.4.

## Vergelijking van de resultaten van de methode gebaseerd op de nominale kromming

In figuur 51 is het overzicht van de interactiecurves weergegeven voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik met en zonder aanpassingen en gewapend met 8 zevendraads-strengen met een diameter van 12,50 mm in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op de nominale kromming.



Figuur 51: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen kolom rekening houdend met knik met en zonder aanpassingen in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op een nominale kromming.

Mrd ZK	weerstandbiedend moment zonder knik
Mrd ZA NK 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming zonder aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd ZA NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming zonder aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd ZA NK 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming zonder aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2
Mrd MA NK 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0
Mrd MA NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1
Mrd MA NK 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2

Het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met en zonder aanpassingen ten opzichte van het totale werkgebied wordt weergegeven in



tabel 37 in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op de nominale kromming.

*Tabel 37: globaal overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met en zonder aanpassingen in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.*

$\varphi_{ef}$	Nominale kromming			
0	Mrd ZK	Mrd ZA	Mrd MA	Verschil
	100,00%	30,30%	78,77%	48,47%
1	Mrd ZK	Mrd ZA	Mrd MA	Verschil
	100,00%	22,38%	73,97%	51,59%
2	Mrd ZK	Mrd ZA	Mrd MA	Verschil
	100,00%	17,86%	69,33%	51,47%

### Bespreking van de resultaten

Bij de methode gebaseerd op de nominale kromming is de toename van het werkgebied veel groter dan bij de methode gebaseerd op een nominale stijfheid. De aanpassing aan de definitie van de relatieve normaalkracht  $n$  is hier ook toegepast, maar de bijkomende aanpassing van de basiskromming  $1/r_0$  zorgt voor de bijkomende toename van het werkgebied. Dit resultaat geeft logische resultaten door het feit dat deze methode gebaseerd is op de maximale kromming berekend op basis van de rek in de wapeningsstaven. Bij voorspanning is de te beschouwen rek dus afhankelijk van de initiële rek sinds de elastische rek vastligt.

### Conclusie

Om knik in rekening te brengen bij voorgespannen kolommen heeft de methode gebaseerd op de nominale kromming een grotere toename aan werkgebied. Dit is te wijten aan de extra aanpassing die is gebeurd aan de definitie van de basiskromming  $1/r_0$  bovenop de aanpassing aan de definitie van de relatieve normaalkracht  $n$ .

Verder onderzoek naar een aanpassing bij de methode gebaseerd op een nominale stijfheid is van belang om de tweede-orde momenten verder te reduceren, omdat de stijfheid van het beton toeneemt door centrische voorspanning aan te brengen. In dit onderzoek was het niet mogelijk om hier dieper op in te gaan.

## 7.2 Het voordeel van voorspanning in kolommen

In deze paragraaf worden de resultaten van paragraaf 7.1.4 vergeleken met de resultaten van een gewapende kolom door middel van een rekenvoorbeeld waarbij de diameters van het betonstaal zijn gebaseerd op de oppervlakte van het voorspanstaal, dus op basis van 8 strengen met diameter 12,5 mm. Zo kan er een equivalente vergelijking worden gemaakt tussen een doorsnede uit gewapend- en voorgespannen beton om te besluiten of het nuttig is om kolommen voor te spannen.

Beide kolommen hebben een dwarsdoorsnede van 390 x 390 mm, een hoogte van 3 m, een betondekking van 30 mm, een beugeldiameter van 10 mm en een betonklasse van C50/60. De voorgespannen kolom wordt met 8 strengen van diameter 12,50 mm (744 mm<sup>2</sup>) voorzien en verdeeld over 5 lagen. Voor de gewapende kolom zijn er 8 wapeningsstaven van diameter 10.88 mm (744 mm<sup>2</sup>) voorzien, verdeeld over 5 lagen en berekend op basis van de totale oppervlakte van de voorspanstrengen (744 mm<sup>2</sup>).

Het werkgebied van de voorgespannen doorsnede wordt uitgedrukt ten opzichte van het werkgebied van de gewapende doorsnede.

De vergelijking wordt gemaakt door een kruipcoëfficiënt  $\varphi_{ef}$  van 0, 1 en 2 toe te passen. De correcte berekening van  $\varphi_{ef}$  wordt beschreven in paragraaf 2.1.1.

## 7.2.1 Gebruikte constanten

Tabel 38:gebruikte constanten bij het opstellen van de interactiediagrammen.

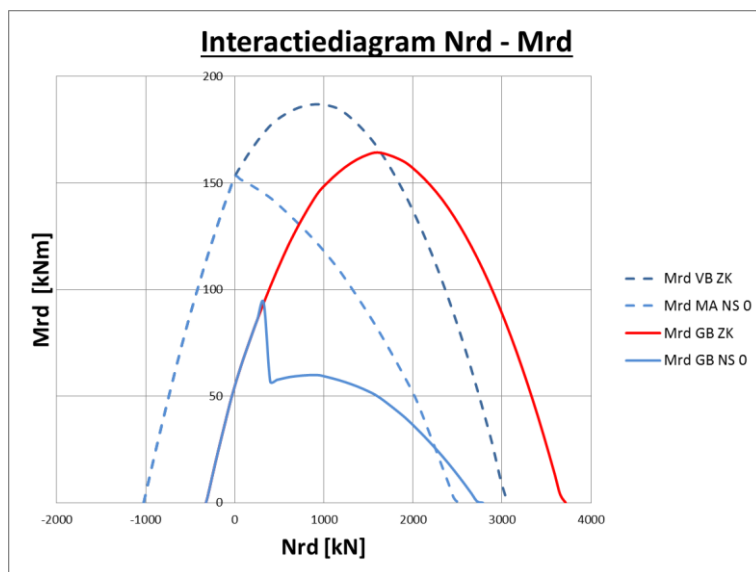
Hoogte		$h$	390	[mm]
Breedte		$b$	390	[mm]
Betondekking		$c$	30	[mm]
Diameter beugel		$\varnothing b$	10	[mm <sup>2</sup> ]
Langeduureffect bij buiging		$\alpha_{\infty}$	0,85	[-]
Materiaalfactor beton		$\gamma_m$	1,5	[-]
Betonklasse		$C$	C50/60	[-]
Elasticiteitsmodulus beton		$E_{cm}$	37000	[N/mm <sup>2</sup> ]
Betonkwaliteit		$f_{ck}$	50	[N/mm <sup>2</sup> ]
Rekenwaarde betonkwaliteit		$f_{cd}$	28,33	[N/mm <sup>2</sup> ]
Maximale betonstuik onder buiging		$\epsilon_{cu}$	0,0035	[-]
Maximale betonstuik onder druk		$\epsilon_{c2}$	0,0020	[-]
Maximale rekgrens voorspanstaal		$\epsilon_{ud}$	0,0100	[-]
Materiaalfactor voorspanstaal		$\gamma_{sp}$	1,15	[-]
Diameter streng		$\varnothing_{vsp}$	12,5	[mm]
Voorspankwaliteit		$f_{pk}$	1860	[N/mm <sup>2</sup> ]
		$f_{p0,1k}$	1581	[N/mm <sup>2</sup> ]
Rekenwaarde voorspanstaal		$f_{pd}$	1374	[N/mm <sup>2</sup> ]
Vloeirek		$\epsilon_{ela}$	-0,007048585	[-]
Effectieve lengte		$L_0$	6000	[mm]
Vullingsfactorcoëfficiënt		$n$	2	[-]
Elasticiteitsmodulus voorspanstaal		$E_p$	195000	[N/mm <sup>2</sup> ]
Maximale voorspanning		$\sigma_{p,max}$	1423	[N/mm <sup>2</sup> ]
Maximale voorspankracht		$P_{max}$	1058	[kN]
Nominale stijfheid		$C_0$	8	[-]
		$k_1$	1,58	[-]
		$\beta$	1,03	[-]
		$K_s$	1,00	[-]
		$E_{cd}$	30833	[N/mm <sup>2</sup> ]
Nominale kromming		$1/r_0$	0,00000782	[-]
		$c$	9,87	[-]
		$K\varphi$	1,49	[-]
		$\beta$	0,24	[-]
		$\lambda$	53,29	[-]
		$n_u$	1,24	[-]
		$n_{bal}$	0,40	[-]
		$\omega$	0,24	[%]

## 7.2.2 Vergelijking tussen een gewapende en voorgespannen kolom

### Vergelijking voor de methode van de nominale stijfheid

#### Kruipcoëfficiënt $\phi_{ef} = 0$

In figuur 52 zijn de interactiecurves weergegeven voor een voorgespannen dwarsdoorsnede met aanpassingen en die van een gewapende doorsnede, met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 bepaald via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.



Figuur 52: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen en gewapende kolom rekening houdend met knik met aanpassingen voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.

Mrd VB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor voorgespannen beton
Mrd MA NS 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 voor voorgespannen beton
Mrd GB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor gewapend beton
Mrd GB NS 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 voor gewapend beton

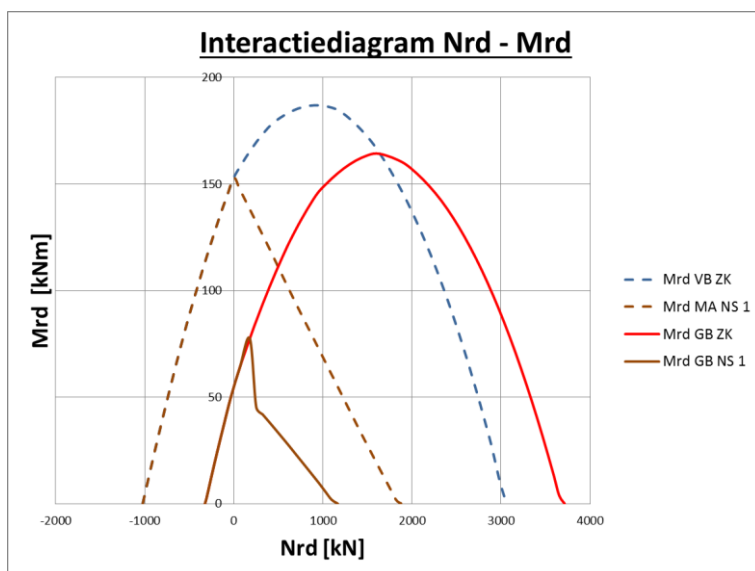
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik met aanpassingen ten opzichten van het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 39 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.

Tabel 39: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met aanpassingen voor een voorgespannen en gewapende kolom met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.

	Mrd ZK	Mrd NS 0
GB	100,00%	29,42%
VB	99,27%	55,53%

## Kruipcoëfficiënt $\varphi_{ef} = 1$

In figuur 53 zijn de interactiecurves weergegeven voor een voorgespannen dwarsdoorsnede met aanpassingen en die van een gewapende doorsnede en met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 bepaald via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.



Figuur 53: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen en gewapende kolom rekening houdend met knik met aanpassingen voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.

Mrd VB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor voorgespannen beton
Mrd MA NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 voor voorgespannen beton
Mrd GB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor gewapend beton
Mrd GB NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 voor gewapend beton

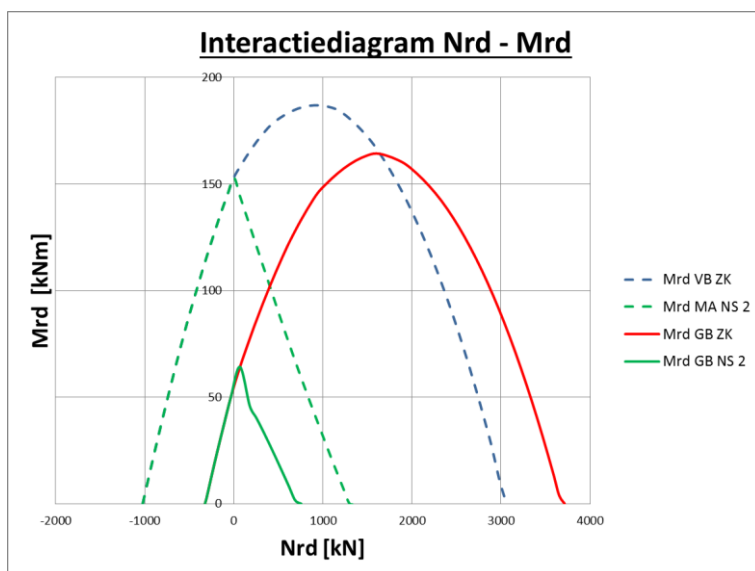
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik met aanpassingen ten opzichten van het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 40 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

Tabel 40: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik voor een voorgespannen en gewapende kolom met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

	Mrd ZK	Mrd NS 1
GB	100,00%	8,59%
VB	99,27%	32,56%

## Kruipcoëfficiënt $\varphi_{ef} = 2$

In figuur 54 zijn de interactiecurves weergegeven voor een voorgespannen dwarsdoorsnede met aanpassingen en die van een gewapende doorsnede en met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 bepaald via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.



Figuur 54: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen en gewapende kolom rekening houdend met knik met aanpassingen voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.

Mrd VB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor voorgespannen beton
Mrd MA NS 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 voor voorgespannen beton
Mrd GB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor gewapend beton
Mrd GB NS 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 voor gewapend beton

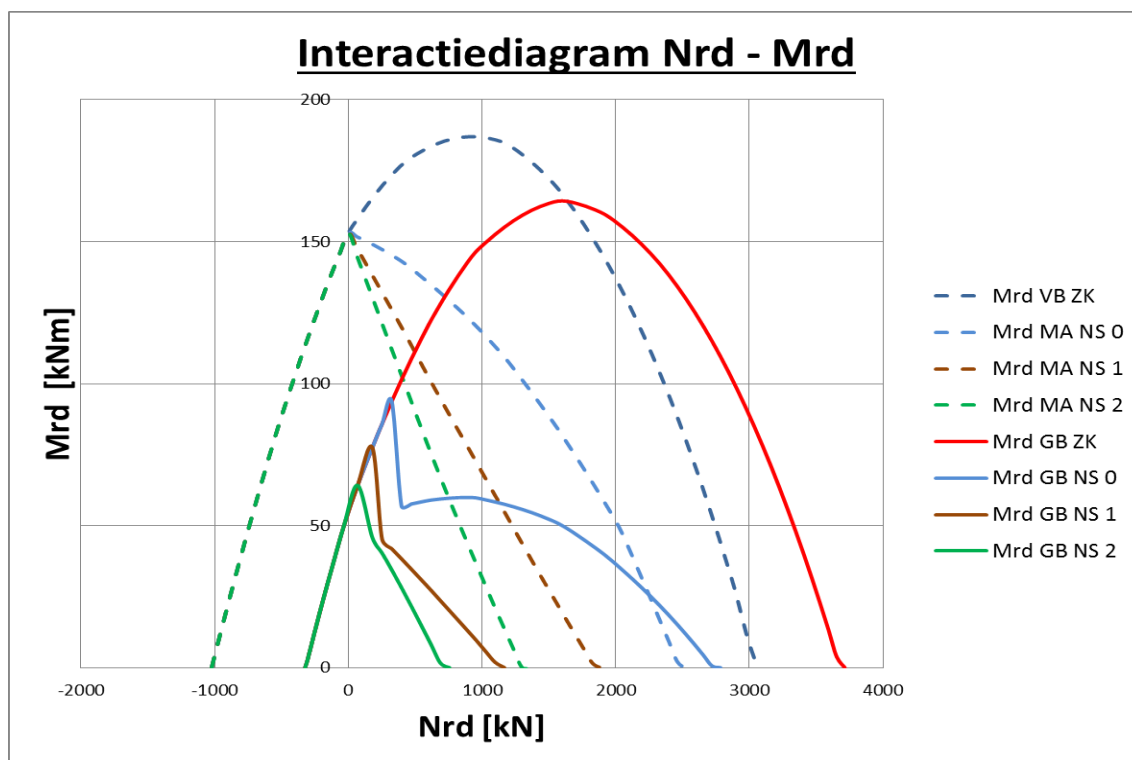
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik met aanpassingen ten opzichten van het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 41 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.

Tabel 41: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik voor een voorgespannen en gewapende kolom met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.

	Mrd ZK	Mrd NS 2
GB	100,00%	5,30%
VB	99,27%	22,27%

## Overzicht op basis van de kruipcoëfficiënt

In figuur 55 is het overzicht van de interactiecurves weergegeven, rekening houdend met knik met aanpassingen voor een voorgespannen kolom en voor een equivalente gewapende kolom in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.



Figuur 55: vergelijking van de interactiecurves rekening houdend met knik met aanpassingen voor een voorgespannen kolom en voor een equivalente gewapende kolom in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op een nominale stijfheid.

Mrd VB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor voorgespannen beton
Mrd MA NS 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 voor voorgespannen beton
Mrd MA NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 voor voorgespannen beton
Mrd MA NS 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 voor voorgespannen beton
Mrd GB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor gewapend beton
Mrd GB NS 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 voor gewapend beton
Mrd GB NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 voor gewapend beton
Mrd GB NS 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 voor gewapend beton

In tabel 42 wordt het globale overzicht weergegeven van het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik met aanpassingen voor een voorgespannen en gewapende kolom.

Tabel 42: globaal overzicht van het werkgebied van de voorgespannen en gewapende doorsnede volgens de methode van een nominale stijfheid in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten.

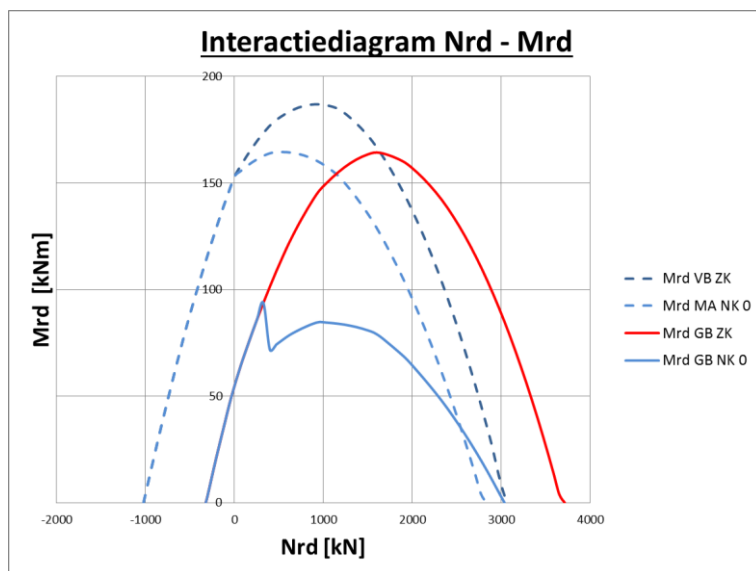
	Mrd ZK	Mrd NS		
$\varphi_{ef}$	NVT	0	1	2
Gewapend	100,00%	29,42%	8,59%	5,30%
Voorgespannen	99,27%	55,53%	32,56%	22,27%
Verschil	0,73%	26,11%	23,97%	16,97%



## Vergelijking voor de methode van de nominale kromming

### Kruipcoëfficiënt $\phi_{ef} = 0$

In figuur 56 zijn de interactiecurves weergegeven voor een voorgespannen dwarsdoorsnede met aanpassingen en die van een gewapende doorsnede en met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 bepaald via de methode gebaseerd op de nominale kromming.



Figuur 56: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen en gewapende kolom rekening houdend met knik met aanpassingen voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 voor de methode gebaseerd op de nominale kromming.

Mrd VB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor voorgespannen beton
Mrd MA NK 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 voor voorgespannen beton
Mrd GB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor gewapend beton
Mrd GB NK 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 voor gewapend beton

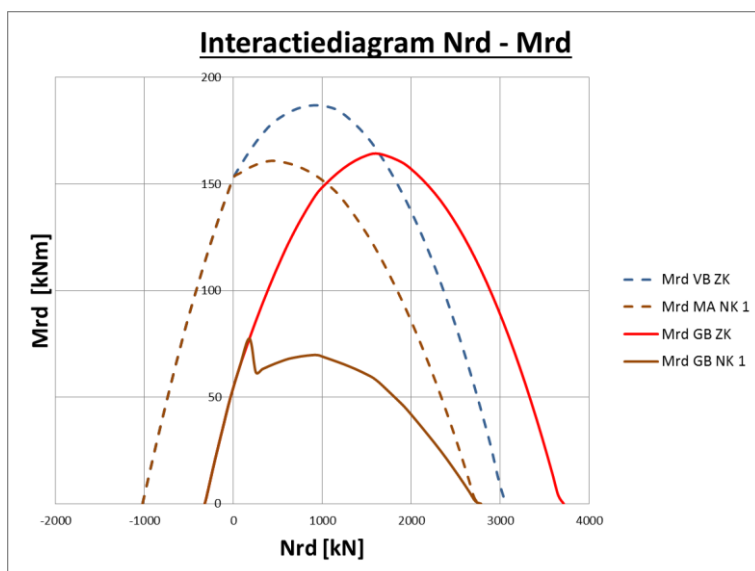
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik met aanpassingen ten opzichten van het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 43 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.

Tabel 43: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik voor een voorgespannen en gewapende kolom met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 0.

	Mrd ZK	Mrd NK 0
GB	100,00%	45,11%
VB	99,27%	78,20%

## Kruipcoëfficiënt $\phi_{ef} = 1$

In figuur 57 zijn de interactiecurves weergegeven voor een voorgespannen dwarsdoorsnede met aanpassingen en die van een gewapende doorsnede en met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 bepaald via de methode gebaseerd op de nominale kromming.



Figuur 57: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen en gewapende kolom rekening houdend met knik met aanpassingen voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 voor de methode gebaseerd op de nominale kromming.

Mrd VB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor voorgespannen beton
Mrd MA NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 voor voorgespannen beton
Mrd GB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor gewapend beton
Mrd GB NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 voor gewapend beton

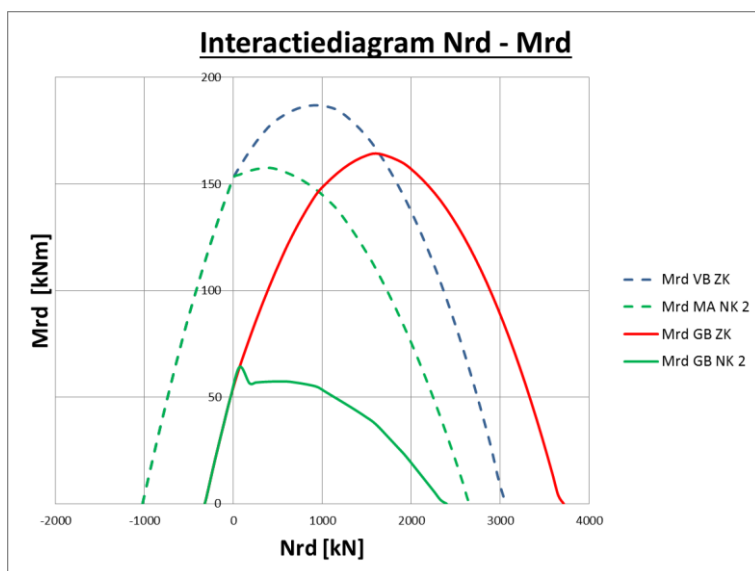
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik met aanpassingen ten opzichten van het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 44 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

Tabel 44: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik voor een voorgespannen en gewapende kolom met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

	Mrd ZK	Mrd NK 1
GB	100,00%	33,13%
VB	99,27%	73,43%

## Kruipcoëfficiënt $\varphi_{ef} = 2$

In figuur 58 zijn de interactiecurves weergegeven voor een voorgespannen dwarsdoorsnede met aanpassingen en die van een gewapende doorsnede en met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 bepaald via de methode gebaseerd op de nominale kromming.



Figuur 58: vergelijking van interactiecurves voor een voorgespannen en gewapende kolom rekening houdend met knik met aanpassingen voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 voor de methode gebaseerd op de nominale kromming.

Mrd VB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor voorgespannen beton
Mrd MA NK 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 voor voorgespannen beton
Mrd GB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor gewapend beton
Mrd GB NK 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 voor gewapend beton

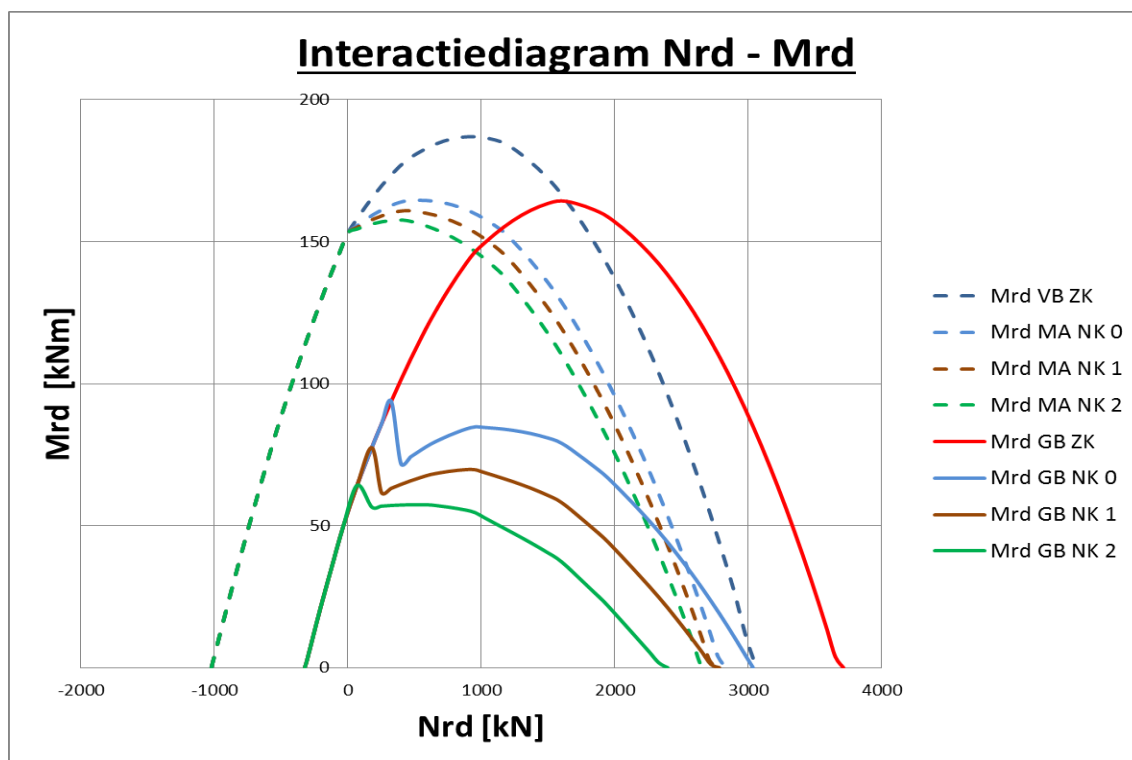
Het procentueel aandeel van het werkgebied, rekening houdend met knik met aanpassingen ten opzichten van het totale werkgebied, wordt weergegeven in tabel 45 voor een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.

Tabel 45: overzicht van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik voor een voorgespannen en gewapende kolom met een kruipcoëfficiënt gelijk aan 2.

	Mrd ZK	Mrd NK 2
GB	100,00%	23,20%
VB	99,27%	68,82%

## Overzicht op basis van de kruipcoëfficiënt

In figuur 59 is het overzicht van de interactiecurves weergegeven rekening houdend met knik met aanpassingen voor een voorgespannen kolom en voor een equivalente gewapende kolom in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op de nominale kromming.



Figuur 59: vergelijking van de interactiecurves rekening houdend met knik met aanpassingen voor een voorgespannen kolom en een equivalente gewapende kolom in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten voor de methode gebaseerd op de nominale kromming.

Mrd VB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor voorgespannen beton
Mrd MA NK 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 voor voorgespannen beton
Mrd MA NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 voor voorgespannen beton
Mrd MA NK 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 voor voorgespannen beton
Mrd GB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor gewapend beton
Mrd GB NK 0	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 0 voor gewapend beton
Mrd GB NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 voor gewapend beton
Mrd GB NK 2	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 voor gewapend beton

In tabel 46 wordt het globale overzicht weergegeven van het procentueel aandeel van het werkgebied rekening houdend met knik met aanpassingen voor een voorgespannen en gewapende kolom.

Tabel 46: globaal overzicht van het werkgebied van de voorgespannen en gewapende doorsnede volgens de methode van de nominale kromming in functie van de verschillende kruipcoëfficiënten.

	Mrd ZK	Mrd NK		
$\varphi_{ef}$	NVT	0	1	2
Gewapend	100,00%	45,11%	33,13%	23,20%
Voorgespannen	99,27%	78,20%	73,43%	68,82%
Vershil	0,73%	33,09%	40,29%	45,62%

## Conclusie

In tabel 47 wordt het overzicht weergegeven van de werkgebieden per methode en kruipcoëfficiënt uitgedrukt ten opzichte van het werkgebied van een gewapende kolom.

Tabel 47: globaal overzicht van het werkgebied per methode en kruipcoëfficiënt uitgedrukt ten opzichte van het werkgebied van een gewapende kolom.

	Mrd ZK	Mrd NS			Mrd NK		
$\varphi_{ef}$	NVT	0	1	2	0	1	2
Gewapend	100,00%	29,42%	8,59%	5,30%	45,11%	33,13%	23,20%
Voorgespannen	99,27%	55,53%	32,56%	22,27%	78,20%	73,43%	68,82%
Vershil	0,73%	26,11%	23,97%	16,97%	33,09%	40,29%	45,62%

In tabel 48 wordt het overzicht weergegeven waarbij het werkgebied van een voorgespannen kolom wordt uitgedrukt ten opzichte van een gewapende kolom wanneer deze gelijk wordt gesteld aan 100%.

Tabel 48: globaal overzicht van het werkgebied van een voorgespannen kolom ten opzichte van een gewapende kolom.

	Mrd ZK	Mrd NS			Mrd NK		
$\varphi_{ef}$	NVT	0	1	2	0	1	2
Gewapend	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
Voorgespannen	99,27%	188,76%	379,09%	419,86%	173,34%	221,60%	296,61%

Tabel 48 geeft enkel de toename in werkgebied per methode en per kruipcoëfficiënt van een voorgespannen kolom weer ten opzichte van een gewapende kolom. De methoden onderling mogen niet worden vergeleken op basis van deze resultaten, want deze geven weer dat de methode gebaseerd op een nominale stijfheid gunstiger is dan de methode gebaseerd op de nominale kromming. Het tegendeel is eerder al besproken in paragraaf 7.1.4.

### 7.2.3 Bespreking van de resultaten door middel van een rekenvoorbeeld

In deze paragraaf wordt besproken of het al dan niet nuttig is om kolommen voor te spannen. Dit wordt onderzocht op basis van de randvoorwaarden beschreven in paragraaf 7.2.1 en door een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 te gebruiken.

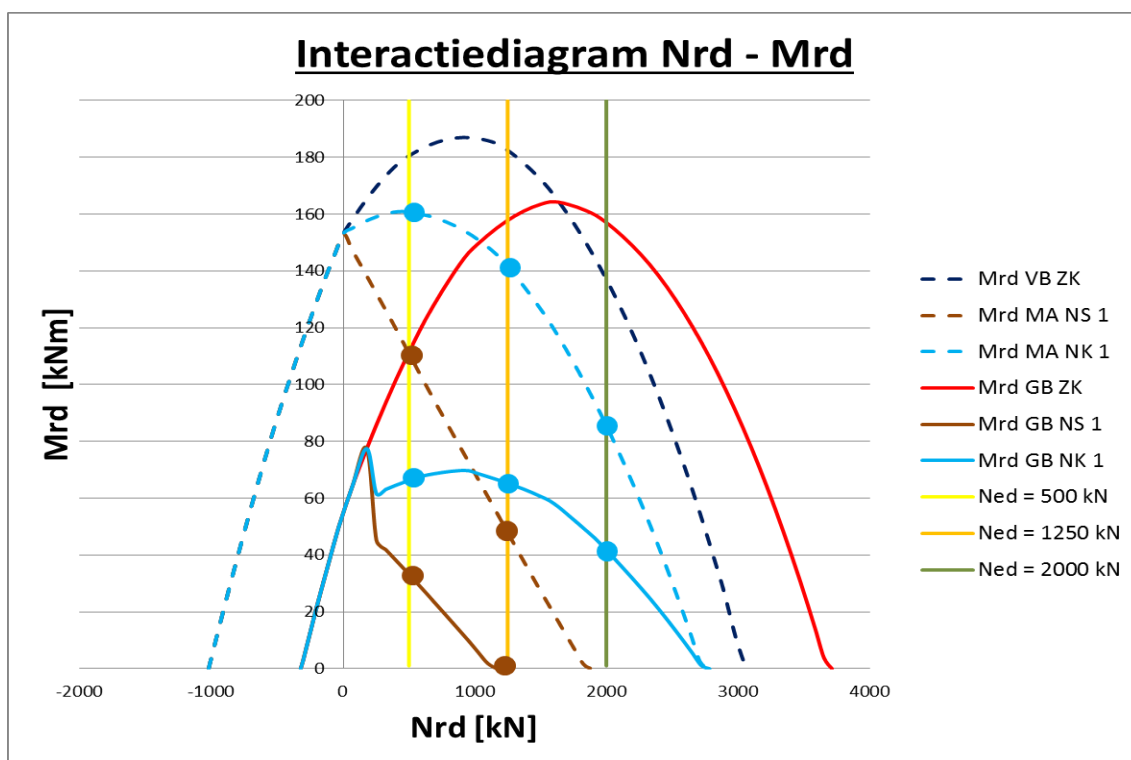
#### Vergelijking op basis van verschillende normaalkrachten

Het is geweten dat voorgespannen kolommen minder normaalkracht kunnen opnemen dan gewapende kolommen door de aangebrachte centrische voorspankracht. Daarom is de donkerblauwe curve (voorgespannen kolom) naar links verschoven ten opzichte van de rode curve (gewapende kolom). De reden waarom de toppen van de curven in figuur 60 niet op dezelfde  $M_{rd}$  waarde pieken, komt doordat het eerste-orde moment bij elke normaalkracht hetzelfde is. Bij de voorgespannen kolom ligt de top meer naar links, dus is het eerste-orde moment hier kleiner.

Tabel 49 geeft het maximaal sollicerend moment bij verschillende normaalkrachten weer voor gewapend en voorgespannen beton rekening houdend met het eerste- en tweede-orde moment voor beide berekeningsmethoden waarbij de diameter van de wapening berekend is op basis van de totale oppervlakte van de voorspanstrengen bij een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

*Tabel 49: overzicht van het maximaal sollicerend moment dat de kolom aankan bij verschillende normaalkrachten voor gewapend en voorgespannen beton rekening houdend met het eerste- en tweede-orde moment voor beide berekeningsmethoden bij een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.*

	Ned = 500 kN		Ned = 1250 kN		Ned = 2000 kN	
	Mrd NS	Mrd NK	Mrd NS	Mrd NK	Mrd NS	Mrd NK
GB	35	65	0	65	0	40
VB	110	160	50	140	0	85
Verschil	75	95	50	75	0	45



Figuur 60: overzicht van de interactiecurves voor gewapend en voorgespannen beton rekening houdend met knik bij een kruipcoëfficiënt gelijk aan 1.

Mrd VB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor voorgespannen beton
Mrd MA NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met aanpassing met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 voor voorgespannen beton
Mrd MA NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met aanpassingen met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 voor voorgespannen beton
Mrd GB ZK	weerstandbiedend moment zonder knik voor gewapend beton
Mrd GB NS 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 voor gewapend beton
Mrd GB NK 1	weerstandbiedend moment met knik via de methode gebaseerd op de nominale kromming met de kruipcoëfficiënt gelijk aan 1 voor gewapend beton
Ned = 500 kN	solliciterende normaalkracht van 500 kN
Ned = 1250 kN	solliciterende normaalkracht van 1250 kN
Ned = 2000 kN	solliciterende normaalkracht van 2000 kN

Wanneer er een solliciterende normaalkracht van 500 kN de kolom belast, kan zowel de gewapende als voorgespannen kolom nog uitwendig opgelegde momenten opnemen via beide berekeningsmethoden die knik in rekening brengen. Een toename van 75 kNm en 95 kNm in opneembaar moment is hier gerealiseerd door voor te spannen.

Bij een solliciterende normaalkracht van 1250 kN kan de gewapende kolom geen uitwendig solliciterende momenten meer opnemen wanneer er rekening wordt gehouden met knik via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid, wat wel kan via de methode gebaseerd op de nominale kromming, namelijk 65 kNm. Om bij deze solliciterende normaalkracht de kolom voor te spannen, blijkt er een toename van 50 tot 75 kNm mogelijk in uitwendige momentenopname, afhankelijk van de toegepaste berekeningsmethode.

Bij normaalkrachten hoger dan 2000 kN zal logischerwijs ook hier de methode gebaseerd op een nominale stijfheid niet meer kunnen worden toegepast bij de gewapende kolom. Ook hier kan nog wel een uitwendig opgelegd moment worden opgenomen van 40 kNm via de methode gebaseerd op de nominale kromming. Door het voorspannen kan via de methode gebaseerd op een nominale stijfheid bij deze normaalkracht geen uitwendig opgelegd moment meer worden opgenomen, wat wel kan via de methode gebaseerd op de nominale kromming, namelijk 85 kNm, wat overeenkomt met een toename van 45 kNm tegen opzichte van de gewapende kolom.

Bij geen uitwendig solliciterende momenten en normaalkrachten groter dan 3050 kN tot en met 3700 kN, zal de voorgespannen kolom niet meer voldoen.

### **Conclusie**

Uit dit rekenvoorbeeld is te concluderen dat des te kleiner de solliciterende normaalkrachten, des te voordeliger het is om kolommen voor te spannen.

De methode gebaseerd op een nominale stijfheid is enkel toepasbaar bij lage solliciterende normaalkrachten, maar deze methode kan waarschijnlijk nog verder geoptimaliseerd worden in verder onderzoek. Hieruit volgt dat wanneer knik in een voorgespannen kolom in rekening wordt gebracht, wat hier bij elke normaalkracht het geval is, de methode gebaseerd op de nominale kromming het meest economisch is.



## Bibliografie

- [1] Ergon NV. (2014, oktober 14). *Info over Ergon NV*. Opgehaald van Website van Ergon NV : <http://www.ergon.be>
- [2] Bureau voor Normalisatie. (2005). *NBN EN 1992-1-1: Eurocode 2: Ontwerp en berekening van betonconstructies - Deel 1-1: Algemene regels en regels voor gebouwen (+ AC:2008)*. Brussel: Bureau voor Normalisatie.
- [3] Devreese, H. (2007). *Invloed van knik bij het ontwerp van betonkolommen* (eindwerk). Oost-Vlaanderen: KaHo Sint-Lieven.
- [4] Sebastien, J. (2014). *Calcul des colonnes en béton armé* (eindwerk). Sint-Lambrechts-Woluwe: Haute Ecole Leonard De Vinci.
- [5] Lantsoght, E. (2008). *Evaluatie van de nieuwe inzichten over knik van kolommen in gewapend beton*. Brussel: VUB.
- [6] Wuyts, W. (2011). *Examenvragen gewapend en voorgespannen beton II*. PDF. p. 11. <http://burgiehulp.webs.com>. Geraadpleegd op 15/03/2015.
- [7] (2014). *2664: Dimensioneren van beton- en steenconstructies 1* [cursus]. Diepenbeek: U Hasselt.
- [8] Russel Hibbeler, C. (2010). *Dynamica*. 12<sup>de</sup> editie. Amsterdam: Pearson Benelux BV.



## **Bijlagen**

Bijlage 1: sterkte- en vervormingseigenschappen voor beton

Bijlage 2: bepaling van de kruipcoëfficiënt

Bijlage 3: de totale krimpverkorting

Bijlage 4: spanningsverliezen bij voorspanstaal

Bijlage 5: bepaling van de betonvulfactor

Bijlage 6: bepaling van de zwaartepunt factor van de betondrukresultante



## Bijlage 1: sterkte- en vervormingseigenschappen voor beton

	Sterkteklassen voor beton												Vergelijking/Verklaring	
	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70		80
$f_{ck}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
$f_{ck,cube}$ (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98
$f_{cm}$ (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0
$f_{ck,0.05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5
$f_{ck,0.95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6
$E_{cm}$ (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44
$\varepsilon_{c1}$ (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8
$\varepsilon_{cu1}$ (‰)	3,5												zie figuur 3.2 voor $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu1}^0 / f_{cm} = 2,8 + 27[(98 - f_{cm})/100]^4$	
$\varepsilon_{c2}$ (‰)	2,0												zie figuur 3.3 voor $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{c2}^0 / f_{cm} = 2,0 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0,53}$	
$\varepsilon_{cu2}$ (‰)	3,5												zie figuur 3.3 voor $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu2}^0 / f_{cm} = 2,6 + 35[(90 - f_{cp})/100]^4$	
$n$	2,0												voor $f_{ck} \geq 50$ MPa $n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4$	
$\varepsilon_{c3}$ (‰)	1,75												zie figuur 3.4 voor $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{c3}^0 / f_{cm} = 1,75 + 0,55[(f_{ck} - 50)/40]$	
$\varepsilon_{cu3}$ (‰)	3,5												zie figuur 3.4 voor $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu3}^0 / f_{cm} = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$	



## Bijlage 2: bepaling van de kruipcoëfficiënt

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 * \beta_c(t, t_0)$$

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} * \beta(f_{cm}) * \beta(t_0)$$

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1-RH/100}{0,1 * \sqrt[3]{h_0}} \quad \text{voor} \quad f_{cm} \leq 35 \text{ MPa}$$

$$\varphi_{RH} = \left[ 1 + \frac{1-RH/100}{0,1 * \sqrt[3]{h_0}} * \alpha_1 \right] * \alpha_2 \quad \text{voor} \quad f_{cm} > 35 \text{ MPa}$$

$$h_0 = \frac{2 * A_c}{u}$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}}$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0,1 + t_0^{0,20})}$$

$$\beta_c(t, t_0) = \left[ \frac{(t - t_0)}{(\beta_H + t - t_0)} \right]^{0,30}$$

$$\beta_H = 1,5 * [1 + (0,012 * RH)^{18}] * h_0 + 250 \leq 1500 \quad \text{voor} \quad f_{cm} \leq 35$$

$$\beta_H = 1,5 * [1 + (0,012 * RH)^{18}] * h_0 + 250 * \alpha_3 \leq 1500 * \alpha_3 \quad \text{voor} \quad f_{cm} \leq 35$$

$$\alpha_1 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} \quad \alpha_2 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} \quad \alpha_3 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5}$$

$$t_0 = t'_0 * \left( \frac{9}{2 + t'^{1,2}_0} \right)^\alpha$$

$$\alpha = -1 \quad \text{voor cement van klasse S (CEM 32,5 N);}$$

$$\alpha = 0 \quad \text{voor cement van klasse N (CEM 32,5 R en CEM 42,5 N);}$$

$$\alpha = 1 \quad \text{voor cement van klasse R (CEM 42,5 R, CEM 52,5 N en CEM 52,5 R).}$$

Om de eindwaarde van de kruipcoëfficiënt  $\varphi(\infty, t_0)$  te bepalen mag  $\beta_c(t, t_0)$  gelijk gesteld worden aan 1.

$\varphi(\infty, t_0)$	eindwaarde van de kruipcoëfficiënt;
$\varphi(t, t_0)$	kruipcoëfficiënt, voor de kruipvervorming tussen de tijdstippen $t$ en $t_0$ , gerelateerd aan de elastische vervorming op 28 dagen;
$\varphi_0$	theoretische kruipcoëfficiënt;
$\varphi_{RH}$	factor die rekening houdt met het effect van relatieve vochtigheid op de theoretische kruipcoëfficiënt;
$RH$	relatieve vochtigheid van de omgeving in %;
$h_0$	theoretische dikte van het element;
$A_c$	oppervlakte van de dwarsdoorsnede;
$u$	de omtrek van het element dat in aanraking komt met de buitenlucht;
$\beta(f_{cm})$	factor die rekening houdt met het effect van de betonsterkte op de theoretische kruipcoëfficiënt;
$f_{cm}$	gemiddelde druksterkte van het beton in MPa bij een ouderdom van 28 dagen;
$\beta(t_0)$	factor die rekening houdt met het effect van de ouderdom van het beton op het tijdstip van belasten op de theoretische kruipcoëfficiënt;
$\beta_c(t, t_0)$	coëfficiënt waarmee de ontwikkeling van de kruip in de tijd na belasting wordt beschreven;
$\beta_H$	coëfficiënt die afhangt van de relatieve vochtigheid en de theoretische dikte van het element;
$t$	de ouderdom van het beton in dagen op het beschouwde tijdstip;
$t_0$	de ouderdom in dagen van het beton bij belasten rekening houdend met de cementsoort;
$t'_0$	de ouderdom in dagen van het beton bij belasten;
$\alpha_{1/2/3}$	coëfficiënten waarmee de invloed van de betonsterkte in rekening is gebracht;
$\alpha$	macht die afhangt van de cementsoort.



### Bijlage 3: de totale krimpverkorting

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca}$$

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) * k_h * \varepsilon_{cd,0}$$

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0,04 * \sqrt{h_0^3}}$$

$h_0$	$k_h$
100	1,0
200	0,85
300	0,75
$\geq 500$	0,70

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 * \left[ (220 + 110 * \alpha_{ds1}) * e^{\left(-\alpha_{ds2} * \frac{f_{cm}}{f_{cmo}}\right)} \right] * 10^{-6} * \beta_{RH}$$

$$\beta_{RH} = 1,55 * \left[ 1 - \left(\frac{RH}{RH_0}\right)^3 \right]$$

- $\varepsilon_{cs}$  is de totale krimpverkorting;
- $\varepsilon_{cd}$  is de uitdrogingskrimpverkorting;
- $\varepsilon_{ca}$  is de autogene krimpverkorting;
- $k_h$  is een coëfficiënt die afhangt van de fictieve dikte  $h_0$ ;
- $t$  is de ouderdom in dagen van het beton op het beschouwde tijdstip;
- $t_s$  is de ouderdom in dagen van het beton aan het begin van de uitdrogingskrimp (of zwellings). Normaal is dit aan het einde van de nabehandeling.
- $h_0$  is de fictieve dikte van de dwarsdoorsnede =  $2 * A_c / u$ ;
- $A_c$  is de oppervlakte van de dwarsdoorsnede van beton;
- $u$  is de omtrek van dat deel van de dwarsdoorsnede dat is blootgesteld aan uitdroging;
- $f_{cm}$  is de gemiddelde druksterkte (MPa);
- $f_{cmo}$  = 10 MPa;
- $\alpha_{ds1}$  is een coëfficiënt die afhangt van de cementsoort;
- = 3 voor cement klasse S ();
- = 4 voor cement klasse N ();
- = 6 voor cement klasse R ();
- $\alpha_{ds2}$  is een coëfficiënt die afhangt van de cementsoort;
- = 0,13 voor cement klasse S ();
- = 0,12 voor cement klasse N ();
- = 0,11 voor cement klasse R ();
- $RH$  is de relatieve vochtigheid van de omgeving (%);
- $RH_0$  = 100 %.



## Bijlage 4: spanningsverliezen bij voorspanstaal

### Directe verliezen bij voorgerekt staal

Onder de directe verliezen bij voorgerekt staal dient men de volgende verliezen te beschouwen:

- Verlies ten gevolge van wrijving in de bochten. Aangezien bij kolommen de strengen in een rechte baan opgetrokken wordt, wordt er aan dit punt geen verdere aandacht geschonken;
- Verlies door intrekking van de wiggen in de verankering tijdens het spanproces;
- Verlies ten gevolge van de korte termijn relaxatie in het staal;
- Verlies ten gevolge van de elastische vervorming van het beton.

#### 1. Verlies door de verankering tijdens het spanproces

$$\Delta\sigma_p = \frac{\delta * E_p}{l}$$

Met:

$\Delta\sigma_p$	= spanningsverlies ten gevolge van slip;
$\delta$	= de indringing van de streng in de wig van de verankering;
$E_p$	= de elasticiteitsmodulus van het voorgespannen staal;
$l$	= de lengte van de getrokken streng.

#### 2. Spanningsrelaxatie

Het spanningsverlies ten gevolge van relaxatie wordt gegeven door:

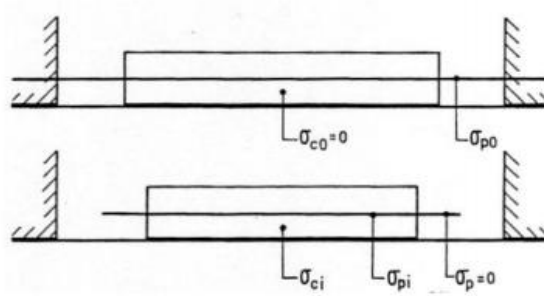
$$\Delta\sigma_{pr} = \left[ 0.66 * \rho_{1000} * e^{9.1 * \mu} * \left( \frac{t}{100} \right)^{0.75 * (1 - \mu)} * 10^{-5} \right] * \sigma_{pi}$$

Met:

$\Delta\sigma_{pr}$	= de spanningsverlies ten gevolge van relaxatie;
$\Delta\sigma_{pi}$	= de maximale trekspanning in de streng verminderd met het verlies in spanning tijdens het spanproces;
$t$	= de tijd (in uren) na het spannen;
$\mu$	= $\frac{\sigma_{pi}}{f_{pk}}$ ;
$\rho_{1000}$	= het relaxatieverlies in procent.

#### 3. Verlies door elastische verkorting van het beton

Voor het bepalen van de elastische verkorting van het beton, beschouwen we een element dat centrisc wordt voorgespannen zoals getekend op de onderstaande figuur:



In de constructiehal wordt het voorspanelement (strengen in dit geval) aangetrokken tot een spanning gelijk aan  $\sigma_{p0} = \frac{P_0}{A_p}$ . Daarna wordt het beton rond het panelement gestort en laat men deze uitharden tot er zich voldoende sterkte ontwikkeld heeft in de beton. Wanneer men dan het voorspanelement lossnijdt aan de beide zijdes, zal de staalspanning buiten het beton 0 worden. In het betonnen-element zijn er nu 2 verschillende spanningen: de spanning in het beton  $\sigma_{ci}$  en de spanning in het voorspanstaal  $\sigma_{pi}$ . De spanning in het beton is gelijk aan de voorspankracht min de directe verliezen gedeeld door de betonoppervlakte. Via deze spanning kan men dan de elastische verkorting van het beton berekenen:

$$\varepsilon_{ci} = \frac{\sigma_{ci}}{E_c} = \frac{F_{pi}}{A_c * E_c}$$

### Tijdsafhankelijke verliezen

Tijdsafhankelijke voorspanverliezen zorgen voor een spanningsafname in het voorspanstaal en moeten in rekening worden gebracht in de berekening.

- De afname van de rek die veroorzaakt wordt door de vervorming van het beton door krimp en kruip onder blijvende belastingen.
- De vermindering van de spanning in het voorspanstaal ten gevolge van de spanning bij trek. De relaxatie van het staal hangt af van de vervorming van het beton ten gevolge van krimp en kruip. Deze interactie kan in rekening worden gebracht door het toepassen van een reductiefactor 0,8.

Om deze tijdsafhankelijke verliezen te bepalen onder blijvende belasting op de locatie met abscis x, gaat als volgt:

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p * \Delta \sigma_{c+s+r} = A_p \frac{\varepsilon_{cs} * E_p + 0,8 * \Delta \sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} * \varphi(t, t_0) * \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} * \frac{A_p}{A_c} * \left(1 + \frac{A_c}{I_c} z_{cp}^2\right) * [1 + 0,8 * \varphi(t, t_0)]}$$

waarin:

- $\Delta \sigma_{c+s+r}$  is de absolute waarde van de spanningsverandering in de panelementen ten gevolge van kruip, krimp en relaxatie op de locatie met abscis x, op het tijdstip t;
- $\varepsilon_{cs}$  is de absolute waarde van de krimpvervorming, zie bijlage 3;
- $E_p$  is de elasticiteitsmodulus van het voorspanstaal, zie 2.2.1;
- $E_{cm}$  is de elasticiteitsmodulus van het beton, zie bijlage 1;

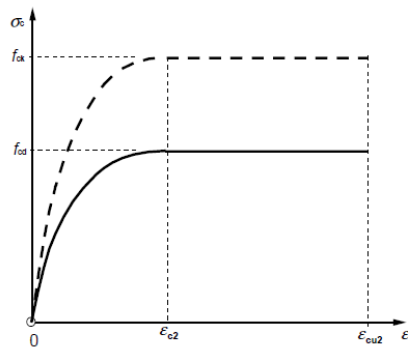
$\Delta\sigma_{pr}$	is de absolute waarde van de spanningsverandering in de spanelementen op de locatie met abscis $x$ , op tijdstip $t$ , ten gevolge van relaxatie van het voorspanstaal. Deze is bepaald bij een spanning $\sigma_p = \sigma_p(G + P_{m0} + \psi_2 Q)$ , waarbij $\sigma_p = \sigma_p(G + P_{m0} + \psi_2 Q)$ de aanvangsspanning is in de spanelementen ten gevolge van aanvangsvoorspanning en de quasi-blijvende belastingen.
$\varphi(t, t_0)$	is de kruipfactor op het tijdstip $t$ voor een belasting aangebracht op het tijdstip $t_0$
$\sigma_{c,QP}$	is de spanning in het beton ter hoogte van de spanelementen, ten gevolge van het eigen gewicht en de aanvangsvoorspanning en eventuele andere quasi-blijvende belastingen. De waarde van $\sigma_{c,QP}$ kan het effect zijn van een gedeelte van het eigen gewicht en de aanvangsvoorspanning of van de volledige quasi-blijvende belastingscombinatie ( $\sigma_p = \sigma_p(G + P_{m0} + \psi_2 Q)$ ), afhankelijk van de beschouwde bouwfase;
$A_p$	is de oppervlakte van de doorsnede van alle voorspanelementen op de locatie met abscis $x$ ;
$A_c$	is de oppervlakte van de betondoorsnede;
$I_c$	is het kwadratisch oppervlaktemoment van de betondoorsnede;
$z_{cp}$	is de afstand tussen het zwaartepunt van de betondoorsnede en de spanelementen.

Drukspanningen en de bijhorende rekken, toegepast in formule XXX, moeten worden toegepast met een positief teken.

Bovenstaande formule is van toepassing op spanelementen met aanhechting indien plaatselijke waarden van de spanningen zijn gebruikt en voor spanelementen zonder aanhechting wanneer gemiddelde waarden voor de spanningen zijn gebruikt. De gemiddelde waarden behoren bij inwendige spanelementen te zijn berekend langs de volledige kabellengte en bij uitwendige spanelementen voor rechte segmenten begrensd door de geïdealiseerde afbuigpunten.



## Bijlage 5: bepaling van de betonvulfactor



Gebied 1b -  $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$

$$\psi = \frac{\int_0^{\varepsilon_c} \left(1 - \left(1 - \frac{y}{\varepsilon_{c2}}\right)^n\right) dy}{\varepsilon_c}$$

Gebied 1b -  $\varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}$

$$\psi = \frac{\int_0^{\varepsilon_{c2}} \left(1 - \left(1 - \frac{y}{\varepsilon_{c2}}\right)^n\right) dy + \int_{\varepsilon_{c2}}^{\varepsilon_c} 1 dy}{\varepsilon_c}$$

Gebied 2a en 2b -  $0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud}$

$$\psi = \frac{\int_0^{\varepsilon_{c2}} \left(1 - \left(1 - \frac{y}{\varepsilon_{c2}}\right)^n\right) dy + \int_{\varepsilon_{c2}}^{\varepsilon_{cu2}} 1 dy}{\varepsilon_{cu}}$$

Gebied 3

$$\psi = \frac{\int_{\varepsilon_{c\_onder}}^{\varepsilon_{c2}} \left(1 - \left(1 - \frac{y}{\varepsilon_{c2}}\right)^n\right) dy + \int_{\varepsilon_{c2}}^{\varepsilon_{c\_boven}} 1 dy}{\varepsilon_{c\_boven} - \varepsilon_{c\_onder}}$$





## Bijlage 6: bepaling van de zwaartepunt factor van de betondrukresultante

Voor  $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$  wordt  $\sigma_c$  gegeven door:

$$\sigma_c = f_{cd} \left( 1 - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right)$$

Indien  $\varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}$  wordt  $\sigma_c$  gelijkgesteld aan  $f_{cd}$ :

$$\sigma_c = f_{cd} * 1$$

De waarden van  $\varepsilon_{c2}$  en  $\varepsilon_{cu2}$  kunnen voor elke betonklasse worden teruggevonden in bijlage 1.

$$f_1(x) = \left( 1 - \left( 1 - \frac{x}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right)$$

$$f_2(x) = 1$$

De algemene formule uit de algebra om het zwaartepunt te berekenen wordt gegeven door:

$$x_z = \frac{1}{A} \iint_G x \, dA$$

De term  $\frac{1}{A}$  kan eenvoudig worden bepaald door integratie toe te passen:

$$\begin{aligned} \frac{1}{A} &= \frac{1}{\int_0^{\varepsilon_{c2}} \left( 1 - \left( 1 - \frac{x}{\varepsilon_{c2}} \right)^n dx + \int_{\varepsilon_{c2}}^{\varepsilon_{cu2}} 1 dx} \\ \frac{1}{A} &= \frac{1}{\left[ x - \left( 1 - \frac{x}{\varepsilon_{c2}} \right)^n * \left( -\frac{x}{-n-1} - \frac{\varepsilon_{c2}}{n+1} \right) \right]_0^{\varepsilon_{c2}} + [x]_{\varepsilon_{c2}}^{\varepsilon_{cu2}}} \\ \frac{1}{A} &= \frac{1}{\varepsilon_{cu2} - \frac{\varepsilon_{c2}}{n+1}} \end{aligned}$$

De term  $\iint_G x \, dA$  wordt als volgt bepaald:

$$\begin{aligned} \iint_G x \, dA &= \iint_G x \, dy \, dx \\ \iint_G x \, dy \, dx &= \underbrace{\int_0^{\varepsilon_{c2}} \left( \int_0^{f_1(x)} x \, dy \right) dx}_1 + \underbrace{\int_{\varepsilon_{c2}}^{\varepsilon_{cu2}} \left( \int_0^{f_2(x)} x \, dy \right) dx}_2 \end{aligned}$$

Eerst bepalen we deel 1:

$$\int_0^{\varepsilon_{c2}} \left( \int_0^{f_1(x)} x \, dy \right) dx$$

$$\int_0^{f_1(x)} x dy = [xy]_0^{f_1(x)} = x (f_1(x) - 0) = x f_1(x) = x \left[ 1 - \left( 1 - \frac{x}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right]$$

$$\int_0^{\varepsilon_{c2}} \left( x * \left[ 1 - \left( 1 - \frac{x}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \right) dx$$

$$\int_0^{\varepsilon_{c2}} \left( x - x \left( 1 - \frac{x}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right) dx = \underbrace{\int_0^{\varepsilon_{c2}} x dx}_{1.1} - \underbrace{\int_0^{\varepsilon_{c2}} \left( x \left( 1 - \frac{x}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right) dx}_{1.2}$$

Om deel 1.2 op te lossen moet er substitutie worden toegepast zodat:

$$t = 1 - \frac{x}{\varepsilon_{c2}} \Rightarrow x = \varepsilon_{c2} * (1 - t)$$

waaruit volgt dat:

$$dt = \frac{-1}{\varepsilon_{c2}} dx \Rightarrow dx = -\varepsilon_{c2} dt$$

De nieuwe integratiegrenzen worden nu:

$$x = 0 \Rightarrow t = 1 - \frac{0}{\varepsilon_{c2}} = 1$$

$$x = \varepsilon_{c2} \Rightarrow t = 1 - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{c2}} = 0$$

Als we x, dx en de nieuwe integratiegrenzen substitueren, bekomen we:

$$\int_0^{\varepsilon_{c2}} \left( x \left( 1 - \frac{x}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right) dx = \int_1^0 ((\varepsilon_{c2}(1-t))(t)^n) (-\varepsilon_{c2} dt) = -\varepsilon_{c2}^2 \int_1^0 (1-t) t^n dt$$

$$= -\varepsilon_{c2}^2 \int_1^0 (t^n - t^{n+1}) dt = -\varepsilon_{c2}^2 \left[ \frac{t^{n+1}}{n+1} - \frac{t^{n+2}}{n+2} \right]_1^0$$

$$-\varepsilon_{c2}^2 \left[ \frac{t^{n+1}}{n+1} - \frac{t^{n+2}}{n+2} \right]_1^0 = -\varepsilon_{c2}^2 \left[ \left( \frac{0^{n+1}}{n+1} - \frac{0^{n+2}}{n+2} \right) - \left( \frac{1^{n+1}}{n+1} - \frac{1^{n+2}}{n+2} \right) \right] = -\varepsilon_{c2}^2 \left[ \frac{1^{n+2}}{n+2} - \frac{1^{n+1}}{n+1} \right]$$

$$= -\varepsilon_{c2}^2 \left[ \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1} \right] = -\varepsilon_{c2}^2 \left[ \frac{(n+1) - (n+2)}{(n+2)(n+1)} \right] = \left[ \frac{\varepsilon_{c2}^2}{(n+2)(n+1)} \right]$$

Vervolgens bepalen we deel 2:

$$\int_{\varepsilon_{c2}}^{\varepsilon_{cu}} \left( \int_0^{f_2(x)} x dy \right) dx$$

$$\int_0^{f_2(x)} x dy = [xy]_0^{f_2(x)} = x (f_2(x) - 0) = x f_2(x) = x$$

$$\int_{\varepsilon_{c2}}^{\varepsilon_{cu}} x dx = \left[ \frac{x^2}{2} \right]_{\varepsilon_{c2}}^{\varepsilon_{cu}} = \left[ \frac{\varepsilon_{cu}^2}{2} - \frac{\varepsilon_{c2}^2}{2} \right]$$

Uiteindelijk voegen we deel 1 en deel 2 weer samen zodat:

$$\iint_G x \, dy \, dx = \underbrace{\left[ \frac{\varepsilon_{c2}^2}{(n+2)(n+1)} \right]}_1 + \underbrace{\left[ \frac{\varepsilon_{cu}^2}{2} - \frac{\varepsilon_{c2}^2}{2} \right]}_2$$

De x-coördinaat van het zwaartepunt is gelijk aan:

$$x_z = \frac{1}{\varepsilon_{cu2} - \frac{\varepsilon_{c2}}{n+1}} * \left[ \left( \frac{\varepsilon_{c2}^2}{(n+2)(n+1)} \right) + \left( \frac{\varepsilon_{cu}^2}{2} - \frac{\varepsilon_{c2}^2}{2} \right) \right]$$

Om de hefboomsarm langs de bovenste gedrukte vezel te weten moeten we enkel volgende stap nog uitvoeren:

$$\delta_g = 1 - \frac{x_z}{\varepsilon_{cu2}}$$

# Auteursrechtelijke overeenkomst

Ik/wij verlenen het wereldwijde auteursrecht voor de ingediende eindverhandeling:

**Berekeningsmethoden voor knik in betonnen elementen: vergelijkende studie en in rekening brengen van voorspanning**

Richting: **master in de industriële wetenschappen: bouwkunde**

Jaar: **2015**

in alle mogelijke mediaformaten, - bestaande en in de toekomst te ontwikkelen - , aan de Universiteit Hasselt.

Niet tegenstaand deze toekenning van het auteursrecht aan de Universiteit Hasselt behoud ik als auteur het recht om de eindverhandeling, - in zijn geheel of gedeeltelijk -, vrij te reproduceren, (her)publiceren of distribueren zonder de toelating te moeten verkrijgen van de Universiteit Hasselt.

Ik bevestig dat de eindverhandeling mijn origineel werk is, en dat ik het recht heb om de rechten te verlenen die in deze overeenkomst worden beschreven. Ik verklaar tevens dat de eindverhandeling, naar mijn weten, het auteursrecht van anderen niet overtreedt.

Ik verklaar tevens dat ik voor het materiaal in de eindverhandeling dat beschermd wordt door het auteursrecht, de nodige toelatingen heb verkregen zodat ik deze ook aan de Universiteit Hasselt kan overdragen en dat dit duidelijk in de tekst en inhoud van de eindverhandeling werd genotificeerd.

Universiteit Hasselt zal mij als auteur(s) van de eindverhandeling identificeren en zal geen wijzigingen aanbrengen aan de eindverhandeling, uitgezonderd deze toegelaten door deze overeenkomst.

Voor akkoord,

**Lommelen, Jo**

**Molenberghs, Michiel**

Datum: **1/06/2015**