

2015•2016
FACULTEIT INDUSTRIËLE INGENIEURSWETENSCHAPPEN
master in de industriële wetenschappen: bouwkunde

Masterproef

Maatgevendheid van de gebruiksgrenstoestand bij enkelvoudig gewapende betonconstructies

Promotor :
Prof. ir. Pieter BAEKELAND

Promotor :
dr.ir. PETER BUFFEL

Arno Janssen , Laurens Schelfhout

Scriptie ingediend tot het behalen van de graad van master in de industriële wetenschappen: bouwkunde

Gezamenlijke opleiding Universiteit Hasselt en KU Leuven

2015•2016
Faculteit Industriële
ingenieurswetenschappen
master in de industriële wetenschappen: bouwkunde

Masterproef

Maatgevendheid van de gebruiksgrenstoestand bij
enkelvoudig gewapende betonconstructies

Promotor :
Prof. ir. Pieter BAEKELAND

Promotor :
dr.ir. PETER BUFFEL

Arno Janssen , Laurens Schelfhout

*Scriptie ingediend tot het behalen van de graad van master in de industriële
wetenschappen: bouwkunde*

Woord vooraf

Deze scriptie is opgesteld en ingediend tot het behalen van een diploma industrieel ingenieur bouwkunde. De keuze voor dit onderwerp werd gemaakt op basis van onze gemeenschappelijke interesse in de betonindustrie. Ook hebben we reeds goede ervaringen met het berekenen en dimensioneren van betonconstructies. Bovendien hopen we dat deze masterthesis een bijdrage kan leveren aan studiebureau Technum die ons in contact bracht met dit onderwerp.

Graag bedanken we prof. ir. Pieter Baekeland, onze interne promotor, voor zijn begeleiding en diepgang in dit vakgebied. Zonder zijn colleges en input in deze thesis zou het uiteindelijke resultaat niet zijn bereikt. Ook willen we graag dr. ir. Peter Buffel, onze externe promotor van studiebureau Technum, bedanken voor zijn steun en input in deze masterthesis. Zijn visie in het onderwerp heeft ons leren omgaan met bepaalde moeilijke situaties. Dankzij het inzicht en steun van beide personen kon deze thesis met een schitterende samenwerking worden afgesloten. Tot slot bedanken we graag familie en vrienden voor hun steun.

Inhoudsopgave

| | |
|---|----|
| Inhoudsopgave | 3 |
| Tabellenlijst | 5 |
| Figurenlijst | 6 |
| Symbolenlijst | 7 |
| Abstract | 10 |
| Abstract in English | 11 |
| 1 Inleiding | 13 |
| 1.1 Probleemstelling | 13 |
| 1.2 Doelstelling..... | 13 |
| 1.3 Literatuur..... | 14 |
| 1.4 Aannames..... | 14 |
| 2 De staal- en betondrukspanning | 15 |
| 2.1 Maatgevendheid van de betondrukspanning | 15 |
| 2.2 Maatgevendheid van de staalspanning | 21 |
| 2.3 Rekenvoorbeeld | 24 |
| 2.3.1 Met behulp van de huidige rekenwijze | 24 |
| 2.3.2 Controleberekening m.b.v. grafische benadering..... | 25 |
| 3 De scheurwijdte | 27 |
| 3.1 Beperking van de scheurwijdte zonder directe berekening | 27 |
| 3.2 Directe berekening van de scheurwijdte | 29 |
| 3.3 Maatgevendheid van de scheurwijdte..... | 31 |
| 3.4 Maximale staafdiameter | 36 |
| 3.5 Rekenvoorbeeld | 38 |
| 3.5.1 Zonder directe berekening volgens NBN-EN 1992-1-1 | 38 |
| 3.5.2 <i>Met behulp van de uitgebreide berekening</i> | 39 |
| 3.5.3 Met behulp van de maatgevendheid-formule | 40 |
| 3.5.4 Met behulp van de maximale staafdiameter | 40 |
| 3.5.5 Conclusie | 41 |
| 4 Doorbuiging | 43 |
| 4.1 Vereenvoudigde methodes..... | 43 |
| 4.1.1 Beperken van de doorbuiging zonder berekening..... | 43 |
| 4.1.2 Lineair elastische berekening..... | 45 |
| 4.2 Directe berekening van de doorbuiging..... | 46 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 4.3 | Maatgevendheid van de doorbuiging | 47 |
| 4.4 | Rekenvoorbeeld | 54 |
| 4.4.1 | Zonder berekening | 54 |
| 4.4.2 | Met de uitgebreide berekening | 55 |
| 4.4.3 | Met behulp van de alternatieve methode | 56 |
| 5 | Samenvatting | 57 |
| 5.1 | Spanningen | 57 |
| 5.2 | Scheurwijdte | 58 |
| 5.3 | Doorbuiging | 59 |
| 6 | Besluit | 61 |
| | Bibliografie | 63 |
| | Bijlage | 65 |
| | Bijlage 1: Controle van de spanningen in GGT | 65 |
| | Bijlage 2: Bepaling van de scheurelasticiteit voor balken en platen waarvoor $d/h > 0,8$ | 68 |

Tabellenlijst

| | |
|---|----|
| Tabel 1: Gegevens formule spanningen | 19 |
| Tabel 2: Tabel 7.2N-Maximale staafdiameters voor scheurbeheersing | 27 |
| Tabel 3: Tabel 7.3N-Maximale staafafstand voor scheurbeperving | 28 |
| Tabel 4: Conclusie rekenvoorbeeld scheurwijdte | 41 |
| Tabel 5: Tabel 7.4N (NBN EN 1992-1-1:2005)..... | 44 |

Figurenlijst

| | |
|---|----|
| Figuur 1: Gereduceerd moment i.f.v. mechanisch wapeningspercentage in UGT..... | 16 |
| Figuur 2: Gereduceerd moment GGT-K i.f.v. mechanisch wapeningspercentage..... | 16 |
| Figuur 3: Gereduceerd moment GGT-K i.f.v. geometrisch wapeningspercentage..... | 17 |
| Figuur 4: Betondrukspanning GGT-K..... | 19 |
| Figuur 5: Betondrukspanning GGT-F..... | 20 |
| Figuur 6: Betondrukspanning GGT-Q..... | 20 |
| Figuur 7: Staalspanning in GGT-K..... | 22 |
| Figuur 8: De maatgevendheid van de staal- en betondrukspanning in GGT-Q voor $\alpha = 15$, BE500..... | 23 |
| Figuur 9: Controle rekenvoorbeeld..... | 26 |
| Figuur 10: Verhouding tussen z/d en ρ voor $\alpha = 15$ | 31 |
| Figuur 11 Bepaling van de maatgevende term ter berekening van de hoogte van de gescheurde zone..... | 32 |
| Figuur 12: Verband Scheurwijdte per diameter voor betonklasse C30/37, $c = 30\text{mm}$ | 34 |
| Figuur 13: Maximale scheurelasticiteit - geometrisch wapeningspercentage voor binnenomgeving..... | 37 |
| Figuur 14: Slankheid in functie van het wapeningspercentage voor verschillende betonkwaliteiten (WTCB)..... | 45 |
| Figuur 15: Gereduceerd traagheidsmoment in functie van gereduceerd moment in GGT-Q voor verschillende balken met eenzelfde wapeningspercentage en kruipfactor..... | 48 |
| Figuur 16: Bepaling van het kritisch gereduceerd moment..... | 49 |
| Figuur 17: Gereduceerd traagheidsmoment van een ongescheurde sectie..... | 50 |
| Figuur 18: Scheurtoestand van een element..... | 51 |
| Figuur 19: Bepaling van het gereduceerde traagheidsmoment voor een volledig gescheurd element..... | 52 |
| Figuur 20: Controle van de puntenwolk met behulp van opgestelde formules..... | 53 |
| Figuur 21: Maximaal gereduceerd moment in functie van ρ in GGT-K..... | 57 |
| Figuur 22: Maximaal gereduceerd moment in functie van ρ in GGT-F..... | 57 |
| Figuur 23: Maximaal gereduceerd moment in functie van ρ in GGT-Q..... | 58 |
| Figuur 24: Scheurtoestand van een element..... | 60 |
| Figuur 25: Controle van de staal- en betondrukspanning in GGT-K..... | 65 |
| Figuur 26: Controle van de staal- en betondrukspanning in GGT-F..... | 66 |
| Figuur 27: Controle van de staal- en betondrukspanning in GGT-Q..... | 67 |
| Figuur 28: Controle scheurelasticiteit voor omgevingsklassen EE1, EA1, EA2 en EA3..... | 68 |
| Figuur 29: Controle scheurelasticiteit voor omgevingsklasse EE2..... | 68 |
| Figuur 30: Controle scheurelasticiteit voor omgevingsklasse EE3..... | 69 |
| Figuur 31: Controle scheurelasticiteit voor omgevingsklassen EE4 en ES4..... | 69 |
| Figuur 32: Controle scheurelasticiteit voor omgevingsklassen ES1 en ES3..... | 70 |
| Figuur 33: Controle scheurelasticiteit voor omgevingsklasse ES2..... | 70 |

Symbolenlijst

| | |
|---------------|--|
| μ | Gereduceerd moment |
| $1/\rho$ | Kromming |
| γ | Veiligheidscoëfficiënt |
| A_s | Wapeningsoppervlakte |
| $A_{s,prov}$ | Beschouwde of aanwezige wapening |
| $A_{s,req}$ | Vereiste wapening |
| b | Breedte |
| c | Betondekking |
| d | Nuttige hoogte |
| E_c | Elasticiteitsmodulus beton |
| E_s | Elasticiteitsmodulus staal |
| E_{sr} | Scheurelasticiteit |
| F | Doorbuiging |
| f_{cd} | Rekenwaarde betonsterkte |
| f_{ck} | Karakteristieke betonsterkte |
| $f_{ct,eff}$ | Effectieve betonsterkte |
| f_{ctm} | maximale betonsterkte |
| f_{yd} | Rekenwaarde staalsterkte |
| f_{yk} | Karakteristieke staalsterkte |
| h | Hoogte |
| $h_{c,eff}$ | Hoogte van de gescheurde zone |
| h_{cr} | De kritische hoogte |
| I_{n-f} | Inertie van de niet-gescheurde sectie |
| K | Coëfficiënt voor verschillende constructieve systemen |
| k_1 | Aanheftingscoëfficiënt |
| k_2 | Coëfficiënt voor de rekverdeling |
| k_3 | Coëfficiënt voor de wapeningsverhouding |
| k_4 | Coëfficiënt voor de wapeningsverhouding |
| k_c | Integreerfactor die de belastingswijze in rekening brengt |
| k_t | Integreerfactor om de gemiddelde staalrek te bepalen uit de staalrek in de scheur. |
| κ | Gereduceerd traagheidsmoment |
| κ_1 | Gereduceerd traagheidsmoment van ongescheurde sectie |
| κ_2 | Gereduceerd traagheidsmoment van volledig gescheurde sectie |
| χ | Amplificatiefactor voor niet volledig gescheurde secties |
| I_{dl} | Referentie traagheidsmoment |
| I_{eff} | Effectief traagheidsmoment |
| L | Overspanning |
| l/d | Slankheid |
| M | Optredend buigmoment |
| q | Verdeelde belasting |
| $s_{r,max}$ | Maximale scheurafstand |
| w | Scheurwijdte |
| x | De grootte van de betondrukzone |
| z | De interne hefboomsarm |
| α | De kruipfactor |
| α_e | Verhouding tussen elasticiteitsmoduli van staal en beton |
| β | Coëfficiënt voor belastingsduur en vermoeidheidseffecten |
| γ | Veiligheidsfactor op de betonsterkte |
| δ | Maximale doorbuiging |
| δ_c | Doorbuiging voor een volledig gescheurde sectie |
| δ_{nc} | Doorbuiging voor een niet-gescheurde sectie |

| | |
|-----------------|---|
| ϵ_{cm} | Gemiddelde betonrek |
| ϵ_{sm} | Gemiddelde staalrek |
| ξ | De verhouding van de betondrukhoogte ten opzichte van de nuttige hoogte |
| ζ | Verdelingscoëfficiënt aandeel gescheurde sectie |
| ρ | Geometrisch wapeningspercentage |
| ρ' | Minimumwapening van de drukwapening |
| ρ_0 | Referentiewaarde voor de wapeningsverhouding |
| $\rho_{p,eff}$ | Geometrisch wapeningspercentage in de trekzone |
| σ_c | Betonspanning |
| σ_s | Staalspanning |
| $\sigma_{s,r}$ | Trekspanning in de wapening voor een gescheurde doorsnede |
| σ_{ts} | Tension stiffening |
| ϕ_{eq} | Equivalentestaafdiameter |
| ϕ_s | Staafdiameter |
| ω | Mechanisch wapeningspercentage |
| ω_t | Verhouding tussen trekcapaciteit staal en beton |

Abstract

Controles in de gebruiksgrenstoestand van een element in gewapend beton zijn tijdrovend en niet altijd maatgevend. Om deze reden worden deze controles dan ook vaak achterwege gelaten, met alle gevolgen. Het doel van deze masterproef is om op een eenvoudige manier te achterhalen in welke situaties de berekening in de gebruiksgrenstoestand achterwege gelaten kan worden.

Om dergelijke methode te achterhalen wordt dit onderzoek onderverdeeld in drie onderdelen: het controleren van de beton- en staalspanning, de scheurwijdte en de doorbuiging. Op basis van de reeds gekende berekeningen worden vervolgens benaderingen en herformuleringen uitgevoerd. Met behulp van nieuwe parameters wordt dan het gedrag van deze onderdelen onderzocht op zowel grafische als analytische wijze. Tot slot worden deze technieken vergeleken met de uitgebreide berekeningen door middel van controleberekeningen.

Ons onderzoek toont aan dat het gebruik van uitgebreide berekeningen in vele gevallen vermeden kan worden. Met behulp van grafische voorstellingen en eenvoudige formules kan men snel en eenvoudig de gebruiksgrenstoestand controleren. Deze ontwikkelde methodes zijn gebruiksvriendelijk en beknopt zodat dit resulteert in een tijdsbesparingen dus in een economische meerwaarde. Bovendien zal hierdoor de controle in de gebruiksgrenstoestand vaker gebeuren.

Abstract in English

Supervision of the serviceability limit state of an element in reinforced concrete is time-consuming and does not always prevail. For this reason, these controls are often left behind, with all the consequences. Therefore, the purpose of this master's thesis is to determine, in a simple way, in which situations the calculation in the serviceability limit state may be omitted.

In order to investigate such a method this study is divided into three parts: the determination of the concrete and steel stress, crack width and deflection. Approaches and reformulations are then conducted on the basis of the already known calculations. Aided by new parameters, the behaviors of these parts are then examined in both graphical and analytical manner. Finally, these techniques are compared to the detailed calculations by means of verification.

This research shows that the use of extensive calculations can be avoided in many cases. Using graphics and simple formulas the serviceability limit state can be checked quickly and easily. The developed methods are user friendly and concise, this results in a time-saving and thus economic value. In addition, the supervision of the serviceability limit state will occur more frequently.

1 Inleiding

Bij het ontwerpen van betonconstructies zijn er volgens Eurocode 2, twee controles die uitgevoerd moeten worden. In de meeste gevallen wordt het betonelement eerst gedimensioneerd volgens de uiterste grenstoestand en daarna gecontroleerd in de gebruiksgrenstoestand. Wanneer er nu gekeken wordt naar de criteria voor het ontwerpen, dimensioneren en uitvoeren van betonconstructies, merkt men dat de zogenaamde criteria van de gebruiksgrenstoestand alsmaar maatgevender worden ten opzichte van de uiterste grenstoestand. Dit is een gevolg van de alsmaar slanker wordende constructies. [1]

1.1 Probleemstelling

Omdat er voor ieder betonelement een dubbele berekening moet uitgevoerd worden, gaat dit gepaard met een groot tijdverlies. Aangezien de huidige economie draait om het principe 'time is money' is het hier aangewezen een manier te vinden waarmee men vooraf kan bepalen welke grenstoestand maatgevend zal zijn voor een bepaald betonelement. Om deze reden luidt onze onderzoeksvraag als volgt:

“Onder welke omstandigheden is de gebruiksgrenstoestand maatgevend ten opzichte van de uiterste grenstoestand, in geval van enkelvoudig gewapende betonelementen onder zuivere buiging?”

Om hier een antwoord op te vinden, wordt er een theoretisch onderzoek verricht waarbij meerdere elementen worden gedimensioneerd met behulp van de gedetailleerde berekeningswijze. Uit deze data worden dan verbanden gezocht waarbij men vooraf kan zeggen welke grenstoestand maatgevend zal zijn. Naast het creëren van data, wordt er ook telkens een verband gezocht met behulp van de reeds gekende formules. Deze laatste methode is echter niet voor alle onderdelen van dit onderzoek mogelijk. Wanneer dit onderzoek tot een geslaagd resultaat gebracht wordt, kan dit zorgen voor een reductie van de nodige ontwerptijd van betonconstructies waardoor dit een winstgevende methode kan zijn. Bovendien kan dit ervoor zorgen dat de controles in de gebruiksgrenstoestand vaker uitgevoerd zullen worden wanneer ze nodig zijn.

Het onderzoek kan dus enkel slagen wanneer er een verband of meerdere verbanden gevonden worden die de mogelijkheid bieden een methode te creëren of een grens te bepalen. Om een overzichtelijk onderzoek te kunnen voeren, zal dit opgedeeld worden in drie onderdelen. Als eerste zal de betondrukspanning en staalspanning worden onderzocht op verbanden tussen logische en bruikbare parameters in alle drie de gebruiksgrenstoelstanden. Ten tweede wordt hetzelfde gedaan voor de scheurwijdte, deze zal in praktijk immers vaak maatgevend zijn. Tot slot zal de doorbuiging worden onderzocht.

1.2 Doelstelling

De doelstelling van deze masterproef is een oplossing te vinden voor het eerder besproken probleem binnen studie bureaus. Aangezien deze studie heel breed uitgevoerd kan worden, zijn er een aantal doelstellingen opgesteld om de studie niet te uitgebreid te maken en zo binnen de tijdsperiode van deze masterthesis te blijven.

Volgende doelstellingen werden opgesteld om een tot een goed resultaat te komen:

- a. Met behulp van eenvoudige formules, tabellen of grafieken moet het mogelijk zijn om op een snelle manier te controleren of de criteria van gebruiksgrenstoestand al dan niet voldoen. Hiervoor mogen nieuwe parameters onderzocht worden die deze controles mogelijk maken.

- b. Bovendien dienen er voldoende controles te gebeuren met behulp van rekenmodellen. Indien er mogelijke verbanden gevonden worden, moeten deze gebruiksvriendelijk zijn en de lezer voldoende verwittigen van de voorwaarden tot gebruik van dit verband.

1.3 Literatuur

Er is nooit eerder onderzoek verricht naar de maatgevendheid van een bepaalde grenstoestand. Dit maakt dat een aparte literatuurstudie overbodig is. Er worden in Eurocode 2 echter wel benaderingen opgesteld waardoor uitgebreide berekeningen mogelijks uitgesloten kunnen worden. Aangezien deze berekeningen specifiek per onderdeel beschreven zijn, worden ze bij elk hoofdstuk apart besproken.

1.4 Aannames

Betonelementen worden beïnvloed door meerdere factoren. Daarom is het belangrijk om bepaalde aannames te maken om de complexiteit van de berekeningen te kunnen verminderen en zo duidelijkere verbanden te vinden.

De meest gebruikte betonelementen in de bouwwereld zijn enkelvoudig gewapend. Hiernaast worden vaak ook dubbel gewapende balken gebruikt. Dubbele wapening heeft echter in veel gevallen weinig nut. Wanneer dit wordt toegepast, is de betondrukspanning in de gebruiksgrenstoestand vaak veel te groot. Om de betondrukspanning onder controle te houden, zou in dergelijke gevallen een grote hoeveelheid trekwapening geplaatst moeten worden wat niet economisch verantwoord is. De oorzaak van de dubbele wapening kan dus bijgevolg ook verholpen worden door de balk bijvoorbeeld hoger te maken of te kiezen voor een andere betonkwaliteit. Om deze reden, en omwille van de complexiteit van de berekeningen, zal deze masterthesis zich enkel richten op enkelvoudig gewapende balken.

Wanneer een balk zodanig belast wordt dat er enkel een buigmoment in de balk moet opgenomen worden, spreekt men van zuivere buiging. Dit is een tweede aanname die gemaakt wordt in dit onderzoek om de complexiteit van de berekeningen te verminderen. Dit onderzoek kan echter verder gezet worden door een normaalkracht op het element te beschouwen. Vaak is dit het geval bij voor- of nagespannen elementen of bij kolommen. De elementen in deze masterthesis zijn dus uitsluitend enkelvoudig gewapend en belast onder zuivere buiging.

Verder zijn er nog een aantal praktische aannames in acht genomen. Ten eerste wordt de beugeldiameter overal aangenomen als 8mm. De reden hiervoor is simpel: in praktijk wordt meestal 8mm gebruikt. Wanneer deze diameter verhoogd zou worden, zou dit een verwaarloosbare invloed hebben op de resultaten met uitzondering van de scheurwijdte. Vandaar dat wij geopteerd hebben om de beugeldiameter op 8mm te houden. Voor deze uitzondering zal er een gebruikseis worden opgesteld. Een tweede belangrijke aanname wordt gemaakt voor de waarden van de kruipfactor α . Voor de waarden van deze parameter wordt beroep gedaan op de praktische waarden van 6 voor belastingen van korte duur (GGT-K en F) en een waarde van 15 voor quasi-permanente belastingscombinaties (GGT-Q). Individuele aannames die gemaakt worden voor het opstellen van tabellen, figuren of vergelijkingen worden steeds in voetnoot vermeld.

2 De staal- en betondrukspanning

Een spanningscontrole is noodzakelijk vanwege de mogelijk ongewenste effecten wanneer de spanningen in de materialen te hoog zijn. Wanneer de betondrukspanning bijvoorbeeld te hoog is, kan dit resulteren in onaanvaardbare scheurvorming van zowel langsscheuren als microscheuren maar ook hoge kruipniveaus zijn dan mogelijk. Ook wanneer de staalspanning te hoog is, kan dit leiden tot ongewenste vervormingen en scheuren. Het is dus onverantwoord om dit niet te controleren. Dit zijn uiteraard allemaal onaanvaardbare situaties die vermeden moeten worden. [2]

Om mogelijke verbanden te onderzoeken betreffende de spanningen in de gebruiksgrenstoestand worden deze eerst afzonderlijk beschouwd zonder rekening te houden met de dimensionering in de uiterste grenstoestand. Dit zal resulteren in puntenwolken waarin verbanden gezocht moeten worden voor iedere gebruiksgrenstoestand. Hierna zal getracht worden om de link te leggen met de uiterste grenstoestand.

2.1 Maatgevendheid van de betondrukspanning

Eerst en vooral wordt er een nieuwe parameter geïntroduceerd. Net als het gereduceerd moment in UGT is er een gelijkaardig gereduceerd moment in GGT. De formule hiervoor is gelijkaardig aan deze in UGT.

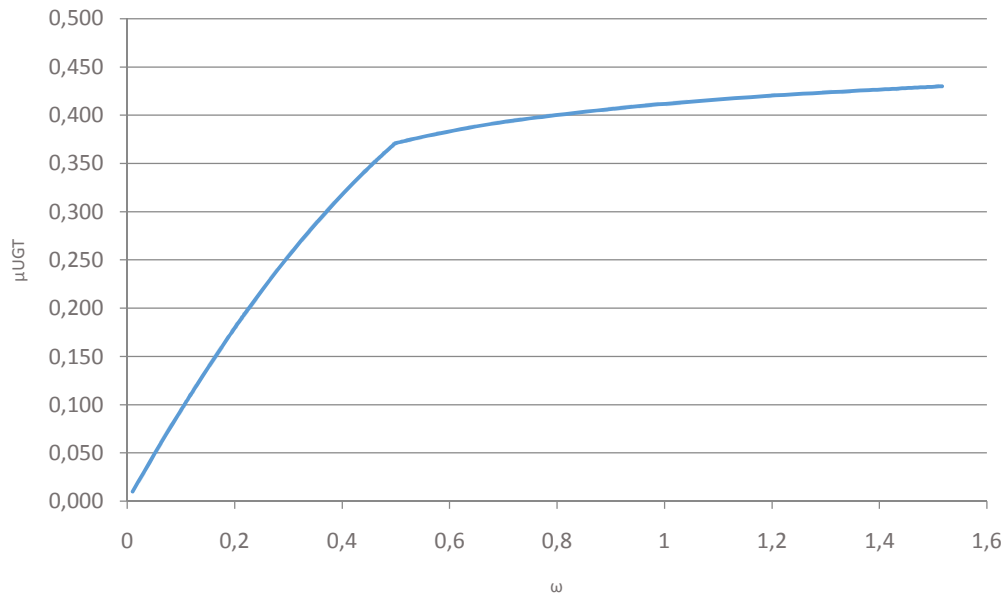
$$\mu_{UGT} = \frac{M_{UGT}}{bd^2f_{cd}} \quad (1)$$

Het desbetreffende gereduceerde moment in GGT wordt dan:

$$\mu_{GGT} = \frac{M_{GGT}}{bd^2f_{cd}} \quad (2)$$

Belangrijk hierbij is dat de betondrukspanning in UGT behouden blijft in plaats van de maximale betondrukspanning in GGT te nemen. Dit wordt gedaan zodat alle drie de gebruiksgrenstostanden eenzelfde schaal behouden waardoor enkel de grootte van het buigmoment μ beïnvloed wordt. Op deze manier kan eventueel in een later stadium de relatie met UGT onderzocht worden. Het verband tussen μ_{UGT} en ω , het mechanisch wapeningspercentage, is reeds bekend en wordt als volgt grafisch voorgesteld:

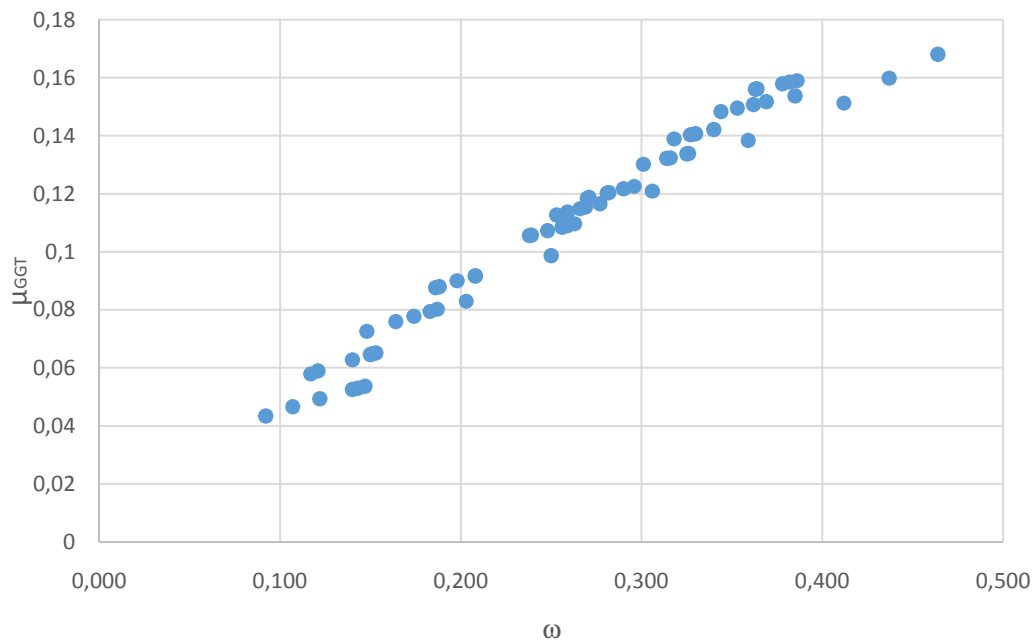
Het gereduceerd moment in functie van het mechanisch wapeningspercentage in UGT



Figuur 1: Gereduceerd moment i.f.v. mechanisch wapeningspercentage in UGT

Deze kromme laat toe om gelijkaardige relaties te onderzoeken in GGT. Hiervoor wordt het minimum mechanisch wapeningspercentage berekend voor verschillende balken om ervoor te zorgen dat de betondrukspanning in de respectievelijke grenstoestand beperkt blijft tot zijn opgelegde eis. Vervolgens zullen deze geplote worden zodat onderstaande figuur ontstaat.

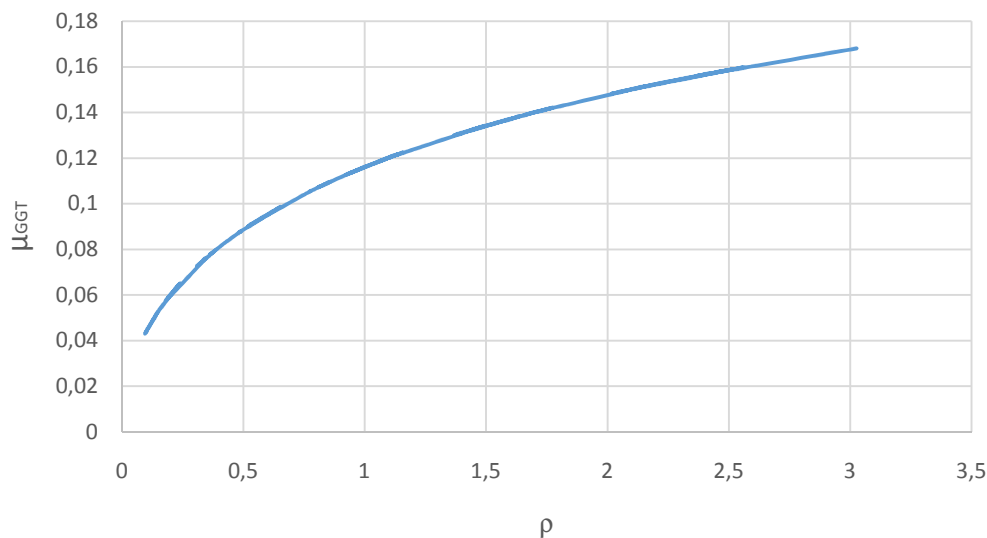
Het gereduceerd moment in GGT-K in functie van het mechanisch wapeningspercentage



Figuur 2: Gereduceerd moment GGT-K i.f.v. mechanisch wapeningspercentage

In eerste instantie lijkt het dat er geen verband gevonden kan worden voor het gereduceerd moment in GGT ten opzichte van het minimale mechanische wapeningspercentage. Wanneer bovenstaande grafiek verder bestudeerd wordt, blijkt echter dat de grafiek bestaat uit verschillende krommen die verticaal ten opzichte van elkaar verplaatst zijn. Daarnaast wijst bijkomend grafisch onderzoek uit dat per betonsterkte een afzonderlijke kromme opgesteld kan worden. Dit doet vermoeden dat het mechanisch wapeningspercentage, dat afhankelijk is van de betondruksterkte, geen goede maatstaf is voor dit onderzoek. Bijgevolg opteren we voor het geometrisch wapeningspercentage, wat onafhankelijk is van de betonkwaliteit.

Het gereduceerd moment in GGT-K in functie van het geometrisch wapeningspercentage



Figuur 3: Gereduceerd moment GGT-K i.f.v. geometrisch wapeningspercentage

Met behulp van dergelijk verband kan de maatgevendheid van deze toestand op een eenvoudige manier weergegeven worden. Gezien de berekeningen voor een enkelvoudig gewapende balk relatief eenvoudig zijn ten opzichte van andere elementen, wordt er gezocht naar een analytische afleiding voor dit verband. Verdere informatie met betrekking tot de gebruikte formules en berekeningsopzichten zijn hier terug te vinden[3], [4].

Voor de berekeningen in GGT geldt:

$$\sigma_c = \frac{2 \cdot M_{sd}}{b \cdot x \cdot \left(d - \frac{x}{3}\right)} \quad (3)$$

De kromme bepaalt wanneer de betondrukspanning de maximum toegelaten drukspanning in GGT bereikt.

$$\sigma_c = \gamma_{GGT} \cdot f_{ck} \quad (4)$$

Waarbij γ_{GGT} de respectievelijke veiligheidsfactor van de betonspanning is, afhankelijk van iedere gebruiksgrenstoestand.

$$\gamma_{GGT} \cdot f_{ck} = \frac{2 \cdot M_{sd}}{b \cdot x \cdot \left(d - \frac{x}{3}\right)}$$

$$\rightarrow \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{ck}} = \frac{\gamma_{GGT} \cdot b \cdot x \cdot \left(d - \frac{x}{3}\right)}{b \cdot d^2 \cdot 2}$$

De omvorming van de karakteristieke waarde van de betondruksterkte naar zijn designwaarde zal geschieden met behulp van de parameter γ_{UGT} .

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} &= \frac{\gamma_{GGT} \cdot b \cdot x \cdot \left(d - \frac{x}{3}\right)}{b \cdot d^2 \cdot 2 \cdot \gamma_{UGT}} \text{ met } \gamma_{UGT} = \frac{\alpha_{cc}}{\gamma_M} \\ \rightarrow \mu_{GGT} &= \frac{\gamma_{GGT} \cdot x \cdot d \cdot \left(1 - \frac{x}{3d}\right)}{d^2 \cdot 2 \cdot \gamma_{UGT}} \\ &= \frac{\gamma_{GGT} \cdot x \cdot \left(1 - \frac{x}{3d}\right)}{d \cdot 2 \cdot \gamma_{UGT}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma_{GGT}}{\gamma_{UGT}} \cdot \left(\frac{x}{d} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{x}{d}\right)^2\right) \end{aligned} \quad (5)$$

De term x/d in deze formule dient afzonderlijk afgeleid te worden. Hierbij dient opgemerkt te worden dat deze term de gebruiksgrenstoestand beslaat en niet de uiterste grenstoestand.

$$\begin{aligned} \xi = \frac{x}{d} &= \frac{\sqrt{A_s \alpha (A_s \alpha + 2bd)} - A_s \alpha}{bd} \\ &= \frac{\sqrt{A_s \alpha (A_s \alpha + 2bd)}}{bd} - \frac{A_s \alpha}{bd} \\ &= \sqrt{\frac{A_s \alpha (A_s \alpha + 2bd)}{b^2 d^2}} - \alpha \rho \\ &= \sqrt{\alpha^2 \rho^2 + 2\alpha \rho} - \alpha \rho \end{aligned}$$

Invullen van deze formule in bovenstaande afleiding levert volgend resultaat:

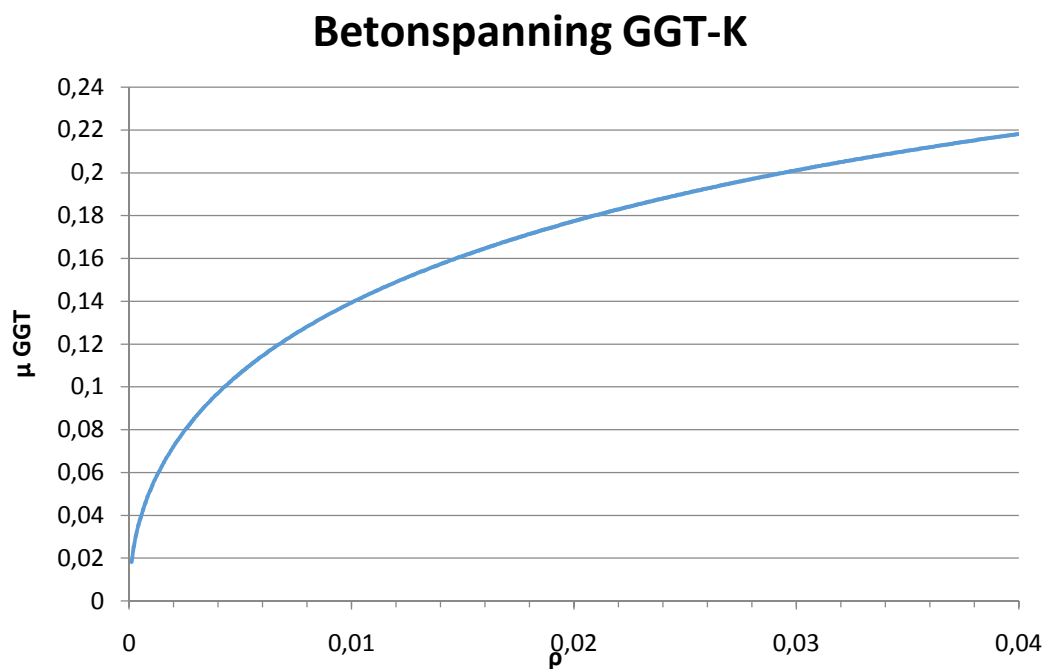
$$\begin{aligned} \mu_{GGT} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma_{GGT}}{\gamma_{UGT}} \cdot \left(\frac{x}{d} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{x}{d}\right)^2\right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma_{GGT}}{\gamma_{UGT}} \cdot \left(\sqrt{\alpha^2 \rho^2 + 2\alpha \rho} - \alpha \rho - \frac{1}{3} \cdot \left(\alpha^2 \rho^2 + 2\alpha \rho - 2\alpha \rho \sqrt{\alpha^2 \rho^2 + 2\alpha \rho} + \alpha^2 \rho^2\right)\right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma_{GGT}}{\gamma_{UGT}} \cdot \left(\frac{-2}{3} \alpha^2 \rho^2 - \frac{5}{3} \alpha \rho + \frac{2}{3} \alpha \rho \sqrt{\alpha^2 \rho^2 + 2\alpha \rho} + \sqrt{\alpha^2 \rho^2 + 2\alpha \rho}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

Het probleem met deze formule is dat de omvorming naar het minimum vereiste geometrisch wapeningspercentage te moeilijk is en buiten deze scriptie valt. Het doel van de proef bestond er immers uit om op een eenvoudige manier te controleren of de gebruiksgrenstoestanden daadwerkelijk moeten gecontroleerd worden. Indien men dus een gereduceerd moment bekommt dat groter is dan deze waarde, zal bijgevolg de spanning in de GGT niet voldoen aan de opgelegde eisen van Eurocode 2. Gezien de complexiteit van de formule kan een grafische controle een eenvoudigere oplossing bieden. Het is echter wel noodzakelijk om de verschillende waarden voor de verschillende parameters te kennen vooraleer de formule kan gebruikt worden. In onderstaande tabel worden de waarden voor γ_{GGT} en γ_{UGT} weergegeven voor iedere grenstoestand. De waarde van α is hierbij een praktijkgerichte waarde. De waarde voor ρ wordt uiteraard als variabel gekozen.

Tabel 1: Gegevens formule spanningen

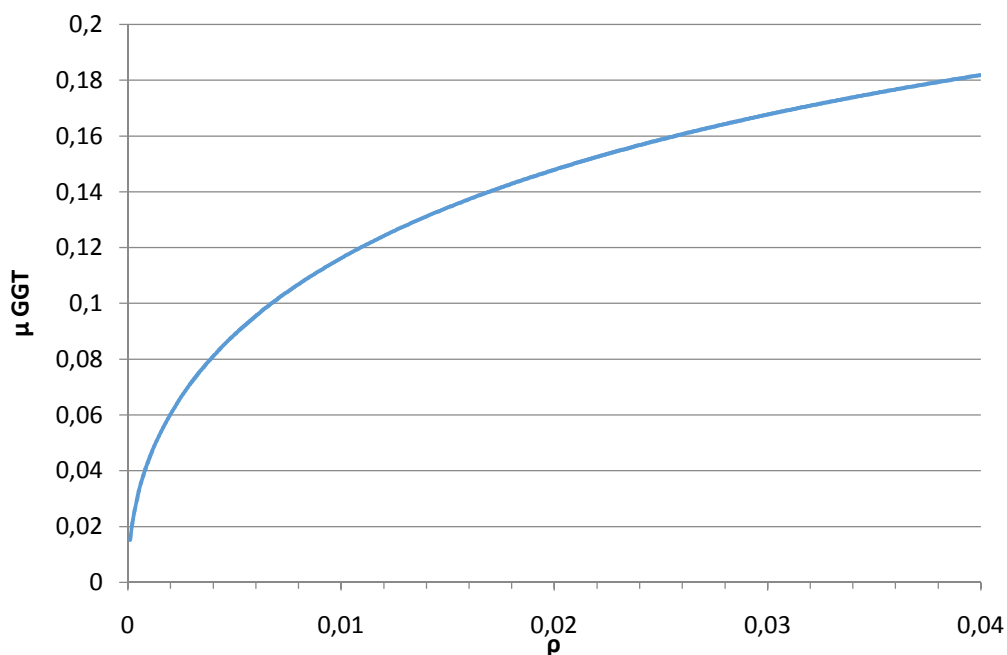
| | γ_{GGT} | γ_{UGT} | α |
|-------|----------------|----------------|----------|
| GGT-K | 0,6 | 0,85/1,5 | 6 |
| GGT-F | 0,5 | 0,85/1,5 | 6 |
| GGT-Q | 0,45 | 0,85/1,5 | 15 |

Voor het opstellen van de grafieken wordt steeds een α aangenomen overeenstemmend met de waarde van Tabel 1. Onderstaande krommen geven het resultaat voor elke gebruiksgrenstoestand.



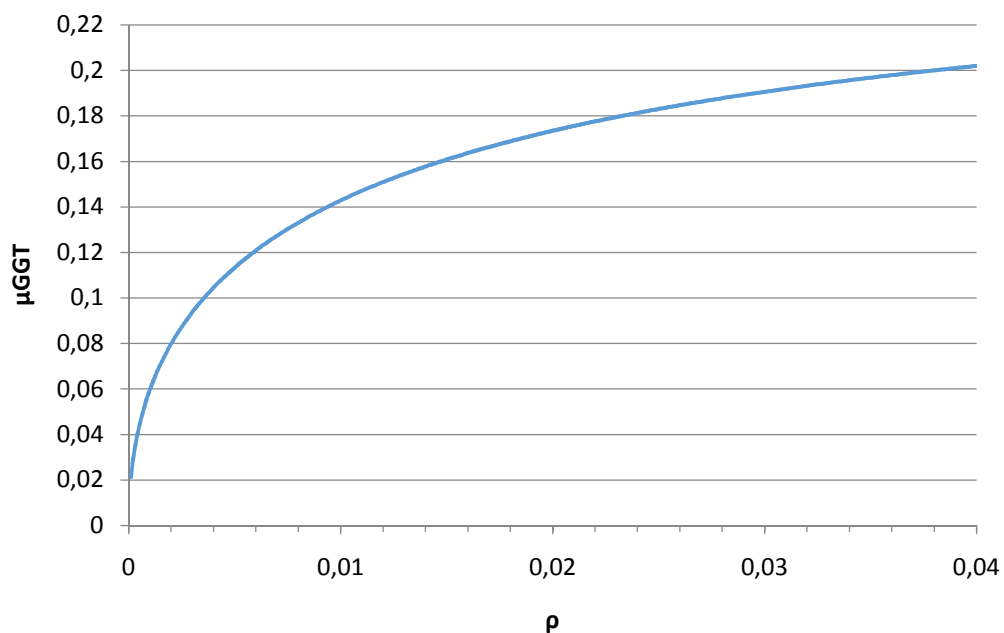
Figuur 4: Betondrukspanning GGT-K

Betondrukspanning GGT-F



Figuur 5: Betondrukspanning GGT-F

Betondrukspanning GGT-Q



Figuur 6: Betondrukspanning GGT-Q

Deze voorstellingen kunnen nu gebruikt worden om een methode te creëren waarbij de maatgevendheid van de gebruiksgrenstoestand getest kan worden. Hierbij kan men een rho (of omega) berekenen uit de gekozen dimensionering en uit de belasting een gereduceerd moment in GGT bepalen. Wanneer dit punt op de grafiek onder de kromme valt, zal het niet nodig zijn om de betreffende grenstoestand te controleren. Valt het punt op of boven de kromme zal het wel noodzakelijk zijn om de grenstoestand te controleren op de betondrukspanning.

Ook kan men met deze grafiek achterhalen hoeveel extra wapening er ongeveer nodig is om de betondrukspanning wel te laten voldoen.

Het is niet mogelijk om de verschillende krommes in GGT op eenzelfde grafiek te plotten. Dit komt omdat de relatie tussen de verschillende grenstoestanden afhankelijk is van de belastingscombinatie. Zowel de keuze van de pondoratiefactoren als de relatie van de permanente met de mobiele belasting zal ervoor zorgen dat er steeds een andere verhouding is tussen de grenstoestanden. Aannames omtrent deze relaties beperken enkel de gebruikstoepassing van deze methode waardoor het gebruik van drie verschillende grafieken meer gunstig is.

2.2 Maatgevendheid van de staalspanning

De staalspanning in de gebruiksgrenstoestand wordt in de hedendaagse berekeningen weinig gecontroleerd. Dit moet volgens de Eurocode wel gebeuren. Doormiddel van berekeningen van verschillende balken is gebleken dat de staalspanning in de meeste gevallen niet eerder zal falen dan de betondrukspanning. Dit kan echter wel wanneer de betonklasse zeer hoog is en het wapeningspercentage laag. Dit kan geïllustreerd worden door de resultaten van de betondrukspanning samen te voegen met de resultaten van de staalspanning.

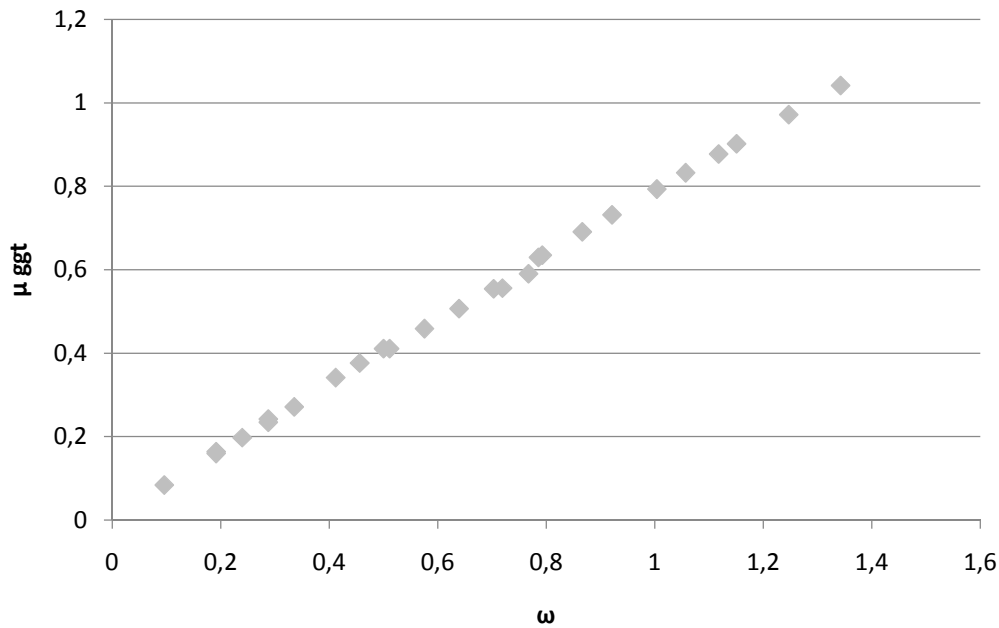
Dit onderzoek gaat verder op de resultaten van de betondrukspanning. Het is dus logisch om een verband te zoeken tussen dezelfde parameters. Er wordt bijgevolg gekozen om een verband tussen μ en ω te zoeken wanneer de staalspanning net faalt.

Net zoals bij betondrukspanning zijn er voor iedere grenstoestand verschillende willekeurige balken berekend waarbij de staalspanning net niet voldoet aan zijn opgelegde eis. Dit geeft dus net zoals bij de betondrukspanning verschillende willekeurige punten waarin een verband gezocht kan worden.

Bij het creëren van deze data is de eerder vermelde verwachting bevestigd. Wanneer de staalspanning faalt, is de betondrukspanning meestal al gefaald. Dit bevestigt dus de verwachting dat de staalspanning meestal niet maatgevend zal zijn bij een enkelvoudig gewapende balk onder zuivere buiging.

Indien we deze data plotten in functie van het μ_{GGT} en ω bekomen we volgende kromme voor GGT-K.

staalspanning: GGT-K



Figuur 7: Staalspanning in GGT-K

De staalspanning kan eenvoudig benaderd worden door volgende afleiding.

$$\sigma_s = \frac{M_d}{zA_s} \approx \frac{M_d}{0,9dA_s} \frac{bd f_{cd}}{bd f_{cd}} = \frac{17 \mu f_{ck}}{27 \rho}$$

In functie van het mechanisch wapeningspercentage wordt dit:

$$\sigma_s = \frac{17 \mu f_{ck}}{27 \rho} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{yd}} = \frac{\mu f_{yd}}{0,9 \omega} = \frac{\mu f_{yd}}{0,9 \omega} \quad (7)$$

De toegelaten staalspanning is voor elke grenstoestand dezelfde zodat het maximaal gereduceerd moment kan bepaald worden waarbij de staalspanning nog net voldoet.

$$\mu_{GGT,max} = \frac{0,9 \sigma_{s,max}}{f_{yd}} \omega = \frac{0,9 \cdot 0,8 \cdot f_{yk}}{\frac{f_{yk}}{1,15}} \omega = 0,828 \omega \quad (8)$$

Merk op dat deze benadering niet nauwkeurig is voor hogere wapeningspercentages. Gezien de betondrukspanning stijgt, zal de hefboomsarm dalen en zal de staalspanning toenemen. Een nauwkeurigere benadering wordt afgeleid in het hoofdstuk scheurwijdte. Deze is benaderd voor GGT-Q, door het verschil van de kruipfactor bestaat er een verschil tussen de staalspanning in GGT-Q en in de andere gebruiksgrenstoestanden.

$$\sigma_s = \frac{68 \mu f_{ck}}{3\rho(39-45\sqrt{\rho})} \quad (9)$$

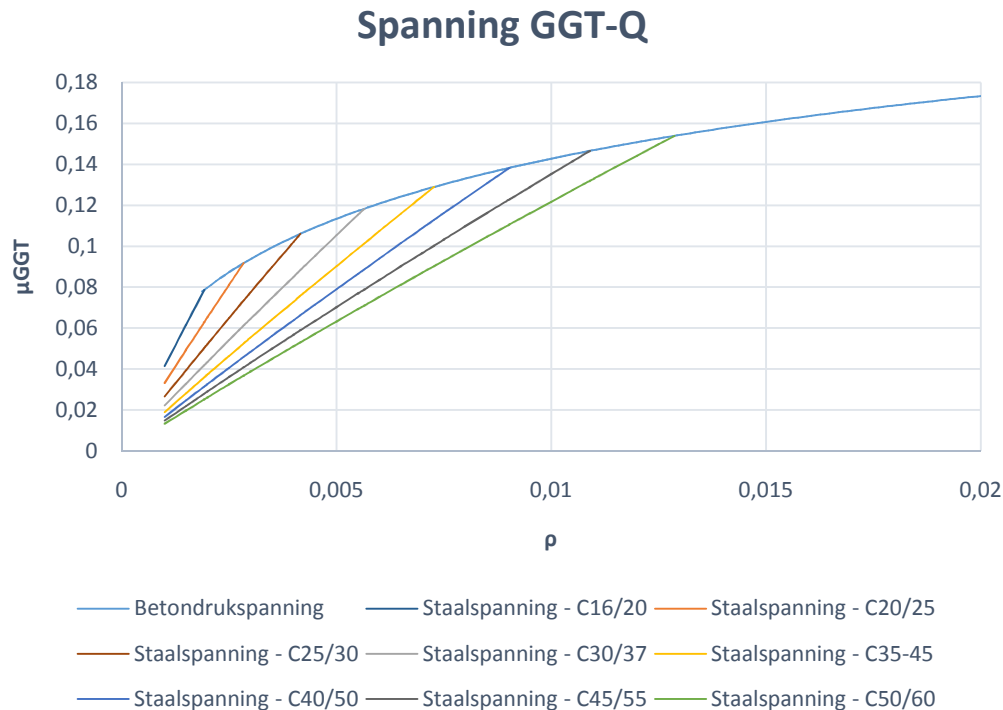
Het meest gebruikte wapeningsstaal in België is BE500. Dit zorgt voor volgende benadering van de staalspanning in GGT-Q:

$$\mu_{GGT,max} = \frac{3\rho(39-45\sqrt{\rho})}{68 \cdot f_{ck}} \sigma_{s,max} = \frac{300\rho(39-45\sqrt{\rho})}{17 \cdot f_{ck}} \quad (10)$$

Analoog volgt dat het maximale gereduceerd moment in GGT-K en F bij een bepaald wapeningspercentage als volgt wordt berekend:

$$\mu_{GGT,max} = \frac{96\rho(124-111\sqrt{\rho})}{17.f_{ck}} \quad (11)$$

Gezien het belangrijk is om op een duidelijke en overzichtelijke manier te kunnen besluiten of in een bepaalde situatie de beton- en staalspanning niet langer voldoen, zonder deze te berekenen, wordt vervolgens een grafische uitwerking gedaan. Dit resulteert in Figuur 8 voor GGT-Q. Hierbij viel de keuze om het geometrisch wapeningspercentage te nemen omdat deze voor nauwkeurigere resultaten zorgt.



Figuur 8: De maatgevendheid van de staal- en betondrukspanning in GGT-Q voor $\alpha = 15$, BE500

Hierbij is het duidelijk dat voor lage wapeningspercentages en lage momenten de staalspanning steeds maatgevend zal zijn. Zeker voor hoge betonkwaliteiten is er nood aan meer wapening. Voor hogere momenten zal het meestal de betondrukspanning zijn die overschreden wordt. Merk op dat bij lagere gereduceerde momenten er vaak voldoende wapening is door de dimensionering in UGT. Daardoor zal de betondrukspanning zijn maxima eerder bereiken dan de staalspanning. De andere grenstoestanden zijn terug te vinden in Bijlage 1: Controle van de spanningen in GGT.

Om nu snel en eenvoudig te bepalen of een element berekend dient te worden in GGT, al dan niet in UGT gherdimensioneerd dient te worden, kan men deze opgestelde grafieken gebruiken. Het enige wat men moet berekenen zijn de gereduceerde momenten in alle grenstoestanden en de wapening die volgt uit de dimensionering in UGT. Indien het betreffende punt links ligt ten opzichte van de respectievelijke kromme, voldoen de spanningen niet in GGT. Men kan dan deze lijn doortrekken en inschatten hoeveel wapening men wel nodig zal hebben. Deze inschatting is vrij nauwkeurig. Door vervolgens het aantal staven te kiezen van een bepaalde diameter zorgt men ervoor dat het wapeningspercentage groter is dan het net

bepaalde minimum. Belangrijk is evenwel dat men eerst alle toestanden controleert en degene waarbij het meeste extra wapening nodig is, beschouwt om de wapening te herdimensioneren.

Met behulp van bovenstaande methode wordt de maatgevendheid van de gebruiksgrenstoestand bepaald. Een andere mogelijkheid bestaat erin om te bepalen wanneer de gebruiksgrenstoestand maatgevend is ten opzichte van de uiterste grenstoestand. Per slot van rekening is het niet belangrijk hoeveel de spanningen afwijken van de opgelegde eis, maar dat de spanning kleiner is dan deze eis. Daarom kan er een andere methode ontwikkeld worden die rekening houdt met het gereduceerd moment in UGT en dit vergelijkt met dat in GGT. Dit door een formule voor deze verhouding op te stellen in functie van de wapening, staal- en betonkwaliteit, de veiligheidsfactoren in iedere GGT en de kruipfactor.

Desondanks wordt deze methode niet verder behandeld in deze thesis. De reden hiervoor is dat de complexiteit van deze formule alsnog zeer uitgebreid is waardoor te twijfelen valt over de snelheid en de gebruiksvriendelijkheid van deze methode. Niet alleen voor de spanningen maar later ook voor de doorbuiging en de scheurwijdte zal dit tot gecompliceerde formules leiden. Een tweede nadeel is dat deze methode niet de mogelijkheid biedt om te bepalen hoeveel extra wapening eventueel nodig is om in alle grenstoestanden te voldoen.

2.3 Rekenvoorbeeld

De bedoeling van dit rekenvoorbeeld is om aan te tonen dat de gevonden methode korter zal zijn dan de huidige rekenwijze. Om dit aan te tonen wordt een willekeurige balk gedimensioneerd waarbij er eerst op de huidige rekenwijze wordt bepaald wat de betondrukspanning is in GGT-Q. Daarna zal er met de gevonden methode gecontroleerd worden of het daadwerkelijk nodig was om dit te controleren. De dimensionering zal in UGT-B gebeuren maar zal niet worden uitgewerkt in dit voorbeeld.

Als voorbeeld wordt er gekozen voor een balk van 500mm hoog en 300mm breed. De betonsterkte wordt gekozen als C30/37 en de staalkwaliteit wordt aangenomen als BE500. Verder is er gekozen voor een lengte van 5m, een betondekking van 35mm, beugeldiameter van 8mm en een staafdiameter van 20mm.

2.3.1 Met behulp van de huidige rekenwijze

Zoals eerder vermeld zal de dimensionering in UGT niet uitgewerkt worden. In plaats daarvan worden ze behandeld in dit voorbeeld als gegeven. In de gegevens zal dus een wapening gegeven worden die bepaald is in UGT-B.

Gegeven:

| | |
|---------------|-----------------------|
| $h =$ | 500mm |
| $b =$ | 300mm |
| $d =$ | 447mm |
| $l =$ | 5m |
| $M_{GGT-Q} =$ | 156,25kNm |
| $A_s =$ | 1331,5mm ² |
| $f_{cd} =$ | 17N/mm ² |
| $f_{ck} =$ | 435N/mm ² |

Gevraagd:

| |
|---------------|
| σ_c |
| σ_{s1} |

Oplossing:

Om de betonspanning te controleren in GGT-Q moet eerst en vooral x gekend zijn. Deze wordt als volgt berekend:

$$x = \frac{\sqrt{A_{s1}\alpha(A_{s1}\alpha + 2bd)} - A_{s1}\alpha}{b}$$

$$x = \frac{\sqrt{1331,5 * 15 * (1331,5 * 15 + 15 * 300 * 447)} - 1331,5 * 15}{300}$$

$$x = 186,3\text{mm}$$

Zoals te zien is in de formule wordt a gelijk aan 15 genomen. Dit is een aanname waarbij er geopteerd wordt voor praktische waarden voor a . De volgende berekening bestaat uit het bepalen van σ_c met behulp van volgende formule:

$$\sigma_c = \frac{2M_{GGT-K}}{bxz} = \frac{2M_{GGT-K}}{bx(d - \frac{x}{3})} = \frac{2 * 156,25 * 10^6}{300 * 186,3 * (447 - \frac{186,3}{3})} = 14,53\text{N/mm}^2$$

Naast de betondrukspanning zijn we ook geïnteresseerd in de optredende staalspanning. Deze wordt bepaald aan de hand van volgende formule:

$$\sigma_{s1} = \frac{M_{GGT-K}}{A_s z} = \frac{156,25 * 10^6}{1331,5 * (d - \frac{x}{3})} = \frac{156,25 * 10^6}{1331,5 * (447 - \frac{186,3}{3})} = 304,9\text{ N/mm}^2$$

Om deze spanningen nu te controleren wordt er voor de betondrukspanning en staalspanning een maximale waarde berekend. Voor de betondrukspanning gaat dit als volgt:

$$\sigma_{c,max} = 0,45 * f_{ck} = 0,45 * 30 = 13,5\text{ N/mm}^2$$

Voor de staalspanning is dit gelijkaardig:

$$\sigma_{s,max} = 0,8f_{yk} = 0,8 * 500 = 400\text{N/mm}^2$$

We kunnen dus concluderen dat de betondrukspanning niet voldoet terwijl de staalspanning wel voldoet.

2.3.2 Controleberekening m.b.v. grafische benadering

De gevonden methode moet nu zonder al de bovenstaande berekeningen uitsluitel kunnen geven of de betondrukspanning of staalspanning al dan niet voldoet. Volgens bovenstaande berekeningen zou hier dus als antwoord moeten uitkomen dat de betondrukspanning niet voldoet en de staalspanning wel voldoet. Als eerste wordt de grafische manier uitgevoerd.

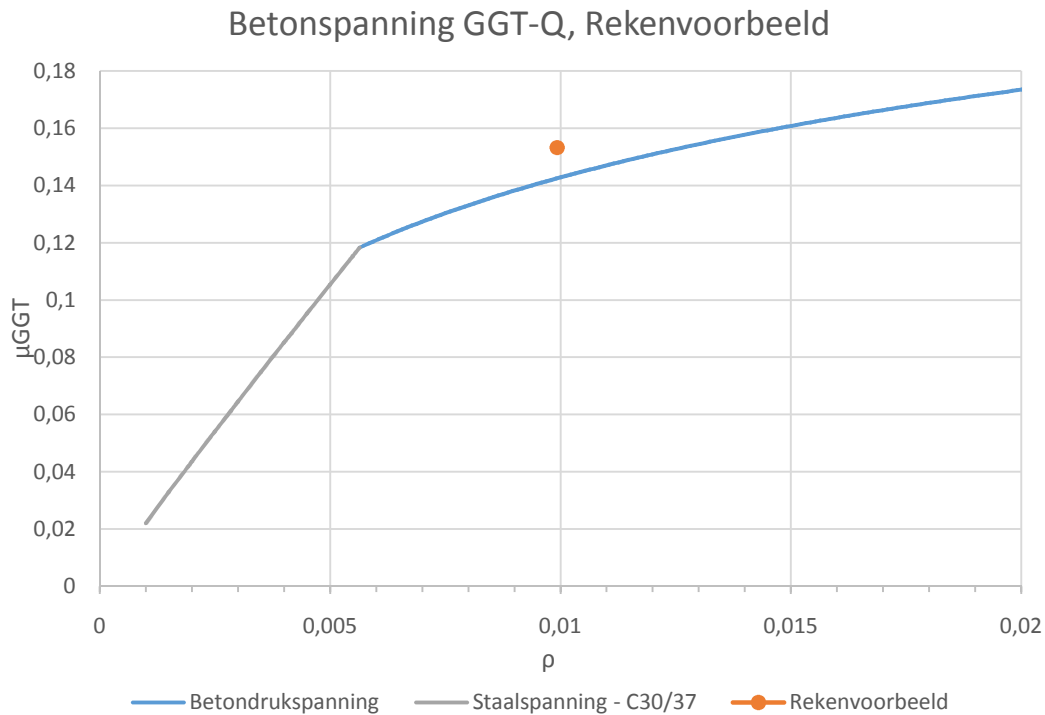
Om te beginnen kan μ_{GGT-Q} bepaald worden aan de hand van volgende formule:

$$\mu_{GGT-Q} = \frac{M_{GGT-Q}}{bd^2 f_{cd}} = \frac{156,25 * 10^6}{300 * 447^2 * 17} = 0,153333$$

Het tweede wat er moet bepaald worden is ρ . Dit wordt als volgt berekend:

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{1331,5}{300 * 447} = 0,00993$$

Vervolgens kan de grafiek van spanning in GGT-Q Figuur 8 gebruikt worden om te controleren of spanningen voldoen. Merk op dat de andere betonklassen weggelaten zijn om ter verduidelijking. Dit resulteert in Figuur 9.



Figuur 9: Controle rekenvoorbeeld

Op de figuur is duidelijk te zien dat het punt links ligt van de kromme. De spanning zal dus niet voldoen. Bovendien is ook zichtbaar dat de betondrukspanning overschreden wordt en niet de staalspanning. Indien de rechte wordt doorgetrokken, kan een wapeningspercentage van 0,013 afgelezen worden. Ter verduidelijking werden de berekeningen opnieuw uitgevoerd met dit wapeningspercentage waarbij we een betondrukspanning uitkomen van 13,4N/mm² en deze is nog net kleiner dan het opgelegde maxima.

3 De scheurwijdte

Een van de belangrijkste factoren die de duurzaamheid van gewapend beton beïnvloedt, is het scheurgedrag. Dit is te wijten aan aantastingen zoals carbonatatie en chloride-indringing, welke aanzienlijk sneller verlopen in gescheurd beton dan in ongescheurd beton. Scheuren kunnen optreden in twee stadia. Allereerst is er het beginstadium waarbij de samenstelling van het beton, de omgevingsfactoren en de fabricagetechniek het krimpgedrag van het beton bepalen. Deze scheuren zijn echter afhankelijk van de praktische omstandigheden gedurende het productieproces van het element in (gewapend) beton. Een tweede stadium waarbij scheuren kunnen optreden, treedt op nadat het beton is uitgehard en de opgelegde belasting ervoor zorgt dat er trekspanningen geïndiceerd worden in het beton. Uiteraard gaat men dit proberen te verhinderen door hiertegen te wapenen. De rek van het staal beïnvloedt echter de scheurvorming van het beton. De staalspanning beïnvloedt dus in grote mate het scheurgedrag van het beton.[5]

NBN-EN 1992-1-1 art. 7.3.1 raadt aan om de maximale scheurwijdte te beperken tot 0,3mm onder quasi-blijvende belastingscombinatie met uitzondering van milieuklassen X0 en XC. Deze laatste mag beperkt worden tot 0,4mm aangezien de scheurwijdte in deze omstandigheden geen invloed heeft op de duurzaamheid maar enkel op het uiterlijk. [2]

3.1 Beperking van de scheurwijdte zonder directe berekening

Volgens NBN-EN 1992-1-1 art 7.3.3 kan een uitgebreide berekening van de scheurwijdte vermeden worden indien de staafdiameter of de tussenafstand ervan aan de waarden van tabel 7.2N respectievelijk tabel 7.3N niet overschrijden. De scheurwijdte wordt dan in het algemeen niet groter dan 0,3mm.[2]

Tabel 2: Tabel 7.2N-Maximale staafdiameters voor scheurbeheersing

| Staalspanning ² (MPa) | Maximale staafdiameter (mm) | | |
|-------------------------------------|--------------------------------|----------------|----------------|
| | $w_k = 0,4$ mm | $w_k = 0,3$ mm | $w_k = 0,2$ mm |
| 160 | 40 | 32 | 25 |
| 200 | 32 | 25 | 16 |
| 240 | 20 | 16 | 12 |
| 280 | 16 | 12 | 8 |
| 320 | 12 | 10 | 6 |
| 360 | 10 | 8 | 5 |
| 400 | 8 | 6 | 4 |
| 450 | 6 | 5 | – |

OPMERKING 1 De waarden in de tabel zijn gebaseerd op de volgende aannamen:
 $c = 25$ mm; $f_{ct,eff} = 2,9$ MPa; $h_{cr} = 0,5$; $(h-d) = 0,1h$; $k_1 = 0,8$; $k_2 = 0,5$; $k_c = 0,4$; $k = 1,0$;
 $k_t = 0,4$ en $k' = 1,0$.

OPMERKING 2 Onder de van toepassing zijnde belastingscombinaties.

Tabel 3: Tabel 7.3N-Maximale staafafstand voor scheurbeperving

| Staalspanning ² (MPa) | Maximale staafafstand (mm) | | |
|-------------------------------------|-------------------------------|------------------------|------------------------|
| | w _k =0,4 mm | w _k =0,3 mm | w _k =0,2 mm |
| 160 | 300 | 300 | 200 |
| 200 | 300 | 250 | 150 |
| 240 | 250 | 200 | 100 |
| 280 | 200 | 150 | 50 |
| 320 | 150 | 100 | – |
| 360 | 100 | 50 | – |

Voor de opmerkingen zie tabel 7.2N.

Indien men gebruik maakt van tabel 7.2N moet men de diameter omrekenen naar een aangepaste diameter. Indien een deel onder druk staat, zoals bij buiging, wordt deze diameter als volgt berekend:

$$\varphi_s = \varphi_s^* \left(\frac{f_{ct,eff}}{2,9} \right) \frac{k_c h_{cr}}{2(h-d)} \quad (12)$$

En voor axiale trek:

$$\varphi_s = \varphi_s^* \left(\frac{f_{ct,eff}}{2,9} \right) \frac{h_{cr}}{8(h-d)} \quad (13)$$

Met:

φ_s de aangepaste diameter;

φ_s^* de maximum staafdiameter gegeven in tabel 7.2N;

$f_{ct,eff}$ de gemiddelde waarde van de treksterkte van het beton op het tijdstip waarop voor het eerst scheuren kunnen worden verwacht. Gezien men verwacht dat de scheuren optreden na 28 dagen is $f_{ct,eff} = f_{ctm}$;

k_c een coëfficiënt die rekening houdt met de spanningsverdeling binnen de doorsnede;

h_{cr} de hoogte van de trekzone onmiddellijk voor het scheuren onder quasi-blijvende combinatie;

h de totale hoogte van de doorsnede;

d de nuttige hoogte van de doorsnede.

Deze methode heeft echter ook enkele grote nadelen door de ruime aannames die gemaakt zijn ter opstelling van de tabellen. Deze tabel is immers opgesteld voor een balkhoogte van 400mm, bevat een betondekking van 25mm en bestaat uit een betonklasse C30/37. Ook voor de bepaling van de maximale scheurafstand werd gerekend met $3,4 c = 85\text{mm}$ terwijl deze in realiteit varieert. De omrekening van deze referentiebalk naar andere balken zorgt ervoor dat deze methode vaak ver afwijkt van de maximum scheurwijdte van 0,3mm.[6]

3.2 Directe berekening van de scheurwijdte

NBN-EN 1992-1-1 art 7.3.4 illustreert een methode om de maximale scheurwijdte te berekenen. Dit is de berekening die men normaal moet doen indien de vorige methode niet wordt gebruikt of indien men een negatief resultaat bekomt met voorgaande methode. De reden dat deze methode vermeld wordt, is om vervolgens de overstap te maken naar een nieuwe techniek om de maximale staafdiameter te berekenen. De scheurwijdte wordt berekend uit de maximale scheurafstand en de gemiddelde staal- en betonrek.[2]

$$w_k = s_{r,max}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (14)$$

De gemiddelde staal- en betonrek wordt als volgt berekend:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \quad (15)$$

Met:

| | |
|------------------------|--|
| ε_{sm} | de gemiddelde staalrek; |
| ε_{cm} | de gemiddelde betonrek; |
| σ_s | de staalspanning in GGT; |
| k_t | de integreerfactor om de gemiddelde staalrek te berekenen uit de staalrek in de scheur, deze factor is 0,6 voor kortdurende belasting en 0,4 voor langdurende belasting; |
| $f_{ct,eff}$ | de effectieve betontreksterkte, deze is gelijk aan de maximale betontreksterkte f_{ctm} ; |
| $\rho_{p,eff}$ | het geometrische wapeningspercentage in de trekzone; |
| $\alpha_e = E_s/E_c$; | de verhouding tussen de elasticiteitsmoduli van staal en beton. |

De tweede term van de teller zorgt voor een samenwerking tussen het wapeningsstaal en beton tussen de scheuren. Het is dus afkomstig van de krachtoverdracht tussen het staal en beton. Deze component wordt ook wel tension-stiffening genoemd.[6] Wanneer er sprake is van een lage wapeningsverhouding zal deze term relatief groot worden. Daarom is er een ondergrens opgesteld.

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (16)$$

De scheuren doen zich voor op een regelmatige afstand, de scheurafstand. Indien er zich tussen twee scheuren net geen nieuwe scheur vormt, wordt de maximale scheurwijdte bereikt. Met behulp van experimenten is er in Eurocode 2 een goede benadering van de scheurafstand geproduceerd.

$$s_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\varphi}{\rho_{p,eff}} \quad (17)$$

Hierin is:

| | |
|-------------|---|
| $s_{r,max}$ | de maximale scheurafstand; |
| c | de minimale betondekking op de langswapening; |

φ de staafdiameter. Indien er verschillende staafdiameters gebruikt zijn in de doorsnede onder trek, behoort een gelijkaardige diameter φ_{eq} te zijn gebruikt. Indien men n_1 staven van diameter φ_1 gebruikt en n_2 staven van diameter φ_2 wordt de equivalente diameter als volgt bepaald:

$$\varphi_{eq} = \frac{n_1 \varphi_1^2 + n_2 \varphi_2^2}{n_1 \varphi_1 + n_2 \varphi_2}$$

$\rho_{p,eff}$ het geometrisch wapeningspercentage in de trekzone.

$$= \frac{A_s + \xi_1 A_p}{A_{c,eff}}$$

hierin is $A_{c,eff} = b h_{c,eff}$ waarbij $h_{c,eff}$ wordt bepaald als:

$$h_{c,eff} = \min\left(\frac{h-x}{3}; 2,5(h-d); \frac{h}{2}\right)$$

$h_{c,eff}$ wordt dan gedefinieerd als de hoogte van de trekzone rond de wapening.

k_1 een coëfficiënt die rekening houdt met de aanhechteigenschappen van de hechtende wapening. Voor ruwe staven met hoge hechting, zoals gewapend beton, is deze factor 0,8.

k_2 houdt rekening met de rekverdeling. De waarde hiervoor is 0,5 in geval van buiging en 1,0 in geval van zuivere trek.

k_3 een coëfficiënt die ervoor zorgt dat de uitdrukking niet leidt tot een zeer kleine scheurafstand bij hoge wapeningsverhoudingen. De scheurafstand heeft echter wel een ondergrens. Dit blijkt uit experimenten die eerder gedaan werden door onderzoekers. [6]

De waarden voor k_3 en k_4 zijn voor ieder land anders en zijn dus terug te vinden in de nationale bijlage. De aanbevolen waarden zijn respectievelijk 3,4 en 0,425 volgens NBN EN 1992-1-1:2005.[2]

Indien daarentegen de hart op hart afstand van de hechtende wapening groter is dan $5(c + \varphi/2)$ of indien er geen hechtende wapening aanwezig is in de trekzone, beschouwt men volgende waarde als bovengrens van de scheurafstand:

$$s_{r,max} = 1,3 (h - x)$$

Deze methode heeft één zeer groot voordeel ten opzichte van de andere methodes. Wanneer de berekeningen correct zijn uitgevoerd is er een bepaalde zekerheid of de scheurwijdte al dan niet voldoet. Verder geeft de gedetailleerde berekening ook een goed beeld over de grootte van de mogelijk optredende scheuren. Desalniettemin blijft dit een benadering van de mogelijk optredende scheurwijdte in de praktijk.

Wanneer de gedetailleerde berekening wordt uitgevoerd neemt dit vrij veel tijd in beslag. Het is dan ook omslachtig wat een nadeel is in de huidige economie. Daarnaast zijn er veel parameters waar men zich in kan vergissen waardoor er sneller rekenfouten in deze methode kunnen gemaakt worden.

3.3 Maatgevendheid van de scheurwijdte

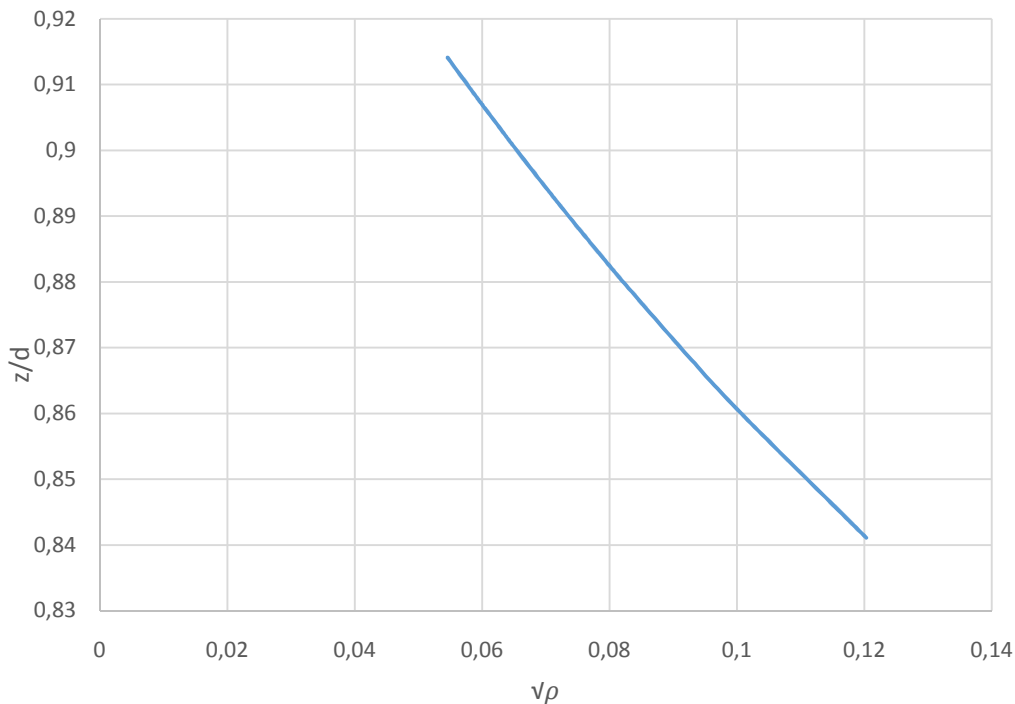
De bedoeling van dit hoofdstuk is om te bepalen wanneer de scheurwijdte niet langer voldoet aan de eisen van de norm. Om tot één enkele formule te komen die bepaalt of er voldaan wordt aan de eis zullen we enkele aannames of benaderingen moeten maken.

Zoals eerder vermeld is de staalspanning de meest bepalende parameter ter bepaling van de scheurwijdte. Deze parameter zal dus bijgevolg als eerste worden vereenvoudigd.

De formule van de staalspanning in GGT is de volgende:

$$\sigma_s = \frac{M_d}{zA_s} \quad (18)$$

Vaak neemt men bij de berekeningen in UGT voor de hefboomsarm z aan dat deze gelijk is aan 90% van de nuttige hoogte d . De variatie op deze courante waarde is echter te verspreid en afhankelijk van het wapeningspercentage. Voor z geldt immers $z = d - \frac{x}{3}$ en x is afhankelijk van het wapeningspercentage en van α . Gezien de afwijking op de staalspanning in dit geval kan leiden tot grote fouten wordt geopteerd deze zo nauwkeurig mogelijk te benaderen. Onderstaande Figuur 10 illustreert de verhouding z/d in functie van $\sqrt{\rho}$ voor quasi-blijvende belastingen.



Figuur 10: Verhouding tussen z/d en $\sqrt{\rho}$ voor $\alpha = 15$

Bovenstaande kromme kan empirisch benaderd worden door volgende formule:

$$\frac{z}{d} = \frac{39 - 45\sqrt{\rho}}{40} \quad (19)$$

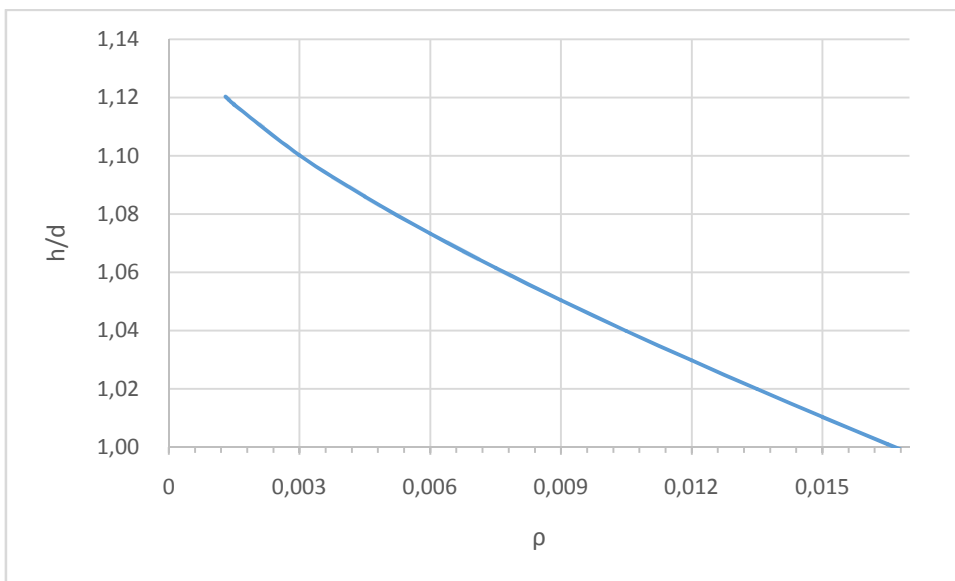
De correlatie van deze benadering bedraagt 0,996. Dit zorgt voor een nauwkeurige benadering van de staalspanning.

$$\sigma_s = \frac{M_d}{zA_s} = \frac{M_d}{d \left(\frac{39-45\sqrt{\rho}}{40} \right) b d A_s} = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd} \frac{\rho(39-45\sqrt{\rho})}{40}} = \frac{40\mu f_{cd}}{\rho(39-45\sqrt{\rho})} = \frac{68\mu f_{ck}}{3\rho(39-45\sqrt{\rho})} \quad (20)$$

Een andere parameter die benaderd moet worden is het geometrische wapeningspercentage in de trekzone. Om de hoogte van de gescheurde zone te bepalen, $h_{c,eff}$, definieert Eurocode 2 volgende formule:

$$h_{c,eff} = \min \left(\frac{h-x}{3}; 2,5(h-d); \frac{h}{2} \right) \quad (21)$$

Hierbij zijn de eerste twee termen van belang bij balken en de laatste twee bij platen. Om te bepalen van welke formule nodig is bij de berekening van de scheurwijdte van een balk, kan volgende figuur helpen.



Figuur 11 Bepaling van de maatgevende term ter berekening van de hoogte van de gescheurde zone

Bij het gebied onder deze kromme is de tweede term maatgevend, het gebied boven de kromme duidt erop dat de eerste term maatgevend zal zijn. Indien de eerste term maatgevend is kan met behulp van onderstaande formule de effectieve scheurhoogte worden berekend.

$$h_{c,eff} = \frac{h-x}{3} = \frac{d \left(\frac{h}{d} - \frac{x}{d} \right)}{3} = \frac{d \left(\frac{10}{9} + 15\rho - \sqrt{225\rho^2 + 30\rho} \right)}{3}$$

Zodat:

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{bh_{c,eff}} = \frac{3A_s}{bd \left(\frac{10}{9} + 15\rho - \sqrt{225\rho^2 + 30\rho} \right)} = \frac{27\rho}{5(27\rho+2) - 9\sqrt{15\rho(15\rho+2)}} \quad (22)$$

Nu deze term benaderd is, kan verdergegaan worden met het vereenvoudigen van de gemiddelde rek.

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - \sigma_{ts}}{E_s}$$

Zoals in vorige paragraaf ook is aangehaald, wordt de tweede component van de teller ook wel tension-stiffening genoemd.[6] Het is deze term die verder wordt onderzocht in dit onderzoek.

$$\sigma_s - \sigma_{ts} = \frac{68\mu f_{ck}}{3\rho(39-45\sqrt{\rho})} - \frac{k_t f_{ctm}}{\rho_{p,eff}} - \alpha_e k_t f_{ctm}$$

De bedoeling van deze thesis is te onderzoeken wanneer de gebruiksgrenstoestanden niet voldoen en eventueel hoe deze wel kan voldoen indien ze niet voldoet. Dit wordt enkel onderzocht voor eenvoudige gevallen. Deze laatste is echter voor interpretatie vatbaar. Gezien de scheurwijdte berekend dient te worden onder quasi-blijvende belasting moet α_e worden gerekend met een elasticiteitsmodulus voor beton inclusief kruip. Gemakkelijkshalve wordt de courante waarde van 15 aangenomen. Aangezien enkel elementen beschouwd worden onder zuivere buiging is k_t gelijk aan 0,4.

$$\sigma_s - \sigma_{ts} = \frac{68\mu f_{ck}}{3\rho(39-45\sqrt{\rho})} - \frac{0,12 f_{ck}^{\frac{2}{3}} (5(27\rho+2) - 9\sqrt{15\rho(15\rho+2)})}{27\rho} - 1,8 f_{ck}^{\frac{2}{3}}$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - \sigma_{ts}}{E_s} = \frac{w_k}{s_{r,max}}$$

$$\rightarrow \frac{68\mu f_{ck}}{3\rho(39-45\sqrt{\rho})} = \frac{w_k E_s}{s_{r,max}} + \frac{0,12 f_{ck}^{\frac{2}{3}} (5(27\rho+2) - 9\sqrt{15\rho(15\rho+2)})}{27\rho} + 1,8 f_{ck}^{\frac{2}{3}}$$

$$\rightarrow 68\mu f_{ck} = \frac{w_k E_s 3\rho(39-45\sqrt{\rho})}{s_{r,max}} + \frac{1}{75} f_{ck}^{\frac{2}{3}} (5(27\rho+2) - 9\sqrt{15\rho(15\rho+2)}) (39-45\sqrt{\rho})$$

$$+ 5,4 f_{ck}^{\frac{2}{3}} \rho (39-45\sqrt{\rho})$$

Gezien het domein van ρ relatief klein is, kan de uitgebreide wortelfunctie van de tweede term benaderd worden door volgend functievoorschrift:

$$(5(27\rho+2) - 9\sqrt{15\rho(15\rho+2)})(39-45\sqrt{\rho}) = -1327,3\sqrt{\rho} + 349,3$$

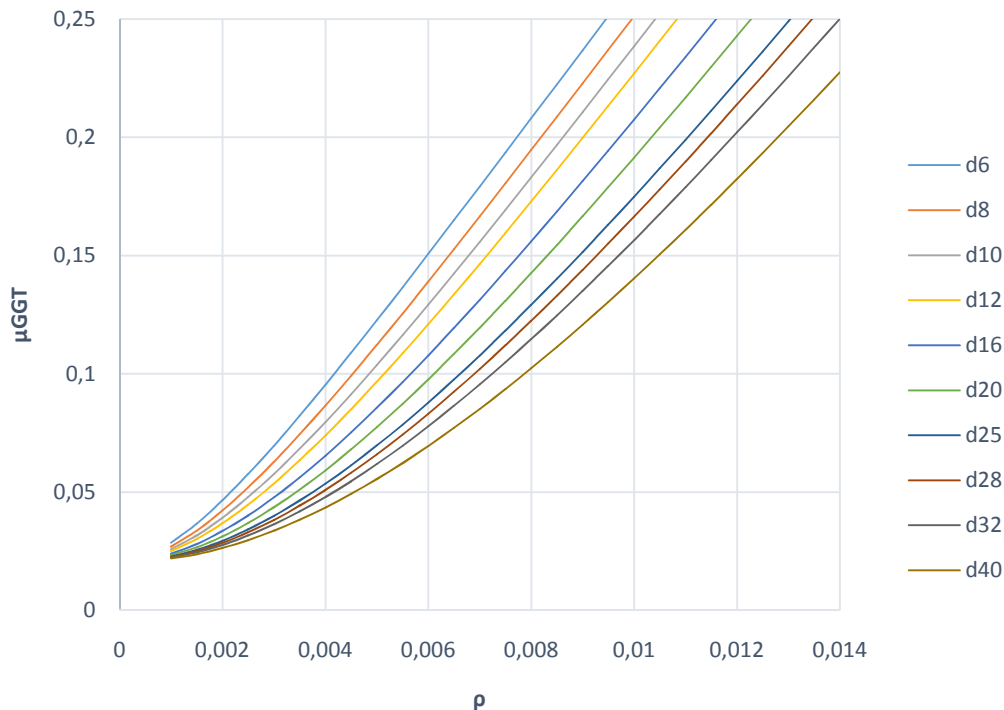
$$(5(27\rho+2) - 9\sqrt{15\rho(15\rho+2)}) = -27\sqrt{\rho} + 9$$

Zodat:

$$\mu = \frac{2595 w_k \rho^2 (39-45\sqrt{\rho})}{f_{ck} \left(\rho c + \frac{\phi}{60} (1-3\sqrt{\rho}) \right)} + \frac{210,6\rho - 243\rho\sqrt{\rho} - 17,7\sqrt{\rho} + 4,66}{68^3 \sqrt[3]{f_{ck}}} \quad (23)$$

Het gebruik van vergelijking 23 heeft zijn voor- en nadelen. Men weet immers op voorhand de gekozen betondekking en het wapeningspercentage van de balk in UGT. Vervolgens kan men de diameter kiezen voor de meest economische wapening uit te komen en tot slot deze parameters in te vullen om het maximaal opneembaar gereduceerd moment in GGT-Q te bepalen. Indien deze kleiner is dan het werkelijk gereduceerd moment kan men de formule nogmaals uitrekenen met een kleinere staafdiameter. Natuurlijk moet de calculator er zelf wel rekening mee houden dat de staafdiameter past binnen de sectie. Indien bij een kleine diameter nog steeds niet voldaan wordt, of kleinere staafdiameters passen vanwege hun onderlinge tussenafstand niet meer binnen de sectie, is het mogelijk meer wapening te steken. Het omrekenen van het gekend gereduceerd moment naar de benodigde minimumwapening is echter niet rechtstreeks mogelijk omwille van de complexiteit van de formule.

Hierin zit het nadeel van deze methode. Uiteraard kan een grafische weergave van deze formule hierbij helpen maar aangezien er vijf parameters gekend moeten zijn, is er per betonklasse en per betondekking één grafiek die voor iedere staafdiameter de nodige wapening weergeeft in functie van het gereduceerd moment. Figuur 12 illustreert deze relatie voor een betonklasse C30/37 met een betondekking van 30 mm.



Figuur 12: Verband Scheurwijdte per diameter voor betonklasse C30/37, c = 30mm

Indien de tweede term van de effectieve scheurhoogte maatgevend is zal een andere, gelijkaardige formule kunnen worden opgesteld. Hierdoor is er een ander wapeningspercentage in de trekzone wat zorgt voor een andere formule voor het bepalen van het maximum opneembaar (gereduceerd) moment.

$$h_{c,eff} = 2,5(h - d) \approx 2,5(1,06d - d) = 0,15d \quad (24)$$

De aanname die hierbij gemaakt is, is nog al conservatief. Er werd reeds aangetoond welke invloed de verhouding van h/d had ter bepaling van welke term maatgevend was van de hoogte van de scheurzone. Dit is echter een veilige aanname. Indien de term h/d hoger is dan deze term zal de eerste term sneller maatgevend zijn omdat hierbij het minimale wapeningspercentage lager ligt. Ook zijn h/d-verhoudingen lager dan de aangenomen waarde praktisch niet mogelijk. Men heeft hierbij dan enorm hoge balken nodig zodat de invloed van de betondekking, beugeldiameter en staafdiameter lager wordt.

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{bh_{c,eff}} = \frac{20}{3} \rho \quad (25)$$

Analoog aan de vorige afleiding leidt dit tot volgende formule:

$$\mu = \frac{2595w_k\rho^2(39-45\sqrt{\rho})}{f_{ck}(c\rho+\frac{3\phi}{400})} + \frac{(39-45\sqrt{\rho})(29\rho+1)}{680f_{ck}^{\frac{1}{3}}} \quad (26)$$

Testen van beide formules voor de berekening van meer dan 100 balken leidt tot de conclusie dat formule 23 reeds een goede maatstaf is ter berekening van alle balken, ook degene waarbij de tweede term van de hoogte van de scheurzone maatgevend zal zijn. De correlatie van deze formule op deze testwaarden bedraagt immers 0,995.

Indien de hart op hart afstand van de hechtende wapening echter groter is dan $5(c + \varphi/2)$ of indien er geen hechtende wapening aanwezig is in de trekzone, zal de scheurafstand beperkt worden. Deze voorwaarde zal voornamelijk een probleem vormen voor platen omdat hierbij de tussenafstand van de staven vaak groter is. Indien dit toch het geval is bij balken kan met behulp van volgende formule de maatgevendheid van de scheurwijdte bepaald worden.

$$\mu = \frac{6787w_k\rho^2(39-45\sqrt{\rho})h}{1-0,9\sqrt{225\rho^2+30\rho+13,5\rho}} + \frac{210,6\rho-243\rho\sqrt{\rho}-17,7\sqrt{\rho}+4,66}{68^3\sqrt[3]{f_{ck}}}$$

Ook voor platen kan men gebruik maken van vergelijking 26 aangezien hier de tweede en derde term bepalend zijn. Deze laatste term is slechts maatgevend indien de nuttige hoogte van de plaat kleiner is dan 80% van totale dikte van de plaat. Dit is het geval bij dunne platen met een hoge betondekking en/of grote staafdiameter.

$$h_{c,eff} = \frac{h}{2} \geq \frac{5d}{8} \quad (27)$$

Omdat de grootte van de nuttige hoogte een grote invloed heeft op de grootte van de trekzone is het niet mogelijk deze parameter eenduidig te veronderstellen. Daarom moet men rekening blijven houden met deze factor.

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{bh_{c,eff}} = \frac{2A_s}{bh} = \frac{2A_s}{bh} \frac{d}{d} = 2\rho \frac{d}{h} \quad (28)$$

$$\mu = \frac{2595w_k\rho^2(39-45\sqrt{\rho})}{f_{ck}(c\rho+\frac{\varphi h}{40d})} + \frac{(39-45\sqrt{\rho})(30\rho+\frac{h}{d})}{378f_{ck}^{\frac{1}{3}}} \quad (29)$$

Indien de hart op hart afstand van de hechtende wapening in de trekzone groter is dan $5(c+\varphi/2)$ of indien er geen hechtende wapening aanwezig is de trekzone, is volgende formule geldig:

$$\mu = \frac{6787w_k\rho^2(39-45\sqrt{\rho})h}{1-0,9\sqrt{225\rho^2+30\rho+13,5\rho}} + \frac{(39-45\sqrt{\rho})(30\rho+\frac{h}{d})}{378f_{ck}^{\frac{1}{3}}} \quad (30)$$

Het gebruik van deze formules leidt tot een benadering van de waarde die men bij het berekenen van de scheurwijdte uitkomt met behulp van de gedetailleerde berekeningen. Het is dus mogelijk dat deze formule leidt tot een scheurwijdte die groter is dan deze respectievelijke waarde. De gedetailleerde berekeningen baseren zich echter ook op experimenteel bepaalde constanten. Hierdoor kan vastgesteld worden dat er nog steeds een verschil is tussen de berekende en de realistische waarden. Waardoor het verschil dat men uitkomt door gebruik te maken van deze benaderingen een goede maatstaf om de scheurwijdte onder controle te houden.

De resulterende grafiek die hierbij geplott wordt, geeft de mogelijkheid om direct na de dimensionering van het element te controleren of het nodig zal zijn om de scheurwijdte effectief te berekenen. Dit zal gedaan worden aan de hand van μ en $\rho_{p,eff}$. Deze twee parameters kunnen zonder problemen bepaald worden na de dimensionering en dus zal het gebruik van de grafiek een nuttige invloed hebben op de nodige tijd bij het ontwerpproces. Het nadeel is dat de invloed van de betondekking niet in de grafiek in rekening gebracht kan worden. Deze heeft nochtans

een zeer grote invloed op de scheurwijdte. Bovendien kan ook de betonkwaliteit niet in rekening gebracht worden. Dit zorgt ervoor dat er zeer veel grafieken nodig zijn of dat men moet werken met vergelijkingen om de bestaande grafiek om te rekenen naar gelang de werkelijke situatie. Dit beperkt echter de eenvoud van deze methode.

3.4 Maximale staafdiameter

Indien men op een snelle manier de maximale staafdiameter wil bepalen die nodig is om te voorkomen dat de karakteristieke scheurwijdte wordt overschreden, en dus de gebruiksgrenstoestand maatgevend is, stelt deze masterproef een tweede, eenvoudigere oplossing voor.

Allereerst kan de staalspanning ook vereenvoudigd worden door de hefboomsarm voor te stellen als 90% van de nuttige hoogte. Dit is in tegenspraak met vorige herformulering, maar deze benadering is aan de veilige kant. Aangezien de hefboomsarm kleiner wordt voor hogere wapeningspercentages, zal de spanning ook sterk afnemen.

$$\sigma_s = \frac{M_d}{zA_s} \approx \frac{M_d}{0,9dA_s} \frac{bd f_{cd}}{bd f_{cd}} = \frac{17 \mu f_{ck}}{27 \rho} \quad (31)$$

Ook het wapeningspercentage van de getrokken zone kan benaderd worden.

$$h_{c,eff} = \frac{h-x}{3} = \frac{h}{3} - d + z \approx \frac{10}{27}d - d + 0,9d = \frac{73}{270}d \quad (32)$$

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{bh_{c,eff}} \approx 3,7\rho \quad (33)$$

Herformuleren van vergelijking 14 levert volgende afleiding op.

$$(\sigma_s - \sigma_{ts}) \left(3,4c + 0,17 \frac{\varphi_s}{\rho_{p,eff}} \right) = w_k E_s$$

Hieruit kan de maximale staafdiameter berekend worden.

$$0,17 \frac{\varphi_s}{\rho_{p,eff}} = \frac{w_k E_s}{(\sigma_s - \sigma_{ts})} - 3,4c$$

$$0,17 \frac{\varphi_s}{\rho_{p,eff}} = \frac{w_k E_s}{\frac{1}{\rho_{p,eff}} \left(\frac{7}{3} \mu f_{ck} - 0,12 f_{ck}^{\frac{2}{3}} - 1,8 f_{ck}^{2/3} \rho_{p,eff} \right)} - 3,4c$$

Om tot een eenparige oplossing te komen is het nodig de laatste term van de noemer te vereenvoudigen. De bijdrage van deze term is in het algemeen gering, enkel voor hogere wapeningspercentages is de bijdrage hiervan niet verwaarloosbaar. Doch blijkt door middel van testen dat deze afwijking aanvaardbaar is.

$$0,17 \frac{\varphi_s}{\rho_{p,eff}} = \frac{w_k E_s}{\frac{1}{\rho_{p,eff}} \left(\frac{7}{3} \mu f_{ck} - 0,12 f_{ck}^{\frac{2}{3}} - 1,8 * 3,7 * 0,005 f_{ck}^{2/3} \right)} - 3,4c$$

$$0,17 \frac{\varphi_s}{\rho_{p,eff}} = \frac{w_k E_s}{\frac{1}{\rho_{p,eff}} \left(\frac{7}{3} \mu f_{ck} - 0,15 f_{ck}^{\frac{2}{3}} \right)} - 3,4c$$

Oftewel:

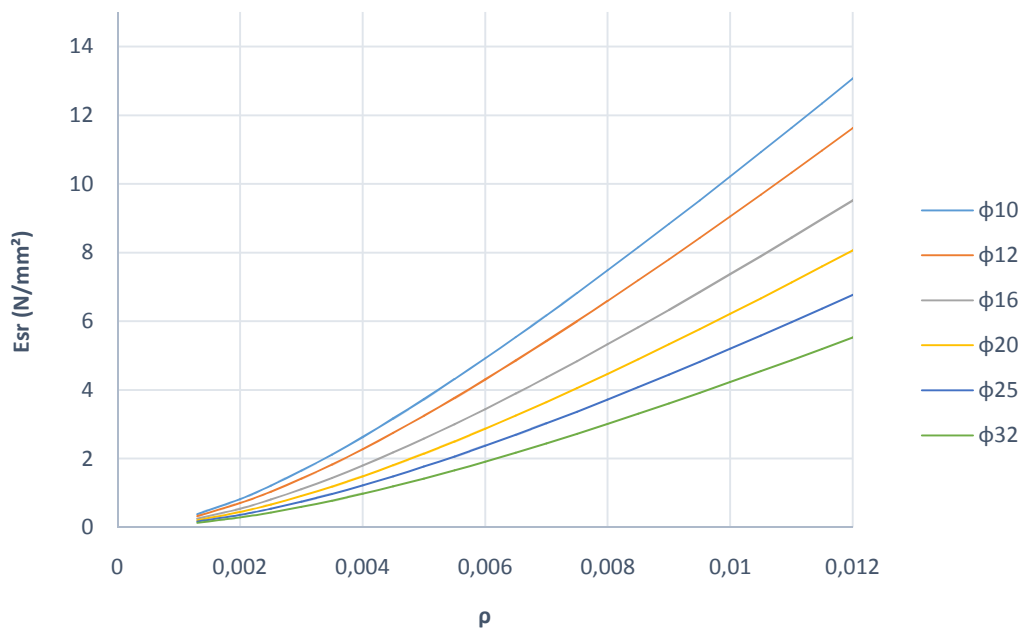
$$\varphi_s = 34,5 w_k \frac{E_s}{E_{SR}} \rho^2 - 74 c \rho \quad (34)$$

Hierbij wordt E_{SR} gedefinieerd als de scheurelasticiteit, ofwel de bijdrage die een balk met een reeds gekende betonkwaliteit f_{ck} en opnamecapaciteit μ , biedt tegen de vorming van de scheuren. Indien het gereduceerd moment μ of de betonkwaliteit vergroot, zal de elasticiteit toenemen. Hierdoor zal de rek van het staal ten opzichte van het beton afnemen waardoor er minder scheuren optreden. Op hun beurt zijn er hierdoor wel grotere scheuren waardoor de maximale scheurwijdte zal toenemen. Dit kan vermeden worden door een kleinere staafdiameter te kiezen. De scheurelasticiteit kan als volgt berekend worden:

$$E_{SR} = \mu_{GGT} f_{ck} - 0,0643 f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (35)$$

Om het gebruik van deze formule eenvoudiger te maken, kunnen we voor elke omgevingsklasse de maximale scheurelasticiteit uitzetten in functie van de wapening. De betondekking c in deze formule is de minimale betondekking vereist door de milieuklasse. Hierbij is er gebruik gemaakt van Tabel 4.4N van NBN-EN 1992-1-1 voor het bepalen van $c_{min,dur}$. Voor de bepaling van $c_{min,b}$ wordt $\phi_s + 5mm$ aangenomen. Voor omgevingsklasse EI, binnenomgeving, kan $E_{sr,max}$ bepaald worden volgens Figuur 13. Voor andere omgevingsklassen wordt verwezen naar Bijlage 2: Bepaling van de scheurelasticiteit voor balken en platen waarvoor $d/h > 0,8$.

Omgevingsklasse EI



Figuur 13: Maximale scheurelasticiteit - geometrisch wapeningspercentage voor binnenomgeving

Voor platen, of zeer hoge balken, met lage wapeningspercentages zal de trekzone echter kleiner zijn dan met vorige benadering verondersteld wordt. Hierdoor kan in het algemeen aangenomen worden dat voor balken met een hoogte groter dan 500mm en met minder dan 0,3% wapening, onderstaande benadering een betere inschatting geeft van de staafdiameter.

$$\phi_s = 33,6 w_k \frac{E_s}{E_{SR}} \rho^2 - 72 c \rho \quad (36)$$

Met:

$$E_{SR} = \mu_{GGT} f_{ck} - 0,0615 f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (37)$$

Indien voor platen de nuttige hoogte d kleiner is dan $0,8h$ kan onderstaande formule gebruikt worden.

$$\varphi_s = \frac{d}{h} \left(18,7 w_k \frac{E_s}{E_{SR}} \rho^2 - 32 c \rho \right) \quad (38)$$

$$E_{SR} = \mu_{GGT} f_{ck} - 0,107 f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (39)$$

3.5 Rekenvoorbeeld

Om het gebruik van de reeds bestaande methodes te toetsen aan de methodes opgesteld in deze masterproef, maken we gebruik van een rekenvoorbeeld.

Gegeven Een balk heeft een dwarsdoorsnede $b = 300\text{mm}$ en $h = 500\text{mm}$ met een betondekking van 35mm , $A_{s1} = 1000\text{mm}^2$ en $A_{s2} = 0$ en is belast met:

$M_{sd} =$ de designwaarde van het aangrijpend buigmoment veroorzaakt door de quasi-permanente combinatie van de blijvende en de mobiele belastingen

$$= 120\text{kNm}$$

Beugeldiameter $\Phi_b = 8\text{mm}$

Staalkwaliteit BE 500 met $\gamma_s = 1,15$

Betonkwaliteit C30/37

Omgevingsklasse EE1

Gevraagd Indien men kiest voor de meest economische oplossing, voldoet men dan aan de scheurwijdte eis van $0,3\text{mm}$ (veronderstel eenzelfde staafdiameter)? Zo niet bepaal dan de maximale staafdiameter.

Oplossing

De meest economische oplossing is deze waarvoor n staven van een bepaalde staafdiameter zorgen dat de totale wapening net groter is of gelijk aan A_{s1} . Met behulp van tabellen kan eenvoudig worden geconstateerd dat 4 staven van diameter 16 zorgen voor $A_{s1} = 1005\text{mm}^2$.

Vooraleer deze staafdiameter worden aangenomen, wordt eerst gecontroleerd of deze binnen de sectie van de balk past. Indien een minimale tussenafstand van 40mm aangenomen wordt, moet de minimale breedte van de balk de volgende zijn:

$$b_{\min} = n \cdot \varphi_s + (n - 1) \cdot s_{\text{tussen}} + 2 \cdot (c + \varphi_s) = 4 \cdot 16 + 3 \cdot 40 + 2 \cdot (35 + 8) = 238\text{mm}$$

Deze minimale breedte is kleiner dan de gegeven breedte van de balk en dus past deze staafdiameter. Vervolgens kunnen de verschillende methodes gebruikt worden om te controleren of de scheurwijdte voldoet indien men deze diameter kiest.

3.5.1 Zonder directe berekening volgens NBN-EN 1992-1-1

Tabel 2.N kan gebruikt worden om zonder directe berekening te controleren of de staafdiameter voldoet. Hiervoor moet eerst de staalspanning van de trekwapening bepaald worden.

$$\sigma_s = \frac{M_{sd}}{z A_s} \approx \frac{120 \cdot 10^6}{0,9 \cdot 449 \cdot 1000} = 297\text{N/mm}^2$$

Met

$$d = h - c - \phi_b - \frac{\phi_s}{2} = 500 - 35 - 8 - 8 = 449\text{mm}$$

$$\phi_s^* = \frac{\phi_s}{\left(\frac{f_{ct,eff}}{2,9}\right) \frac{k_c h_{cr}}{2(h-d)}} = \frac{16}{\left(\frac{0,3 \cdot 30^{\frac{2}{3}}}{2,9}\right) \frac{0,4 \cdot 0,5 \cdot 500}{2(500-449)}} = 16,34\text{mm}$$

Deze staafdiameter komt overeen met een spanning van minder dan 240N/mm^2 volgens tabel 7.2N. Een kleinere staafdiameter moet dus gekozen worden. Op analoge wijze volgt dat een staafdiameter 10 voldoet om de scheurwijdte te beperken. Dit wil zeggen dat de meest economische oplossing (een diameter 16) volgens deze methode niet voldoet en men moet kiezen voor een staafdiameter van 10mm.

3.5.2 Met behulp van de uitgebreide berekening

Het kan natuurlijk zijn dat de vorige methode wel voldoet en dat inderdaad deze enorme hoeveelheid extra wapening vereist is. Om dit te controleren wordt ook de uitgebreide berekening uitgevoerd en kan bijgevolg de rest van de methodes getoetst worden aan deze berekening.

Allereerst wordt het wapeningspercentage in de trekzone bepaald. Hiervoor moet de hoogte van de gescheurde drukzone bepaald worden.

$$x = \frac{\sqrt{\alpha A_{s1}(\alpha A_{s1} + 2bd)} - A_{s1}\alpha}{b} = \frac{\sqrt{25 \cdot 499(25 \cdot 499 + 2 \cdot 500 \cdot 302)} - 499 \cdot 25}{500} = 100,32\text{mm}$$

Zodat de hoogte van de trekzone bepaald kan worden.

$$\begin{aligned} h_{c,eff} &= \min\left(\frac{h-x}{3}; 2,5(h-d)\right) = \min\left(\frac{500-100}{3}; 2,5(500-449)\right) \\ &= \min(133,23; 127,5) \\ &= 133,26\text{mm} \end{aligned}$$

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_{s1}}{bh_{c,eff}} = \frac{1000}{300 \cdot 133} = 0,025$$

Voor de bepaling van de maximale scheurafstand moet men de minimale betondekking gebruiken. Deze kan als volgt bepaald worden:

$$c_{min} = \max(c_{min,b}, c_{min,dur}, 10\text{ mm})$$

$$c_{min,b} = \phi_s + 15 = 31\text{ mm (veronderstel } D_g > 32\text{ mm)}$$

Uit de omgevingsklasse en de constructieklasse volgt dat:

$$c_{min,dur} = 25\text{mm}$$

Zodat

$$c_{min} = \max(31, 25, 10\text{ mm}) = 31\text{mm}$$

De maximale scheurafstand bedraagt dan:

$$s_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\emptyset}{\rho_{p,eff}} = 3,4 \cdot 31 + 0,8 \cdot 0,5 \cdot 0,425 \cdot \frac{16}{0,025} = 214,2 \text{ mm}$$

Om de gemiddelde rek van de wapening minus de gemiddelde betonrek te bepalen, moet eerst de staalspanning bepaald worden.

$$\sigma_s = \frac{M_{sd}}{z A_s} = \frac{120 \cdot 10^6}{\left(449 - \frac{167}{3}\right) 1000} = 305 \text{ N/mm}^2$$

Merk op dat deze niet veel afwijkt van de eerder gebruikte benadering. De gemiddelde rek bedraagt nu:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} = \frac{305 - 0,4 \frac{2,9}{0,025} (1 + 15 \cdot 0,025)}{200000} = 1,206 \cdot 10^{-3}$$

Zodat de uiteindelijke scheurwijdte berekend kan worden.

$$w_k = s_{r,max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 214,2 \cdot 1,206 \cdot 10^{-3} = 0,258 \text{ mm}$$

Indien men een staafdiameter kiest van 16mm voldoet de scheurwijdte.

3.5.3 Met behulp van de maatgevendheid-formule

Vervolgens kan de alternatieve formule getoetst worden aan de gedetailleerde berekening van de scheurwijdte. Hiervoor moet eerst het geometrische wapeningspercentage bepaald worden gevolgd door de in deze masterproef gedefinieerde parameter μ_{GGT} .

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{1000}{300 \cdot 449} = 0,0074$$

$$\mu_{GGT-Q} = \frac{M_{sd}}{bd^2 f_{cd}} = \frac{120 \cdot 10^6}{300 \cdot 449^2 \cdot 17} = 0,117$$

Zodat de alternatieve formule kan ingevuld worden om het maximaal gereduceerd moment van de balk te bepalen en deze te vergelijken met het optredend gereduceerd moment.

$$\begin{aligned} \mu_{GGT,max} &= \frac{2595 w_k \rho^2 (39 - 45\sqrt{\rho})}{f_{ck} \left(\rho c + \frac{\emptyset}{60} (1 - 3\sqrt{\rho}) \right)} + \frac{210,6 \rho - 243 \rho \sqrt{\rho} - 17,7 \sqrt{\rho} + 4,66}{68^3 \sqrt{f_{ck}}} \\ &= \frac{2595 \cdot 0,3 \cdot 0,0074^2 (39 - 45\sqrt{0,0074})}{30 \left(0,0074 \cdot 31 + \frac{16}{60} (1 - 3\sqrt{0,0074}) \right)} + \frac{210,6 \cdot 0,0074 - 243 \cdot 0,0074 \cdot \sqrt{0,0074} - 17,7 \sqrt{0,0074} + 4,66}{68^3 \sqrt{30}} \\ &= 0,138 \end{aligned}$$

Dit is groter dan het werkelijk gereduceerd moment en dus voldoet een diameter 16 om de scheurwijdte te beperken.

3.5.4 Met behulp van de maximale staafdiameter

Een laatste getoetste methode is deze ter bepaling van de maximale staafdiameter.

$$\begin{aligned} E_{SR} &= \mu f_{ck} - 0,0643 f_{ck}^{\frac{2}{3}} \\ &= 0,117 \cdot 30 - 0,0643 \cdot 30^{\frac{2}{3}} = 2,89 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Zodat de maximale staafdiameter bepaald kan worden als volgt:

$$\emptyset = 34,5 w_k \frac{E_s}{E_{SR}} \rho^2 - 74 c \rho = 34,5 \cdot 0,3 \cdot \frac{200000}{2,89} \cdot 0,0074^2 - 74 \cdot 31 \cdot 0,0074 = 22,25 \text{mm}$$

Dus de staafdiameter van 16mm voldoet ter beheersing van de scheuren

3.5.5 Conclusie

In onderstaande tabel worden de gelijkenissen en verschillen tussen de verschillende berekeningsmethoden geïllustreerd.

Tabel 4: Conclusie rekenvoorbeeld scheurwijdte

| Berekeningsmethode | Zonder directe berekening <i>NEN-EN 1992-1-1 art 7.3.3</i> | Directe berekening <i>NEN-EN 1992-1-1 art 7.3.4</i> | Alternatieve berekening | Benaderde berekening |
|---------------------------------|---|--|-------------------------|----------------------|
| Economische oplossing voldoet ? | Nee | Ja | Ja | Ja |

Er kan in het algemeen geconcludeerd worden dat indien men de indirecte methode van Eurocode 2 gebruikt, er een te grote veiligheid wordt aangenomen. De methode is te conservatief waardoor het gebruik hiervan sterk gelimiteerd is.

Dit leidt vaak tot overdimensionering van de wapening of van de balksecties. De directe manier daarentegen is een zeer exacte benadering van de werkelijkheid maar deze vergt veel tijd en rekenwerk. Dit leidt niet alleen tot veel tijdverlies maar ook tot het maken van rekenfouten. De berekening van de maatgevendheid levert een goede benadering, eventueel wel aan de onveilige kant. Tot slot is er de berekening van de maximale staafdiameter die tevens een zeer goede benadering vormt van de directe berekening en minder rekentijd in beslag neemt. Deze methode kan handig zijn om een staafdiameter te kiezen na de berekening in UGT.

4 Doorbuiging

Een laatste aspect om de duurzaamheid van de constructie te garanderen is de doorbuiging. In veel gevallen heeft het doorbuigen van een ligger, plaat of uitkraging enkel invloed op het uitzicht van het element en de algehele bruikbaarheid van de constructie maar weinig tot geen invloed op de stabiliteit ervan. In deze gevallen stelt Eurocode 2 vast dat de doorbuiging beperkt mag worden tot $L/250$. Dit wordt gemeten van de oplegging tot de diepste zakking van het element. Tevens mag men een zeeg voorzien om de doorbuiging tot deze eis te beperken. Ook deze zeeg mag een maximale opbuiging in de bekisting van $L/250$ bereiken. [2]

Indien de aansluitende constructiedelen echter beschadigd kunnen worden door het buigen van het beschouwde element, is een strengere grens van $L/500$ opgelegd. Deze grens mag altijd afgewogen worden naargelang de gevoeligheid van de aansluitende delen. [2]

Het berekenen van de doorbuiging geschiedt in quasi-blijvende belastingscombinatie en kan erg variëren met de realiteit. Deze is immers afhankelijk van veel praktische factoren zoals de belastingshistorie, milieuomstandigheden, materiaaleigenschappen enz. In Eurocode 2 zijn hiervoor reeds tabellen opgesteld in functie van de slankheid van het constructie-element om zo de gedetailleerde berekeningen van de doorbuiging te kunnen vermijden. Ook worden de uitgebreide berekeningen van de doorbuiging vermeld.

4.1 Vereenvoudigde methodes

4.1.1 Beperken van de doorbuiging zonder berekening

4.1.1.1 Volgens de eurocodes

De doorbuiging van een constructieonderdeel kan zonder expliciete berekening gecontroleerd worden. Volgens NBN EN 1992-1-1:2005 zijn er eenvoudige rekenregels opgesteld om onder normale omstandigheden doorbuigingsproblemen te vermijden. Zo zijn er bijvoorbeeld grenzen gesteld aan de slankheid van een constructie-element waardoor enkel elementen die buiten deze grenzen liggen, expliciet gecontroleerd moeten worden. Wanneer gewapend betonnen balken of platen gedimensioneerd zijn zodanig dat ze binnen de grenzen van de slankheid liggen, mag er worden aangenomen dat de doorbuiging tussen de eerder vermelde grenzen zal liggen. De formules voor deze grenzen van de slankheid zijn geschat en mogen dus vermenigvuldigd worden met een correctiefactor van het gebruikte type wapening en andere variabelen. [2]

$$\frac{l}{d} = K * [11 + 1,5 * \sqrt{f_{ck}} * \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 * \sqrt{f_{ck}} * (\frac{\rho_0}{\rho} - 1)^{3/2}] \quad \text{als } \rho \leq \rho_0 \quad (40)$$

$$\frac{l}{d} = K * [11 + 1,5 * \sqrt{f_{ck}} * \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} * \sqrt{f_{ck}} * \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}}] \quad \text{als } \rho \leq \rho_0 \quad (41)$$

| | | |
|------|----------|---|
| met: | l/d | Grenswaarde van de slankheid |
| | K | Een factor om verschillende constructieve systemen in rekening te brengen |
| | ρ_0 | Referentiewaarde van de wapeningsverhouding = $10^{-3} \sqrt{f_{ck}}$ |
| | ρ | Minimale wapeningspercentage van de trekwapening in het midden van de overspanning waarmee het moment ten gevolge van de belasting kan opgenomen worden |
| | ρ' | Minimale wapeningspercentage van de drukwapening in het midden van de overspanning waarmee het moment ten gevolge van de belasting kan opgenomen worden |

Deze grenswaarden zijn opgesteld met de veronderstelling dat de staalspanning gelijk is aan 310MPa als gevolg van de opgelegde rekenwaarde in GGT in een gescheurde sectie in het midden van de overspanning of aan de oplegging in geval van een uitkraging. Dit komt overeen met $f_{ck}=500\text{MPa}$. Wanneer er andere spanningsniveaus gebruikt worden, dienen deze vermenigvuldigd te worden met $310/\sigma_s$. Algemeen geldt volgende conservatieve aanname:[2]

$$310/\sigma_s = 500/(f_{yk} * A_{s,req}/A_{s,prov}) \quad (42)$$

- met: σ_s Trekspanning in het staal in het midden van de overspanning onder de rekenwaarde van de belasting in GGT
 $A_{s,req}$ Vereiste oppervlakte van het staal in UGT in de beschouwde oppervlakte
 $A_{s,prov}$ Oppervlakte van het staal in de beschouwde oppervlakte

NBN EN 1992-1-1:2005 geeft een tabel met algemene waarde voor K. Deze waarde wordt voor ieder land in de nationale bijlage vermeld. [2]

Tabel 5: Tabel 7.4N (NBN EN 1992-1-1:2005)

| Constructief systeem | K | Beton onder hoge spanning | Beton onder lage spanning |
|---|-----|---------------------------|---------------------------|
| | | $\rho = 1,5 \%$ | $\rho = 0,5 \%$ |
| Vrij opgelegde balk, in één of twee richtingen dragende vrij opgelegde plaat | 1,0 | 14 | 20 |
| Eindoverspanning van een doorgaande balk of in één richting dragende plaat of in twee richtingen dragende over één lange zijde doorgaande plaat | 1,3 | 18 | 26 |
| Tussenoverspanning van een balk of een in één of twee richtingen dragende plaat | 1,5 | 20 | 30 |
| Plaat opgelegd op kolommen zonder balken (vlakke plaatvloer) (gebaseerd op de langste overspanning) | 1,2 | 17 | 24 |
| Uitkraging | 0,4 | 6 | 8 |

OPMERKING 1 De gegeven waarden zijn zo gekozen dat ze in het algemeen conservatief zijn; berekening kan veelal aantonen dat slankere elementen mogelijk zijn.

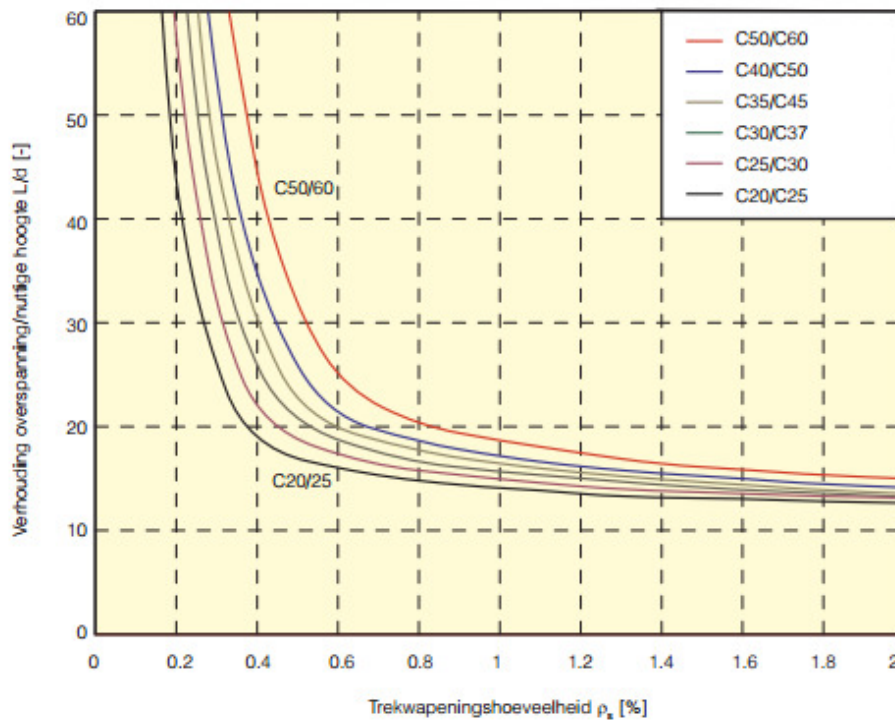
OPMERKING 2 Voor in twee richtingen dragende platen behoort de controle te zijn uitgevoerd op basis van de kortste overspanning. Voor vlakke plaatvloeren behoort de langste overspanning te zijn genomen.

OPMERKING 3 De voor vlakke plaatvloeren gegeven grenzen komen overeen met een minder strenge begrenzing dan een doorbuiging in het midden van de overspanning ter grootte van overspanning/250 ten opzichte van de kolommen. Ervaring heeft uitgewezen dat dit voldoende is.

Deze methode kent vele nadelen. Door de conservatieve aannames die gemaakt zijn bij het opstellen van de tabel is er een grote veiligheid op de slankheid van het element. Gezien de structuren als maar slanker worden, zal deze methode vaak aanwijzen dat een uitgebreide berekening noodzakelijk is waardoor deze methode slechts tijdverdrijf is. Een ander groot nadeel van deze methode is dat hier geen rekening gehouden wordt met de factoren die de kruip van het element beïnvloeden, zoals de relatieve vochtigheid of de hardingstijd van het beton.

4.1.1.2 Volgens het WTCB

Omdat bovenstaande tabel enkel met puntwaarden werkt, stelde het WTCB een tabel op die rekening houdt met alle wapeningspercentages. Deze tabel is opgesteld voor elementen waarvoor $K=1$. Indien dit niet het geval is moet men de bekomen waarde vermenigvuldigen met de bijhorende K-factor. Wanneer de verhouding l/d niet voldoet aan de criteria van onderstaande grafiek betekent dit niet noodzakelijk dat de doorbuiging onaanvaardbaar zal zijn. Door het veilige, conservatieve karakter van de methode betekent dit dat een uitgebreide berekening moet gebeuren. Indien het element wel voldoet aan de opgestelde slankheid, kan een uitgebreide berekening achterwege gelaten worden. [1]



Figuur 14: Slankheid in functie van het wapeningspercentage voor verschillende betonkwaliteiten (WTCB)

4.1.2 Lineair elastische berekening

Een andere mogelijkheid is een lineaire berekening van de doorbuiging. Deze methode wordt meestal als eerste toegepast door een ingenieur inzake de berekening van de doorbuiging. Hier wordt aangenomen dat de doorsnede niet gescheurd is om de berekening elastisch te kunnen beschouwen. Wanneer de trekspanning van het beton de gemiddelde treksterkte f_{ctm} niet overschrijdt, is dit een geldige hypothese en zal er een theoretisch correct resultaat bekomen worden. Dit resultaat is het volgende: [1]

$$\delta = kL^2(1/\rho) \quad (43)$$

met: L Overspanning van het element
 $1/\rho$ Kromming

$$1/\rho = M/EI \quad (44)$$

met: M Aangrijpend buigmoment
E Elasticiteitsmodulus van het beton
I Inertie I_{n-f} van de niet-gescheurde sectie; voor rechthoekige doorsnede bedraagt
dit: $I=bh^3/12$ met b de breedte en h de hoogte van de sectie

Indien de betonsterkte overschreden wordt, onderschat deze methode de werkelijke doorbuiging. In dit geval moet er een niet-lineaire berekening uitgevoerd worden en een bepaalde hoeveelheid gescheurde doorsnede beschouwd worden. [1]

4.2 Directe berekening van de doorbuiging

Wanneer de vereenvoudigde methodes niet voldoen om de doorbuiging te controleren, is het noodzakelijk een gedetailleerde berekening uit te voeren. Deze zal rekening houden met een proportie van gescheurde doorsnede en ongescheurde doorsnede. De volgende berekening gaat uit van een isostatische balk die gelijkmatig belast is onder een lineaire belasting q . De maximale doorbuiging wordt als eerste berekend voor een niet-gescheurde sectie. [1], [2]

$$\delta_{nc} = \frac{5qL^4}{384EI_{nc}} \quad (45)$$

Hetzelfde wordt gedaan voor een volledig gescheurde doorsnede.

$$\delta_c = \frac{5qL^4}{384EI_c} \quad (46)$$

Zoals te zien is, verandert enkel het traagheidsmoment van een niet-gescheurde sectie naar een gescheurde sectie. Deze laatste houdt er dan ook rekening mee dat het beton geen trekspanningen meer kan opnemen. Het beton kan echter tussen de gescheurde doorsneden trekkrachten opnemen waardoor een verdelingscoëfficiënt nodig is. Deze wordt gedefinieerd als ζ . [1]

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{\sigma_{s,r}}{\sigma_s} \right)^2 \quad (47)$$

- met:
- β Factor die rekening houdt met belastingsduur en vermoeidheidseffecten (1,0 korte duur; 0,5 lange duur of cyclische belasting)
 - $\sigma_{s,r}$ Waarde van de trekspanning in de wapening voor een gescheurde doorsnede onder eerste scheurbelasting; spanning in meest getrokken vezel is gelijk aan f_{ctm}
 - σ_s Waarde van de trekspanning in de wapening berekend voor een gescheurde doorsnede en voor de belastingscombinaties in de voorziene GGT

Bij eenvoudige doorbuiging kan de factor $\sigma_{s,r}/\sigma_s$ vervangen worden door M_c/M waarbij M_c het scheurmoment voorstelt en M het moment dat uit de gebruiksbelasting voortvloeit. [1]

Tot slot wordt de totale doorbuiging berekend door gebruik te maken van de verdelingsfactor en volgende verhoudingen:

$$\delta_{tot} = \zeta \delta_c + (1 - \zeta) \delta_{nc} \quad (48)$$

Deze berekeningen zijn zeer uitgebreid en vergen veel tijd. Daarom is het aangewezen een andere methode te ontwikkelen die de maatgevendheid van de doorbuiging controleert.

4.3 Maatgevendheid van de doorbuiging

Omdat de berekeningen van de doorbuiging zeer uitgebreid zijn en veel rekenwerk vereisen, terwijl dit slechts een benadering is van de werkelijke doorbuiging, is een alternatieve methode gewenst. Indien de formule van de doorbuiging geherformuleerd wordt, bepaalt men volgend resultaat:

$$f = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{E_{ceff} I_{eff}} \quad (49)$$

$$\frac{l}{\delta} = \frac{5}{48} \frac{ql^2}{8 E_{ceff} I_{eff}} \quad (50)$$

In de context van deze masterproef zullen enkel isostatisch opgelegde elementen beschouwd worden. Hierdoor kan bovenstaande formule herschreven worden tot:

$$\frac{1}{\delta} = \frac{5}{48} M_{sd} \frac{l}{E_{ceff} I_{eff}}$$

$$\frac{1}{\delta} = \frac{5}{48} \frac{M_{sd}}{bd^2 f_{cd}} \frac{l \cdot bd^2 f_{cd}}{E_{ceff} I_{eff}}$$

De Young's modulus van het beton zal verminderen door de invloed van kruip in de quasi-blijvende belastingscombinatie. Om deze kruip in rekening te brengen, wordt een kruipfactor α_δ verondersteld die rekening houdt met de invloed van de kruip.

$$\frac{1}{\delta} = \frac{5}{48} \mu_{GGT} \frac{l \cdot bd^2 f_{cd}}{\frac{E_s}{\alpha_\delta} I_{eff}} \quad (51)$$

Om deze vergelijking verder op te lossen, moet het traagheidsmoment I_{eff} van het element bepaald worden in quasi-permanente toestand. Om deze parameter te bepalen, wordt deze eerst dimensieloos gemaakt zodat verder onderzoek, onafhankelijk van de sectie van het element, mogelijk is.

$$\kappa = \frac{I_{eff}}{I_{dl}}$$

Met I_{dl} het globale traagheidsmoment van het element, nodig om een dimensieloze parameter κ , het gereduceerde traagheidsmoment genaamd, te bepalen. Een gelijkaardige techniek werd al gebruikt door van Boom [7]. I_{dl} en wordt als volgt gedefinieerd:

$$I_{dl} = \frac{bd^3}{12} \quad (52)$$

Gelijkaardige vergelijkingen zijn op te stellen voor het traagheidsmoment in ongescheurde en gescheurde toestand. Respectievelijk κ_1 en κ_2 zijn dus:

$$\kappa_1 = \frac{I_{ongescheurd}}{I_{dl}}$$

$$\kappa_2 = \frac{I_{gescheurd}}{I_{dl}}$$

Indien vergelijking 50 en vergelijking 51 gecombineerd worden, wordt volgende vergelijking verkregen:

$$1 = \frac{17}{24} \delta \mu_{GGT} f_{ck} \frac{\alpha_{\delta} l}{E_s d} \frac{bd^3}{I_{eff}} \quad (53)$$

$$1 = \frac{17}{24} \delta \mu_{GGT} f_{ck} \frac{\alpha_{\delta} L}{E_s d \kappa} \quad (54)$$

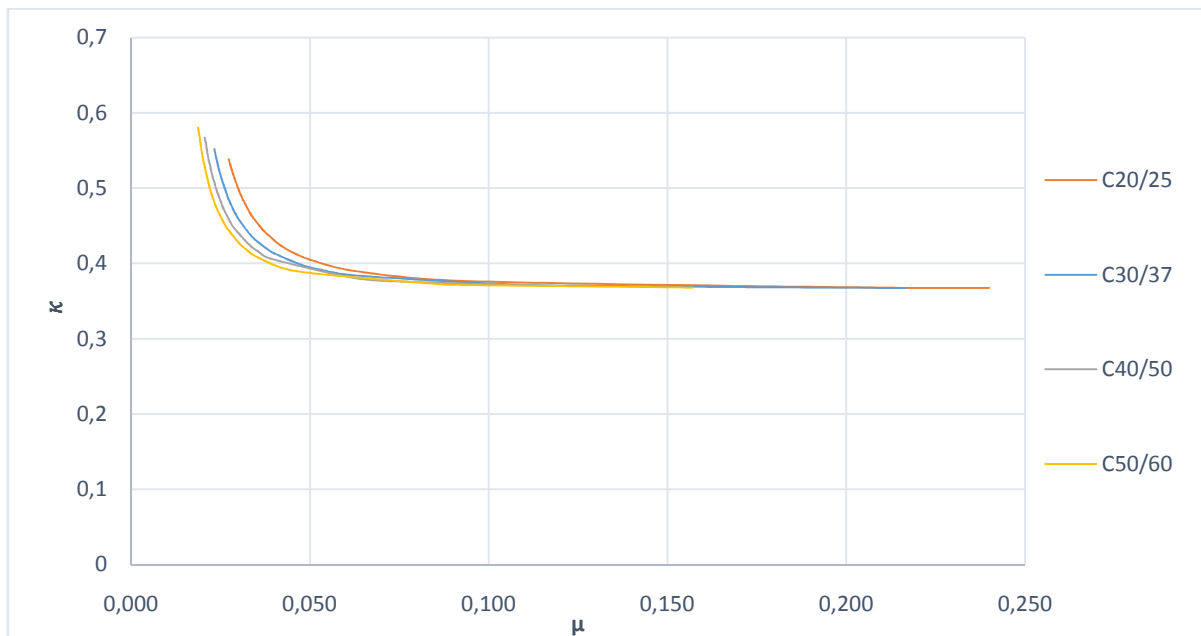
Vervolgens kan deze vergelijking uitgewerkt worden naar κ of naar de slankheid L/d . In tegenstelling tot het gereduceerd traagheidsmoment is de bepaalde slankheid in onderstaande formule een maximum. Bij een grotere slankheid zal de doorbuiging immers groter worden. Indien het gereduceerd traagheidsmoment echter groter wordt, zal de doorbuiging afnemen.

$$\rightarrow \left(\frac{L}{d}\right)_{max} = \frac{24}{17} \frac{\kappa E_s}{\alpha_{\delta} \delta \mu_{GGT} f_{ck}} \quad (55)$$

$$\rightarrow \kappa_{min} = \frac{17}{24} \frac{\alpha_{\delta} \delta \mu_{GGT} f_{ck} \frac{L}{d}}{E_s} \quad (56)$$

Door willekeurige balken te nemen met willekeurige afmetingen, wapeningspercentages, betonkwaliteiten en kruipfactoren kan de invloed van deze parameter grafisch onderzocht worden.

Indien verschillende balken beschouwd worden met eenzelfde kruipfactor en wapeningspercentage maar met verschillende afmetingen, gereduceerde momenten en betonsterkte, wordt volgende relatie gevonden tussen het gereduceerd moment en het gereduceerd traagheidsmoment κ .



Figuur 15: Gereduceerd traagheidsmoment in functie van gereduceerd moment in GGT-Q voor verschillende balken met eenzelfde wapeningspercentage en kruipfactor

Volgende asymptoot is als volgt te verklaren. Bij hogere (gereduceerde) momenten zal het element zich in volledig gescheurde toestand bevinden. Hierdoor nadert het gereduceerd traagheidsmoment naar dit van κ_2 . Bij lagere gereduceerde momenten daarentegen, net groot genoeg om scheuren te doen optreden, zal het element gedeeltelijk scheuren waardoor het gereduceerd traagheidsmoment zal stijgen.

Vervolgens kan bepaald worden wanneer een berekening van een gescheurde sectie nodig is.

Er zullen scheuren optreden indien het optredend buigmoment groter is dan het scheurmoment van het element.

$$M_{cr} = M_d$$

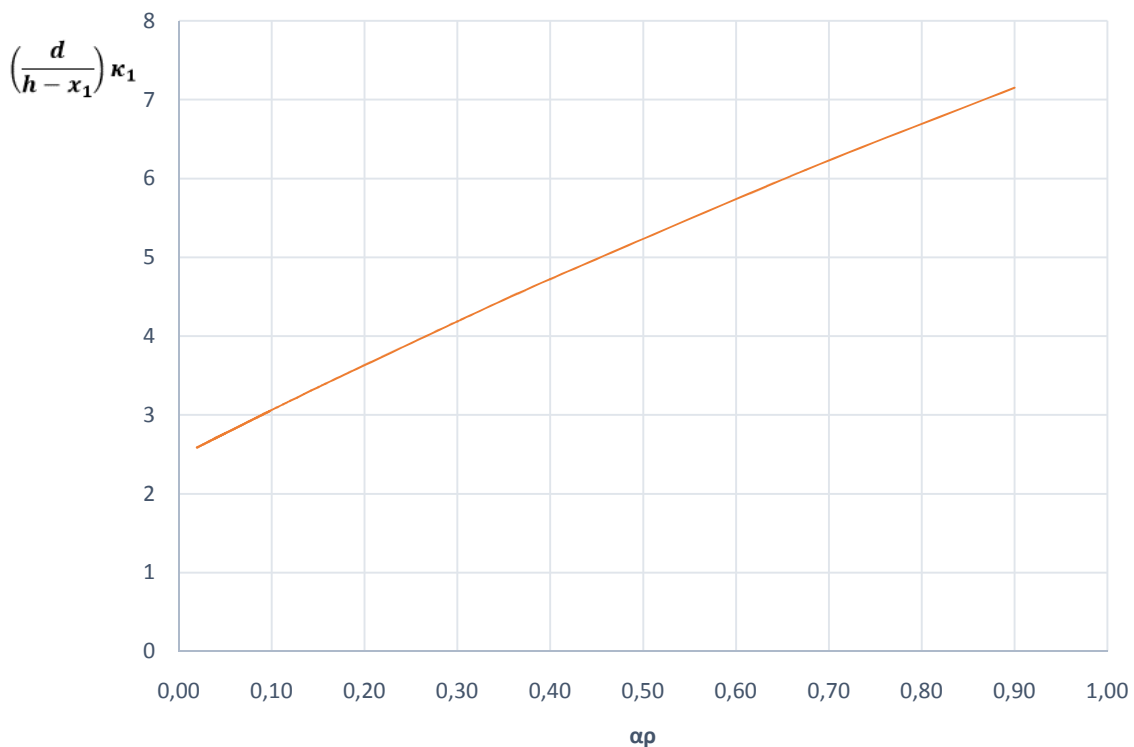
$$\frac{M_{cr}}{M_d} = 1$$

$$\frac{f_{ctm} \frac{I_1}{h-x_1}}{M_d} = 1$$

$$\frac{1}{70 \mu_{GGT(Q)} \sqrt[3]{f_{ck}}} \frac{d}{h-x_1} \kappa_1 = 1$$

$$\rightarrow \mu_{GGT(Q)} = \frac{3}{68 \sqrt[3]{f_{ck}}} \left(\frac{d}{h-x_1} \right) \kappa_1 \quad (57)$$

Het product van deze laatste twee termen kan vervolgens geplott worden in functie van de kruipfactor α en het geometrisch wapeningspercentage, Figuur 16 geeft dit verband weer. Aangezien de kruipfactor voor de doorbuiging niet als constante kan beschouwd worden, is het belangrijk deze in rekening te brengen. Zijn invloed berust vooral op de wapening aangezien deze de staalsectie omrekent naar een respectievelijke betonsectie. Gedurende de volgende afleidingen zal deze factor dus een belangrijke invloed hebben.



Figuur 16: Bepaling van het kritisch gereduceerd moment

Deze quasi lineaire kromme is exact te bepalen met volgende tweedegraads vergelijking:

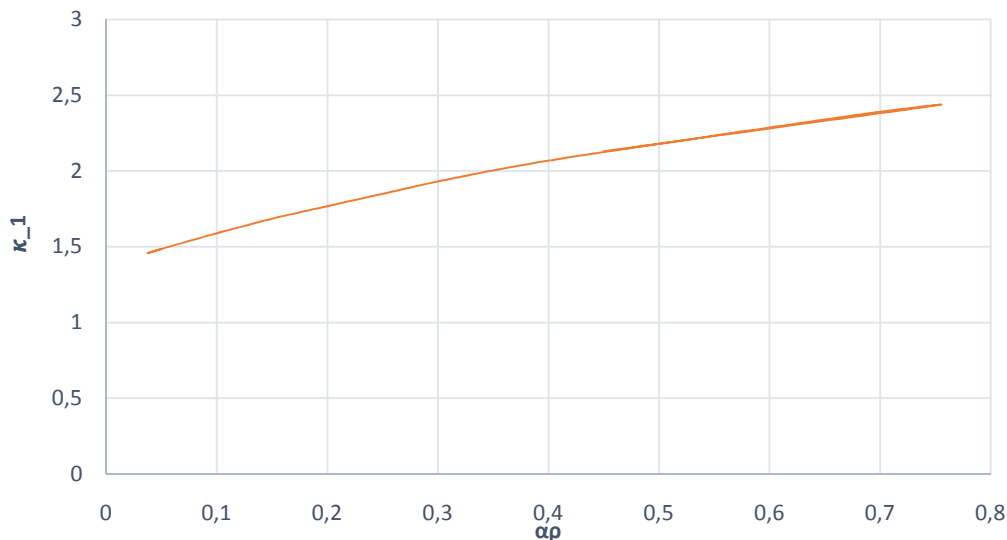
$$\left(\frac{d}{h-x_1}\right) \kappa_1 = -0,878(\alpha\rho)^2 + 5,985\alpha\rho + 2,4724$$

De correlatiecoëfficiënt van deze vergelijking bedraagt 1. Bijgevolg kan het maximaal gereduceerd moment bepaald worden om scheurvorming te voorkomen.

$$\mu_{GGT(Q),max} = \frac{3}{68\sqrt[3]{f_{ck}}}(-0,878(\alpha\rho)^2 + 5,985\alpha\rho + 2,4724) \quad (58)$$

Gezien deze waarden zeer laag zijn, is het waarschijnlijk dat de sectie wel zal scheuren. Het verschil tussen de berekening van een gescheurde sectie en een ongescheurde sectie is het traagheidsmoment dat gekozen moet worden. Bij een ongescheurde sectie is het gereduceerd traagheidsmoment gelijk aan κ_1 . Met behulp van een grafische analyse kan het functievoorschrift voor deze parameter berekend worden in functie van $\alpha\rho$.

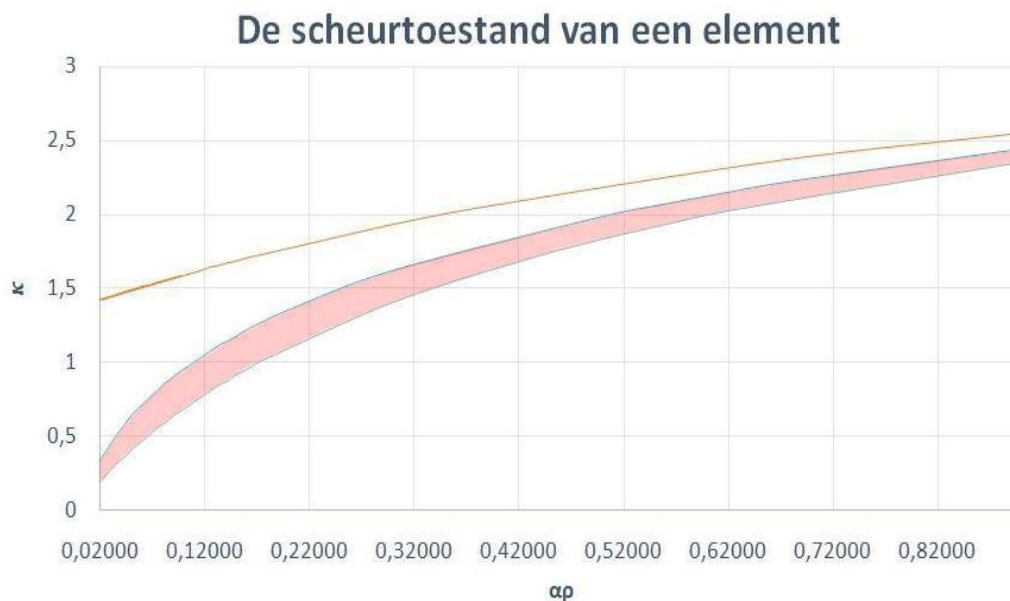
Het gereduceerd traagheidsmoment van een ongescheurde sectie



Figuur 17: Gereduceerd traagheidsmoment van een ongescheurde sectie

$$\kappa_1 = -0,956(\alpha\rho)^2 + 2,1\alpha\rho + 1,386 \quad (59)$$

In veel gevallen is het moment echter groter dan het scheurmoment waardoor de berekening complexer wordt. Figuur 18 licht het verschil in gereduceerd traagheidsmoment toe voor een gescheurde sectie en een ongescheurde sectie. Het rode gebied is hierbij de scheurzone. Indien de sectie gescheurd is, zal het bepalen van het exact gereduceerd traagheidsmoment minder eenvoudig zijn omdat dan ook de betonkwaliteit een invloed zal hebben.



Figuur 18: Scheurtoestand van een element

Hierbij is de oranje lijn het gereduceerd traagheidsmoment van de ongescheurde sectie κ_1 en de grijze kromme het gereduceerde traagheidsmoment van de volledig gescheurde sectie κ_2 . De blauwe kromme illustreert het moment dat de sectie zal scheuren. Het optredende buigmoment is hier het kritische buigmoment. Het gereduceerde traagheidsmoment van deze situatie kan als volgt bepaald worden:

$$\kappa = \left(\frac{1-\zeta}{\kappa_1} + \frac{\zeta}{\kappa_2} \right)^{-1} = \left(\frac{0,5}{\kappa_1} + \frac{0,5}{\kappa_2} \right)^{-1} = \frac{2\kappa_1\kappa_2}{\kappa_2 + \kappa_1} \quad (60)$$

Tussen de grijze en de blauwe kromme zal de sectie gedeeltelijk scheuren. Om het gereduceerd traagheidsmoment in deze zone te bepalen voeren we een amplificatiefactor χ in die het gereduceerd traagheidsmoment van de volledig gescheurde sectie vermeerderd naargelang de betonkwaliteit, de wapening en het optredend buigmoment.

Allereerst definiëren we de verhouding tussen het gereduceerd traagheidsmoment in ongescheurde toestand ten opzichte van de gescheurde toestand als λ . Hierdoor kan het effectieve traagheidsmoment herschreven worden tot:

$$\kappa = \frac{1}{\frac{1-\zeta}{\kappa_1} + \frac{\zeta}{\kappa_2}} = \frac{1}{\frac{1-\zeta}{\lambda\kappa_2} + \frac{\zeta}{\kappa_2}} = \frac{1}{\frac{1-\zeta+\lambda\zeta}{\lambda\kappa_2}} = \frac{\lambda\kappa_2}{1+(1-\lambda)\zeta} = \chi\kappa_2 \quad (61)$$

Een uitgebreide uitwerking van bovenstaande afleiding leidt helaas niet tot een gebruiksvriendelijke formule. Daarom worden de parameters in deze formule afzonderlijk onderzocht. De parameter λ is enkel afhankelijk van het wapeningspercentage en van de kruipfactor. Onderzoek naar χ leidt echter verbazingwekkend tot een resultaat waarbij het wapeningspercentage en de kruipfactor nagenoeg geen invloed hebben op deze amplificatiefactor. Hoofdzakelijk betekent dit dat χ afhankelijk is van de verdelingscoëfficiënt ζ . Voor zuivere buiging wordt deze parameter als volgt berekend:

$$\zeta = 1 - 0,5 \left(\frac{M_{cr}}{M_d} \right)^2 = 1 - 0,5 \left(\frac{3}{68 \mu_{GGT(Q)} \sqrt[3]{f_{ck}}} \frac{d}{h - x_1} \kappa_1 \right)^2$$

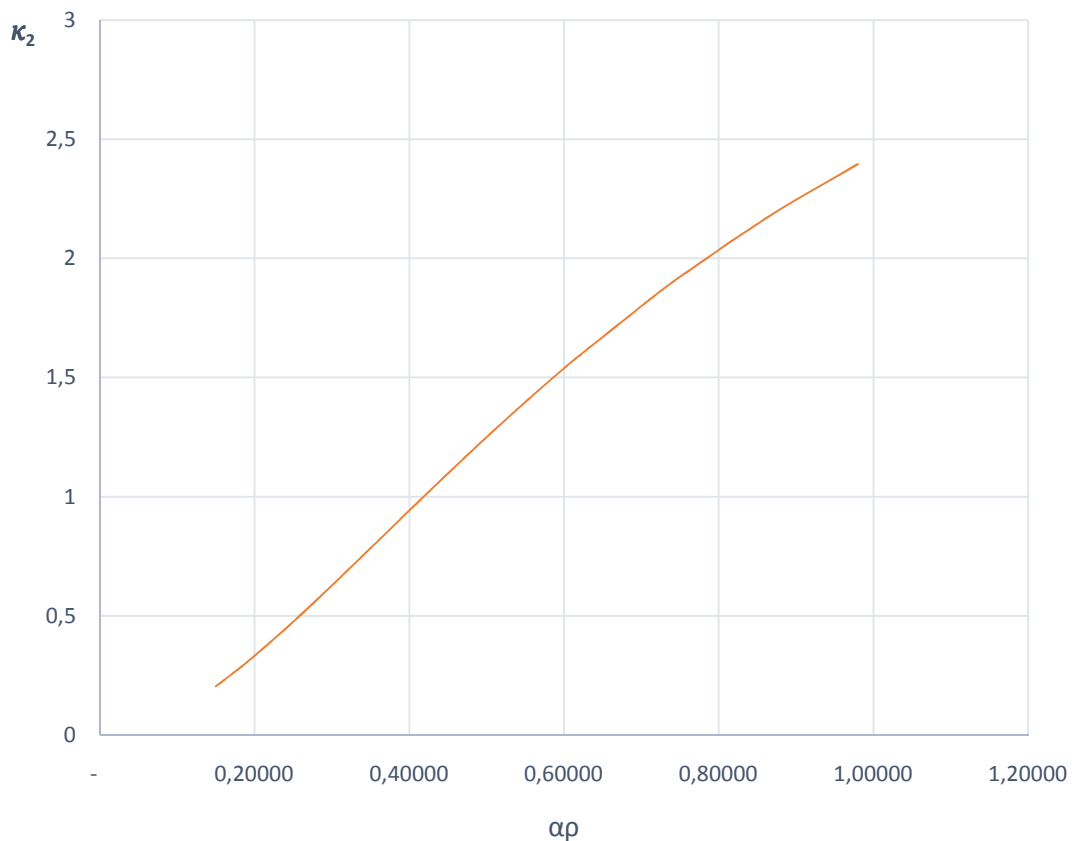
$$= 1 - 0,5 \left(\frac{d}{h - x_1} \kappa_1 \right)^2 \left(\frac{3}{68 \mu_{GGT(Q)} \sqrt[3]{f_{ck}}} \right)^2 \quad (62)$$

De eerste onbekende term van het product in bovenstaande formule is enkel afhankelijk van het wapeningspercentage en de kruipfactor. Deze term zal dus buiten beschouwing gelaten worden bij het verdere onderzoek. De tweede term echter is onafhankelijk van het wapeningspercentage, noch van de kruipfactor. Bijgevolg zal de invloed van deze term op de amplificatiefactor onderzocht worden.

Met behulp van een grafische analyse van χ in functie van $\frac{1}{\mu_{GGT(Q)}^2 f_{ctm}}$ kan uiteindelijk volgend verband afgeleid worden:

$$\chi = 1 + \frac{1}{5000 \sqrt{(\mu^2 f_{ctm})^3}} \quad (63)$$

Deze functie heeft een correlatiecoëfficiënt van 0,997. De afwijking hierop is te wijten aan de kleine invloed van het wapeningspercentage. De volgende parameter die nog rest bepaald te worden is het gereduceerd traagheidsmoment van de volledig gescheurde toestand. Zoals reeds aangehaald is deze factor afhankelijk van het wapeningspercentage en van de kruipfactor. Een grafische weergave hiervan wordt getoond in Figuur 19.



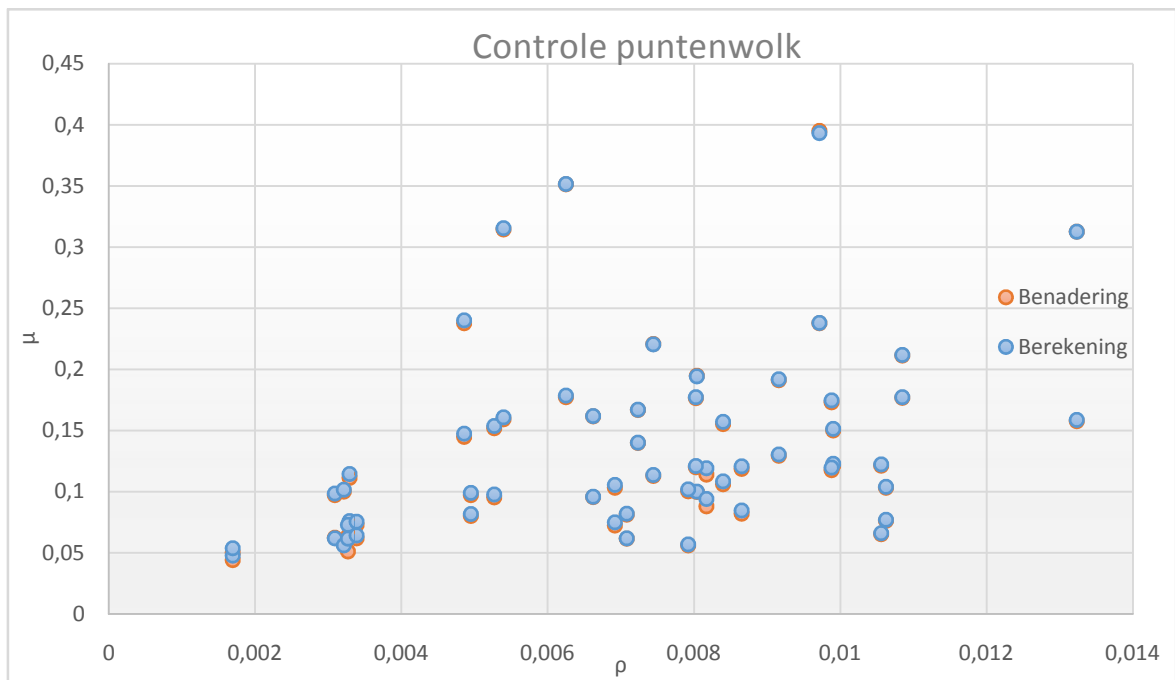
Figuur 19: Bepaling van het gereduceerde traagheidsmoment voor een volledig gescheurd element

Deze kromme kan worden benaderd door volgend functievoorschrift met een correlatie van 0,999:

$$\kappa_2 = 3,644 \sqrt{\alpha\rho} - 0,81\alpha\rho - 0,37 \quad (64)$$

Ter illustratie zal deze methode getoetst worden aan een puntenwolk van reeds berekende balken die net voldoen aan de doorbuigingseis.

Zoals Figuur 20 aantoont, is deze methode een nauwkeurige benadering van de uitgebreide berekening. Het verschil dat zichtbaar is, is te verklaren door de afwijking van de nuttige hoogte ten opzichte van de totale hoogte. Deze werd constant verondersteld in de formule van ζ maar bij zeer kleine balken kan deze sterk afwijken van een constante waarde. Deze afwijking is echter wel aan de veilige kant.



Figuur 20: Controle van de puntenwolk met behulp van opgestelde formules

4.4 Rekenvoorbeeld

Gegeven Een balk met een effectieve lengte van 5m heeft een dwarsdoorsnede $b = 500\text{mm}$ en $h = 350\text{mm}$ met een betondekking van 30mm. De balk is enkel gewapend uit twee staven van diameter 20. Bovendien wordt de balk belast met:

M_{sd} = de designwaarde van het aangrijpend buigmoment veroorzaakt door de quasi-permanente combinatie van de blijvende en de mobiele belastingen

$$= 60\text{kNm}$$

Beugeldiameter $\Phi_b = 8\text{mm}$

Staalkwaliteit BE 500 met $\gamma_s = 1,15$

Betonkwaliteit C20/25

Veronderstel een kruipfactor $\alpha_\delta = 25$

Gevraagd Controleer of voldaan is aan de doorbuigingseis van $L/250$. Indien niet voldaan, bepaal dan hoeveel wapening extra nodig is om ervoor te zorgen dat deze wel voldoet.

Oplossing

Allereerst bepalen we de nuttige hoogte van de balk.

$$d = h - c - \Phi_b - \frac{\Phi_s}{2} = 350 - 30 - 8 - 10 = 302\text{mm}$$

De trekwapening van balk bedraagt:

$$A_s = n \cdot \frac{\pi \cdot \Phi_s^2}{4} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 20^2}{4} = 628\text{mm}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{628}{500 \cdot 302} = 0,00416$$

4.4.1 Zonder berekening

Om te bepalen welke van de twee formules nodig is, moet eerst het referentie wapeningspercentage ρ_0 bepaald worden.

$$\rho_0 = 10^{-3} \sqrt{f_{ck}} = 10^{-3} \sqrt{20} = 0,0045$$

De gebruikte wapening is minder zodat volgende formule gebruikt moet worden:

$$\frac{l}{d} = K * \left[11 + 1,5 * \sqrt{f_{ck}} * \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 * \sqrt{f_{ck}} * \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

Met behulp van tabel 7.4N kan geconstateerd worden dat $K = 1$ zodat:

$$\left(\frac{l}{d} \right)_{max} = 1 * \left[11 + 1,5 * \sqrt{20} * \frac{0,0045}{0,0042} + 3,2 * \sqrt{20} * \left(\frac{0,0045}{0,0042} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] = 18,51$$

Deze slankheidsregel is afgeleid van voor een staalspanning onder quasi-blijvende belastingscombinatie van 310N/mm^2 . De werkelijke spanning kan benaderd worden als:

$$\sigma_s = \frac{M_{sd}}{0,9dA_s} = \frac{60 \cdot 10^6}{0,9 \cdot 302 \cdot 628} = 351,5\text{N/mm}^2$$

De werkelijke maximale slankheid wordt dan beperkt tot:

$$\left(\frac{l}{d}\right)_{max} = 18,51 \cdot \frac{310}{\sigma_s} = 16,3$$

$$\frac{l}{d} = \frac{5000}{302} = 16,54$$

Bijgevolg zal de doorbuigingseis overschreden worden. Indien men de wapening verhoogt naar 637mm^2 , dus 11mm^2 meer, zal er net voldaan worden aan de eis volgens deze benadering.

4.4.2 Met de uitgebreide berekening

Allereerst wordt alles van een niet-gescheurde sectie berekend.

$$x_1 = \frac{\alpha_\delta(A_{s1} \cdot d + A_{s2} \cdot d_2) + b \cdot h^2 \cdot 0,5}{\alpha_\delta(A_{s1} + A_{s2}) + bh} = \frac{25 \cdot 628 \cdot 302 + 500 \cdot 350^2 \cdot 0,5}{25 \cdot 628 + 500 \cdot 350} = 185,5\text{mm}$$

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{b \cdot x_1^3}{3} + \frac{b}{3} (h - x_1)^3 + \alpha_\delta \cdot A_{s1} \cdot (d - x_1)^2 + \alpha_\delta \cdot A_{s2} \cdot (x_1 - d_2)^2 \\ &= \frac{500 \cdot 185,5^3}{3} + \frac{500}{3} (350 - 185,5)^3 + 25 \cdot 628 \cdot (302 - 185,5)^2 + 0 \\ &= 2,02 \cdot 10^9 \text{mm}^4 \end{aligned}$$

$$E_{ceff} = \frac{E_s}{\alpha_\delta} = \frac{200000}{25} = 8000\text{N/mm}^2$$

Zodat de doorbuiging van het niet-gescheurde deel berekend kan worden.

$$f_1 = \frac{5}{48} \frac{M_{sd} \cdot l^2}{I_1 \cdot E_{ceff}} = \frac{5}{48} \frac{60 \cdot 10^6 \cdot 5000^2}{2,02 \cdot 10^9 \cdot 8000} = 9,67\text{mm}$$

Vervolgens wordt alles van de gescheurde sectie berekend.

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{-\alpha_\delta}{b} (A_{s1} + A_{s2}) + \left[\left[\frac{\alpha_\delta}{b} (A_{s1} + A_{s2}) \right]^2 + 2 \frac{\alpha_\delta}{b} (A_{s1} \cdot d + A_{s2} \cdot d_2) \right]^{0,5} \\ &= \frac{-25}{500} \cdot 628 + \left[\left[\frac{25}{500} \cdot 628 \right]^2 + 2 \cdot \frac{25}{500} \cdot 628 \cdot 302 \right]^{0,5} \\ &= 109,9\text{mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{b \cdot x_2^3}{3} + \alpha_\delta \cdot A_{s1} \cdot (d - x_2)^2 + \alpha_\delta \cdot A_{s2} \cdot (x_2 - d_2)^2 \\ &= \frac{500 \cdot 110^3}{3} + 25 \cdot 628 \cdot (302 - 110)^2 = 8,0 \cdot 10^8 \text{mm}^4 \end{aligned}$$

Zodat

$$f_2 = \frac{5}{48} \frac{M_{sd} \cdot l^2}{I_2 \cdot E_{ceff}} = \frac{5}{48} \frac{60 \cdot 10^6 \cdot 5000^2}{8,0 \cdot 10^8 \cdot 8000} = 24,4\text{mm}$$

Met behulp van het kritisch moment kan het aandeel van elke toestand bepaald worden.

$$M_{cr} = \frac{f_{ctm} \cdot J_1}{h - x_1} = \frac{0,3 \cdot 20^{\frac{2}{3}} \cdot 2,02 \cdot 10^9}{350 - 185,5} \cdot 10^{-6} = 27,1 \text{ kNm}$$

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2 = 1 - 0,5 \cdot \left(\frac{27,1}{60} \right)^2 = 0,90$$

Zodat de uiteindelijke doorbuiging berekend kan worden.

$$f = \zeta \cdot f_2 + (1 - \zeta) \cdot f_1 = 0,90 \cdot 24,4 + 0,10 \cdot 9,67 = 22,28 \text{ mm}$$

De maximale doorbuiging mag volgens de eis van $L/250$ de volgende bedragen voor een overspanning van 5m:

$$f_{max} = \frac{L}{250} = \frac{5000}{250} = 20 \text{ mm}$$

Er wordt dus niet voldaan aan de doorbuigingseis.

Iteratief kan berekend worden dat een wapening van 760 mm^2 ervoor zorgt dat aan de eis voldaan wordt.

4.4.3 Met behulp van de alternatieve methode

Allereerst wordt het gereduceerd traagheidsmoment berekend. Hiervoor wordt eerst het gereduceerd moment berekend.

$$\mu_{GGT} = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}} = \frac{60 \cdot 10^6}{500 \cdot 302^2 \cdot 11,33} = 0,116$$

$$\kappa_{min} = \frac{17}{24} \frac{\alpha \delta \mu_{GGT} f_{ck} \frac{L}{d}}{E_s} = \frac{17}{24} \frac{25 \cdot 250 \cdot 0,116 \cdot 20 \cdot 16,54}{200000} = 0,85$$

$$\mu_{GGT(Q),max} = \frac{3}{68 \sqrt[3]{f_{ck}}} (-0,878(\alpha\rho)^2 + 5,985\alpha\rho + 2,4724) = 0,0501$$

De sectie zal dus scheuren. Bijgevolg kunnen we het traagheidsmoment van de gescheurde sectie bepalen.

$$\kappa_2 = 3,644 \sqrt{\alpha\rho} - 0,81\alpha\rho - 0,37 = 0,722$$

$$\chi = 1 + \frac{1}{5000 \sqrt{(\mu^2 f_{ctm})^3}} = 1,04$$

Zodat

$$\kappa = \chi \cdot \kappa_2 = 0,75$$

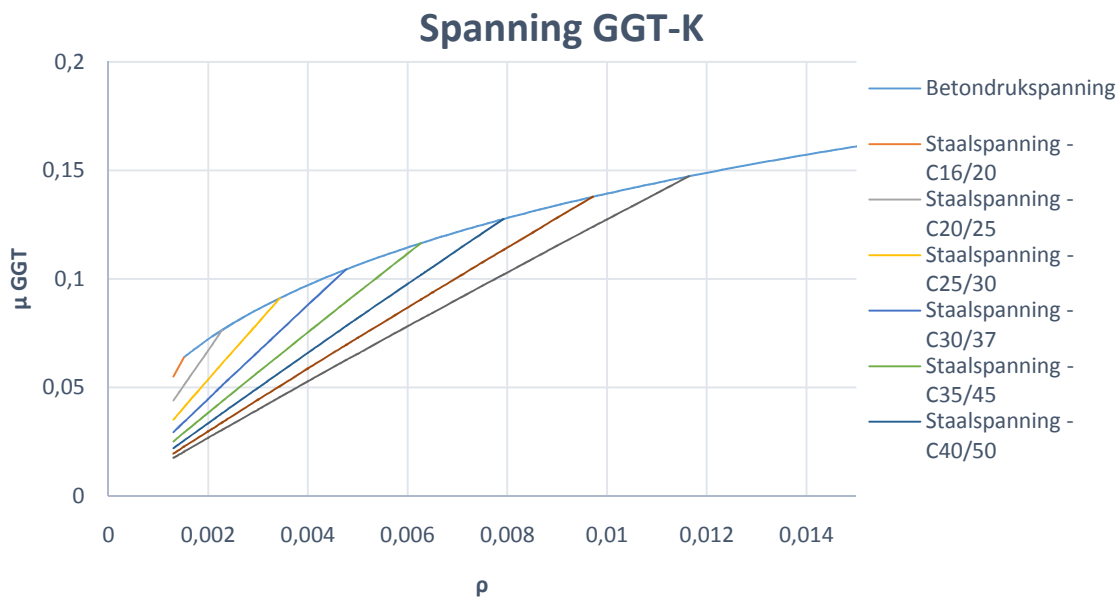
Deze waarde is kleiner dan het minimale gereduceerde moment dat nodig is om te voldoen aan de doorbuigingseis. Via omrekening kan bepaald worden dat een wapeningspercentage van 0,501% nodig is om wel te voldoen aan de eis. Dit komt overeen met een wapening van $756,4 \text{ mm}^2$.

5 Samenvatting

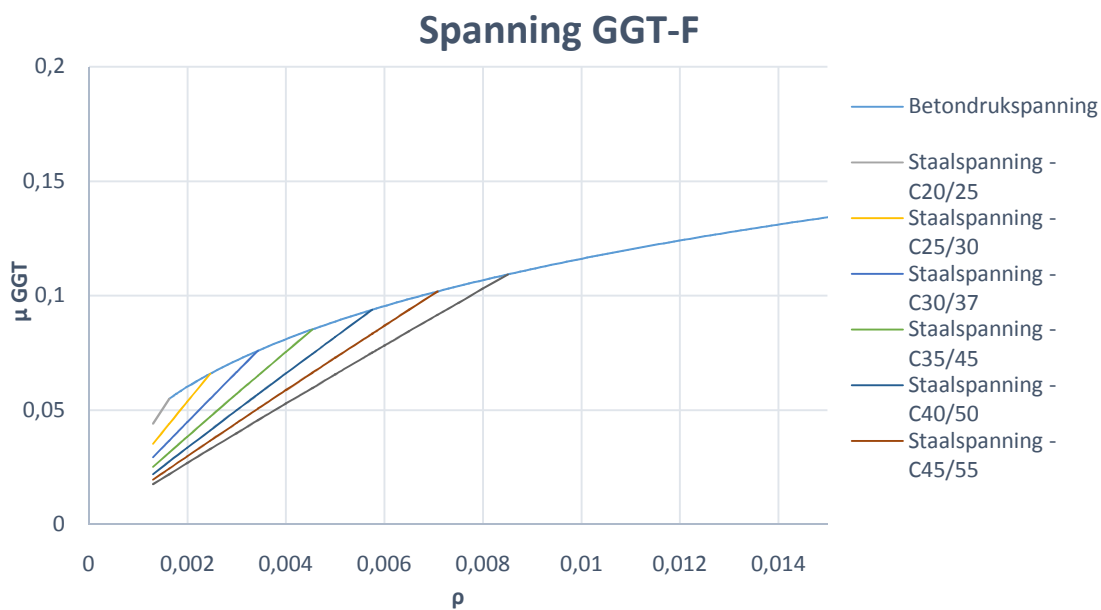
Onderstaande samenvatting geeft een kort overzicht van de mogelijke technieken die gebruikt kunnen worden om de maatgevendheid van de gebruiksgrenstoestand te controleren voor enkelvoudig gewapende betonnen elementen onder zuivere buiging.

5.1 Spanningen

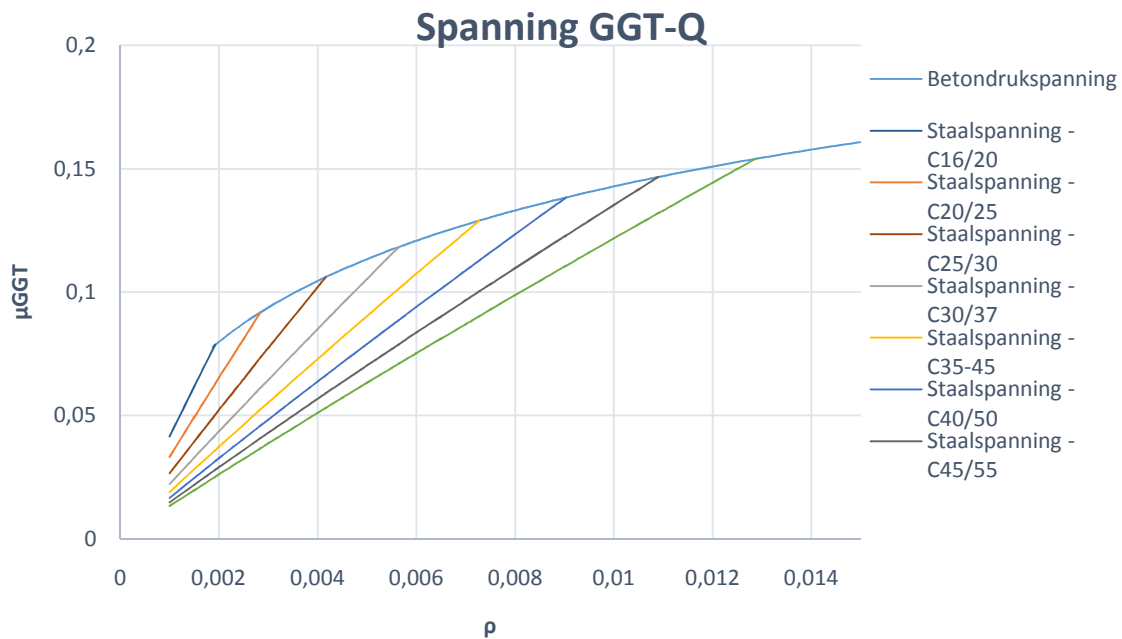
Om de staal- en betondrukspanning te controleren, illustreren Figuur 21, Figuur 22 en Figuur 23 het maximaal gereduceerd moment in de respectievelijke gebruiksgrenstoestand bij een gekend wapeningspercentage in UGT.



Figuur 21: Maximaal gereduceerd moment in functie van ρ in GGT-K



Figuur 22: Maximaal gereduceerd moment in functie van ρ in GGT-F



Figuur 23: Maximaal gereduceerd moment in functie van ρ in GGT-Q

Opmerkingen:

- Deze grafieken zijn opgesteld met een kruipfactor α in GGT-K, F en Q van respectievelijk 6, 6 en 15. Bij afwijking van deze kruipfactoren is alsnog een berekening aangeraden.
- De spanning in GGT wordt maatgevend beschouwd indien deze het maximum, opgesteld door de eurocode, overschrijdt.
- De maximale betondrukspanning in GGT-K, F en Q bedraagt respectievelijk 0,6 ; 0,5 en 0,45 keer de karakteristieke betondruksterkte.
- De maximale staalspanning in alle gebruiksgrenstoestanden bedraagt 0,8 keer de karakteristieke staaltreksterkte.

5.2 Scheurwijdte

Om een uitgebreide berekening van de scheurwijdte te vermijden, kan met behulp van onderstaande formules bepaald worden of de scheurwijdte voldoet of niet. De volgende gevonden waarden worden vergeleken met het gevonden gereduceerd moment bij de dimensionering.

- *In geval van balken:*

$$\mu = \frac{2595 w_k \rho^2 (39 - 45\sqrt{\rho})}{f_{ck} \left(\rho c + \frac{\phi}{60} (1 - 3\sqrt{\rho}) \right)} + \frac{210,6\rho - 243\rho\sqrt{\rho} - 17,7\sqrt{\rho} + 4,66}{68^3 \sqrt{f_{ck}}}$$

Ook voor balken waarbij de tweede term maatgevend is, zal deze formule een goed resultaat geven. Indien de hart op hart afstand van de hechtende wapening groter is dan $5(c + \phi/2)$ of indien er geen hechtende wapening aanwezig is in de trekzone geldt volgende formule:

$$\mu = \frac{6787 w_k \rho^2 (39 - 45\sqrt{\rho}) h}{1 - 0,9\sqrt{225\rho^2 + 30\rho + 13,5\rho}} + \frac{210,6\rho - 243\rho\sqrt{\rho} - 17,7\sqrt{\rho} + 4,66}{68^3 \sqrt{f_{ck}}}$$

- *In geval van platen waarbij de nuttige hoogte kleiner is dan 80% van de totale hoogte*

$$\mu = \frac{2595w_k\rho^2(39-45\sqrt{\rho})}{f_{ck}\left(c\rho+\frac{\phi h}{40d}\right)} + \frac{(39-45\sqrt{\rho})\left(30\rho+\frac{h}{d}\right)}{378f_{ck}^{\frac{1}{3}}}$$

Indien de hart op hart afstand van de hechtende wapening groter is dan $5(c + \phi/2)$ of indien er geen hechtende wapening aanwezig is in de trekzone geldt volgende formule voor platen:

$$\mu = \frac{6787w_k\rho^2(39-45\sqrt{\rho})h}{1-0,9\sqrt{225\rho^2+30\rho+13,5\rho}} + \frac{(39-45\sqrt{\rho})\left(30\rho+\frac{h}{d}\right)}{378f_{ck}^{\frac{1}{3}}}$$

- *In geval van platen waarbij de nuttige hoogte groter is dan 80% van de totale hoogte*

$$\mu = \frac{2595w_k\rho^2(39-45\sqrt{\rho})}{f_{ck}\left(c\rho+\frac{3\phi}{40d}\right)} + \frac{(39-45\sqrt{\rho})(29\rho+1)}{680f_{ck}^{\frac{1}{3}}}$$

De formule wanneer de hart op hart afstand van de hechtende wapening groter is dan $5(c + \phi/2)$ voor balken is ook geldig voor platen met een nuttige hoogte groter dan 80% van de totale hoogte.

Opmerkingen:

- Deze berekening geeft een goede benadering van de theoretische scheurwijdte wanneer dit vergeleken wordt met de uitgebreide berekeningen.
- Deze berekening berust op een berekening van de scheurwijdte in de quasi-blijvende belastingscombinatie met een kruipfactor van 15.

5.3 Doorbuiging

Door invoering van een nieuwe parameter κ , het gereduceerd traagheidsmoment, kan eenvoudig gecontroleerd worden of de doorbuigingseis mogelijk overschreden is. Deze wordt in zowel gescheurde als ongescheurde toestand gedefinieerd als zijnde κ_1 voor de ongescheurde toestand en κ_2 voor de gescheurde toestand.

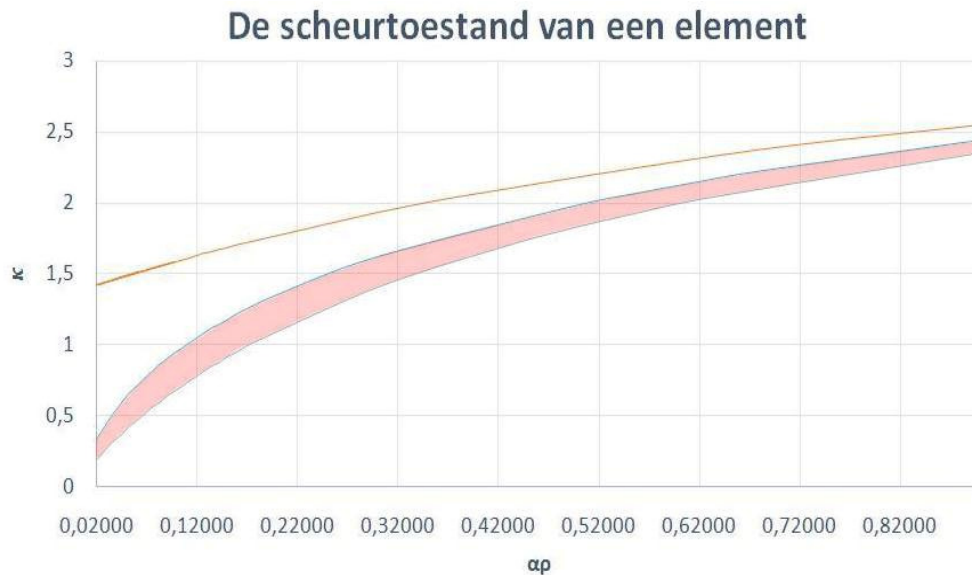
Hierbij is :

$$\kappa = \frac{I_{eff}}{\frac{bd^3}{12}}$$

$$\kappa_1 = \frac{I_{ongescheurd}}{I_{dl}}$$

$$\kappa_2 = \frac{I_{gescheurd}}{I_{dl}}$$

Onderstaande grafiek geeft het gebied aan tussen een volledig gescheurde en het moment dat de sectie zal scheuren maar dus nog niet gescheurd is. Wanneer de sectie gescheurd is maar nog niet volledig zal dit element in het rode gebied vallen. In dat geval zal het moeilijk worden om het gereduceerd traagheidsmoment exact te bepalen.



Figuur 24: Scheurtoestand van een element

Het effectief traagheidsmoment kan berekend worden door middel van volgende formule:

$$\kappa = \frac{\lambda \kappa_2}{1 + (1 - \lambda) \zeta} = \chi \kappa_2$$

Hierin is χ de amplificatiefactor. χ maakt het mogelijk om het gereduceerd traagheidsmoment te bepalen in het eerder vermelde gebied tussen een volledig gescheurde en een ongescheurde sectie. Deze wordt bepaald door onderstaande formule:

$$\chi = 1 + \frac{1}{5000 \sqrt{(\mu^2 f_{ctm})^3}}$$

Het minimale gereduceerd traagheidsmoment dat nodig is om aan de doorbuigingseis te voldoen bij een isostatisch element bedraagt:

$$\kappa_{min} = \frac{17 \alpha_\delta \mu_{GGT} f_{ck} K}{24 E_s}$$

Opmerkingen:

- De bepaling van de kruip op lange termijn α_δ valt buiten deze thesis en kan uit eigen ervaring geschat worden.
- Voor lage gereduceerde momenten bestaat de mogelijkheid deze waarden te reduceren. Dit wordt gedaan door de invoeging van de amplificatiefactor.

6 Besluit

De masterproef zoekt een methode om de maatgevendheid van een grenstoestand te bepalen vooraleer de uitgebreide berekeningen moeten uitgevoerd worden. Het onderzoek resulteert in een aantal verschillende onderdelen waarbij ieder criteria apart moet gecontroleerd worden. Het is een spijtige zaak dat de verschillende onderdelen niet samen kunnen gebracht worden tot één enkele methode. Ook is het onmogelijk om de link naar UGT te leggen omdat men dan nog meer aannames moet maken. Hierdoor zal de doelgroep van deze thesis sterk verminderen en bovendien het gebruik van dit systeem minder handig zijn.

Over het algemeen kan gezegd worden dat het doel van deze thesis bereikt is. Met deze nieuwe methodes kan immers snel en eenvoudig gecontroleerd worden of de gebruiksgrenstoestand maatgevend is. Bovendien kan er nagegaan worden welke maatregelen men moet nemen om alsnog te voldoen aan de eisen van de gebruiksgrenstoestand waardoor geen controle in GGT vereist is. Hierdoor kan er vastgesteld worden dat er reeds een stap verder werd gekeken dan oorspronkelijk was voorzien.

Een volgende stap zou zijn om van enkelgewapende betonconstructies naar dubbel gewapende te gaan. Hierin wordt verwacht dat het aandeel van de bovenwapening een grote rol speelt. Vervolgens kan de belastingsvorm veranderd worden van zuivere buiging naar samengestelde buiging en hier verder onderzoek in verricht worden. Tot slot kan men mogelijk verder onderzoek verrichten naar de relatie tussen UGT en GGT.

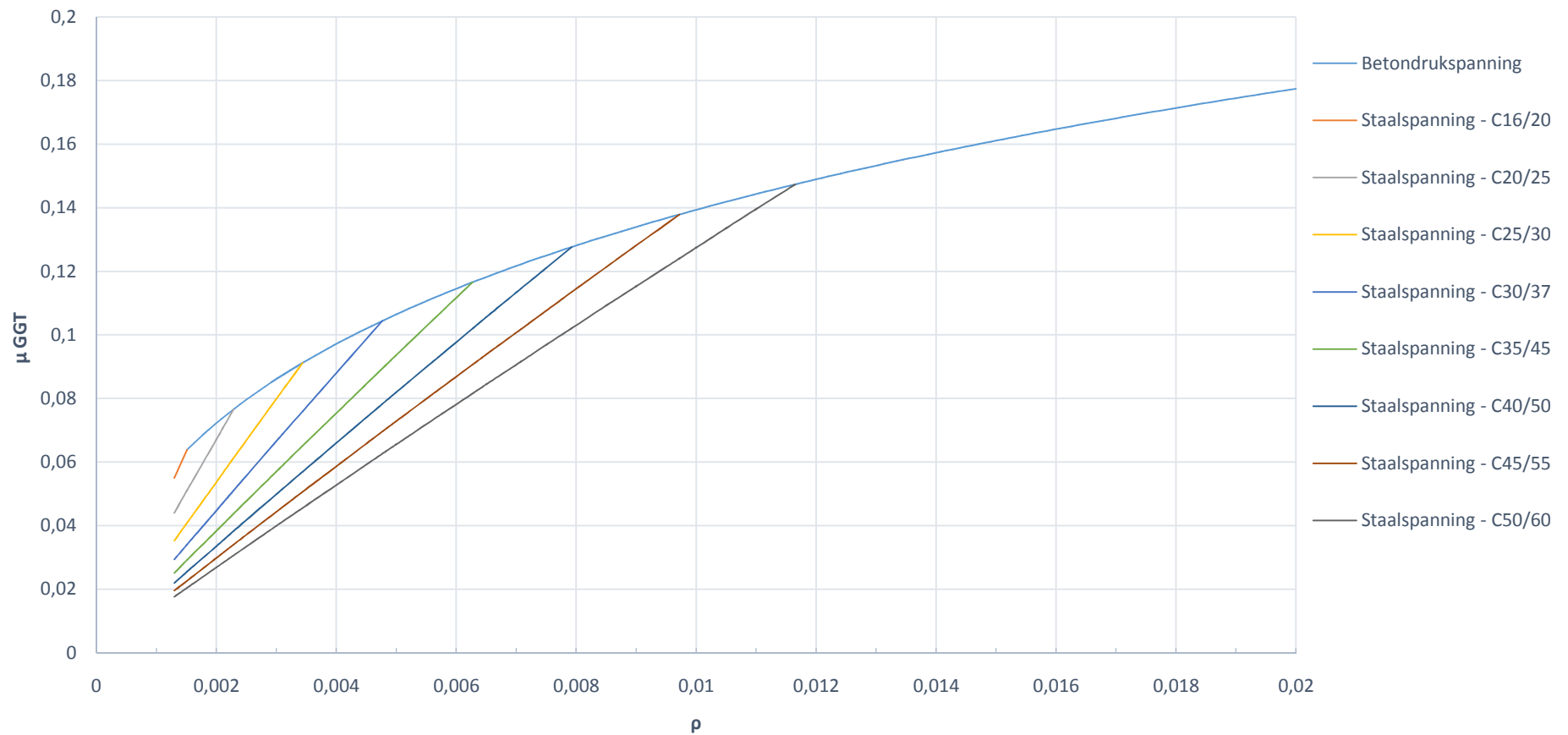
Bibliografie

- [1] Parmentier B. and Zarmati G. (2011, augustus) WTCB. [Online]. <http://www.WTCB.be>
- [2] CEN. (2005) Eurocode 2: Design of concrete structures- Part1.1: General rules and rules for buildings, NBN EN 1992-1-1 (+AC2005).
- [3] ir. Pieter Baekeland, *Dimensioneren van beton- en steenconstructies: Deel 1*. Diepenbeek, België: U Hasselt, 2015.
- [4] ir. Pieter Baekeland. (2015) Dimensioneren van beton- en steenconstructies: Deel 1. Powerpoint.
- [5] L. Vanhooymissen, M. Spegelaere, A. Van Gysel, and De Vylder W., *Gewapend beton*. Gent, België: Academia Press, 2002.
- [6] dr. ir. drs. C. R. Braam, *Ontwerpen in gewapend beton*, 3rd ed. Nederland: Aeneas uitgeverij van vakinformatie bv, 2010.
- [7] ir. G. H. Van Boom and prof. ir. J. W. Kamerling, *Construeren in gewapend beton 2*, ir. G.H. Van Boom and prof. ir. J. W. Kamerling, Eds. Zaanstad, Eindhoven, Nederland: Agon Elsevier, 1978.

Bijlage

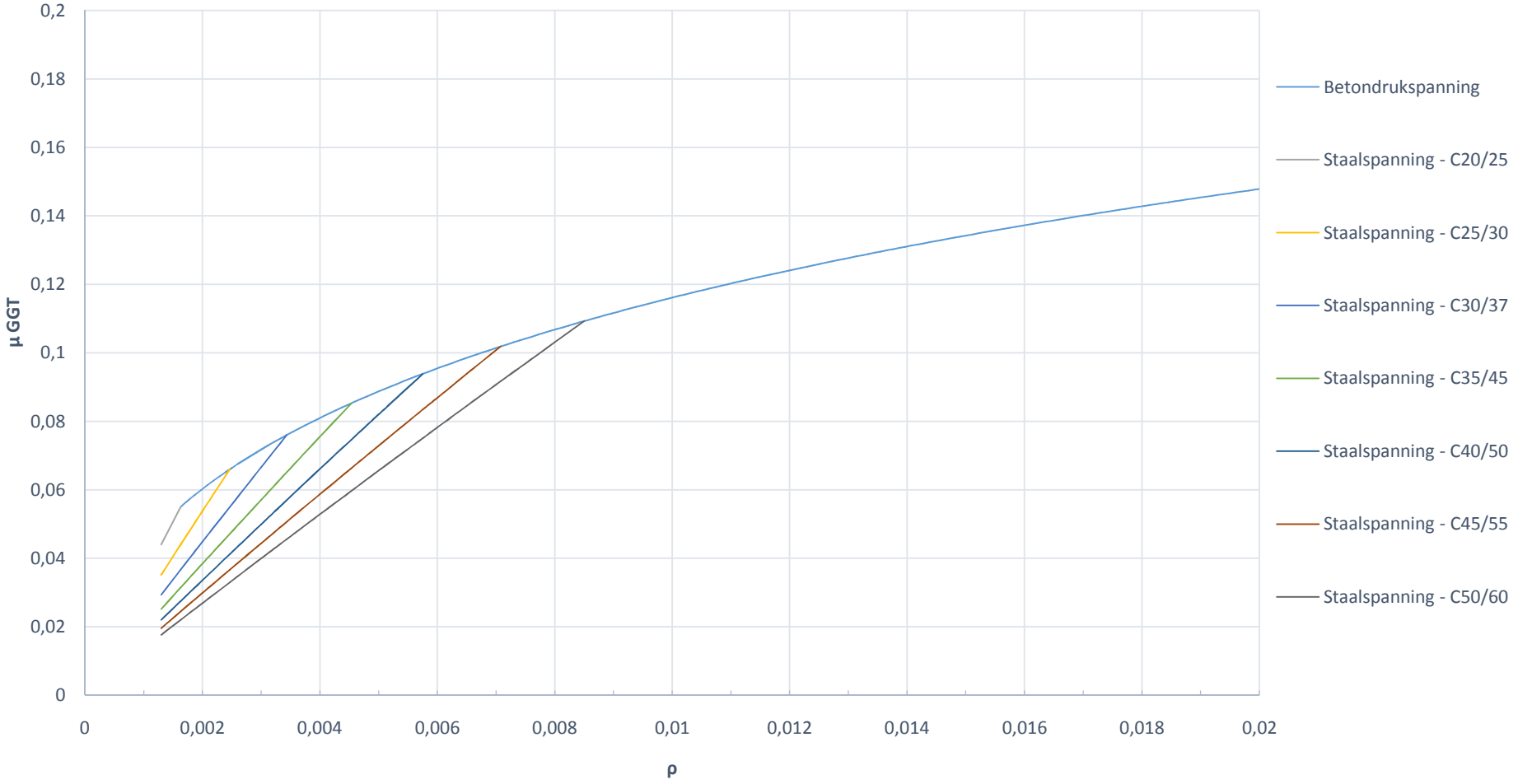
Bijlage 1: Controle van de spanningen in GGT

Spanning GGT-K



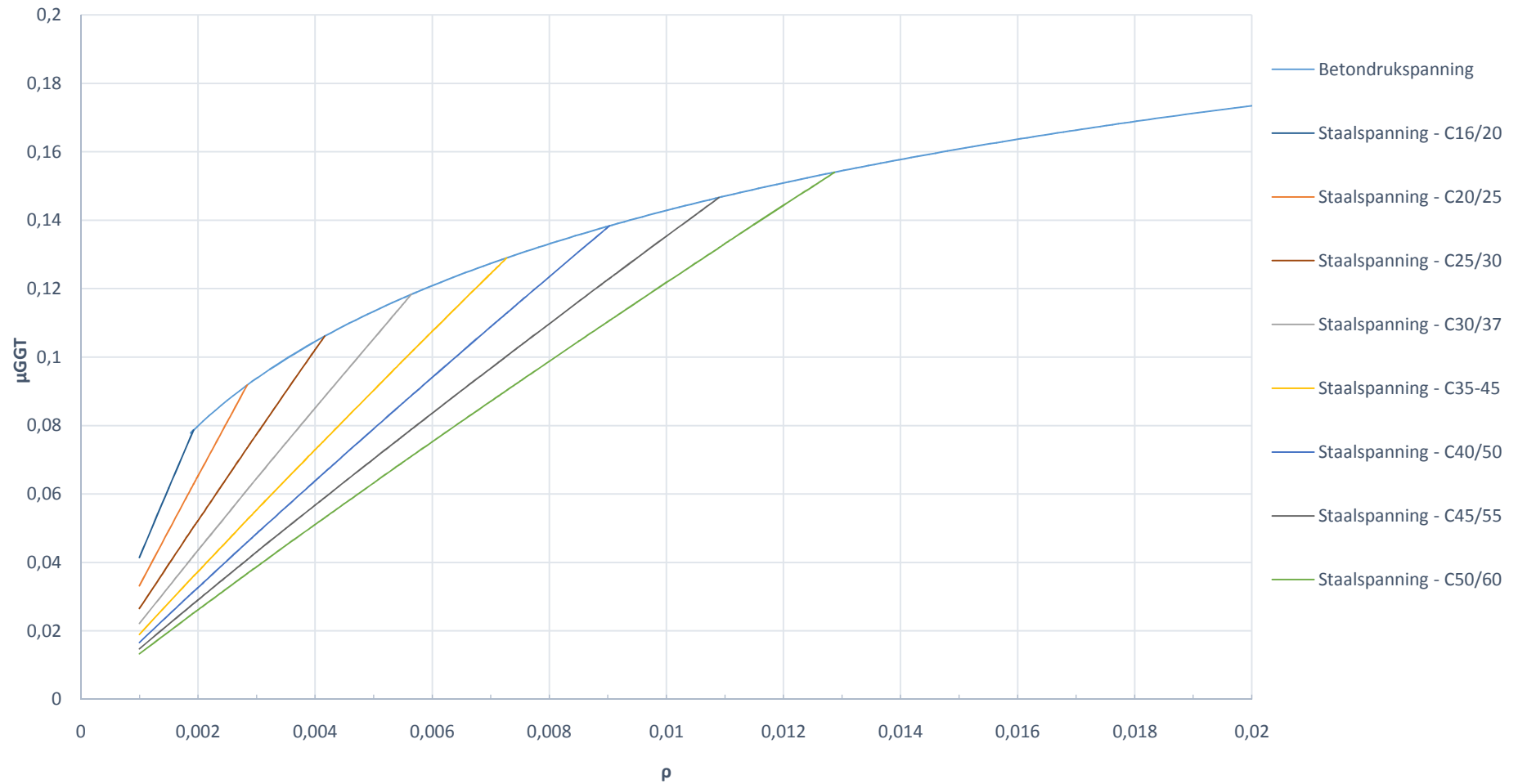
Figuur 25: Controle van de staal- en betondrukspanning in GGT-K

Spanning GGT-F



Figuur 26: Controle van de staal- en betondrukspanning in GGT-F

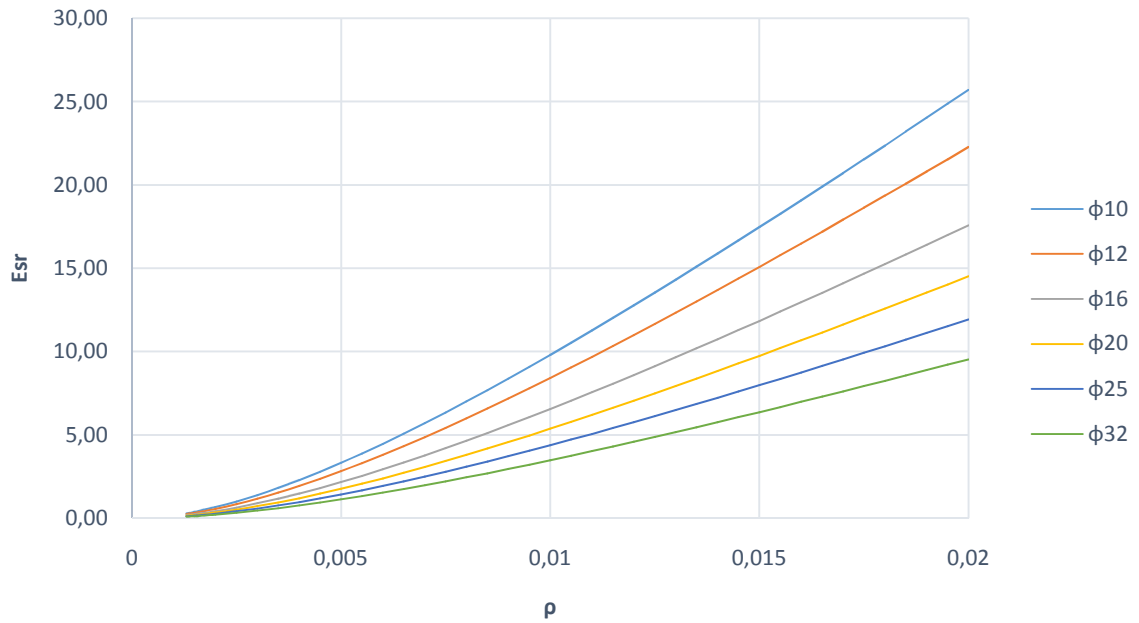
Spanning GGT-Q



Figuur 27: Controle van de staal- en betondrukspanning in GGT-Q

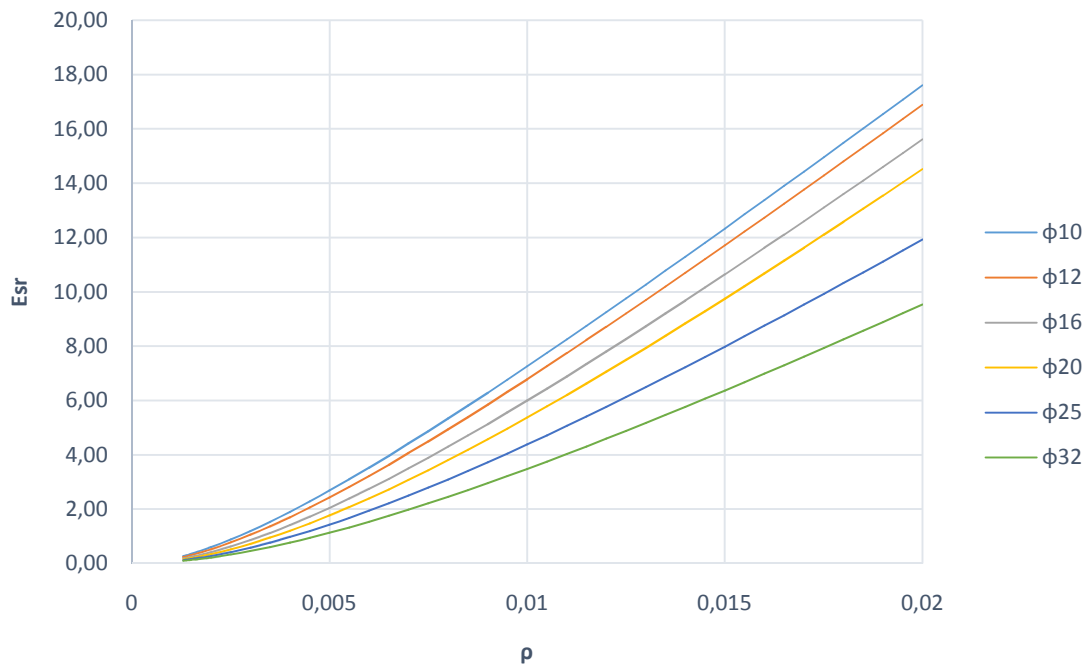
Bijlage 2: Bepaling van de scheurelasticiteit voor balken en platen waarvoor $d/h > 0,8$

EE1, EA1, EA2, EA3

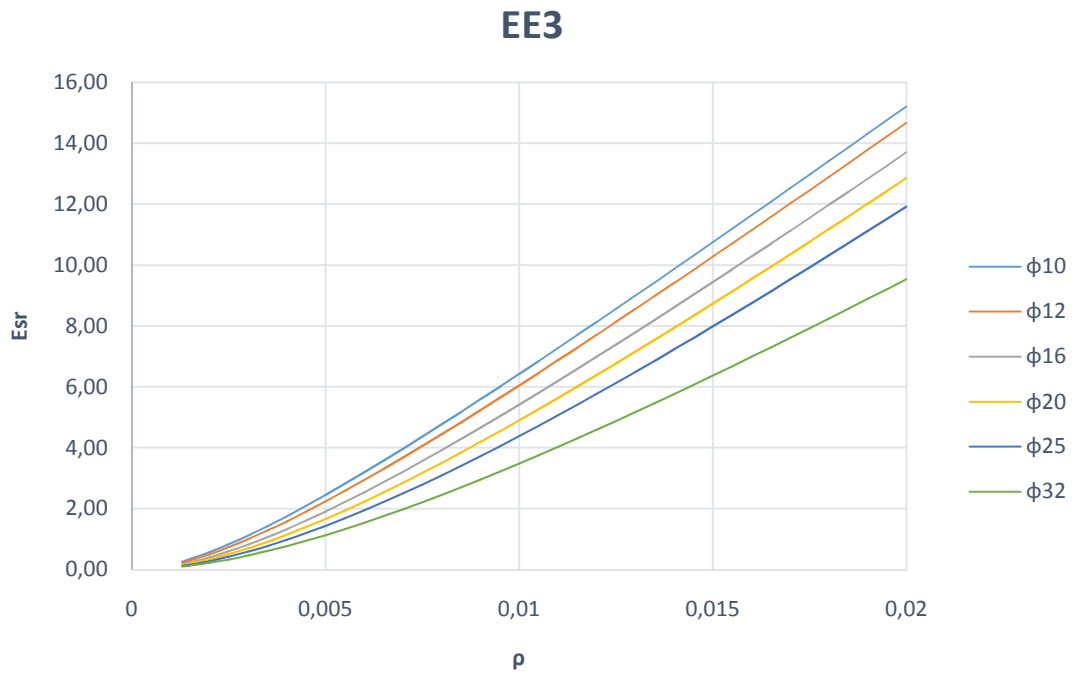


Figuur 28: Controle scheurelasticiteit voor omgevingsklassen EE1, EA1, EA2 en EA3

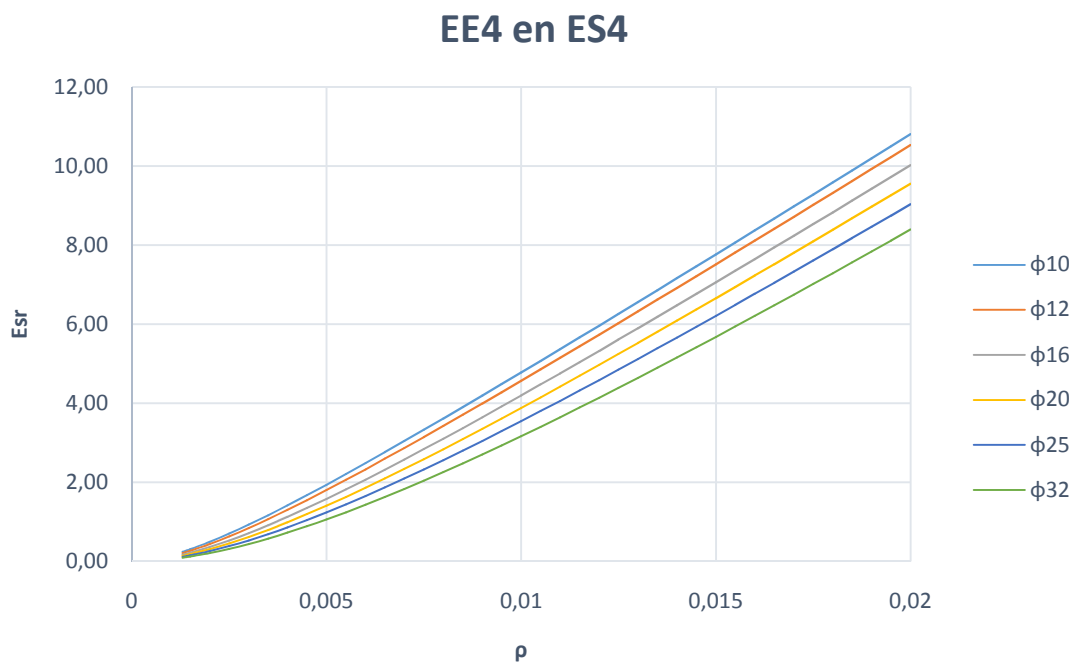
EE2



Figuur 29: Controle scheurelasticiteit voor omgevingsklasse EE2

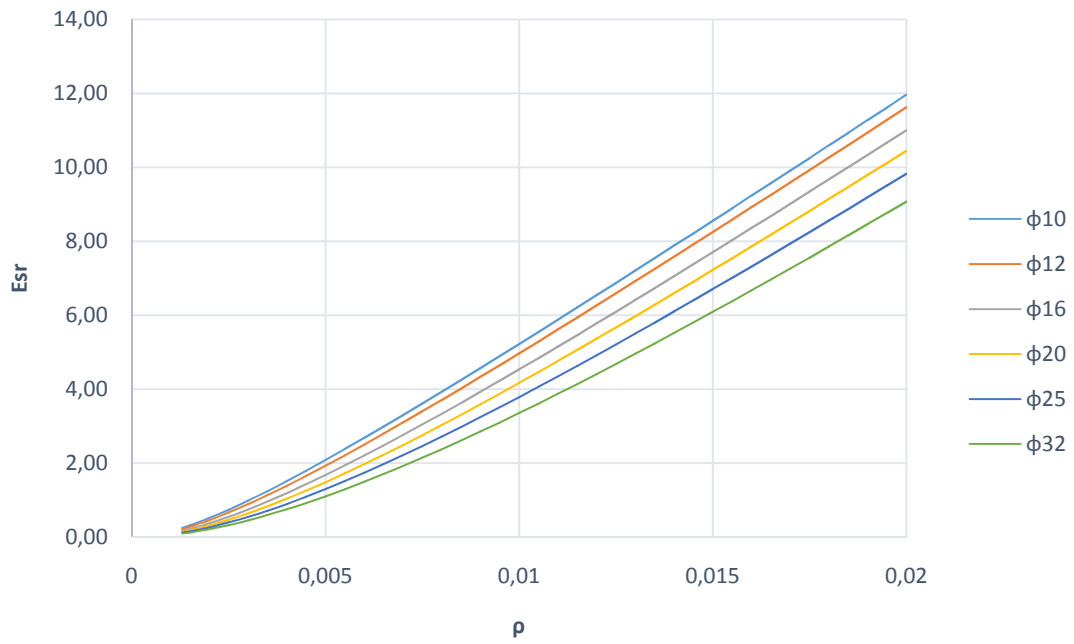


Figuur 30: Controle scheurelasticiteit voor omgevingsklasse EE3



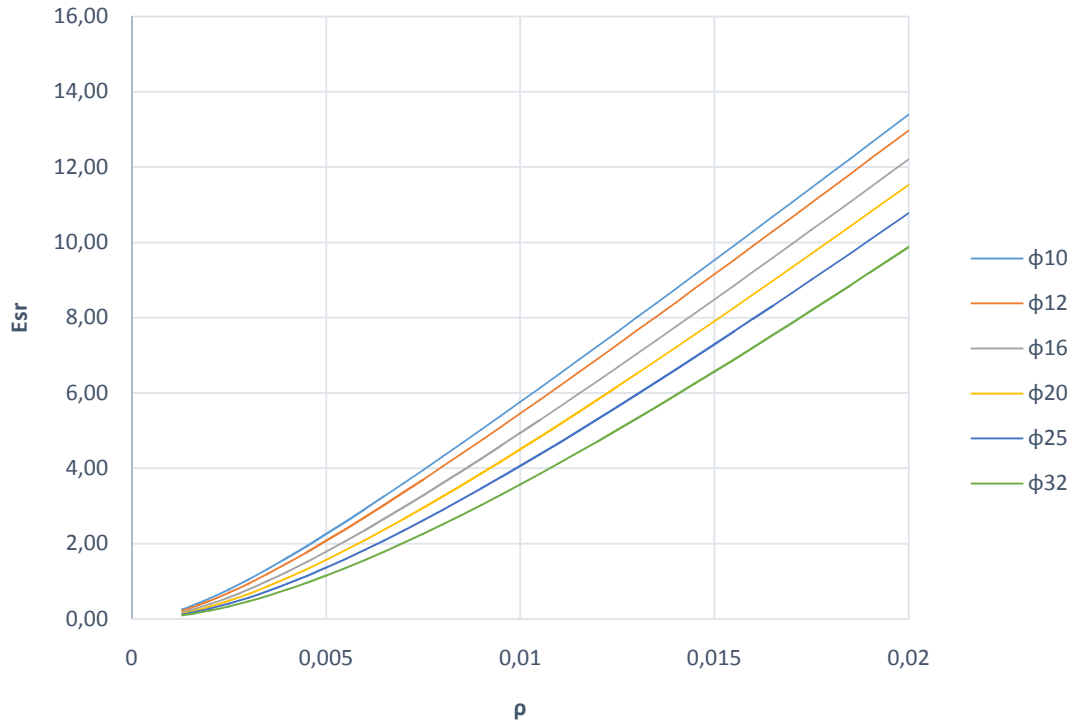
Figuur 31: Controle scheurelasticiteit voor omgevingsklassen EE4 en ES4

ES1 en ES3



Figuur 32: Controle scheurelasticiteit voor omgevingsklassen ES1 en ES3

ES2



Figuur 33: Controle scheurelasticiteit voor omgevingsklasse ES2

Auteursrechtelijke overeenkomst

Ik/wij verlenen het wereldwijde auteursrecht voor de ingediende eindverhandeling:

Maatgevendheid van de gebruiksgrenstoestand bij enkelvoudig gewapende betonconstructies

Richting: **master in de industriële wetenschappen: bouwkunde**

Jaar: **2016**

in alle mogelijke mediaformaten, - bestaande en in de toekomst te ontwikkelen - , aan de Universiteit Hasselt.

Niet tegenstaand deze toekenning van het auteursrecht aan de Universiteit Hasselt behoud ik als auteur het recht om de eindverhandeling, - in zijn geheel of gedeeltelijk -, vrij te reproduceren, (her)publiceren of distribueren zonder de toelating te moeten verkrijgen van de Universiteit Hasselt.

Ik bevestig dat de eindverhandeling mijn origineel werk is, en dat ik het recht heb om de rechten te verlenen die in deze overeenkomst worden beschreven. Ik verklaar tevens dat de eindverhandeling, naar mijn weten, het auteursrecht van anderen niet overtreedt.

Ik verklaar tevens dat ik voor het materiaal in de eindverhandeling dat beschermd wordt door het auteursrecht, de nodige toelatingen heb verkregen zodat ik deze ook aan de Universiteit Hasselt kan overdragen en dat dit duidelijk in de tekst en inhoud van de eindverhandeling werd genotificeerd.

Universiteit Hasselt zal mij als auteur(s) van de eindverhandeling identificeren en zal geen wijzigingen aanbrengen aan de eindverhandeling, uitgezonderd deze toegelaten door deze overeenkomst.

Voor akkoord,

Janssen, Arno

Schelfhout, Laurens

Datum: **6/06/2016**