

2017 • 2018  
Faculteit Industriële ingenieurswetenschappen  
master in de industriële wetenschappen: bouwkunde

## Masterthesis

Modellering van het composiet gedrag van metselwerk ondersteund door betonnen balken

PROMOTOR :  
Prof. dr. ing. Bram VANDOREN

COPROMOTOR :  
Prof. dr. ir. Herve DEGEE

Arif Birinci, Louis Houben

Scriptie ingediend tot het behalen van de graad van master in de industriële wetenschappen: bouwkunde

De transnationale Universiteit Limburg is een uniek samenwerkingsverband van twee universiteiten in twee landen: de Universiteit Hasselt en Maastricht University.



Universiteit Hasselt | Campus Diepenbeek | Agoralaan Gebouw D | BE-3590 Diepenbeek  
Universiteit Hasselt | Campus Hasselt | Martelarenlaan 42 | BE-3500 Hasselt



2017 • 2018

Faculteit Industriële ingenieurswetenschappen  
master in de industriële wetenschappen: bouwkunde

## Masterthesis

Modellering van het composiet gedrag van metselwerk ondersteund door betonnen balken

PROMOTOR :

Prof. dr. ing. Bram VANDOREN

COPROMOTOR :

Prof. dr. ir. Herve DEGEE

**Arif Birinci, Louis Houben**

Scriptie ingediend tot het behalen van de graad van master in de industriële wetenschappen: bouwkunde



**KU LEUVEN**



## Woord vooraf

---

Als orgelpunt van onze studies Industriële Ingenieurswetenschappen, afstudeerrichting Bouwkunde, aan de UHasselt en de KU Leuven presenteren wij met trots onze afstudeerscriptie. Met veel toewijding en genoegen hebben wij dit academiejaar in duo de kans gekregen om ons onder te dompelen in het onderwerp van dit eindwerk en de vergaarde theoretische kennis uit de voorgaande studiejaren om te zetten naar een academische masterthesis.

Dit eindwerk kon echter nooit tot stand komen zonder de steun, hulp en expertise van anderen. Graag willen wij dan ook van deze gelegenheid gebruik maken om vooraf enkele personen uitdrukkelijk te bedanken.

Eerst en vooral bedanken wij uitvoerig onze promotor Prof. dr. ing. Bram Vandoren, die het mogelijk maakte om aan dit onderzoeksthema te werken. Hij heeft ons doorheen het academiejaar begeleid door voortdurend opbouwende feedback te geven en voorstellen ter verbetering te doen. Daarnaast voorzag hij ons van de nodige documentatie om deze scriptie tot een goed einde te brengen. Onze dank gaat verder uit naar de onderzoeksgroep CERG, verbonden aan de UHasselt, voor het vrijstellen van dit thesisonderwerp. Tot slot zijn onze familie en vrienden een dankbare vermelding waard. Zij stonden altijd klaar met een luisterend oor, waren altijd geïnteresseerd naar de voortgang en de resultaten van de scriptie en waren altijd oprecht en open met opbouwende kritiek of commentaar. Ook hun steun was van onschatbare waarde om onze studies met dit eindwerk af te ronden.



# Inhoudsopgave

---

Woord vooraf.....	
Lijst van symbolen .....	
Lijst van tabellen.....	
Lijst van figuren .....	
Abstract .....	
Abstract in English.....	
Inleiding.....	15
1. Literatuurstudie: analytische modellen .....	17
1.1 Onderzoekers .....	17
1.1.1 Initiële studies door Wood.....	17
1.1.2 Methodologie door Davies & Ahmed .....	18
1.1.3 Methodologie door Riddington & Stafford Smith .....	20
1.2 Parameters .....	21
1.2.1 Maximale spanning in metselwerk.....	21
1.2.2 Trekkraft in de balk.....	22
1.2.3 Maximaal moment in de balk.....	23
1.2.4 Afschuifspanning in contactvlak muur en balk.....	26
1.3 Samenvatting van analytische methodes .....	27
2. Numerieke modellering (1): isotrope benadering .....	29
2.1 Eindige-elementenmethode met Buildsoft Diamonds .....	29
2.2 Baksteen .....	30
2.2.1 Geometrie.....	30
2.2.2 Druksterkte.....	30
2.2.3 Elasticiteitsmodulus.....	33
2.3 Modellering in meerdere dimensies .....	34
2.3.1 Elasticiteitsmatrix .....	34
2.3.2 Snedekrachten .....	36
2.4 Modellering in Diamonds.....	38
2.4.1 Elastische analyse.....	38
2.4.2 Belang van boogwerking .....	42
2.5 Vergelijking met andere auteurs .....	43
2.5.1 Maximale verticale spanning in de muur .....	45
2.5.2 Maximale trekkraft in de balk .....	46
2.5.3 Maximaal buigmoment in de balk.....	47
2.5.4 Schuifspanning in het contactvlak .....	49

3.	Numerieke modellering (2): orthotrope benadering.....	53
3.1	Orthotropie .....	53
3.1.1	Steenniveau .....	54
3.1.2	Muurniveau .....	55
3.2	Modellering van orthotropie in Buildsoft Diamonds .....	57
3.3	Parameterstudie .....	58
3.3.1	Poisson-coëfficiënt & glijdingsmodulus .....	58
3.3.2	Afmetingen baksteen.....	62
3.3.3	Afmetingen structuur.....	64
3.3.4	Extra steunpunt.....	67
4.	Controle op drukspanningen .....	69
4.1	Isotrope analyse.....	69
4.2	Druksterkte.....	69
4.3	Controle op verticale spanningen .....	71
4.3.1	Muurniveau .....	71
4.3.2	Steenniveau .....	72
5.	Impact van deuropeningen .....	73
5.1	Invloed van drukspanning.....	75
5.2	Invloed van trekspanning .....	78
5.3	Invloed van schuifspanning .....	80
6.	Conclusie.....	81
	Bibliografie .....	83
	Bijlagen .....	85
	Bijlage 1: Matlab-code stijfheidsmatrix .....	85

# Lijst van symbolen

---

## Latijnse hoofdletters

$A_b$	dwarsdoorsnede van de balk
$B$	ijkingsconstante
$E_b$	elasticiteitsmodulus van de betonnen balk
$E_w$	elasticiteitsmodulus van de metselwerkmuur
$G$	glijdingsmodulus
$H$	hoogte van de metselwerkmuur
$I_b$	oppervlakte traagheidsmoment van de balk
$I_{ce}$	oppervlakte traagheidsmoment van de structuur
$K$	stijfheidsparameter
$L$	overspanning
$M$	maximaal moment in de balk
$R$	stijfheidsparameter
$T$	trekkracht in de balk
$V_{Ed}$	dwarskracht in de balk ten gevolge van boogwerking
$W$	totale kracht op de structuur, inclusief het eigengewicht

## Latijnse kleine letters

$d$	hoogte van de balk
$f_b$	maximaal toelaatbare druksterkte van de baksteen
$f_{c,hor}$	maximaal toelaatbare horizontale drukkracht in het metselwerk
$f_{c,ver}$	maximaal toelaatbare verticale drukkracht in het metselwerk
$f_k$	maximaal toelaatbare druksterkte van het metselwerk
$f_m$	maximaal toelaatbare druksterkte van de mortel
$f_{mean}$	gemiddelde druksterkte van de baksteen, afkomstig van de fabrikant
$h_{ce}$	verticale afstand tussen het geometrisch zwaartepunt van de structuur en het grensvlak balk-metselwerkmuur, volgens de formules van Jourawski
$t$	dikte van de metselwerkmuur
$t_b$	dikte van de betonnen balk

## Griekse kleine letters

$\delta$	vormfactor
$\delta_b$	conditioneringsfactor
$\nu$	poisson-coëfficiënt
$\sigma_{b,max}$	maximale buigspanning volgens Davies & Ahmed
$\sigma_{w,max}$	maximale verticale drukkracht volgens Davies & Ahmed
$\sigma_x$	maximale horizontale drukkracht in het metselwerk
$\sigma_y$	maximale verticale drukkracht in het metselwerk
$\tau_{Ed}$	maximaal toelaatbare afschuifspanning volgens de Eurocode
$\tau_m$	maximale afschuifspanning volgens Davies & Ahmed





## Lijst van tabellen

---

Tabel 1: C-factoren van Davies & Ahmed.....	19
Tabel 2: Samenvatting analytische methodes.....	27
Tabel 3: Parameters .....	43
Tabel 4: Parameters verschillende auteurs.....	44
Tabel 5: Maximale verticale spanning in de muur .....	45
Tabel 6: Maximale trekkracht in de balk.....	46
Tabel 7: Maximaal buigmoment in de balk.....	47
Tabel 8: Maximale schuifspanning in het contactvlak .....	51
Tabel 9: Parameterstudie.....	59
Tabel 10: Stijfheidsmatrices voor $G_{yy} = 4960$ MPa .....	60
Tabel 11: Stijfheidsmatrices $G_{yy} = 1249,60$ MPa.....	61
Tabel 12: Stijfheidsmatrices van de verschillende stenen .....	62
Tabel 13: Resultaten baksteen 288 mm x 88 mm x 88 mm .....	63
Tabel 14: Resultaten baksteen 288 mm x 188 mm x 138 mm .....	63
Tabel 15: Resultaten baksteen 288 mm x 188 mm x 188 mm .....	64
Tabel 16: Resultaten structuur 4,5 m x 2,7 m .....	65
Tabel 17: Resultaten structuur 4,0 m x 2,7 m .....	65
Tabel 18: Resultaten structuur 3,0 m x 2,7 m .....	66
Tabel 19: Resultaten structuur 4,5 m x 3,5 m .....	66
Tabel 20: Resultaten extra steunpunt bij structuur 4,5 m x 2,7 m.....	67
Tabel 21: Resultaten extra steunpunt bij structuur 9,0 m x 2,7 m.....	68
Tabel 22: Controles van de drukspanningen op muurniveau .....	71
Tabel 23: Controles van de drukspanningen op steenniveau .....	72
Tabel 24: Afstand tot de deuropening voor variërende belastingen .....	77



## Lijst van figuren

---

Figuur 1: Spanningsverdeling door boogwerking [4] .....	16
Figuur 2: Driehoekige belasting [6] .....	17
Figuur 3: Herverdeling van de verdeelde belasting door boogeffect [5] .....	17
Figuur 4: Verticale spanningsverdeling in de muur [5] .....	18
Figuur 5: Stijfheidscoëfficiënt $C_1$ [4] .....	19
Figuur 6: Stijfheidscoëfficiënt $C_2$ [4] .....	19
Figuur 7: Spanningsverdeling: (a) verticale drukspanningen; (b) dwarskrachtverdeling; (c) aangenomen spanningsverdeling voor druk- en dwarskracht [5] .....	21
Figuur 8: Momentcapaciteit in de muur en wand [4] .....	22
Figuur 9: Buigmomenten voor $K \leq 5$ [4] .....	25
Figuur 10: Buigmomenten voor $5 < K < 7$ [4] .....	25
Figuur 11: Buigmomenten voor $K \geq 7$ [4] .....	25
Figuur 12: Geometrische eisen voor de groepering van metselstenen [7] .....	30
Figuur 13: Waarde voor de vormfactor $\delta$ [7] .....	31
Figuur 14: Waarden voor $K$ , $\alpha$ en $\beta$ [7] .....	32
Figuur 15: Elasticiteitsmodulus volgens Eurocode [7] .....	33
Figuur 16: Triaxiale spannings situatie [9] .....	34
Figuur 17: Schuifspanningen [9] .....	35
Figuur 18: 2D-model [9] .....	36
Figuur 19: Metselwerkmodel Diamonds .....	38
Figuur 20: Isotrope stijfheidsmatrix in Diamonds .....	39
Figuur 21: Materiaaleigenschappen van metselwerk .....	39
Figuur 22: Eigenschappen betonnen balk .....	40
Figuur 23: Doorbuiging in muur van 4,5 m x 2,7 m [mm] .....	41
Figuur 24: Horizontale spanningsverdeling in muur van 4,5 m x 2,7 m [ $N/mm^2$ ] .....	41
Figuur 25: Verticale spanningsverdeling in muur 4,5 m x 2,7 m [ $N/mm^2$ ] .....	41
Figuur 26: Moment in de balk zonder boogwerking [kNm] .....	42
Figuur 27: Moment in de balk met boogwerking [kNm] .....	43
Figuur 28: Verticale spanningen in de muur met verfijnde mesh [ $N/mm^2$ ] .....	45
Figuur 29: Trekkraft in de balk [kN] .....	46
Figuur 30: Momentenverloop in de balk [kNm] .....	47
Figuur 31: Dwarskrachtenverloop met boogwerking [kN] .....	49
Figuur 32: Doorsnede wand (mm) .....	50
Figuur 33: Orthotropie metselwerkmuur [10] .....	53
Figuur 34: Perforatiepatroon in een snelbouwsteen [10] .....	54
Figuur 35: Stijfheid in verticale richting [10] .....	54
Figuur 36: Stijfheid in horizontale richting [10] .....	54
Figuur 37: Expliciete modellering van metselwerk in COMSOL [10] .....	55
Figuur 38: Modellering met interfaces in COMSOL [10] .....	55
Figuur 39: Toegepaste gegevens in Matlab .....	56
Figuur 40: Gehomogeniseerde matrix als resultaat in Matlab .....	56
Figuur 41: Orthotrope stijfheidsmatrix in Diamonds .....	57
Figuur 42: Doorbuiging bij orthotrope stijfheid in mm .....	58
Figuur 43: Glijdingsmodulus Eurocode [7] .....	59
Figuur 44: Conventie drukspanningen .....	70

Figuur 45: Lineair verband tussen drukspanningen en belasting.....	72
Figuur 46: Volle muur zonder boogwerking.....	73
Figuur 47: Volle muur met boogwerking.....	73
Figuur 48: Deuropening centraal zonder boogwerking .....	74
Figuur 49: Deuropening centraal met boogwerking .....	74
Figuur 50: Momentenverloop in balk en latei [kNm].....	75
Figuur 51: Deuropening op afstand 1,61 m – Drukspanning: 3,9 N/mm <sup>2</sup> .....	76
Figuur 52: Deuropening op afstand 1,60 m – Drukspanning: 4,0 N/mm <sup>2</sup> .....	76
Figuur 53: Spanningstrajectoriën van de muur met opening op 1,61 m .....	77
Figuur 54: Momentenverloop in de balk bij opening op 1,61 m.....	77
Figuur 55: Afstand tot deuropening voor variërende belastingen.....	78
Figuur 56: Horizontale spanningen bij opening op 1,61 m .....	79
Figuur 57: Verticale spanningen bij opening op 1,61 m.....	79
Figuur 58: Doorbuiging bij opening op 1,61 m.....	79

## Abstract

---

Het composiet gedrag van metselwerk ondersteund door betonnen balken veroorzaakt een boogwerking in de muur, een bekend fenomeen in de bouwkunde. Door de verschillende elasticiteitsmoduli van metselwerk en beton zullen de componenten niet gelijk vervormen, waardoor de spanningen in het centrum worden weggenomen en zich ter hoogte van de steunpunten zullen concentreren. Voordelig aan deze boogwerking is een verlaagd moment in het midden van de betonnen balk. De verhoogde drukspanningen in het metselwerk aan de steunpunten is echter een groot nadeel. Deze thesis onderzoekt boogwerking verder aan de hand van de eindige-elementensoftware Buildsoft Diamonds, waarin een numerieke modellering van een metselwerkmuur op een betonnen balk wordt uitgevoerd, en wordt er een onderscheid gemaakt tussen een isotrope en een orthotrope modellering. Gezien het feit dat niet alle metselwerkstenen dezelfde eigenschappen in horizontale en verticale richting hebben, moet de invloed hiervan in rekening worden genomen in het onderzoek. Hieruit blijkt dat de drukkrachten in de muur te hoog zullen oplopen vanaf een bepaalde belasting. Verder wordt er ingegaan op de impact van deuropeningen op de boogwerking en kan er geconcludeerd worden dat naarmate de opening zich meer richting de steunpunten bevindt de muur minder belast kan worden. De uiteindelijke conclusie is te vinden bij de tekortkomingen van Diamonds zoals het niet kunnen weergeven van de schuifspanningen in het contactvlak en de gelimiteerde mogelijkheid tot modelleren van orthotrope muren.



## Abstract in English

---

The composite behaviour of masonry supported by concrete beams, causes an arching effect in the wall, a well-known phenomenon in civil engineering. Due to the different moduli of elasticity of masonry and concrete, the components will not deform equally, reducing the stresses in the centre and concentrating them near the supports. Advantageous to this arching action is a reduced moment in the centre of the concrete beam, so that it can be dimensioned smaller. The increased compressive stresses in the masonry at the supports is, however, a major disadvantage. In this thesis, the arching effect is further investigated by means of the finite element software Buildsoft Diamonds, in which a numerical modelling of the masonry structure is carried out, and a distinction is made between isotropic and orthotropic modelling. Given that not all masonry bricks have the same properties in horizontal and vertical direction, the influence of this must be taken into account in the research. This shows that the pressure forces in the wall will indeed rise too high from a certain load. Furthermore, the impact of door openings on the arching effect is discussed and it can be concluded that, as the opening is more towards the support points, a lower load must be imposed to prevent failure. The final conclusion can be found in the shortcomings of Diamonds, such as not being able to show the shear stresses in the contact surface and the limited possibility of modeling orthotropic walls.





## Inleiding

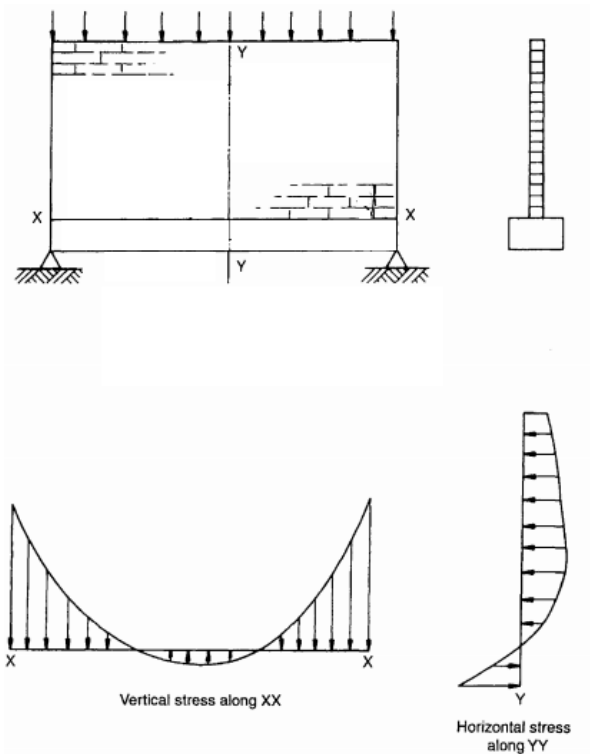
---

Als laatstejaarsstudenten van de opleiding Industrieel Ingenieur Bouwkunde aan de UHasselt en de KU Leuven is ons de kans gegeven om, als deel van het masterjaar van de opleiding, een masterproef te volbrengen bij de onderzoeksgroep Construction Engineering Research Group (CERG). In essentie wordt er in deze thesis verder onderzoek gedaan naar het gedrag van metselwerkmuren, afdragend op gewapende betonnen balken.

CERG is een onderzoeksgroep verbonden aan de Universiteit Hasselt [1]. Deze groep specialiseert zich in analytisch, numeriek en experimenteel onderzoek van het structuurmechanisch gedrag van structuurcomponenten in beton en andere bouwmaterialen. Het onderwerp van deze scriptie, namelijk 'Modellering van het composiet gedrag van metselwerk ondersteund door betonnen balken' zal onderzocht worden met behulp van de eindige-elementenmethode. Met deze numerieke methode kan men de sterkte, stabiliteit en vervormingen van de beton- en metselwerkstructuren achterhalen en verder analyseren. Die theoretische modellen kunnen eventueel op termijn worden getoetst met experimentele proeven in het labo van de onderzoeksgroep.

Gezien het belang van metselwerk in de nationale en internationale bouwsector, zijn onderzoeken naar deze structuren cruciaal om de huidige kennis hierover verder uit te breiden. Daarnaast leent de complexiteit en de eindeloze toepassingsgebieden van metselwerkstructuren zich bij uitstek voor talrijke onderzoeken en zijn er tot op de dag van vandaag nog steeds onbehandelde thema's. Vandaar dat CERG het onderwerp van deze thesis heeft ingediend als topic voor een masterproef.

Eerdere werken van onder andere Wood, Riddington & Stafford-Smith en Davies & Ahmed vormen de basis en dienen als vertrekpunt voor onze thesis [2], [3], [4]. Uit die werken destilleren we de belangrijkste informatie en methodes, die ons uiteindelijk leiden naar inzicht in de invloed van openingen in metselwerkwanden, die steunen op betonnen balken. Uit die voorgaande onderzoeken is echter gebleken dat er een herverdeling van de spanningen is in het metselwerk door de verschillende stijfheden van het metselwerk enerzijds en de betonnen balk anderzijds. Hierdoor ontstaat er een drukboog in de muur, resulterend in hoge drukkrachten ter hoogte van de steunpunten. De muur staat in dat geval grotendeels onder druk, terwijl de balk de trekkrachten opvangt, zoals te zien is in Figuur 1. Dit 'fenomeen' zorgt ervoor dat het maximaal buigmoment in de balk daalt, zodat deze eigenlijk lager gedimensioneerd zou kunnen worden. De drukkrachten aan de steunpunten kunnen evenwel zorgen voor het verbrijzelen van de metselwerkstenen.



Figuur 1: Spanningsverdeling door boogwerking [4]

Enkele onderzoekers hebben uiteindelijk methodes ontwikkeld om deze samenwerkende actie tussen het metselwerk en de balk te analyseren en te begrijpen. Experimenten zijn echter enkel op volle muren uitgevoerd, waardoor de methodes enkel toepasbaar zijn op muren zonder openingen voor deuren of ramen. Tot op heden is er dus nog geen eenduidige beschrijving of zijn er geen duidelijke richtlijnen voor het ontwerp van openingen in metselwerkmuren. Het probleem stelt zich dus in het feit dat men onvoldoende kennis heeft over de invloed van deur- of raamopeningen in dergelijke wanden. Vandaar dat deze thesis een eerste aanzet zal geven tot het onderzoeken van de impact van deuropeningen.

Om een duidelijke analyse te kunnen maken over muren met deuropening zal er in eerste instantie gekeken worden naar de invloed van boogwerking op volle muren. Hierin wordt een onderscheid gemaakt tussen een isotrope en orthotrope modellering van het metselwerk, en worden de analytische methodes uit de literatuur getoetst met resultaten uit de numerieke software Buildsoft Diamonds. Vanuit die studie over de boogwerking bij volle muren, wordt er overgegaan naar de impact van deuropeningen op de eigenschappen van de boogwerking. Uiteindelijk wordt er verwacht enkele conclusies te kunnen trekken over de mogelijkheid om een deuropening te plaatsen in een metselwerkmuur.

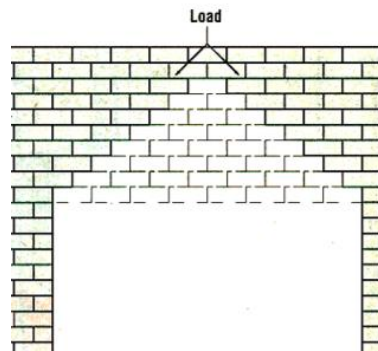
Een deeldoelstelling van deze thesis is te vinden bij het aantonen dat de huidige stand van zaken omtrent de modellering van metselwerk in commerciële eindige-elementenpakketten te beperkt is. Ingenieurssoftware, als RFEM, Buildsoft Diamonds of Scia Engineer bieden weinig mogelijkheden tot een correcte implementering van metselwerk. Vandaar dat deze scriptie ook tracht aan te kaarten dat op dit moment de state-of-the-art voor modellering van metselwerk onvoldoende is.

# 1. Literatuurstudie: analytische modellen

## 1.1 Onderzoekers

### 1.1.1 Initiële studies door Wood

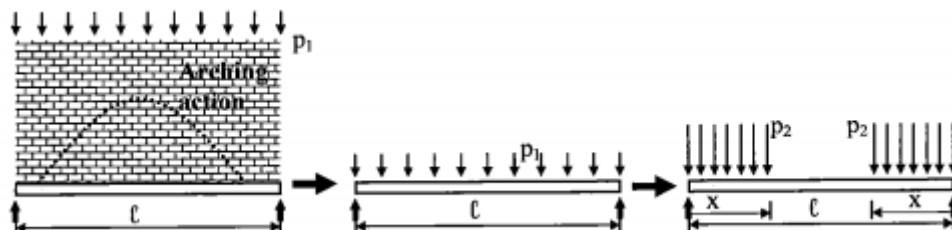
Voorafgaand aan de jaren '50 werden betonnen balken ontworpen door een driehoekige belasting te veronderstellen, afkomstig van de bovenliggende lasten, Figuur 2. De overspanning van de balk stelde men gelijk aan de basis van de driehoek, waarbij ook het driehoekig eigengewicht van de muur in rekening kon worden genomen. In 1952 startte R.H. Wood onderzoek naar de combinatie tussen een metselwerkmuur en een betonnen balk [5]. Via empirische methodes trachtte hij ontwerpregels op te stellen voor de berekening van het maximale buigmoment en de axiale krachten in de balk, uitgaand van een hoogte-overspanningsfactor van groter dan 0,6.



Figuur 2: Driehoekige belasting [6]

Enkele jaren later in 1969 publiceerde Wood, samen met Simms, opnieuw onderzoek naar het verschijnsel van het boogeffect, waarin zijn vorige studies aangepast en verfijnd werden [5]. Ze formuleerden dat door een uniform verdeelde belasting, de balk doorbuigt en de muur een verplaatsing ondergaat. Hierdoor concentreert de belasting zich ter hoogte van de steunpunten, zodat het maximale buigmoment gereduceerd wordt in vergelijking met de eerder gebruikte methodes.

Zoals te zien is in Figuur 3, stelden zij voor om de verdeelde belasting te herverdelen naar de steunpunten afhankelijk van de contactlengte tussen de balk en de muur.



Figuur 3: Herverdeling van de verdeelde belasting door boogeffect [5]

### 1.1.2 Methodologie door Davies & Ahmed

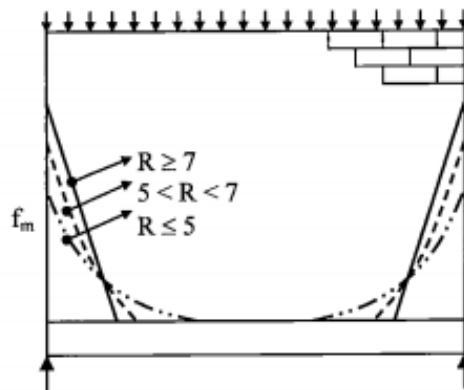
De analytische methode van Davies en Ahmed uit 1978 is gebaseerd op de balk op elastische funderingentheorie [5]. De auteurs beschouwen de concentratie van verticale spanningen in de onderste zijdes van de muur de grootste oorzaak voor het bezwijken van een dergelijke structuur. Die spanningsconcentratie wordt vooral beïnvloed door de stijfheid in buiging. Vandaar dat zij een stijfheidsparameter  $K$  hebben gedefinieerd:

$$K = \sqrt[4]{\frac{E_w t H^3}{E_b I_b}} \quad (1)$$

Waarbij  $E_w$  = isotrope elasticiteitsmodulus van de muur (N/mm<sup>2</sup>),  $E_b$  = isotrope elasticiteitsmodulus van de balk (N/mm<sup>2</sup>),  $t$  = muurdikte (mm),  $H$  = muurhoogte (mm) en  $I_b$  = het traagheidsmoment van de balk (mm<sup>4</sup>).

Davies & Ahmed wijzen aan deze parameter  $K$  ook de mogelijkheid toe om het verticaal spanningsverloop te bepalen.

- $K \geq 7$  : driehoekige spanningsverdeling voor dunne balken
- $5 < K < 7$  : parabolische spanningsverdeling
- $K \leq 5$  : kubische spanningsverdeling voor stijve balken



Figuur 4: Verticale spanningsverdeling in de muur [5]

De boogwerking induceert axiale rekken in de balk, waardoor de axiale stijfheid ervan ook belangrijk is. Hiervoor hebben de onderzoekers een tweede stijfheidsparameter gedefinieerd, die de verhouding van de axiale muurstijfheid op de axiale balkstijfheid beschrijft:

$$R = \frac{E_w H t}{E_b A_b} \quad (2)$$

Waarbij  $A_b$  = dwarsdoorsnede van de balk (mm<sup>2</sup>).

Met behulp van formules en grafieken, opgesteld door Davies & Ahmed, is het mogelijk om spanningen, momenten en krachten in het metselwerk en de balk te berekenen. De C-factoren, die afhankelijk zijn van  $H/L$  en van de stijfheidsparameters, dienen gekend te zijn via afzonderlijke formules, zoals hieronder is weergegeven in Tabel 1.

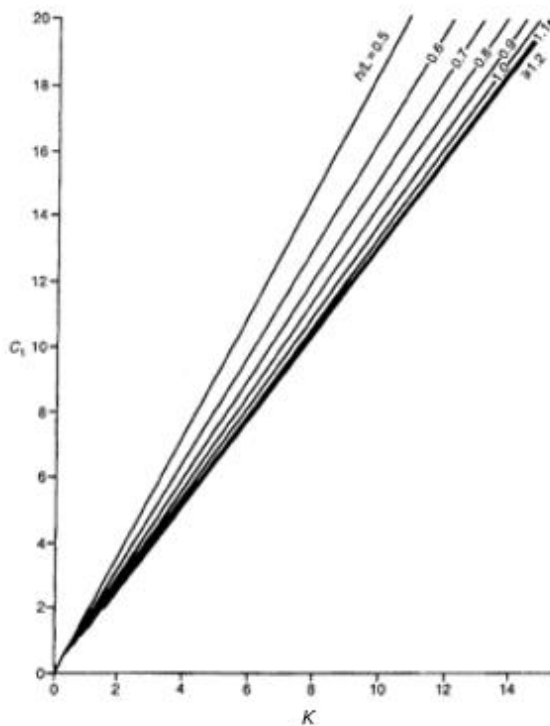
Tabel 1: C-factoren van Davies & Ahmed

	$K \leq 5$	$5 < K < 7$	$K \geq 7$
$C_1$	$\alpha_1 \cdot K$		
$C_2$	$a - \alpha_2 \cdot R$		
$C_3$	2,0	1,5	1,0
$C_4$	0,20	0,19	0,17

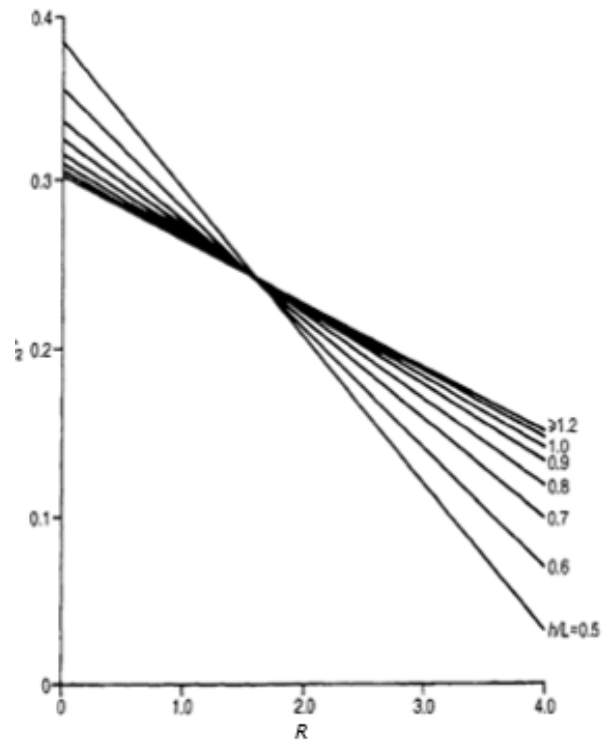
Met:

- $\alpha_1 = 1,48 \left(\frac{H}{L}\right)^2 - 3,22 \left(\frac{H}{L}\right) + 3,05$
- $\alpha_2 = 0,12 \left(\frac{H}{L}\right)^2 - 0,27 \left(\frac{H}{L}\right) + 0,19$
- $a = 0,185 \left(\frac{H}{L}\right)^2 - 0,42 \left(\frac{H}{L}\right) + 0,54$

De stijfheidscoëfficiënt in buiging  $C_1$  en de axiale stijfheidscoëfficiënt  $C_2$  kunnen, naast de formules, ook grafisch bepaald worden aan de hand de bijhorende stijfheidsparameters en de hoogte-overspanningsverhouding, zie Figuur 5 en Figuur 6.



Figuur 5: Stijfheidscoëfficiënt  $C_1$  [4]



Figuur 6: Stijfheidscoëfficiënt  $C_2$  [4]

### 1.1.3 Methodologie door Riddington & Stafford Smith

Ook Riddington & Stafford Smith hebben een analytische methode ontwikkeld om de compositie actie in belaste muur-balksystemen in kaart te brengen [2]. Zij stelden een driehoekige spanningsverdeling voor, voor zowel de verticale drukspanningen en de afschuifspanningen en hechtten vooral belang aan de contactlengte tussen de muur en de balk.

Vertrekkende vanuit verschillende experimentele onderzoeken introduceerden de onderzoekers de karakteristieke stijfheidsparameter  $K$ , die de relatieve stijfheid van de muur en balk uitdrukt. Deze formule is gelijkaardig aan de stijfheidsparameter  $K$  van Davies & Ahmed, namelijk Vergelijking (1).

$$K = \sqrt[4]{\frac{E_w t L^3}{E_b I}} \quad (3)$$

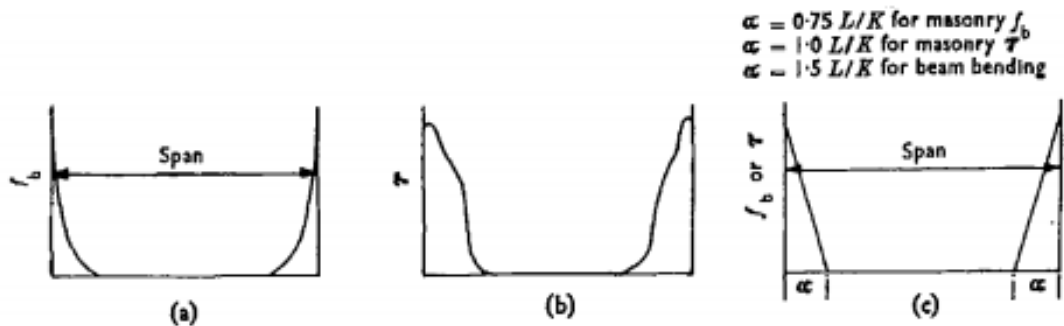
Waarbij  $E_w$  = isotrope elasticiteitsmodulus van het metselwerk (N/mm<sup>2</sup>),  $E_b$  = isotrope elasticiteitsmodulus van de betonnen balk (N/mm<sup>2</sup>),  $t$  = muurdikte (m),  $L$  = balkoverspanning (m) en  $I$  = traagheidsmoment van de balkdoorsnede (m<sup>4</sup>).

De stijfheidsparameter  $K$  neemt de hoogte van de muur niet in rekening. Het onderzoek van Burhouse en Wood & Simms heeft aangetoond dat de hoogte van de muur minimaal 60% van de overspanning moet bedragen en dat de spanningsverdeling in de muur en het gedrag van de muur nagenoeg onveranderd blijven voor hoogtes, groter dan 0,6 keer de overspanning. Hierdoor hebben Riddington & Stafford een methode ontwikkeld, onafhankelijk van de hoogte van de muur, en wordt de hoogte dus altijd boven deze waarde verondersteld.

In tegenstelling tot de hoogte, is de effectieve contactlengte tussen de muur en de balk wel een zeer belangrijke parameter in de methode van de onderzoekers. Riddington en Stafford modelleren de spanningsverdeling als een rechthoekige driehoek, zoals getoond in Figuur 7, en wijzen op de verschillen in spanningsverdeling van verticale drukspanningen en dwarskracht via de factor  $B$ . De basis van deze driehoek drukt de effectieve lengte uit, waar de balk nog in contact is met de muur en waarover de krachten dus kunnen worden overgedragen:

$$\alpha = \frac{BL}{K} \quad (4)$$

Waarbij  $B$  = ijkingsconstante, gebaseerd op experimentele bevindingen (-),  $L$  = balkoverspanning (m),  $K$  = karakteristieke stijfheidsparameter (-).



Figuur 7: Spanningsverdeling: (a) verticale drukspanningen; (b) dwarskrachtverdeling; (c) aangenomen spanningsverdeling voor druk- en dwarskracht [5]

De experimentele waarden voor  $B$  werden aangepast naar constanten om een conservatieve aanpak te verzekeren, zodat de methode een betrouwbaar resultaat naar voren brengt. De waarden van  $B$  verschillen echter voor de maximale verticale spanningen in de muur, het maximale moment in de balk en de afschuifspanningen in het contactvlak.

Maximale verticale drukspanningen in de muur	$B = 0,75$
Maximaal buigmoment in de balk	$B = 1,5$
Afschuifspanning in het contactvlak	$B = 1,0$

## 1.2 Parameters

In deze paragraaf worden enkele parameters besproken. Deze zijn de maximale spanning in het metselwerk, de trekkracht in de balk, het maximaal moment in de balk en de afschuifspanning in het contactvlak van de muur en de balk.

### 1.2.1 Maximale spanning in metselwerk

Davies & Ahmed [4] berekenen de maximale verticale spanning in het metselwerk  $\sigma_{w,max}$  aan de steunpunten met behulp van de stijfheidscoëfficiënt  $C_1$ , zodat:

$$\sigma_{w,max} = C_1 \cdot \frac{W}{L t} \quad (5)$$

Waarbij  $W$  = totale kracht inclusief eigengewicht van de muur, afgeleid van de verdeelde belasting (N),  $L$  = balkoverspanning (m),  $t$  = muurdikte (m).

Om een conservatieve aanpak te behouden, kenden Riddington & Stafford [4] een waarde van 0,75 toe aan de ijkingsconstante  $B$ . Dit omdat hoe kleiner de contactlengte wordt, hoe groter de verticale spanningen in het metselwerk worden, waardoor deze spanningen overschat worden. De maximale verticale spanning in het metselwerk kan dan berekend worden via de stijfheidsparameter  $K$ :

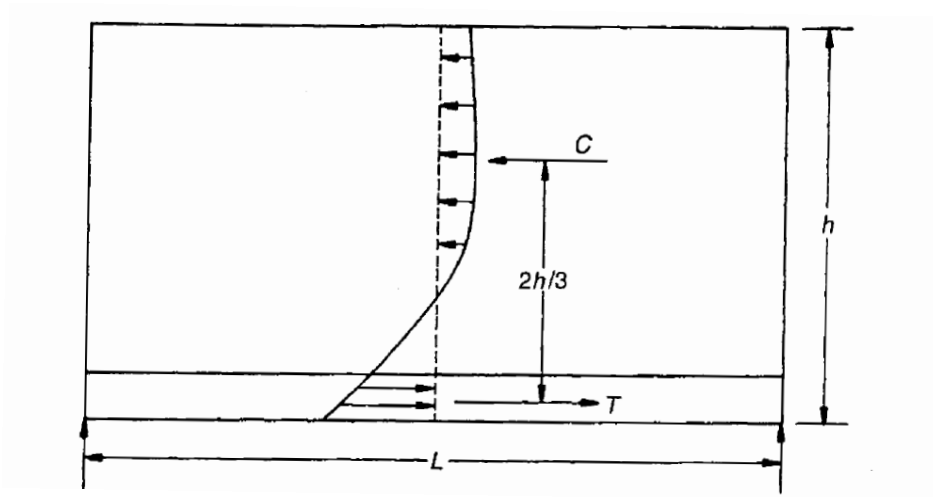
$$\sigma_{w,max} = K \cdot \frac{W}{B L t} = K \cdot \frac{W}{0,75 L t} \quad (6)$$



### 1.2.2 Trekkracht in de balk

Als reactie op de druk in het metselwerk door boogwerking, ontstaat er een trekkracht in de balk, die wordt aangenomen maximaal te zijn in het centrum van de balk. Een eerste methode om die trekkracht in de balk te bepalen, ontstond door Wood & Simms in 1969 [2]. Zij gingen uit van de aanname dat de momentenarm tussen de zwaartepunten van de druk- en de trekzone gelijk kon genomen worden aan  $2/3^e$  van de totale hoogte, met een limiterende waarde van 0,7 keer de overspanning, zoals getoond in Figuur 8. Via de momentcapaciteit van de muur en wand, kan dan de trekkracht bepaald worden:

$$T \cdot \frac{2H}{3} = \frac{WL}{8} \rightarrow T = \frac{WL}{8} \cdot \frac{3}{2H} \quad (7)$$



Figuur 8: Momentcapaciteit in de muur en wand [4]

Via de axiale stijfheidscoëfficiënt van Davies & Ahmed, kan de trekkracht ook berekend worden:

$$T = WC_2 \quad (8)$$

### 1.2.3 Maximaal moment in de balk

Naast de verticale spanning in de muur en de trekkracht in de balk, kan met behulp van de methode van Davies & Ahmed ook het maximale buigmoment in de balk berekenen [4]. Door het boogeffect bevindt dit maximaal moment zich niet in het midden van de balk, zoals bij een uniforme verdeelde belasting verwacht wordt, maar eerder richting de steunpunten.

$$M = \frac{1}{C_1} \left( C_4 - C_2 C_3 \frac{d}{L} \right) WL \quad (9)$$

Waarbij  $d$  = hoogte van de balk (m),  $W$  = totale kracht, afkomstig van de verdeelde belasting (N),  $L$  = balkoverspanning (m).

Daarnaast bepalen Davies & Ahmed een formule om de afstand van het steunpunt tot dat maximale moment te berekenen:

$$l = \frac{W}{2S\sigma_{w,\max}t_b} \quad (10)$$

Waarbij:

- $W$  = totale belasting op de balk (N)
- $S$  = coëfficiënt, afhankelijk van de vorm van de verticale spanningsverdeling
  - $R \leq 5 \rightarrow S = 0,30$
  - $5 < R < 7 \rightarrow S = 0,33$
  - $R \geq 7 \rightarrow S = 0,50$
- $\sigma_{w,\max}$  = maximale verticale drukspanning voor Davies & Ahmed (N/mm<sup>2</sup>)
- $t_b$  = dikte van de balk (mm)

Riddington & Stafford Smith bepaalden ook een formule om de maximale buigspanning in de balk te berekenen [4]. Ook hier wordt, evenals bij de maximale verticale spanning, gekozen voor een conservatieve berekening. Daarom wordt de waarde van factor  $B$  gelijk gesteld aan 1,5. Hierdoor nemen de auteurs een groter contactvlak tussen de muur en de balk aan, zodat de belastingen zich meer naar het midden verspreiden en dus het moment in de balk toeneemt. Uiteindelijk geeft dit voor de maximale buigspanning in de balk:

$$\sigma_{b,\max} = \frac{W L d}{8 K I} \quad (11)$$

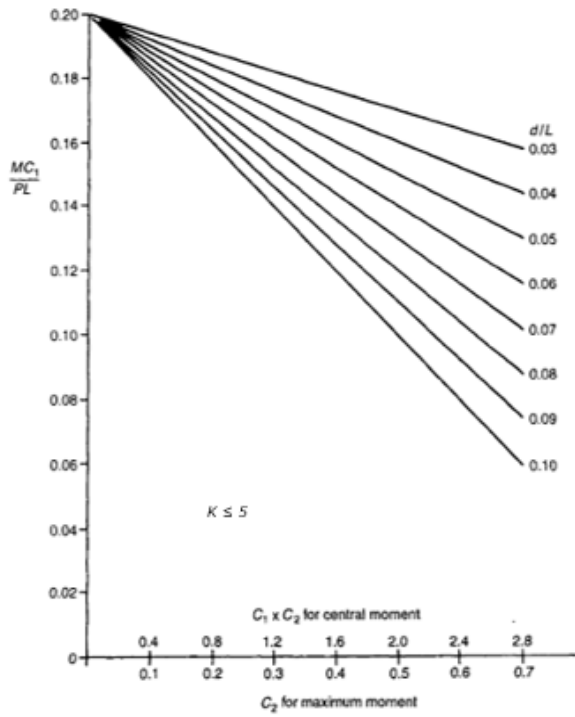
Waarbij  $d$  = hoogte van de balk (m),  $W$  = totale kracht (N),  $L$  = balkoverspanning (m),  $K$  = stijfheidsparameter (-) en  $I$  = traagheidsmoment van de balk (m<sup>4</sup>).

Deze buigspanning kan worden omgezet naar het maximale buigmoment in de rechthoekige balk:

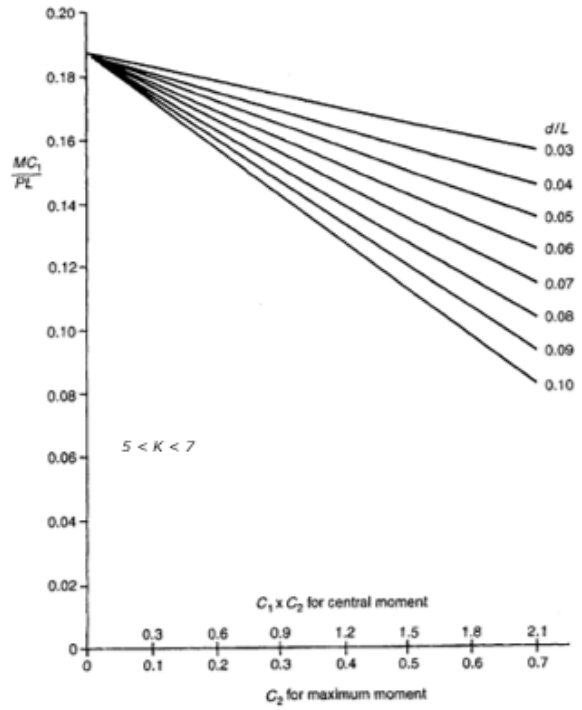
$$\sigma_{b,\max} = \frac{Wld}{8KI} = \frac{6M}{bd^2} \rightarrow M = \frac{Wld^3b}{48KI}$$

Het is ook mogelijk om het maximale buigmoment grafisch te bepalen via de methode van Davies & Ahmed [4]. De grafische aanpak is afhankelijk van de waarde van de stijfheidsparameter  $K$ , waardoor er drie grafieken bestaan om het moment te kunnen berekenen. Figuur 9, Figuur 10 en Figuur 11 geven respectievelijk de grafische voorstellingen weer voor  $K \leq 5$ ,  $5 < K < 7$  en  $K \geq 7$ . Naast het maximaal moment in de balk, kan ook het centraal buigmoment gevonden worden door de bovenste  $C_1 \times C_2$  schaal te gebruiken op de horizontale as. Door gebruik te maken van de  $d/L$ -verhouding vindt men een waarde op de verticale as, waaruit het maximaal buigmoment afgezonderd kan worden:

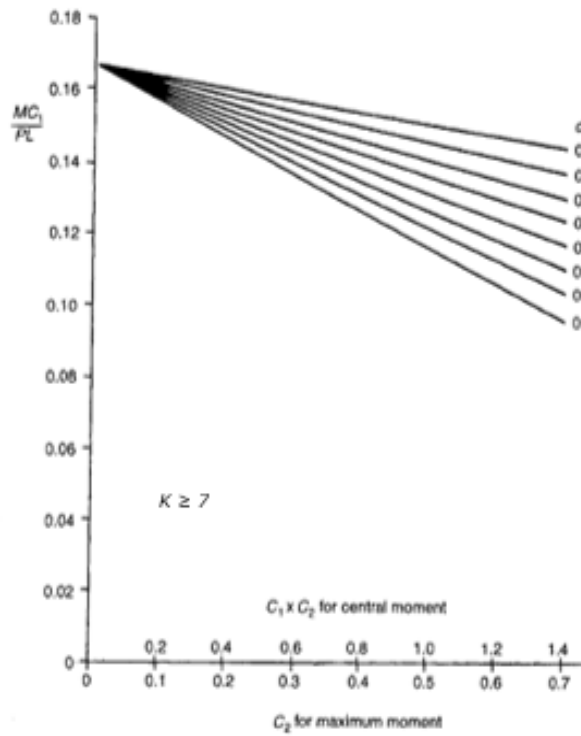
$$\frac{MC_1}{WL} = f\left\{\frac{d}{L}, C_2\right\} \quad (12)$$



Figuur 9: Buigmomenten voor  $K \leq 5$  [4]



Figuur 10: Buigmomenten voor  $5 < K < 7$  [4]



Figuur 11: Buigmomenten voor  $K \geq 7$  [4]

#### 1.2.4 Afschuifspanning in contactvlak muur en balk

Opnieuw wordt gebruik gemaakt van de stijfheidscoëfficiënten bij de methode van Davies & Ahmed om de schuifspanning in het contactvlak te bepalen [4]. De maximale afschuifspanning tussen de muur en de balk bevindt zich in de buurt van de steunpunten. Deze spanning wordt als volgt berekend:

$$\tau_m = \left( \frac{W}{Lt} \right) C_1 C_2 \quad (13)$$

Waarbij  $W$  = totale kracht (N),  $L$  = balkoverspanning (m) en  $t$  = muurdikte (m).

Wijzigingen aan EN 1996-1-1 werden doorgevoerd door CEN/TC 125, het technisch besluitvormingsorgaan van CEN dat werkt aan de standaardisatie op gebied van metselwerk. Om het ontwerp van composiete lateien correct te bepalen, formuleert het een formule, gebaseerd op de afschuifspanningsformule van Jourawski, om de schuifspanning in het contactvlak te berekenen. De ontwerpschuifspanning tussen het complementaire element, zijnde metselwerk, en het bovenste oppervlak van de geprefabriceerde betonnen latei, kan dan als volgt berekend worden [7]:

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed} A_{cb} h_{ce}}{t I_{ce}} \quad (14)$$

Waarbij  $V_{Ed}$  = verticale dwarskracht ter hoogte van de steunpunten (N),  $A_{cb}$  = dwarsdoorsnede van de balk ( $m^2$ ),  $h_{ce}$  = verticale afstand tussen het geometrisch zwaartepunt van de structuur en het grensvlak balk-metselwerkmuur, volgens de formule van Jourawski (m),  $I_{ce}$  = traagheidsmoment van de composiete structuur ( $m^4$ ) en  $t$  = muurdikte (m).

### 1.3 Samenvatting van analytische methodes

Tabel 2 resumeert de verschillende methodologieën van de eerder besproken onderzoeker. Aan de hand van deze tabel wordt er een analytische vergelijking gemaakt op basis van een academisch voorbeeld in Paragraaf 2.5.

Tabel 2: Samenvatting analytische methodes

	Wood & Simms	Davies & Ahmed	Riddington & Stafford	Eurocode 6
<b>Maximale verticale spanning in de muur</b>	/	$\sigma_{w,\max} = C_1 \cdot \frac{W}{Lt}$	$\sigma_{w,\max} = K \cdot \frac{W}{0,75 Lt}$	/
<b>Trekracht in de balk</b>	$T = \frac{WL}{8} \cdot \frac{3}{2H}$	$T = WC_2$	/	/
<b>Maximaal moment in de balk</b>	/	$M = \frac{1}{C_1} \left( C_4 - C_2 C_3 \frac{d}{L} \right) WL$	$M = \frac{W L d^3 b}{48KI}$	/
<b>Afschuifspanning in het contactvlak</b>	/	$\tau_m = \left( \frac{W}{Lt} \right) C_1 C_2$	/	$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed} A_{cb} h_{ce}}{t l_{ce}}$



## 2. Numerieke modellering (1): isotrope benadering

---

De modellering van metselwerk in een software-programma kan benaderd worden op twee manieren. Enerzijds bestaat er een isotrope benadering, waar een plaat wordt verondersteld met eenzelfde stijfheid in alle richtingen en anderzijds een orthotrope aanpak, die een verschil in sterkte in horizontale en verticale richting in rekening neemt. Dit hoofdstuk handelt over de isotrope benadering van metselwerkmuren. Inleidend wordt de gehanteerde software uitgelegd, waarna de theoretische achtergrond van isotropie wordt toegelicht. Verder komt de praktische uitwerking van de isotrope analyse in Buildsoft Diamonds aan bod en wordt er een vergelijking gemaakt tussen de analytische methodes, besproken in de literatuurstudie uit Hoofdstuk 1.

### 2.1 Eindige-elementenmethode met Buildsoft Diamonds

De analyses die in deze thesis worden uitgevoerd, gebeuren dus via de eindige-elementenmethode. Die methode is een techniek om partiële differentiaalvergelijkingen en integraalvergelijkingen op te lossen, waarbij de te analyseren elementen worden onderverdeeld en de resultaten convergeren naar de meest juiste oplossing. De 'mesh', die het aantal eindige elementen bepaalt, plaatst 'nodes' of knooppunten waar de elementen aan elkaar worden gekoppeld. Hierdoor kan met een matrixvergelijking het gedrag van een structuur, zoals de metselwerkmuur, onderzocht worden.

De eindige-elementenmethode is geïmplementeerd in analysesoftware, zodat op een automatische en gemakkelijke manier een constructie kan gecontroleerd worden op stabiliteit en andere eisen. In deze thesis wordt er gebruikt gemaakt van de eindige-elementensoftware 'Buildsoft Diamonds'. Diamonds is een toegankelijk programma voor de analyse van de belangrijkste bouwkundige materialen, zijnde hout, staal en beton. Metselwerk kan niet automatisch gegenereerd worden in het programma, maar kan via enkele parameters toch handmatig ingevoerd worden in de vorm van een plaat. In Diamonds is enkel de 'dunne plaattheorie', ook wel de Kirchhoff-plaattheorie genoemd, geïmplementeerd waarbij er geen vervorming door afschuiving in rekening wordt genomen. Verder maakt de software gebruik van stijfheidsmatrices om structuren te analyseren. Afhankelijk van de gekozen stijfheidsparameter voor het metselwerk, berekent het programma voor een isotrope plaat automatisch een matrix, waardoor de software zich goed leent voor onderzoek met isotrope materialen. Voor materialen met variërende stijfheden zal een isotrope studie dus niet volstaan en moet de orthotrope stijfheidsmatrix manueel worden ingevoerd in Diamonds. Dit wordt verder toegelicht in Hoofdstuk 3.

In het softwareprogramma Buildsoft Diamonds wordt een mesh toegepast met een maximale afmeting per element van 0,1 m. Wanneer preciezere resultaten gewenst zijn, zoals bij de vergelijking met de auteurs uit de Literatuurstudie, kan de mesh verfijnd worden. Hierdoor zal de rekentijd van het programma echter oplopen, waardoor dit enkel in uitzonderlijke gevallen zal worden toegepast.



## 2.2 Baksteen

### 2.2.1 Geometrie

Voor de berekeningen in Diamonds werken we met een klassieke metselbaksteen uit het gamma van Wienerberger. De Porotherm binnenmuursteen heeft de afmetingen 288 mm x 138 mm x 188 mm [8]. De bruto doorsnede van deze steen is dus 39744 mm<sup>2</sup>, inclusief holtes. De netto doorsnede bedraagt 22386 mm<sup>2</sup>, aangezien ongeveer 44% van de doorsnede bestaat uit deze holtes. Via tabel 3.1 van NBN EN 1996-1-1, weergegeven in Figuur 12, kunnen we besluiten dat deze metselbaksteen zich bevindt in Groep 2.

	Materialen en grenzen voor metselstenen				
	groep 1 (alle materialen)		groep 2	groep 3	groep 4
		Stenen	Verticale gaten		Horizontale gaten
Volume van alle gaten (% van het brutovolume)	≤ 25	baksteen	> 25; ≤ 55	≥ 25; ≤ 70	> 25; ≤ 70
		kalkzandsteen	> 25; ≤ 55	niet gebruikt	niet gebruikt
		beton <sup>b</sup>	> 25; ≤ 60	> 25; ≤ 70	> 25; ≤ 50

Figuur 12: Geometrische eisen voor de groepering van metselstenen [7]

### 2.2.2 Druksterkte

Metselwerkmuren dienen gecontroleerd te worden op hun druksterkte. Dit kan enerzijds op steenniveau en anderzijds op muurniveau. De hiervoor bestaande methodiek uit de Eurocode wordt toegepast op de gekozen metselbaksteen en de gehele metselwerkmuur, inclusief de mortel. Dit zijn echter theoretische waarden, waarbij gebruik gemaakt wordt van de productfiches van de fabrikant van de baksteen.

#### Druksterkte metselbaksteen

Om de druksterkte van de metselbaksteen te bepalen maken we gebruik van de Annex Nationale Bijlage van Eurocode 6 [7]. Deze vertelt dat de druksterkte van dergelijke stenen kan bepaald worden met volgende formule:

$$f_b = f_{\text{mean}} \cdot \delta \cdot \delta_c \quad (15)$$

Met:

- $f_{\text{mean}}$  = gemiddelde druksterkte van de steen, gegeven door de fabrikant, in N/mm<sup>2</sup>
- $\delta$  = vormfactor, bepaald volgens tabel 3.9-ANB
- $\delta_c$  = conditioneringsfactor  
= 1 voor luchtdroge monsters

De vormfactor wordt via dubbele interpolatie voor een hoogte van 188 mm en een minimale horizontale afmeting van 138 mm berekend met behulp van onderstaande Figuur 13 uit tabel 3.9 ANB van NBN EN 1992-1-1 ANB. Dit geeft een waarde van 1,24.

Hoogte (mm)	Kleinste horizontale afmeting (mm)				
	50	100	150	200	≥ 250
40	0,80	0,70	-	-	-
50	0,85	0,75	0,70	-	-
65	0,95	0,85	0,75	0,70	0,85
100	1,15	1,00	0,90	0,80	0,75
150	1,30	1,20	1,10	1,00	0,95
200	1,45	1,35	1,25	1,15	1,10
≥ 250	1,55	1,45	1,35	1,25	1,15

Figuur 13: Waarde voor de vormfactor  $\delta$  [7]

Dit geeft voor de druksterkte van de beschouwde metselbaksteen volgende waarde:

$$f_{b,y} = 10 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 1,24 \cdot 1 = 12,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (16)$$

Deze bovenstaande waarde is de druksterkte in verticale richting. Aangezien de beschouwde metselwerkstenen variërende eigenschappen hebben in verschillende richtingen wordt de sterkte in de horizontale richting anders. Voor de sterkte in de horizontale richting nemen we 25% van de sterkte in de verticale richting. Er wordt verwezen naar Paragraaf 3.1 voor de theoretische achtergrond hiervan.

$$f_{b,x} = 0,25 \cdot 12,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 3,1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

### Druksterkte metselwerkmuur

Naast de druksterkte op steenniveau kan ook de druksterkte op muurniveau bekeken worden. In dit geval wordt er ook rekening gehouden met de mortelvoegen en wordt de volgende formule uit de Eurocode geraadpleegd:

$$f_k = K \cdot f_b^\alpha \cdot f_m^\beta \quad (17)$$

Met:

- $f_k$  = karakteristieke druksterkte van het metselwerk, in  $\text{N}/\text{mm}^2$
- $K$ ,  $\alpha$  en  $\beta$  = constanten afhankelijk van de groep, het type van de metselsteen en de mortel, vermeld in tabel 3.8-ANB uit NBN EN 1996-1-1 ANB (Figuur 14)

$$K = 0,50 \cdot (\delta)^{-0,65} = 0,50 \cdot 1,24^{-0,65} = 0,435 \quad (18)$$

- $f_b$  = genormaliseerde gemiddelde druksterkte van de stenen, in de richting waarin de belasting is aangebracht, in  $\text{N/mm}^2$
- $f_m$  = gemiddelde druksterkte mortel, in  $\text{N/mm}^2$

$$f_{k,y} = K \cdot f_{b,y}^\alpha \cdot f_m^\beta = 0,435 \cdot 12,4^{0,65} \cdot 10^{0,25} = 3,97 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (19)$$

Metselstenen		Mortel voor algemene toepassing			Lijmmortel (lintvoeg $\geq 0,5$ mm en $\leq 3$ mm)		
		$K$	$\alpha$	$\beta$	$K$	$\alpha$	$\beta$
Metselbaksteen	Groep 1	0,50	0,65	0,25	-	-	-
	Groep 2 (1)	$0,50 \times (\rho)^{-0,65}$	0,65	0,25	$0,50 \times (\rho)^{-0,80}$	0,80	0
	Groep 3 (1)	$0,40 \times (\rho)^{-0,65}$	0,65	0,25	$0,40 \times (\rho)^{-0,80}$	0,80	0
Metselstenen van kalkzandsteen	Groep 1	0,60	0,65	0,25	0,80	0,85	0
	Groep 2	0,50	0,65	0,25	0,55	0,85	0
Betonmetselstenen	Groep 1	0,60	0,65	0,25	0,80	0,85	0
	Groep 2	0,50	0,65	0,25	0,65	0,85	0
	Groep 3	0,45	0,65	0,25	0,50	0,85	0
Cellenbetonmetselstenen	Groep 1	0,60	0,65	0,25	0,80	0,85	0

Figuur 14: Waarden voor  $K$ ,  $\alpha$  en  $\beta$  [7]

In horizontale richting wordt de sterkte dan:

$$f_{k,x} = K \cdot f_{b,x}^\alpha \cdot f_m^\beta = 0,435 \cdot 3,1^{0,65} \cdot 10^{0,25} = 1,61 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

### 2.2.3 Elasticiteitsmodulus

De elasticiteitsmodulus in de verticale richting van de metselbaksteen kan eenvoudig bepaald worden door gebruik te maken van de regel uit NBN EN 1996. Deze regel mag toegepast worden omdat de baksteen over de volledig hoogte nergens horizontaal onderbroken wordt door holtes.

$$E_{b,y} = K_E \cdot f_b = 1000 \cdot 12,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 12400 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (20)$$

#### 3.7.2 Elasticiteitsmodulus

(1)P De elasticiteitsmodulus voor korte duur,  $E$ , moet zijn bepaald op basis van proeven volgens EN 1052-1.

OPMERKING Proefresultaten mogen zijn verkregen uit proeven die zijn uitgevoerd voor het project of die beschikbaar zijn uit een bestand van proefresultaten.

(2) Als er geen waarde overeenkomstig EN 1052-1 is bepaald, mag voor de elasticiteitsmodulus voor korte duur,  $E$ , voor gebruik in de constructieve berekening  $K_{E,k}$  zijn aangehouden.

OPMERKING De waarde van  $K_E$  in een land te gebruiken, kan worden gevonden in de nationale bijlage. De aanbevolen waarde voor  $K_E$  is 1 000.

*Figuur 15: Elasticiteitsmodulus volgens Eurocode [7]*

Voor de  $E$ -modulus in de horizontale richting moet rekening gehouden worden met de verticale holtes in de steen, omdat ze de stijfheid (op steenniveau) verminderen. Identiek aan de horizontale druksterkte, wordt voor de redenering achter deze reductie verwezen naar Paragraaf 3.1.

$$E_{b,x} = E_{b,y} \cdot 25\% = 12400 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 0,25 = 3124 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (21)$$

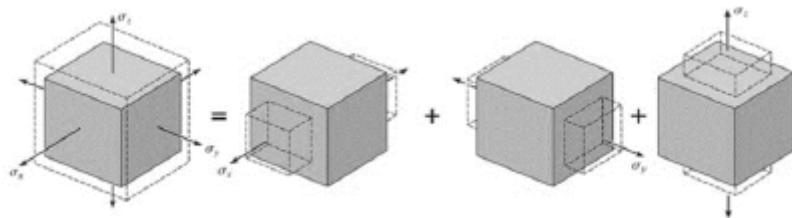
## 2.3 Modelling in meerdere dimensies

### 2.3.1 Elasticiteitsmatrix

De eindige-elementensoftware Buildsoft Diamonds hanteert een bepaalde methode voor het opstellen van de stijfheidsmatrix [9]. Wanneer een plaat isotroop wordt beschouwd, betekent dit dat het materiaalgedrag in alle richtingen homogeen is. Hieruit volgt dat de spanningen ook identiek zijn in alle richtingen. Via de wet van Hooke, kan men een spanning-rek relatie voor een isotroop materiaal onderscheiden.

In een triaxiale spanningssituatie zal het materiaal onderworpen worden aan drie orthogonaal werkende normaalspanningen, zoals aangegeven in Figuur 16. Door isotropie is de totale rek in een bepaalde richting gelijk aan de som van alle rekken in die richting door de spanningen in elke richting. Voor rek in de x-richting geeft dit:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x(\sigma_x)} + \varepsilon_{x(\sigma_y)} + \varepsilon_{x(\sigma_z)} \quad (22)$$



Figuur 16: Triaxiale spanningssituatie [9]

Door het toepassen van de wet van Hooke en een Poisson coëfficiënt  $\nu$  kunnen we bovenstaande vergelijking omvormen tot:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \quad (23)$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu\sigma_y - \nu\sigma_z) \quad (24)$$

Op analoge wijze vinden we ook de spanning-rek relaties in de andere richtingen:

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu\sigma_x - \nu\sigma_z) \quad (25)$$

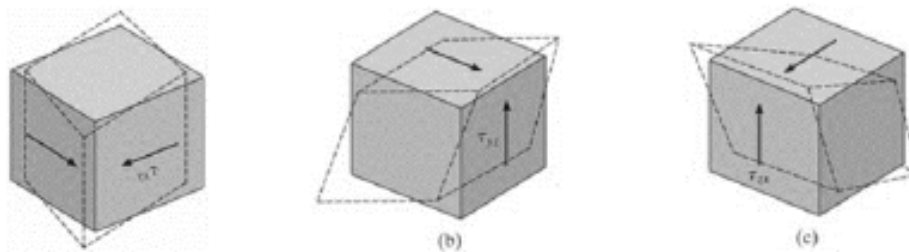
$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu\sigma_x - \nu\sigma_y) \quad (26)$$

Bij het aanbrengen van een schuifspanning  $\tau_{xy}$  op het element, zal het materiaal alleen vervormen door een schuifrek  $\gamma_{xy}$  en zullen er geen andere rekken optreden in het materiaal. Figuur 17 toont de schuifspanningen op het element. Een analoge redenering kan gevolgd worden voor de schuifspanningen in de andere richtingen. De wet van Hooke, toegepast op deze schuifspanningen geeft:

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy} \quad (27)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz} \quad (28)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{1}{G} \tau_{xz} \quad (29)$$



Figuur 17: Schuifspanningen [9]

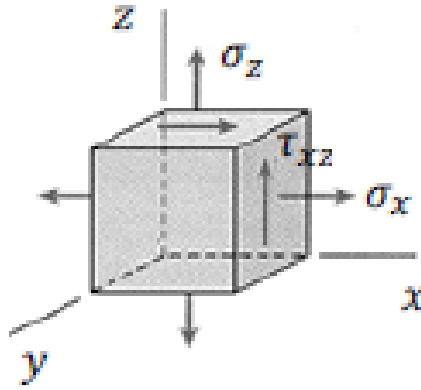
In het geval van een dunne plaat en geen belastingen uit het vlak, kan aangenomen worden dat de spanningen in de  $y$ -richting, volgens de conventie in Figuur 18, verwaarloosbaar zijn. Dus:

$$\sigma_y = 0; \tau_{yz} = \tau_{xy} = 0 \quad (30)$$

Er kan nu een stijfheidsmatrix voor een 2D-model van een isotrope plaat opgesteld worden door vergelijkingen (23) tot en met (29) te combineren.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_z \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = [Q] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (31)$$

Met  $[Q]$  = elasticiteitsmatrix



Figuur 18: 2D-model [9]

### 2.3.2 Snedekrachten

De resulterende inwendige krachten in het element ('Membrane forces') worden berekend als de som van de spanningen over de dikte  $t$  van de plaat [9]:

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{zz} \\ N_{xz} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} dy \quad (32)$$

Dit geeft het resulterende spanningsgedrag voor een isotrope plaat:

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{zz} \\ N_{xz} \end{Bmatrix} = t \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = [d] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (33)$$

$$\text{Met: } [d] = t[Q] = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{16} \\ d_{12} & d_{22} & d_{26} \\ d_{16} & d_{26} & d_{66} \end{bmatrix} \quad (34)$$

Hetzelfde wordt gedaan voor de resulterende momenten:

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{zz} \\ M_{xz} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} y dy \quad (35)$$

Dit geeft het buiggedrag van een isotrope plaat:

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{zz} \\ M_{xz} \end{Bmatrix} = \frac{t^3}{12} \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_{xx} \\ \kappa_{zz} \\ \rho_{xz} \end{Bmatrix} = [D] \begin{Bmatrix} \kappa_{xx} \\ \kappa_{zz} \\ \rho_{xz} \end{Bmatrix} \quad (36)$$

$$\text{Met: } [D] = \frac{t^3}{12} [Q] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \quad (37)$$

Diamonds combineert matrices [d] en [D] in 1 matrix, zodat  $d_{16} = d_{26} = D_{16} = D_{26} = 0$ .

De gecombineerde matrix wordt dan, die we ook handmatig kunnen aanpassen voor een orthotrope studie zoals in Hoofdstuk 3 wordt uitgewerkt:

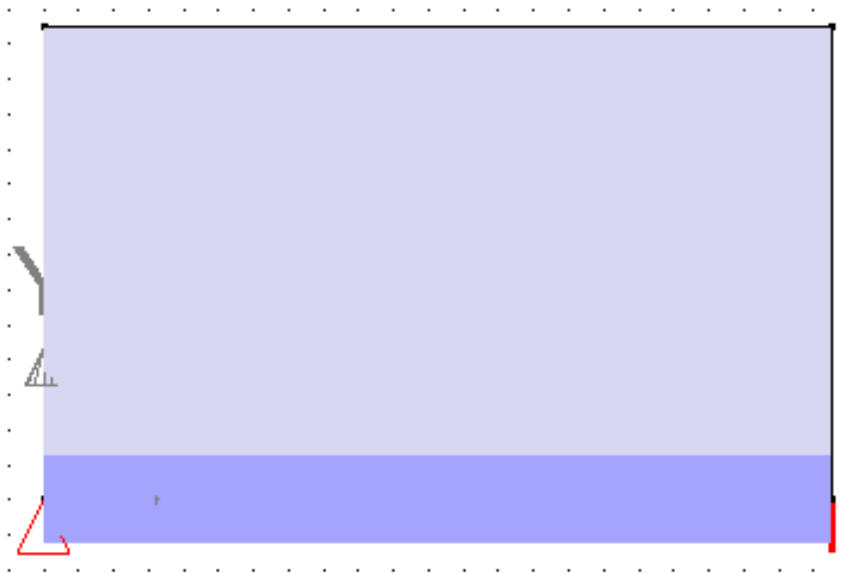
$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{zz} \\ N_{xz} \\ M_{xx} \\ M_{zz} \\ M_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_{12} & d_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xz} \\ \kappa_{xx} \\ \kappa_{zz} \\ \rho_{xz} \end{Bmatrix} \quad (38)$$



## 2.4 Modelling in Diamonds

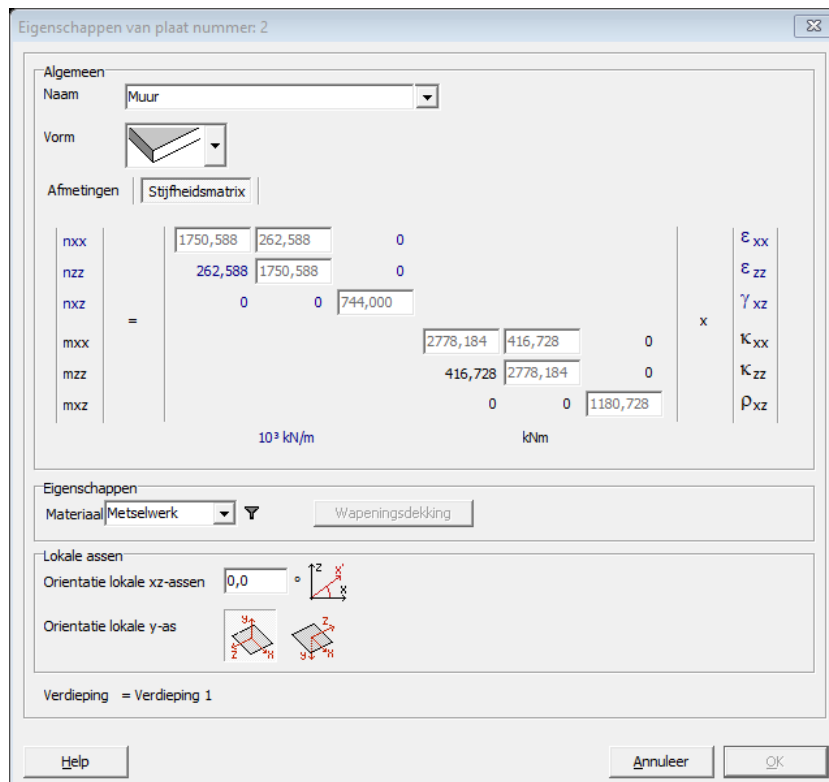
### 2.4.1 Elastische analyse

Zoals eerder aangehaald, worden de isotrope analyses in Buildsoft Diamonds uitgevoerd. Met behulp van de tools kan er op een zeer eenvoudige wijze een volle metselwerkmuur gemodelleerd worden. In onderstaand voorbeeld wordt er gekozen voor een muur met een lengte van 4,50 meter en een hoogte van 2,70 meter, zodat de hoogte-overspanningsfactor precies 0,6 is. De onderkant van de muur wordt ondersteund door een betonnen balk met druksterkte C30/37 en afmetingen van 0,2 meter als breedte en 0,5 meter als hoogte.

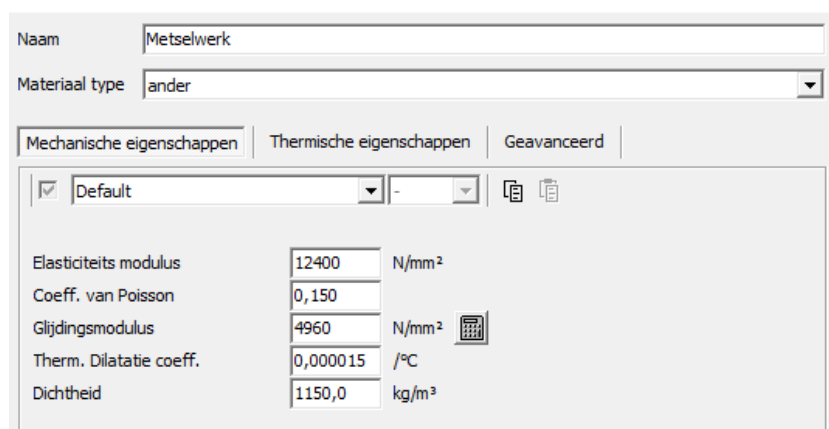


*Figuur 19: Metselwerkmodel Diamonds*

Er wordt een uniform verdeelde belasting op de muur aangebracht van 100 kN/m. Onder de sectie 'berekeningen' van Diamonds kan er een elastische analyse uitgevoerd worden en kunnen er verschillende parameters berekend worden. Figuur 20: Isotrope stijfheidsmatrix in Diamonds toont de isotrope stijfheidsmatrix, die automatisch gegenereerd wordt door Diamonds volgens Vergelijking (38), waarmee het programma de analyse uitvoert. Het isotrope karakter van de matrix valt op te merken in het feit dat zowel de termen  $d_{11}$  en  $d_{22}$ , als  $D_{11}$  en  $D_{22}$  gelijk zijn aan elkaar. De stijfheidsmatrix wordt gevormd door de ingestelde materiaaleigenschappen voor het metselwerk, zoals weergegeven in Figuur 21. Figuur 22: Eigenschappen betonnen balk geeft de eigenschappen van de betonnen balk weer.



Figuur 20: Isotrope stijfheidsmatrix in Diamonds



Figuur 21: Materiaaleigenschappen van metselwerk

Doorsnede

Doorsnede

Naam: Balk 50x20

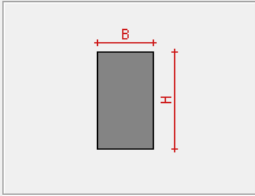
Vorm: Constant

Afmetingen

B: 200,0 mm

H: 500,0 mm

Dimensies | Assen





Sectie eigenschappen

Materiaalafhankelijk

Automatisch berekenen

Algemeen | Elastisch | Plastisch | Koudgevoerd

sterke as y-y       zwakke as z-z 

Sy	25000000	mm <sup>3</sup>	Sz	10000000	mm <sup>3</sup>	alpha	0,0	°
Iy'	2083333333	mm <sup>4</sup>	Iz'	333333333	mm <sup>4</sup>	Iyz	0	mm <sup>4</sup>
iy'	144,3	mm	iz'	57,7	mm	It	998050133	mm <sup>4</sup>
Wel,y',t	8333333	mm <sup>3</sup>	Wel,z',l	3333333	mm <sup>3</sup>	Iw	0	mm <sup>6</sup>
Wel,y',b	8333333	mm <sup>3</sup>	Wel,z',r	3333333	mm <sup>3</sup>	Twm	5376344	mm <sup>3</sup>

Materiaal

Materiaal: Beton C30/37      Wapening

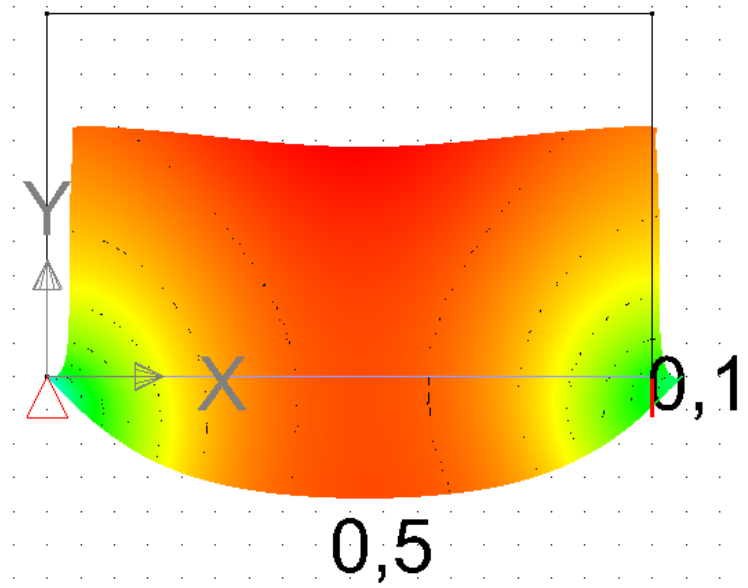
Lokale assen

Orientatie hoek: 0,0 °      Spiegelen

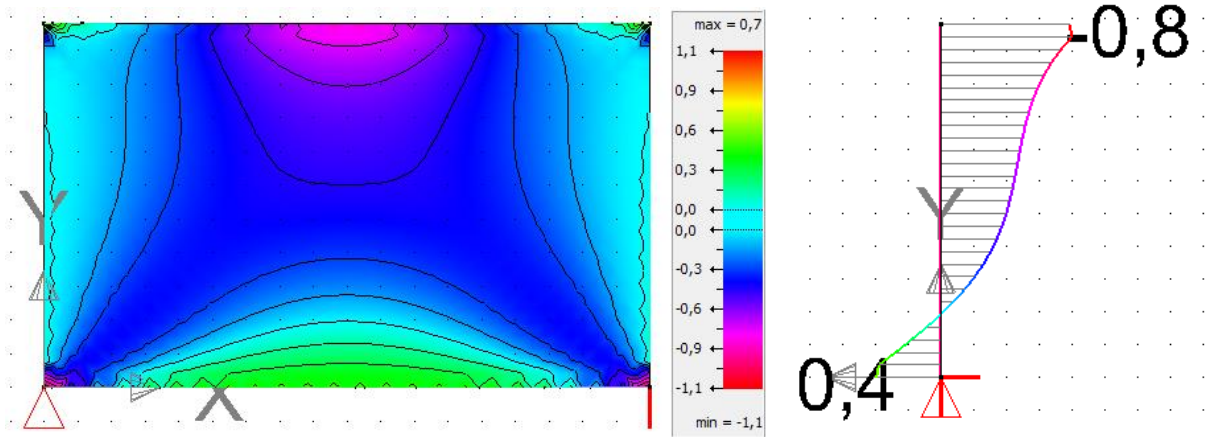
Help      Annuleer      OK

Figuur 22: Eigenschappen betonnen balk

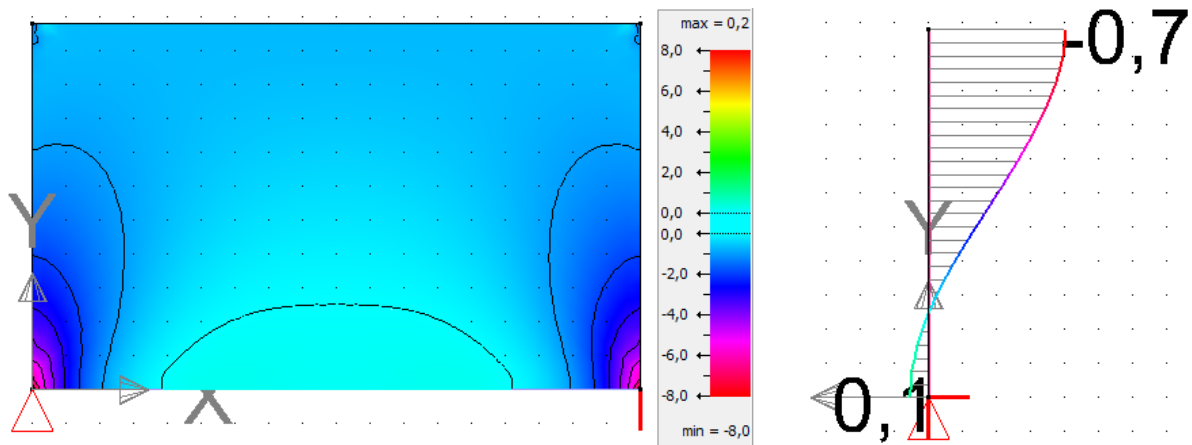
De elastische analyse biedt de mogelijkheid om resultaten te verkrijgen over spanningen, krachten en doorbuiging in de betonnen balk en de metselwerkmuur. Zo geeft bijvoorbeeld Figuur 23 zicht op de doorbuiging in de muur. Daarnaast blijkt ook dat de trekspanningen in de muur vooral in de horizontale richting gelegen zijn en niet in de verticale richting. Figuur 24 en Figuur 25 geven dit weer.



Figuur 23: Doorbuiging in muur van 4,5 m x 2,7 m [mm]



Figuur 24: Horizontale spanningsverdeling in muur van 4,5 m x 2,7 m [N/mm<sup>2</sup>]



Figuur 25: Verticale spanningsverdeling in muur 4,5 m x 2,7 m [N/mm<sup>2</sup>]

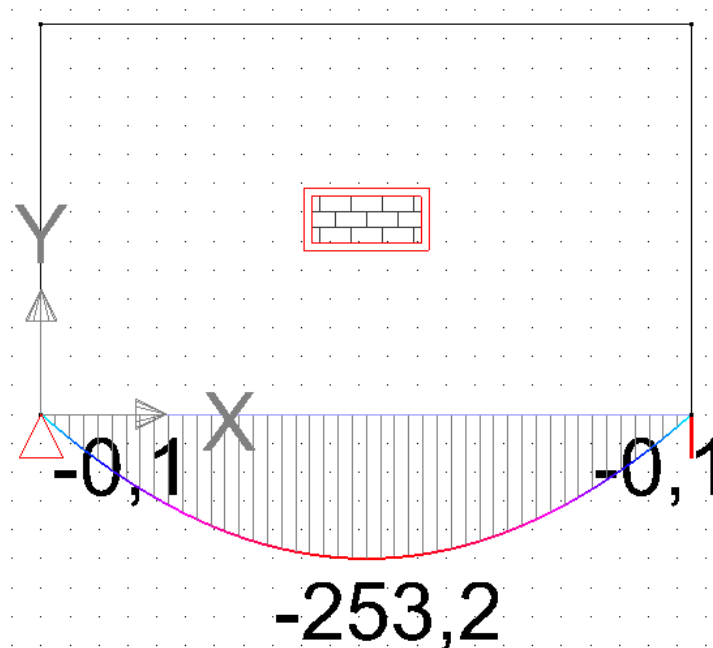
## 2.4.2 Belang van boogwerking

Zoals al in de literatuurstudie werd aangehaald, wordt een balk tegenwoordig ontworpen door de uniform verdeelde belasting op de muur rechtstreeks over te dragen naar de balk en dus geen rekening te houden met de gunstige boogwerking in het metselwerk. Om het belang van die herverdeling van de spanningen in het metselwerk te illustreren wordt in Diamonds de vergelijking gemaakt tussen het al dan niet toepassen van de boogwerking.

Het maximaal buigmoment in een balk, opgelegd op twee steunpunten en belast met lijnlast  $q$ , bevindt zich in het midden van de balk en berekent men als volgt:

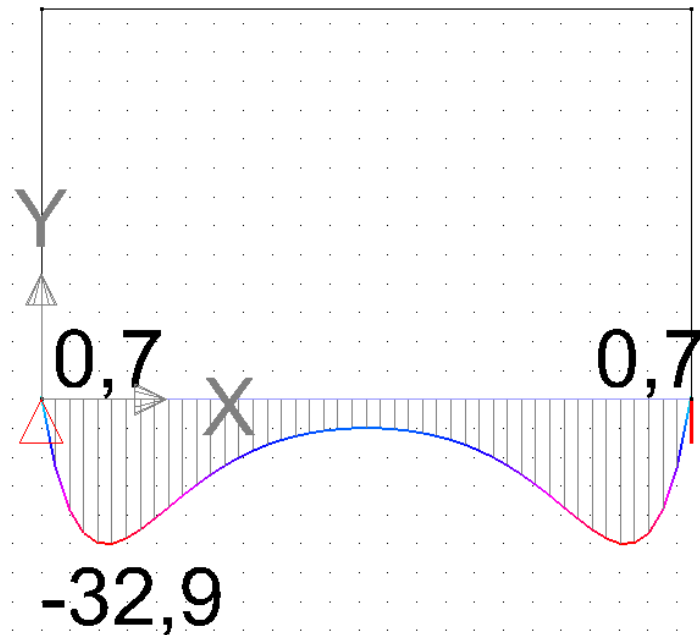
$$M = \frac{qL^2}{8} \quad (39)$$

Als we deze formule op bovenstaand voorbeeld toepassen met een overspanning van 4,5 meter en een belasting van 100 kN/m, bekomt men een maximaal buigmoment van 253 kNm. Dezelfde waarde voor het moment vinden we via Diamonds als de boogwerking wordt uitgeschakeld, zoals getoond in Figuur 26.



Figuur 26: Moment in de balk zonder boogwerking [kNm]

Als in Diamonds de boogwerking wel geactiveerd wordt, krijgen we een veel lagere waarde voor het maximaal buigmoment, zoals blijkt uit Figuur 27. Ten opzichte van het moment zonder boogwerking, is het moment met boogwerking gereduceerd met een factor van bijna 8. Opvallend hierbij is dat het maximum zich nu niet meer in het midden concentreert, maar meer naar de steunpunten gelegen is. Dit komt doordat de krachten centraal op de balk worden gereduceerd en voor een groot stuk herleid naar de steunpunten ten gevolge van de boogwerking.



Figuur 27: Moment in de balk met boogwerking [kNm]

## 2.5 Vergelijking met andere auteurs

Aangezien de onderzoekers, die besproken zijn in de literatuurstudie, enkel gebruik maken van de isotrope, homogene stijfheden in hun formules, kunnen hun analytische methodes eenvoudig getoetst worden met de numerieke resultaten uit Diamonds. Hieruit kan dan besloten worden welke auteur het dichtst aanleunt bij de werkelijkheid.

Als voorbeeld wordt opnieuw de metselwerkmuur op 2 steunpunten met afmetingen 4,5 op 2,7 meter gebruikt. De onderliggende betonnen balk heeft een betonsterkte van C30/37 en heeft een rechthoekige geometrie van 0,2 m op 0,5 m. De nodige parameters worden weergegeven in Tabel 3:

Tabel 3: Parameters

Parameter	Waarde
$L$	4,50 m
$H$	2,70 m
$t$	0,138 m
$d$	0,50 m
$b$	0,20 m
$W$	450 kN = 4,50 m · 100 kN/m
$E_w$	12400 MPa
$E_b$	32837 MPa
$I_b$	$2,083 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4 = \frac{0,20 \text{ m} \cdot (0,50 \text{ m})^3}{12}$
$A_b$	$0,1 \text{ m}^2 = 0,50 \text{ m} \cdot 0,20 \text{ m}$

In Tabel 4 staan alle parameters en factoren die met behulp van de gegevens berekend kunnen worden voor zowel Davies & Ahmed als Riddington & Stafford. Deze parameters zijn nodig om eigenschappen van de muur en balk te kunnen achterhalen via de methodes van de onderzoekers.

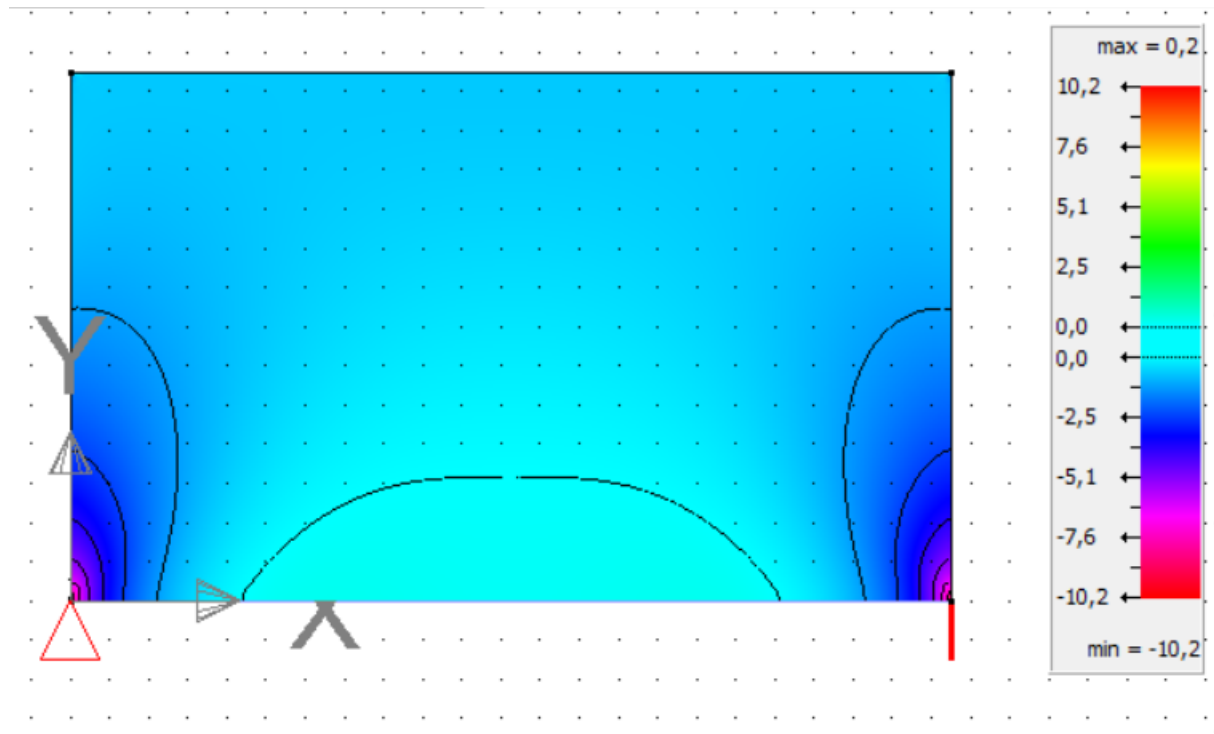
Tabel 4: Parameters verschillende auteurs

Onderzoeker	Parameter	Formule	Waarde (-)
D&A	$K$	$\sqrt[4]{\frac{E_w t H^3}{E_b I_b}}$	4,7107
	$R$	$\frac{E_w H t}{E_b A_b}$	1,4070
	$\alpha_1$	$1,48 \left(\frac{H}{L}\right)^2 - 3,22 \left(\frac{H}{L}\right) + 3,05$	1,6508
	$\alpha_2$	$0,12 \left(\frac{H}{L}\right)^2 - 0,27 \left(\frac{H}{L}\right) + 0,19$	0,0712
	$a$	$0,185 \left(\frac{H}{L}\right)^2 - 0,42 \left(\frac{H}{L}\right) + 0,54$	0,3546
	$C_1$	$\alpha_1 \cdot K$	7,7764
	$C_2$	$a - \alpha_2 \cdot R$	0,2544
	$C_3$	$\rightarrow K \leq 5$	2
	$C_4$	$\rightarrow K \leq 5$	0,2
R&S	$K$	$\sqrt[4]{\frac{E_w t L^3}{E_b I}}$	6,9099

Tabel 5, Tabel 6, Tabel 7 en Tabel 8 tonen respectievelijk de maximale verticale spanningen in de muur, de maximale trekkracht in de balk, het maximale moment in de balk en de maximale schuifspanning in het contactvlak, berekend met de formules uit Tabel 2. Deze analytische waarden worden getoetst met het numerieke resultaat, afkomstig van Diamonds.

### 2.5.1 Maximale verticale spanning in de muur

Figuur 28 toont de analyse van de verticale spanningen in het metselwerk uit Diamonds. De piekspanning uit de software met een verfijnde mesh van 0,03 m per element wordt vergeleken met de resultaten uit de opgestelde formules van Davies & Ahmed en Riddington & Stafford.



Figuur 28: Verticale spanningen in de muur met verfijnde mesh [N/mm<sup>2</sup>]

Tabel 5: Maximale verticale spanning in de muur

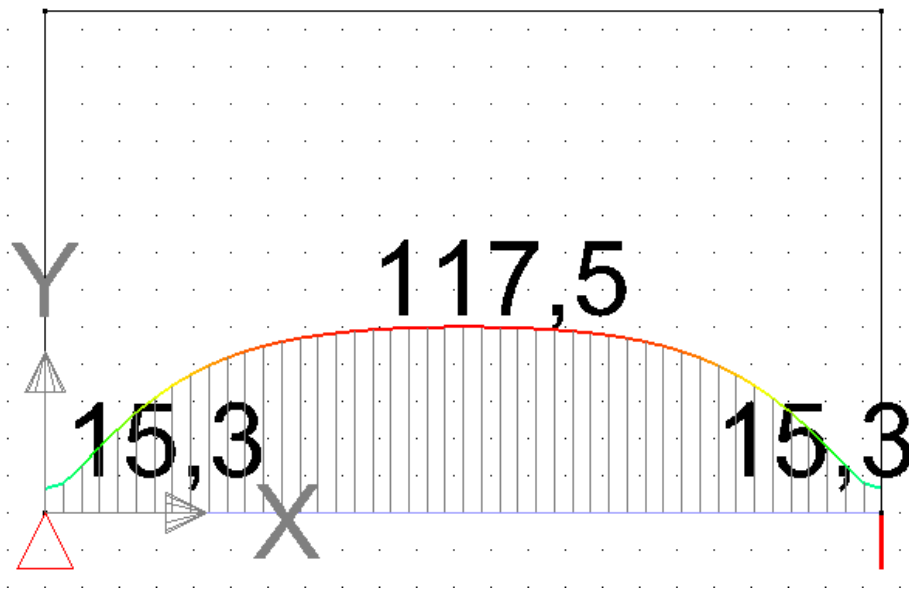
	Davies & Ahmed	Riddington & Stafford	Diamonds
<b>Maximale verticale spanning in de muur</b>	5,6 N/mm <sup>2</sup>	6,7 N/mm <sup>2</sup>	10,2 N/mm <sup>2</sup>

Uit Tabel 5 kan geconcludeerd worden dat de verticale spanningen door zowel Davies & Ahmed als Riddington & Stafford onderschat worden. De eigenlijke drukspanning aan de steunpunten ligt hoger dan de onderzoekers vermoeden en bereikt heel lokaal, tot op 0,01 m nauwkeurig, een piekspanning van 10,2 N/mm<sup>2</sup>. Met een minder fijne mesh zal de spanning ongeveer 8,0 N/mm<sup>2</sup> zijn, zoals al te zien was in Figuur 25.



## 2.5.2 Maximale trekkracht in de balk

Ook de trekkracht in de balk kan vergeleken worden met de formules van de onderzoekers. Wood & Simms hebben de aanzet gegeven voor het berekenen van de trekkracht in de balk en Davies & Ahmed hebben hierrond verdere studies gedaan. Beide methodes worden gecontroleerd met de maximale trekkracht uit Figuur 29, via Diamonds.



Figuur 29: Trekkracht in de balk [kN]

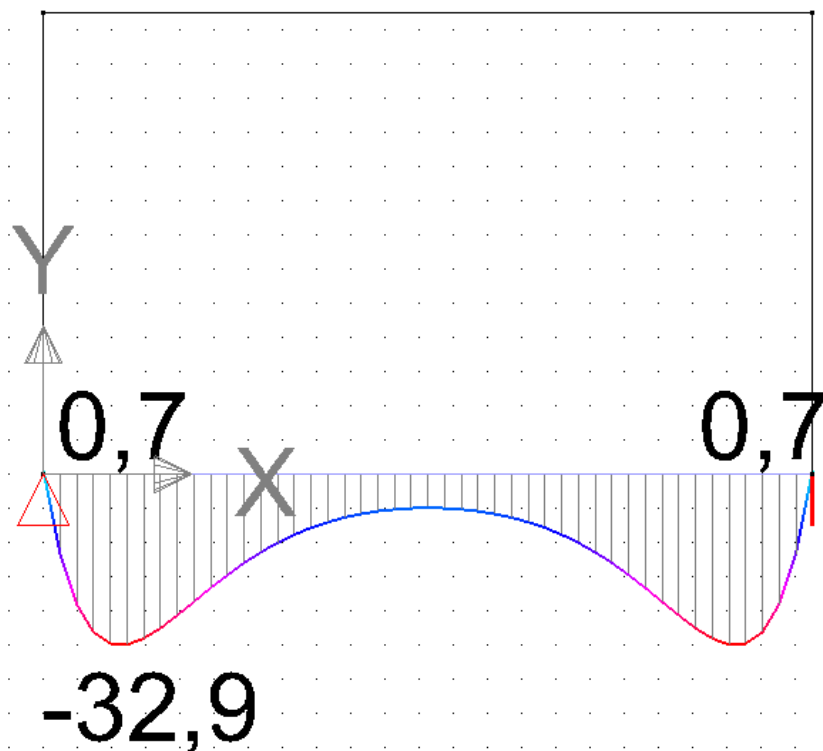
Tabel 6: Maximale trekkracht in de balk

	Wood & Simms	Davies & Ahmed	Diamonds
Maximale trekkracht in de balk	140,6 kN	114,5 kN	117,5 kN

Tabel 6 toont aan dat de initiële studies van Wood & Simms nog niet nauwkeurig genoeg waren. Het onderzoek van Davies & Ahmed daarentegen leunt wel heel dicht aan tegen de numerieke waarde uit Diamonds en mag dus als toepasbaar beschouwd worden.

### 2.5.3 Maximaal buigmoment in de balk

Zoals al eerder beschreven, zal het momentenverloop anders zijn dan bij een klassieke situatie waar de balk uniform belast wordt met een lijnlast. Naast de waarde van het maximaal moment, kan in het geval van Davies & Ahmed ook gekeken worden naar de plaats van dat moment. De resultaten uit de analytische methodes kunnen dan weer getoetst worden met de analyse uit Buildsoft Diamonds, weergegeven in Figuur 30.



Figuur 30: Momentenverloop in de balk [kNm]

Tabel 7: Maximaal buigmoment in de balk

	Davies & Ahmed	Riddington & Stafford	Diamonds
Maximaal buigmoment in de balk	37,4 kNm	73,3 kNm	32,9 kNm
Afstand tot het maximaal moment	0,67 m	/	0,50 m

Opnieuw levert de methode van Davies & Ahmed de beste schatting voor het maximale buigmoment in de betonnen balk. Ze overschatten in dit geval het buigmoment met 5 kNm, maar in vergelijking met Riddington & Stafford is dit slechts een klein verschil. Ook de afstand tot het maximaal moment voor de methode van Davies & Ahmed ligt vrijwel in de buurt van de afstand in Diamonds. De grotere afstand van het maximaal moment wil dus zeggen dat de krachten meer uitgespreid worden verondersteld waardoor een groter moment bekomen wordt. De berekening van die afstand met de methode van Davies & Ahmed gebeurt als volgt:

$$l = \frac{W}{2S_{\sigma_{w,\max}}t_b} = \frac{450\,000 \text{ N}}{2 \cdot 0,30 \cdot 5,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 200 \text{ mm}} = 670 \text{ mm} = 0,67 \text{ m}$$

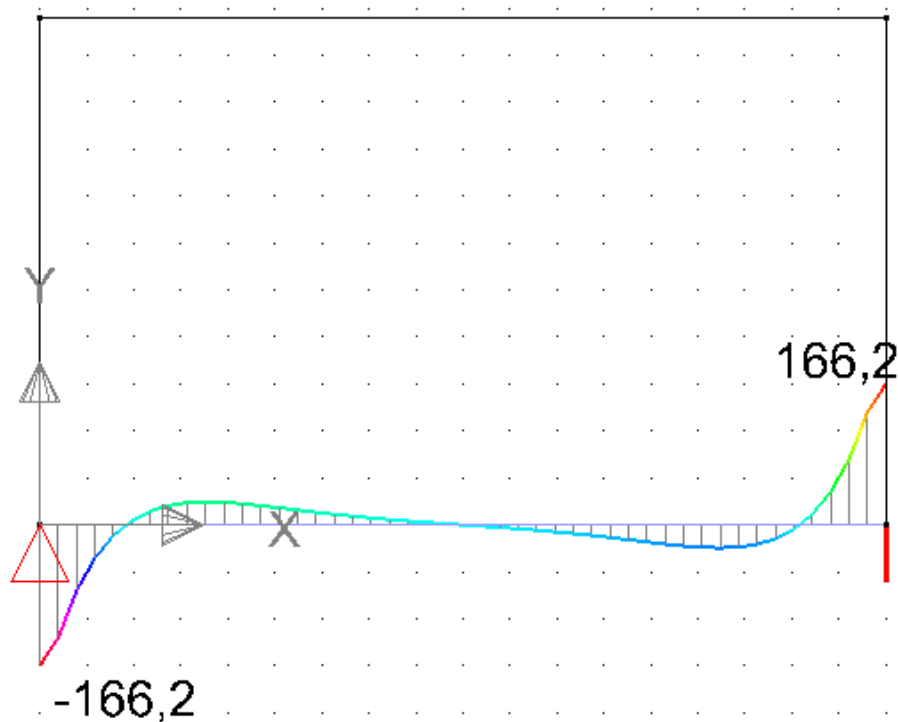
## 2.5.4 Schuifspanning in het contactvlak

De schuifspanning in het contactvlak is enkel beschreven door Davies & Ahmed en dient daardoor vergeleken te worden met het resultaat uit een eindige-elementensoftware. Daarnaast staat er in de CEN/TC 250 van Eurocode 6 een bepaling van de schuifsterkte in dat contactvlak. Vandaar dat ook deze getoetst kan worden. De berekening van de schuifspanningsformule van de Eurocode gebeurt als volgt:

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed} A_{cb} h_{ce}}{t I_{ce}} \quad (40)$$

Waarbij:

- $V_{Ed}$  = verticale dwarskracht in de balk ter hoogte van de steunpunten bij boogwerking (N)



Figuur 31: Dwarskrachtenverloop met boogwerking [kN]

- $A_{cb}$  = dwarsdoorsnede van de balk ( $m^2$ )

$$A_{cb} = 0,20 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m} = 0,1 \text{ m}^2$$

- $t$  = muurdikte (m)

- $h_{ce}$  = verticale afstand tussen het geometrisch zwaartepunt van de structuur en het grensvlak balk-metselwerkmuur, volgens de formule van Jourawski (m)

De neutrale lijn van de metselwerkstructuur wordt berekend door het geometrisch zwaartepunt ten opzichte van de onderkant van de balk:

$$x \cdot A_{tot} = z_{balk} \cdot A_{balk} + z_{muur} \cdot A_{muur}$$

$$x \cdot (0,2 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m} + 2,7 \text{ m} \cdot 0,138 \text{ m}) = 0,25 \text{ m} \cdot (0,2 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m}) + 1,85 \text{ m} \cdot (2,7 \text{ m} \cdot 0,138 \text{ m})$$

Het oplossen van deze vergelijking geeft een zwaartepunt van 1,51 m ten opzichte van de onderkant van de balk.

Vervolgens kan  $h_{ce}$  eenvoudig berekend worden:

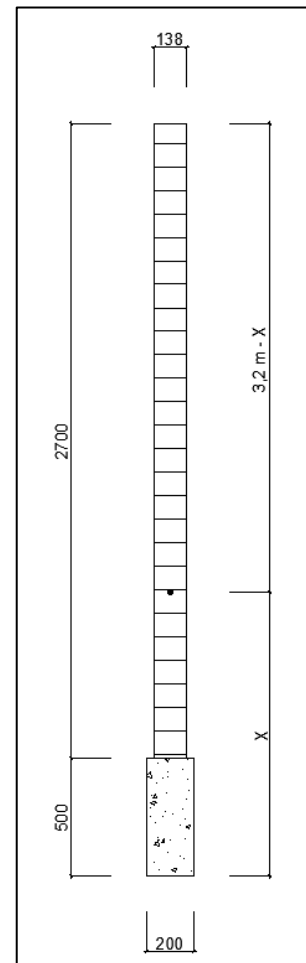
$$h_{ce} = 1,51 \text{ m} - 0,50 \text{ m} = 1,01 \text{ m}$$

- $I_{ce}$  = traagheidsmoment van de compositiete doorsnede

$$I_{ce} = \frac{0,138 \text{ m} \cdot (2,70 \text{ m})^3}{12} + 0,138 \text{ m} \cdot 2,70 \text{ m} \cdot (0,34 \text{ m})^2$$

$$+ \frac{0,2 \text{ m} \cdot (0,5 \text{ m})^3}{12} + 0,20 \text{ m} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot \left(1,51 \text{ m} - \frac{0,50 \text{ m}}{2}\right)^2$$

$$I_{ce} = 0,428 \text{ m}^4$$



Figuur 32: Doorsnede wand (mm)

Dus de schuifspanning volgens de Eurocode wordt dan:

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed} A_{cb} h_{ce}}{t I_{ce}} = \frac{166,2 \text{ kN} \cdot 0,1 \text{ m}^2 \cdot 1,01 \text{ m}}{0,138 \text{ m} \cdot 0,428 \text{ m}^4} = 0,284 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Tabel 8: Maximale schuifspanning in het contactvlak

	Davies & Ahmed	Eurocode 6	Diamonds
Maximale schuifspanning in het contactvlak	1,43 N/mm <sup>2</sup>	0,284 N/mm <sup>2</sup>	/

Het resultaat van de Eurocode is echter veel keer kleiner dan het resultaat uit de analytische methode van Davies en Ahmed, zoals blijkt uit Tabel 8. Om duidelijk uitsluitsel te krijgen over de schuifspanning tussen de balk en de metselwerkmuur, moet dit onderzocht worden in eindige-elementensoftware. In Buildsoft Diamonds is dit echter niet mogelijk. In dit opzicht is Diamonds te beperkt in het analyseren van alle parameters van de structuur. Om een duidelijker beeld te krijgen van de schuifspanning in het contactvlak tussen de betonnen balk en het metselwerk, moet een nauwkeurigere eindige-elementensoftware gehanteerd worden.



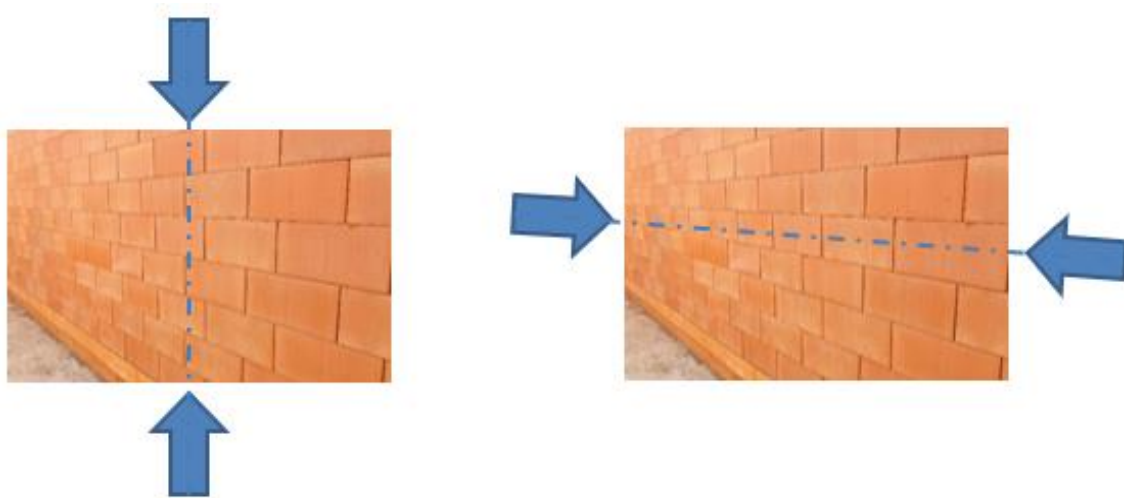
### 3. Numerieke modellering (2): orthotrope benadering

---

In dit hoofdstuk wordt de orthotrope benadering van metselwerk behandeld. Eerst wordt de theoretische achtergrond van een orthotrope aanpak toegelicht op zowel steen als muurniveau. Het analyseren van orthotrope structuren is verder niet zo evident in vergelijking met de isotrope benadering. Hierdoor worden de drie meest gehanteerde methodes voor de modellering van een orthotrope metselwerkwand aangehaald en uitgewerkt. Daarnaast focust dit hoofdstuk zich nog op de orthotrope aanpak in Buildsoft Diamonds en geeft een parameterstudie de invloed van verschillende parameters op de boogwerking weer.

#### 3.1 Orthotropie

In tegenstelling tot de isotrope aanpak is de orthotrope studie een stuk complexer, omdat bij een orthotrope aanpak de stijfheden niet in alle richtingen hetzelfde aangenomen worden. Als er bijvoorbeeld gewerkt wordt met cellenbeton, kan de aanname van een isotrope plaat of muur wel tot realistische resultaten leiden, omdat de stijfheden en dus ook de draagkrachtige eigenschappen praktisch in elke richting gelijk zijn aan elkaar. Bakstenen in de vorm van snelbouwstenen, zoals in de voorgaande paragrafen voorgesteld, daarentegen bezitten een orthotroop karakter. Door de verticale openingen zijn de stijfheden in horizontale en verticale richting niet gelijk aan elkaar.



*Figuur 33: Orthotropie metselwerkmuur [10]*

Orthotropie kan op twee manieren worden bekeken. Enerzijds is er orthotropie op steenniveau, anderzijds kan men het orthotroop karakter op muurniveau in rekening nemen. Beide gevallen worden verder toegelicht:



### 3.1.1 Steenniveau

Metselwerkstenen kunnen in de eerste plaats een orthotroop karakter op steenniveau bezitten. Ten eerste kunnen onregelmatigheden in de steen ontstaan tijdens het productieproces, waardoor de sterkte niet in elke richting even groot is. Ten tweede zijn er stenen op de markt met een bepaald perforatiepatroon om bijvoorbeeld gewicht te besparen. De zogenaamde 'snelbouwstenen', getoond in Figuur 34, zijn hier een voorbeeld van met verticale openingen, die ervoor zorgen dat de stijfheid in verticale richting groter is dan de stijfheid in de horizontale richting.

De beschouwde baksteen uit het gamma van Wienerberger heeft een dwarsdoorsnede van 288 mm op 138 mm, met een hoogte van 188 mm. Dit geeft een brutodoorsnede van 39744 mm<sup>2</sup>, inclusief 44% aan openingen. De nettodoorsnede met dragend materiaal wordt dan 22386 mm<sup>2</sup>.

In verticale richting, zoals aangegeven in Figuur 35, zal de baksteen zijn sterkte dankzij deze netto-oppervlakte van 22386 mm<sup>2</sup> verkrijgen. Krachten kunnen zonder horizontale onderbrekingen meteen afgeleid worden. Hierdoor wordt de stijfheid in deze richting gelijkgesteld aan de berekende stijfheid via de Eurocode voor isotrope wanden.



Figuur 34: Perforatiepatroon in een snelbouwsteen [10]



Figuur 35: Stijfheid in verticale richting [10]



Figuur 36: Stijfheid in horizontale richting [10]

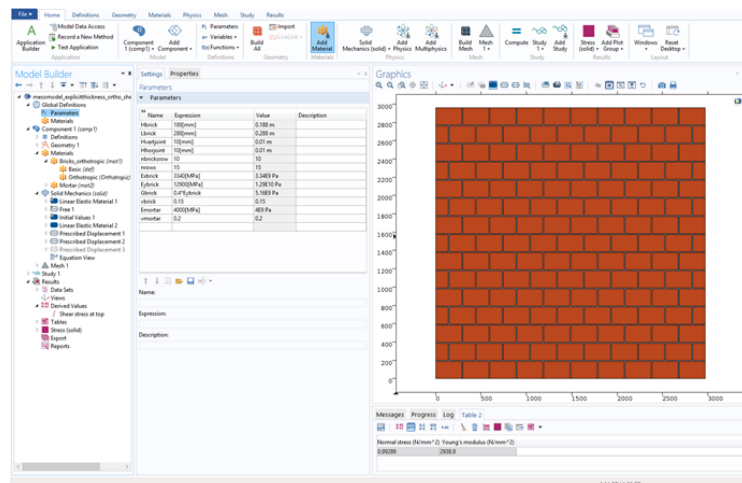
Uit Figuur 36 blijkt dat in de horizontale richting de steen praktisch overal doorkruist wordt door verticale holtes. In deze richting bevinden zich enkel twee schijven aan de buitenzijdes van de steen met een dikte van ongeveer 15 mm als 'dragend' materiaal, dat de krachten rechtstreeks kan afleiden, aangezien deze over heel de lengte van de steen niet onderbroken zijn door holtes. Hierdoor is, theoretisch gezien, de oppervlakte van rechtstreeks dragend materiaal beperkt tot 2 x 188 mm x 15 mm, wat ongeveer 25% van het materiaal in de verticale richting is. Verhoudingsgewijs wordt de verticale stijfheid met deze factor gereduceerd om de stijfheid in de horizontale richting te bekomen:

$$E_{b,x} = E_{b,y} \cdot 25\% = 12400 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 0,25 = 3124 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (41)$$

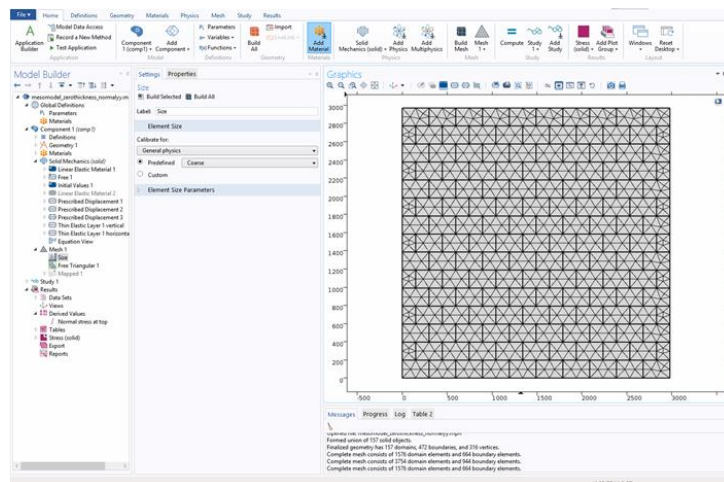
### 3.1.2 Muurniveau

Naast de verschillende stijfheden op steenniveau, dient er ook rekening gehouden met de stijfheden op muurniveau. In dat geval zijn de sterktes van de voegen niet hetzelfde als die van de stenen. Hier moet ook rekening mee worden gehouden.

Om dit probleem aan te pakken zijn er verschillende alternatieven. Ten eerste kan er een expliciete modellering van het metselwerk gedaan worden, waarbij elke steen en voeg apart moet gemodelleerd worden met vlakke eindige elementen, weergegeven in Figuur 37. Als alternatief kan er, zoals getoond in Figuur 38, gemodelleerd worden met interfaces waarbij voegen worden gemodelleerd als interface-elementen en de 'veerstijfheid' berekend wordt aan de hand van steen- en voegstijfheden. Softwarepakketten die kunnen omgaan met zulke geavanceerde eindige-elementenconcepten, zoals Diana 10 en COMSOL, zijn vaak ingewikkelde programma's en zijn niet altijd voorhanden, waarin men vaak (te) veel tijd steekt in het implementeren en het uitvoeren van de analyse. Hierdoor is deze aanpak niet altijd even ideaal voor alle doeleinden van onderzoek.



Figuur 37: Expliciete modellering van metselwerk in COMSOL [10]



Figuur 38: Modelling met interfaces in COMSOL [10]

Een tweede aanpak is de benadering van orthotropie door gebruik te maken van een klein softwarescript. Dit softwarescript is afgeleid uit een complexe analytische methode, namelijk de “eigenrek-homogenisatie” ontwikkeld door Gang Wang, Shaofon Li, Hoang-Nam Ngyuyen en Nicholas Sitar [11]. De homogenisatie van de orthotropie op muurniveau maakt gebruik van reeksontwikkelingen om uiteindelijk een stijfheidsmatrix te genereren, die rekening houdt met de stijfheden van de voegen, de verschillende stijfheden van de stenen en het metselwerkpatroon.

Bovenstaande analytische methode wordt geïmplementeerd in een Matlab-file, zodat onmiddellijk de gewenste stijfheidsmatrix als resultaat gegenereerd kan worden voor een verdere orthotrope analyse. Met deze matrix kan er dan verder gewerkt worden in een “toegankelijker” softwarepakket zoals Diamonds. In de Matlab-file kunnen de geometrie van de stenen, de stijfheden van de elementen en Poisson coëfficiënten ingegeven worden, zodat de code niet op één enkele muur of baksteen toegepast kan worden, zoals getoond in Figuur 39. Het grootste voordeel van dit soort analyse is de snelheid.

In deze thesis wordt er gebruik gemaakt van deze methode en wordt er een orthotrope analyse gedaan van metselwerkmuren via de gehomogeniseerde matrix, die de Matlab-file als resultaat geeft. Deze Matlab-file werd toegevoegd als bijlage in de thesis. De stijfheidsmatrix, die werd opgesteld met de parameters uit Figuur 39, is weergegeven in Figuur 40.

```

%% Geometrische parameters
H_steen = 188;           % Hoogte baksteen in mm
L_steen = 288;           % Lengte baksteen in mm
H_horvoeg = 10;         % Dikte horizontale voegen in mm
H_vertvoeg = 10;        % Dikte verticale voegen in mm
B_systeem = 138;        % Breedte van het systeem in mm

%% Materiaalparameters
Emod_steenYY = 12400;    % E-modulus steen (p.46 Lourenço / p.727 Massart) (N/mm²)
Emod_steenXX = 3124;
Smод_steenXY = 0.4*Emod_steenYY;
poiss_steen = 0;        % Poissongetal steen (-)

Emod_voeg = 4000;       % E-modulus voeg (N/mm²)
poiss_voeg = 0.20;      % Poissongetal voeg (-)

```

Figuur 39: Toegepaste gegevens in Matlab

```

dmembrane =
    1.0e+03 *
    0.4409    0.0182    0
    0.0184    1.5237    0
    0          0        0.5922

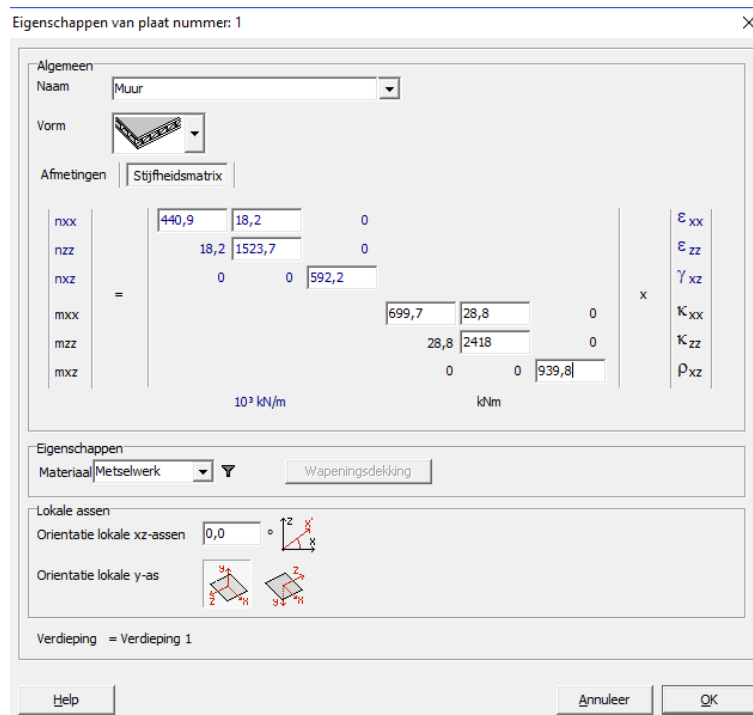
dbending =
    1.0e+03 *
    0.6997    0.0288    0
    0.0292    2.4180    0
    0          0        0.9398

```

Figuur 40: Gehomogeniseerde matrix als resultaat in Matlab

## 3.2 Modelling van orthotropie in Buildsoft Diamonds

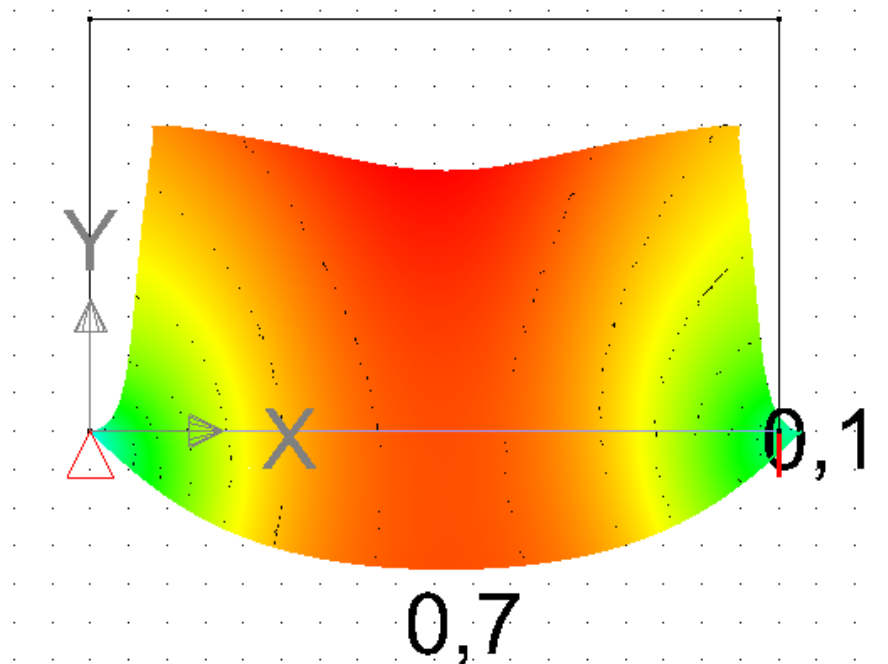
Om een wand te modelleren met een orthotropo karakter in Diamonds, moet de stijfheidsmatrix handmatig ingegeven worden. Bij de isotrope aanpak gebeurt dit automatisch. De stijfheidsmatrix, verkregen via de Matlab-file volgens Figuur 40, wordt ingegeven in Diamonds op de manier zoals in Figuur 41 is getoond.



Figuur 41: Orthotrope stijfheidsmatrix in Diamonds

Concreet wordt er gekozen om dezelfde muur te analyseren die reeds isotroop werd geanalyseerd in Hoofdstuk 2. Deze muur heeft een lengte van 4,50 meter en een hoogte van 2,70 meter. De onderkant van de muur wordt ondersteund door een betonnen balk met druksterkte C30/37 en afmetingen van 0,2 meter als breedte en 0,5 meter als hoogte. Deze muur krijgt een orthotropo karakter dankzij de stijfheidsmatrix en kan dus verder geanalyseerd worden in Diamonds.

Het grootste probleem bij Diamonds is dat dit programma behoorlijk beperkt is in de analyse van orthotrope structuren. Wanneer men de structuur wilt analyseren, kan enkel de doorbuiging en de interne krachten als resultaat opgevraagd worden. Er kunnen dus geen spanningen berekend worden, omdat Diamonds met een handmatig geïmplementeerde stijfheidsmatrix geen verband kan leggen tussen snedekrachten enerzijds en spanningen en rekken anderzijds. Diamonds heeft immers geen kennis van de geometrie die schuilt achter de manueel ingegeven stijfheidsmatrix. In eerste instantie wordt dan ook de doorbuiging van een orthotrope analyse vergeleken met de isotrope analyse uit Figuur 23. De doorbuiging voor de orthotrope plaat is weergegeven in Figuur 42.



*Figuur 42: Doorbuiging bij orthotrope stijfheid in mm*

De doorbuiging van de wand met een orthotrope stijfheidsmatrix is 0,7 mm. Dezelfde eigenschappen werden gebruikt bij de isotrope analyse, waar we een resultaat kregen van 0,5 mm. De doorbuiging is dus logischerwijs groter bij de orthotrope aanpak, omdat hier de horizontale stijfheid met factor 4 verlaagd wordt ten opzichte van de isotrope stijfheid in dezelfde richting.

### 3.3 Parameterstudie

Om een beter inzicht te krijgen in de parameters die nodig zijn voor de stijfheidsmatrix, kan er een parameterstudie uitgevoerd worden. Hierbij worden de waarden van enkele parameters aangepast en wordt er gekeken naar de invloed van die wijziging. Daarnaast kan ook de geometrie van de metselwerkmuur aangepast worden en kan er een extra oplegging in het midden van de balk worden geplaatst om te zien wat de invloed hiervan is.

#### 3.3.1 Poisson-coëfficiënt & glijdingsmodulus

Een eerste, aanpasbare parameter is de Poisson-coëfficiënt van metselwerk. Hoewel er nergens in literatuur een eenduidige waarde voor deze coëfficiënt naar voren wordt geschoven, opteren de meesten om een Poisson getal van 0,15 te kiezen. In deze studie wordt er geprobeerd de invloed van deze coëfficiënt op de doorbuiging te achterhalen.

Daarnaast kan er ook geëxperimenteerd worden met de glijdingsmodulus. In Eurocode 6 staat beschreven dat voor deze glijdingsmodulus  $G$  een waarde van 0,4 keer de elasticiteitsmodulus  $E$  genomen mag worden. Voor een isotroop model is dit eenvoudig, omdat de  $E$ -modulus in alle richtingen gelijk wordt geacht. Echter voor een orthotroop model zijn de stijfheden in de horizontale en verticale richting verschillend en is er dus geen eenduidige regel die vermeldt welke elasticiteitsmodulus gebruikt moet worden voor de berekening van de glijdingsmodulus. Hoewel er een verband bestaat tussen de  $E$ -modulus,  $G$ -modulus en de Poisson-coëfficiënt onderzoekt deze parameterstudie de parameters  $G$  en  $\nu$  onafhankelijk van elkaar om de grootte van de invloed te kunnen weerhalen.

$$E_{yy} = 12400 \text{ MPa} \rightarrow G_{yy} = 0,4 E_{yy} = 4960 \text{ MPa} \quad (42)$$

$$E_{xx} = 3124 \text{ MPa} \rightarrow G_{xx} = 0,4 E_{xx} = 1249,60 \text{ MPa} \quad (43)$$

### 3.7.3 Glijdingsmodulus

(1) De glijdingsmodulus,  $G$ , mag zijn aangenomen als 40 % van de elasticiteitsmodulus  $E$ .

Figuur 43: Glijdingsmodulus Eurocode [7]

Tabel 9: Parameterstudie

	Poisson-coëff. $\nu$ [-]	Glijdingsmodulus $G_{yy}$ [MPa]	Glijdingsmodulus $G_{xx}$ [MPa]	Doorbuiging $\delta$ [mm]
1	0	4960	-	0,7
2	0,05	4960	-	0,7
3	0,10	4960	-	0,7
4	0,15	4960	-	0,7
5	0,20	4960	-	0,7
6	0	-	1249,60	1,1
7	0,05	-	1249,60	1,1
8	0,10	-	1249,60	1,1
9	0,15	-	1249,60	1,1
10	0,20	-	1249,60	1,0

Tabel 9 geeft de resultaten van de parameterstudie weer. Wanneer de doorbuiging wordt geanalyseerd bij de variatie van de Poisson coëfficiënt is er duidelijk te zien dat de Poisson-coëfficiënt een geringe invloed heeft op de doorbuiging. In deze thesis wordt er gekozen om te werken met een Poisson-coëfficiënt van 0,15 bij de analyse van de verschillende metselwerkmuren. De glijdingsmodulus daarentegen blijkt een grotere impact te hebben op de resultaten voor de doorbuiging. Hoewel de glijdingsmodulus in de horizontale richting kritischere waardes oplevert, zal er toch gewerkt worden met  $G_{yy}$  omdat de boogwerking vooral verticale spanningen genereert.

Tabel 10 en Tabel 11 geven de verschillende stijfheidsmatrices weer van de bovenstaande tien gevallen.

Tabel 10: Stijfheidsmatrices voor  $G_{yy} = 4960 \text{ MPa}$

v = 0	v = 0,05	v = 0,10
dmembrane = 1.0e+03 * 0.4409 0.0182 0 0.0184 1.5237 0 0 0 0.5922	dmembrane = 1.0e+03 * 0.4459 0.0910 0 0.0912 1.5371 0 0 0 0.5922	dmembrane = 1.0e+03 * 0.4582 0.1679 0 0.1681 1.5773 0 0 0 0.5922
dbending = 1.0e+03 * 0.6997 0.0288 0 0.0292 2.4180 0 0 0 0.9398	dbending = 1.0e+03 * 0.7076 0.1444 0 0.1447 2.4393 0 0 0 0.9398	dbending = 1.0e+03 * 0.7272 0.2664 0 0.2667 2.5031 0 0 0 0.9398
v = 0,15	v = 0,20	
dmembrane = 1.0e+03 * 0.4792 0.2533 0 0.2535 1.6485 0 0 0 0.5922	dmembrane = 1.0e+03 * 0.5114 0.3535 0 0.3537 1.7596 0 0 0 0.5922	
dbending = 1.0e+03 * 0.7606 0.4020 0 0.4023 2.6162 0 0 0 0.9398	dbending = 1.0e+03 * 0.8116 0.5610 0 0.5614 2.7924 0 0 0 0.9398	

Tabel 11: Stijfheidsmatrices  $G_{yy} = 1249,60 \text{ MPa}$

v = 0			v = 0,05			v = 0,10		
dmembrane =			dmembrane =			dmembrane =		
1.0e+03 *			1.0e+03 *			1.0e+03 *		
0.4409	0.0182	0	0.4459	0.0910	0	0.4582	0.1679	0
0.0184	1.5237	0	0.0912	1.5371	0	0.1681	1.5773	0
0	0	0.1762	0	0	0.1762	0	0	0.1762
dbending =			dbending =			dbending =		
1.0e+03 *			1.0e+03 *			1.0e+03 *		
0.6997	0.0288	0	0.7076	0.1444	0	0.7272	0.2664	0
0.0292	2.4180	0	0.1447	2.4393	0	0.2667	2.5031	0
0	0	0.2796	0	0	0.2796	0	0	0.2796
v = 0,15			v = 0,20					
dmembrane =			dmembrane =					
1.0e+03 *			1.0e+03 *					
0.4792	0.2533	0	0.5114	0.3535	0			
0.2535	1.6485	0	0.3537	1.7596	0			
0	0	0.1762	0	0	0.1762			
dbending =			dbending =					
1.0e+03 *			1.0e+03 *					
0.7606	0.4020	0	0.8116	0.5610	0			
0.4023	2.6162	0	0.5614	2.7924	0			
0	0	0.2796	0	0	0.2796			

Deze stijfheidsmatrices vinden hun theoretische achtergrond bij Vergelijking (38). Enerzijds kan opgemerkt worden dat de termen  $d_{66}$  en  $D_{66}$  hetzelfde blijven bij veranderende Poisson-coëfficiënten. Er is wel een verschil in waarde merkbaar tussen Tabel 10 en Tabel 11. De twee laatste termen, aangegeven met rode cirkels, zijn dus enkel afhankelijk van de glijdingsmodulus en zijn volledig onafhankelijk van de Poisson-coëfficiënt. Dit in tegenstelling tot de andere termen anderzijds, die met een groene cirkel zijn aangegeven. Hun waarden veranderen bij een variërende Poisson-coëfficiënt, maar blijven onveranderd bij een andere waarde van glijdingsmodulus. De glijdingsmodulus zal dus enkel zijn invloed uitoefenen op termen  $d_{66}$  en  $D_{66}$  en de Poisson-coëfficiënt op de andere termen.



### 3.3.2 Afmetingen baksteen

Eerst en vooral kan er gekozen worden voor verschillende afmetingen van de steen. Door de afmeting aan te passen verandert de globale stijfheidsmatrix en bijgevolg ook de resultaten van de analyse. Tabel 12 geeft deze verschillende stijfheidsmatrices weer. We kiezen ervoor om drie verschillende snelbouwstenen met variërende afmetingen te bekijken uit het Porotherm-gamma van Wienerberger [8]. De horizontale en verticale normaalkracht in de plaat, de doorbuiging en de spanningstrajectoriën vormen de basis voor de studie. Onderstaande afmetingen worden behandeld en worden vergeleken met de gehanteerde snelbouwsteen van 288 mm x 138 mm x 188 mm:

- Steen 1: 288 mm x 88 mm x 88 mm
- Steen 2: 288 mm x 188 mm x 138 mm
- Steen 3: 288 mm x 188 mm x 188 mm

Wanneer de resultaten bekeken worden in Tabel 13, Tabel 14 en Tabel 15, valt duidelijk op te merken dat de doorbuiging zal toenemen bij het gebruik van de eerste steen. Oorspronkelijk was de doorbuiging van dezelfde muur met baksteenafmetingen 288 mm x 138 mm x 188 mm gelijk aan 0,7 mm, zoals werd getoond in Figuur 42. Een reductie van de hoogte en lengte van een steen heeft dus logischerwijs een ongunstig effect. De interne krachten liggen iets lager, maar worden over een lagere dikte verdeeld, waardoor uiteindelijk de piekspanningen hoger zullen oplopen.

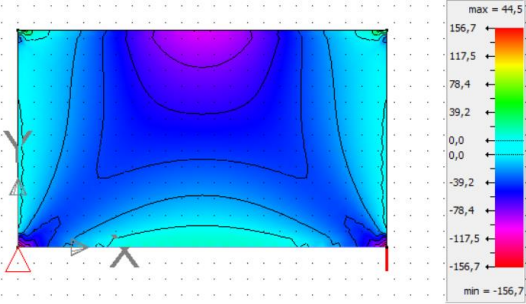
De tweede en derde steen verschillen onderling enkel in hoogte en hebben allebei een breedte van 188 mm. Ze zijn dus breder dan de vooraf beschouwde snelbouwsteen. Door het gebruiken van de bredere stenen, zal de doorbuiging lichtjes afnemen met 0,2 mm en heeft dus een positieve invloed op de structuur. Ook in het geval van de normaalkrachten wordt het positieve effect van de bredere stenen zichtbaar. De krachten liggen nu iets hoger, maar worden verdeeld over een grotere dikte, zodat de drukspanningen lager zullen liggen. De hoogte van de baksteen blijkt echter zeer weinig invloed te hebben op het krachtenverloop in de structuur, want er vallen slechts kleine verschillen in de resultaten op te merken tussen Steen 2 en Steen 3.

Tabel 12: Stijfheidsmatrices van de verschillende stenen

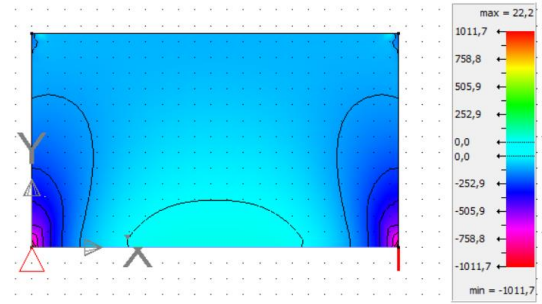
Steen 1: 288 x 88 x 88	Steen 2: 288 x 188 x 138	Steen 3: 288 x 188 x 188
dmembrane =  307.9186   148.6396   0 149.1114   952.2608   0 0        0   348.3652	dmembrane =  1.0e+03 *  0.6544   0.3353   0 0.3359   2.1709   0 0        0   0.7850	dmembrane =  1.0e+03 *  0.6529   0.3451   0 0.3454   2.2458   0 0        0   0.8067
dbending =  198.7101   95.9221   0 96.2266   614.5256   0 0        0   224.8117	dbending =  1.0e+03 *  1.9275   0.9876   0 0.9892   6.3941   0 0        0   2.3122	dbending =  1.0e+03 *  1.9230   1.0164   0 1.0173   6.6148   0 0        0   2.3761

Tabel 13: Resultaten baksteen 288 mm x 88 mm x 88 mm

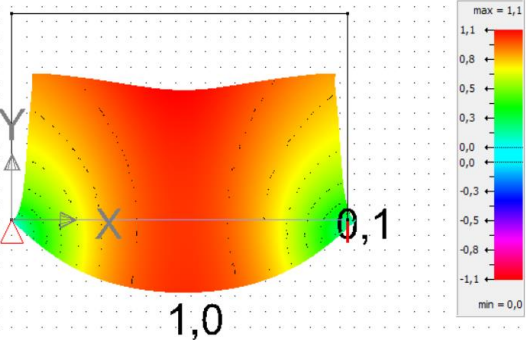
Horizontale normaalkrachten [kN]



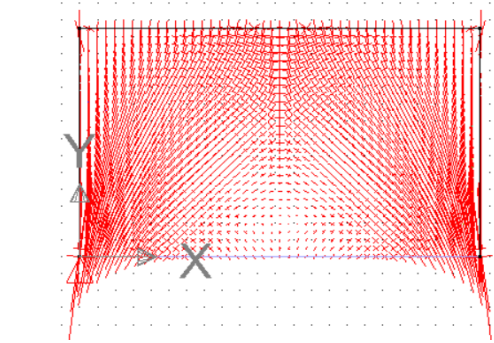
Verticale normaalkrachten [kN]



Doorbuiging [mm]

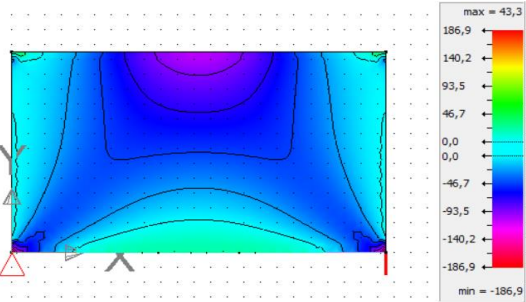


Spanningstrajectoriën

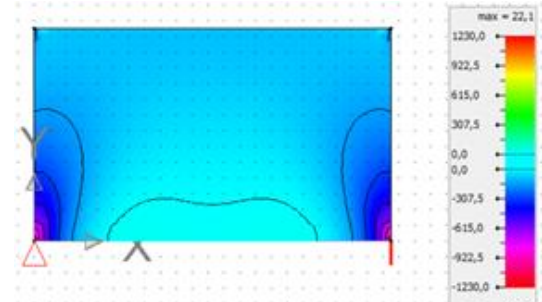


Tabel 14: Resultaten baksteen 288 mm x 188 mm x 138 mm

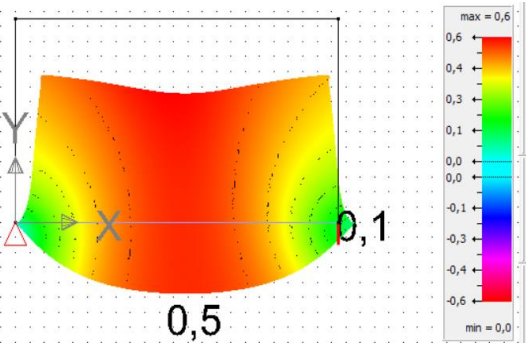
Horizontale normaalkrachten [kN]



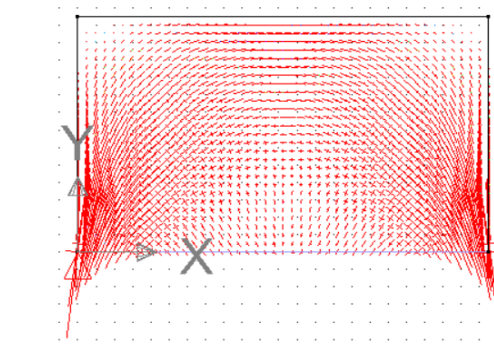
Verticale normaalkrachten [kN]



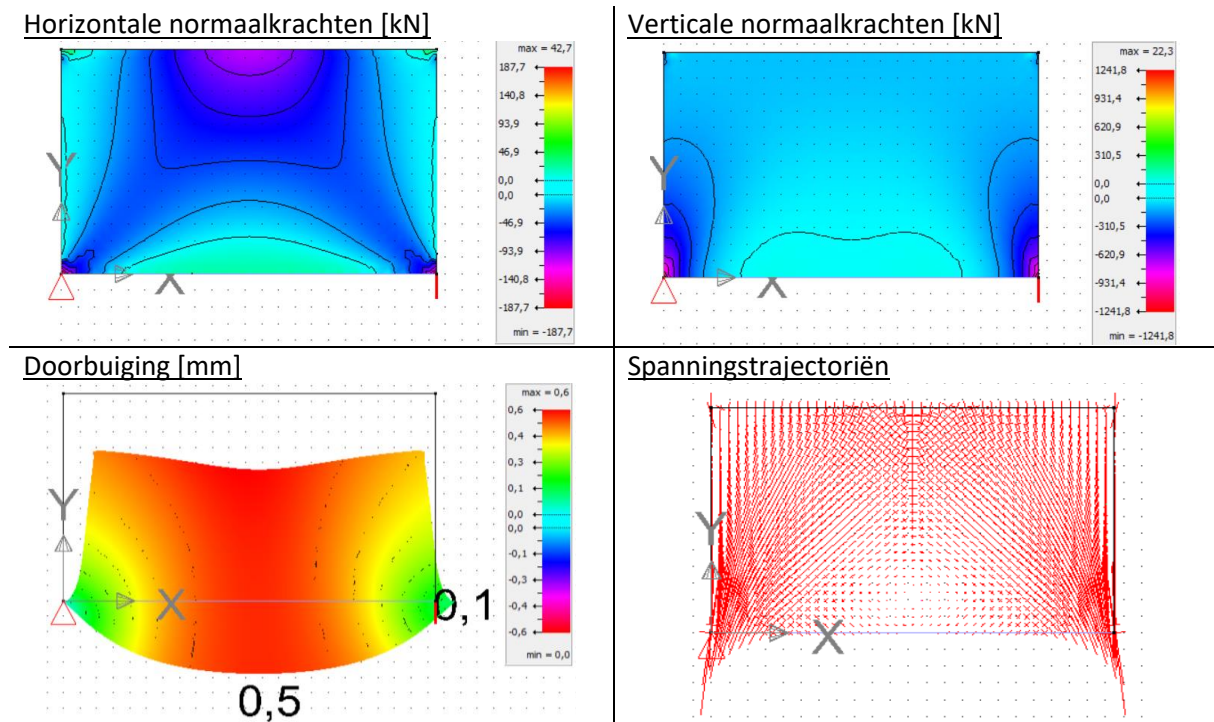
Doorbuiging [mm]



Spanningstrajectoriën



Tabel 15: Resultaten baksteen 288 mm x 188 mm x 188 mm



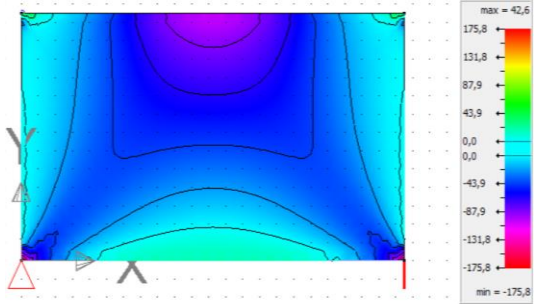
### 3.3.3 Afmetingen structuur

Naast het variëren van de steenafmetingen kan de overspanning aangepast worden. Eerst worden de resultaten van de originele muur met afmetingen 4,5 m op 2,7 m meegegeven. De lengte van deze muur wordt vervolgens verkleind tot 4,00 meter en tot 3,00 meter. Tot slot wordt de hoogte ook vergroot tot 3,5 m met een overspanning van 4,5 m.

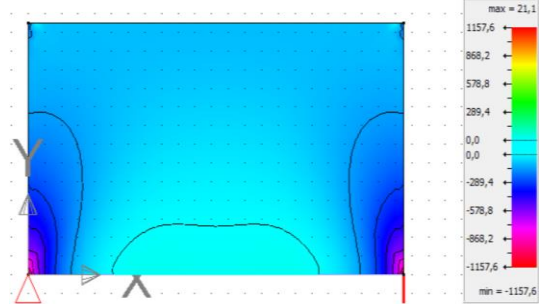
Wanneer de resultaten in Tabel 16, Tabel 17, Tabel 18 en Tabel 19 worden bekeken valt er, zoals verwacht, op te merken dat de doorbuiging afneemt bij verkleinde overspanning. Hiernaast zorgt een verlaagde overspanning voor kleinere normaalkrachten, zowel in verticale als horizontale richting. Ook dit was te verwachten, aangezien de belasting constant blijft en de overspanning afneemt. De spanningstrajectoriën geven ook voor kleine overspanningen de boogwerking duidelijk weer. Een grotere hoogte heeft geen invloed op het krachtenverloop in de structuur. Ter hoogte van de steunpunten kan eenzelfde verticale normaalkracht vastgesteld worden.

Tabel 16: Resultaten structuur 4,5 m x 2,7 m

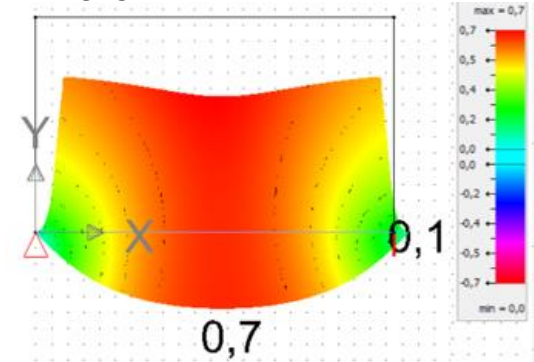
Horizontale normaalkrachten [kN]



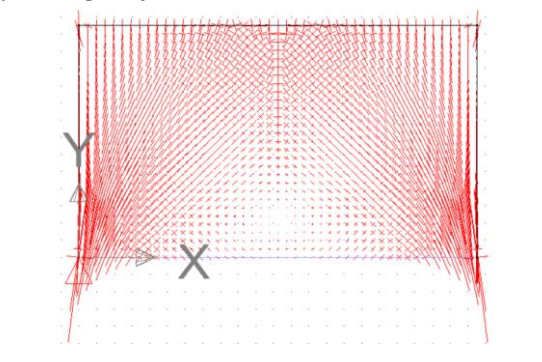
Verticale normaalkrachten [kN]



Doorbuiging [mm]

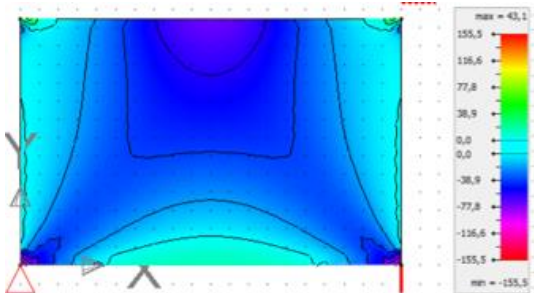


Spanningstrajectoriën

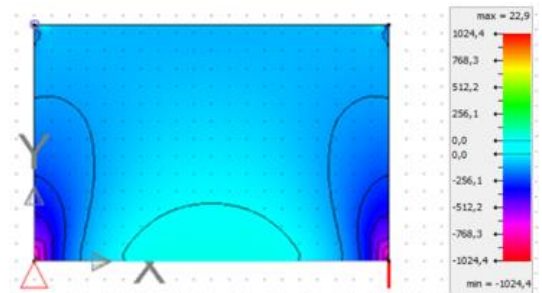


Tabel 17: Resultaten structuur 4,0 m x 2,7 m

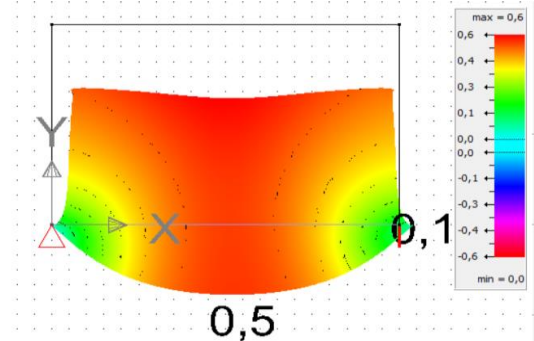
Horizontale normaalkrachten [kN]



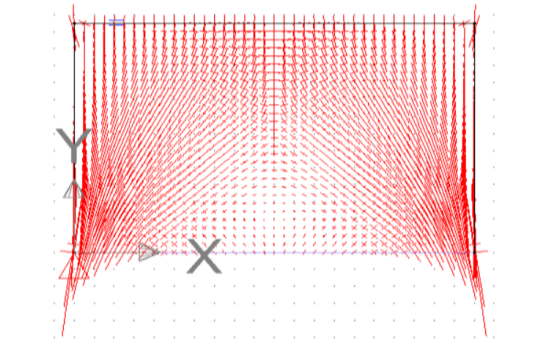
Verticale normaalkrachten [kN]



Doorbuiging [mm]

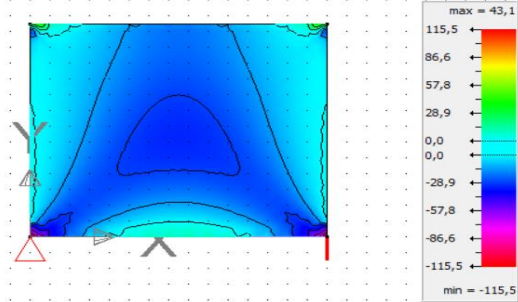


Spanningstrajectoriën

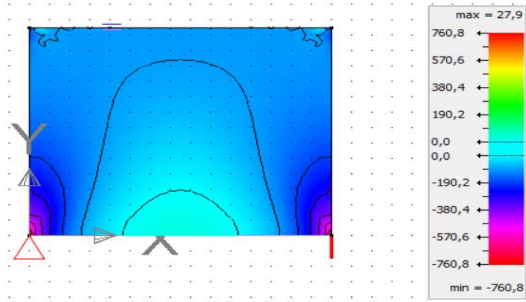


Tabel 18: Resultaten structuur 3,0 m x 2,7 m

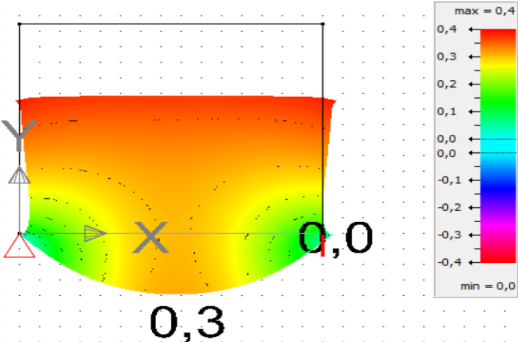
Horizontale normaalkrachten [kN]



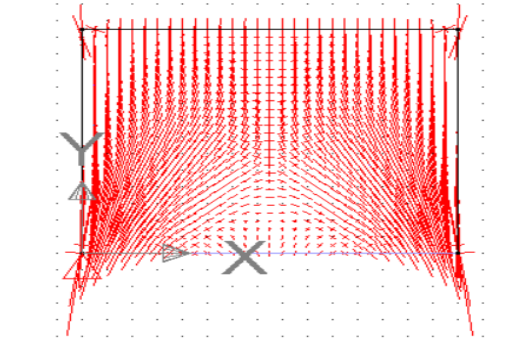
Verticale normaalkrachten [kN]



Doorbuiging [mm]

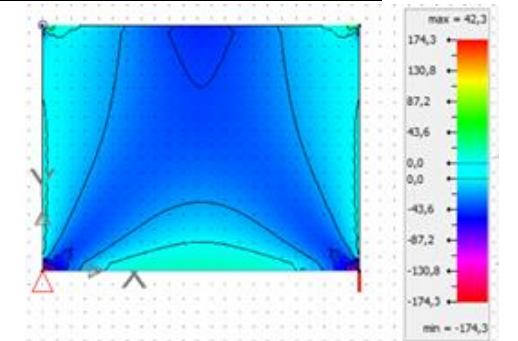


Spanningstrajectoriën

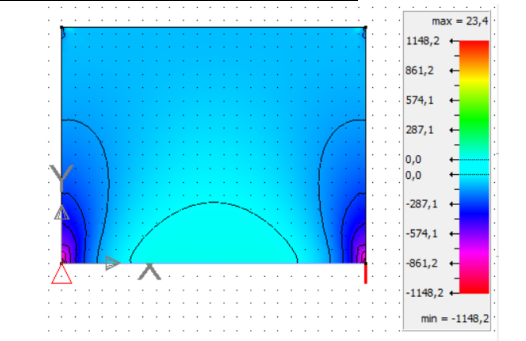


Tabel 19: Resultaten structuur 4,5 m x 3,5 m

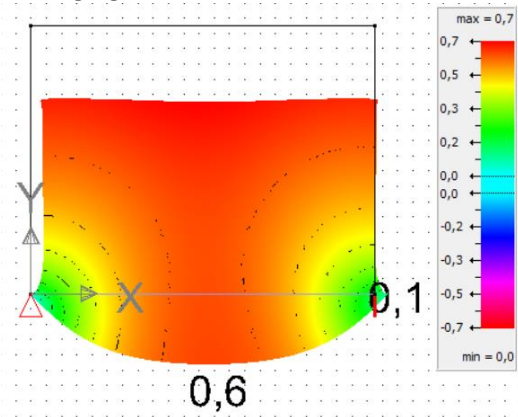
Horizontale normaalkrachten [kN]



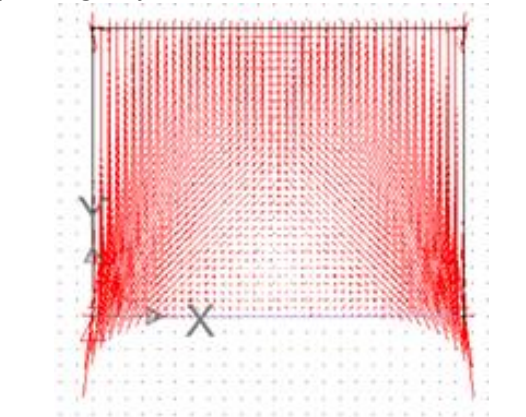
Verticale normaalkrachten [kN]



Doorbuiging [mm]



Spanningstrajectoriën

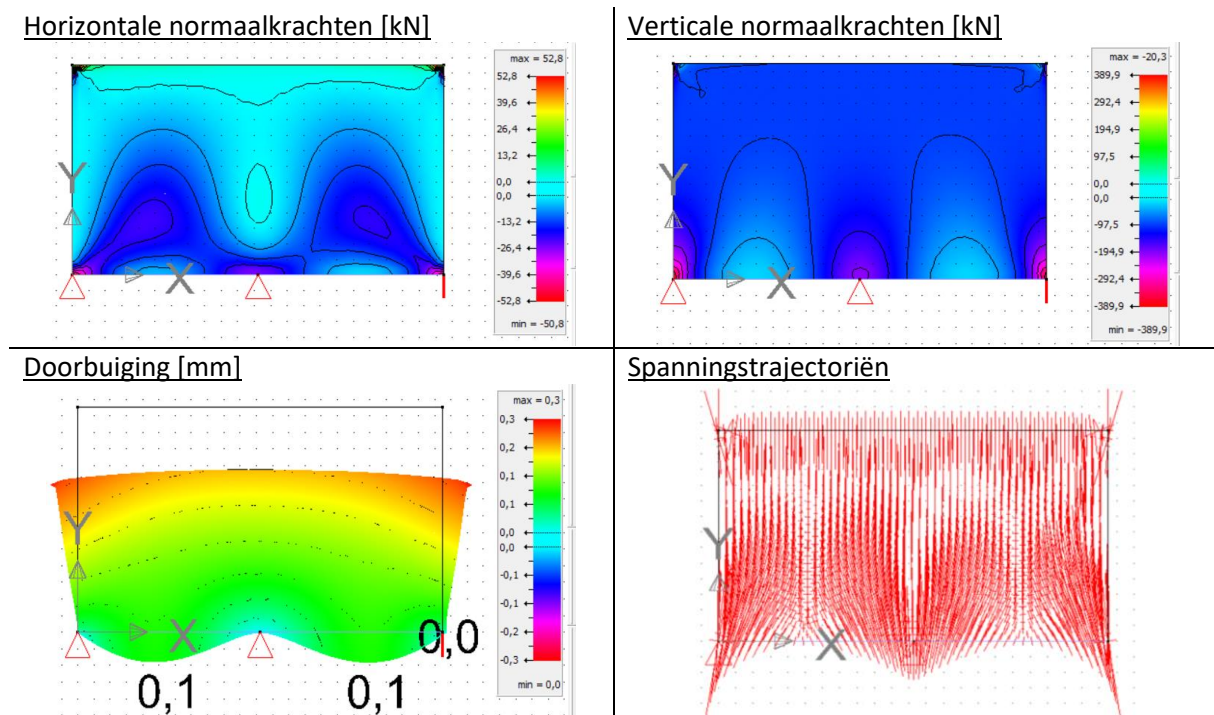


### 3.3.4 Extra steunpunt

Tot slot wordt er ook gekeken naar de invloed van het plaatsen van een extra steunpunt in het midden van de balk. Dit wordt gedaan voor een structuur waarvan de totale hoogte-overspanningsfactor 0,6 is, namelijk de originele muur met afmetingen 4,5 m op 2,7 m. Daarnaast doen we dezelfde analyse voor een muur van 9,0 m op 2,7 m, zodat de delen tussen de steunpunten ook die factor van 0,6 behouden. De resultaten worden weergegeven in Tabel 20 en Tabel 21. De eerste situatie is helemaal niet economisch en is geen realistisch model door te zeer kleine overspanning. Hierdoor daalt de doorbuiging aanzienlijk. Opvallend is wel dat de normaalkrachten ook drastisch dalen, zodat ook de piekspanningen een grote terugval zullen kennen. Het plaatsen van een derde steunpunt kan dus toegepast worden om lagere drukspanningen in het metselwerk te bekommen, mits een economische waarde voor de overspanning.

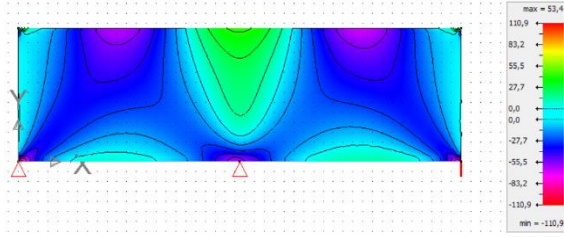
In het tweede geval tonen de spanningstrajectoriën dat de boogwerking nu tweemaal optreedt. De muur wordt dus opgedeeld in 2 delen met dezelfde afmetingen als de originele muur. Ten opzichte van die muur, nemen de doorbuiging en de normaalkrachten af, zoals ook bleek uit de eerste situatie met drie steunpunten. Voor een muur van 4,5 m op 2,7 m op twee steunpunten ligt de verticale normaalkracht rond 1150 kN, terwijl dit voor deze muur van 9,0 m op 2,7 m op drie steunpunten gedaald is tot 830 kN. Voor deze structuur kan dus dezelfde conclusie getrokken worden als voor de eerste situatie, namelijk: een derde steunpunt plaatsen, heeft een gunstig effect op de spanningsverdeling in de structuur.

Tabel 20: Resultaten extra steunpunt bij structuur 4,5 m x 2,7 m

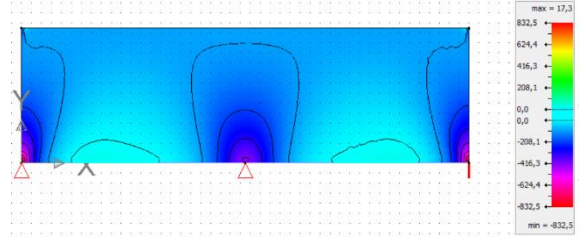


Tabel 21: Resultaten extra steunpunt bij structuur 9,0 m x 2,7 m

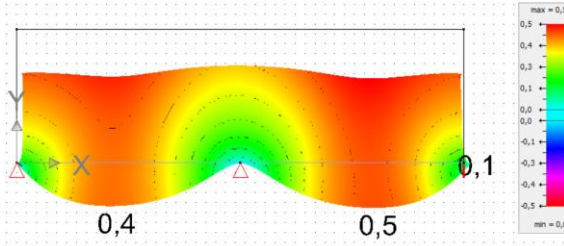
**Horizontale normaalkrachten [kN]**



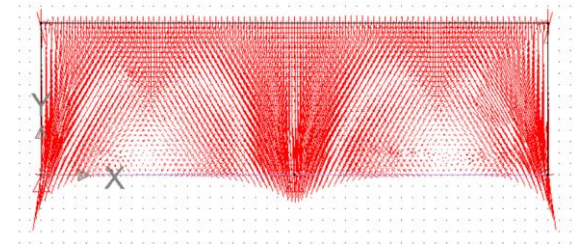
**Verticale normaalkrachten [kN]**



**Doorbuiging [mm]**



**Spanningstrajectoriën**



## 4. Controle op drukspanningen

---

Na het toelichten van de mogelijkheden van de isotrope en orthotrope modelleringen in Diamonds, zal in dit hoofdstuk een isotrope analyse worden gedaan op volle muren. Deze analyse zal zich toespitsen op de drukspanningen in horizontale en verticale richting van het metselwerk met de maximale druksterktes van de snelbouwsteen en de muur.

### 4.1 Isotrope analyse

Door de tekortkomingen van Diamonds op orthotroop vlak wordt de analyse met een isotrope plaat gerealiseerd. Om een orthotrope analyse uit te voeren in Buildsoft Diamonds kunnen, zoals vermeld in Hoofdstuk 3, manueel stijfheidsmatrices ingegeven worden. Na het ingeven van deze orthotrope stijfheidsmatrix kan Diamonds wel de interne snedekrachten berekenen in de muur, maar het programma kan deze niet automatisch omzetten naar spanningen. Om die spanningen te calculeren, kunnen die snedekrachten manueel herleid worden naar spanningen, door ze te delen door de dikte van de steen. Aangezien er in deze thesis wordt uitgegaan van een snelbouwsteen met openingen over de dikte moet er gedeeld worden door het netto-oppervlak. Dit is echter een omslachtige manier voor de controle.

Voor isotrope analyses is Diamonds echter wel zeer praktisch. Hierdoor wordt een isotrope analyse uitgevoerd om de drukspanningen te controleren. We beschouwen dus een isotrope plaat met de eigenschappen van metselwerk en controleren de resultaten met de verschillende druksterktes in beide richtingen. Door het toepassen van een isotrope analyse, zullen de resultaten algemeen ook toepasbaar zijn op andere stenen voor metselwerk.

### 4.2 Druksterkte

De verschillende druksterktes op steen- en muurniveau werden reeds berekend in paragraaf 2.2.2 en worden hieronder herhaald, alvorens de analyse te starten.

Op steenniveau zijn de maximaal opneembare drukspanningen in verticale en horizontale richting als volgt:

$$f_{b,y} = 12,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$
$$f_{b,x} = 3,1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Op muurniveau zijn de maximaal opneembare drukspanningen in verticale en horizontale richting gelijk aan:

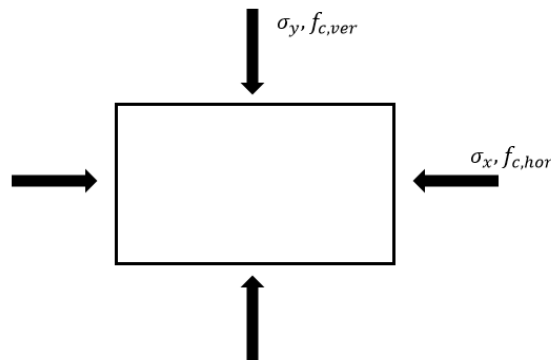
$$f_{k,y} = 3,97 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$
$$f_{k,x} = 1,61 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$



Deze waarden zullen getoetst worden met Diamonds door te kijken naar de verticale en horizontale spanningen in de metselwerkplaat. In principe komt dit niet exact overeen met de realiteit. Door de boogwerking tussen de betonnen balk en het metselwerk hebben de drukspanningen een zekere oriëntatie. Diamonds kan deze de verticale spanningen niet combineren met de horizontale spanningen om de uiteindelijke spanning te krijgen. Hierdoor doen we een simplistische aanpak van verticale en horizontale spanning die niet volledig correct is. Hierdoor wordt er gekeken naar volgende controles, volgens de getoonde conventie in Figuur 44:

$$\sigma_x \leq f_{c,hor} \quad (44)$$

$$\sigma_y \leq f_{c,ver} \quad (45)$$



Figuur 44: Conventie drukspanningen

Daarnaast kunnen die spanningen wel gecombineerd worden om ‘Eurocode-gewijs’ toch een combinatie te creëren tussen de horizontale en verticale spanningen. Dergelijke combinaties worden vaak toegepast in bijvoorbeeld de norm voor houtconstructies NBN EN 1995.

$$\frac{\sigma_x}{f_{c,hor}} + \frac{\sigma_y}{f_{c,ver}} \leq 1 \quad (46)$$

$$\left(\frac{\sigma_x}{f_{c,hor}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{f_{c,ver}}\right)^2 \leq 1 \quad (47)$$

### 4.3 Controle op verticale spanningen

#### 4.3.1 Muurniveau

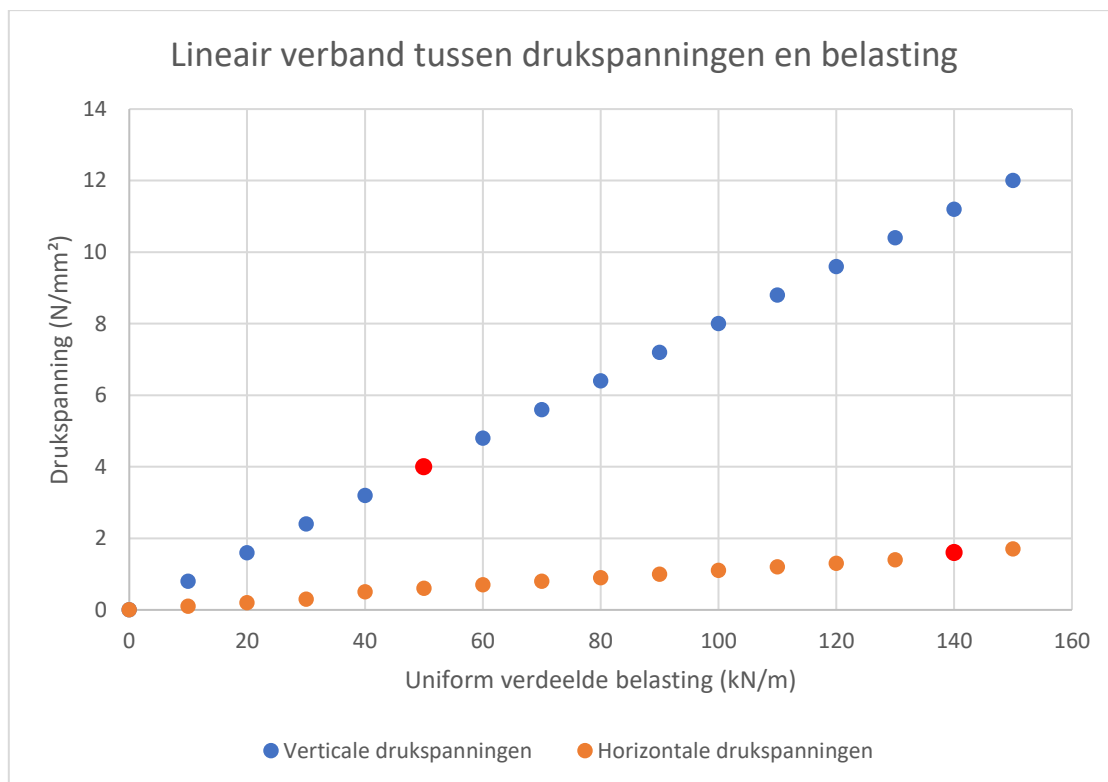
Opnieuw analyseren we de muur met afmetingen van 4,5 meter x 2,7 meter. Deze muur wordt verticaal belast met een verdeelde belasting. De belasting wordt stapsgewijs verhoogd, zodat gecontroleerd kan worden tot op welk niveau voldaan is aan de vergelijkingen 44, 45, 46 en 47.

Tabel 22: Controles van de drukspanningen op muurniveau [N/mm<sup>2</sup>]

Belasting [kN/m]	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\frac{\sigma_x}{f_{c,hor}} + \frac{\sigma_y}{f_{c,ver}}$	$\left(\frac{\sigma_x}{f_{c,hor}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{f_{c,ver}}\right)^2$
10	0,8	0,1	0,264	0,044
20	1,6	0,2	0,527	0,178
30	2,4	0,3	0,79	0,400
40	3,2	0,5	1,117	0,746
50	4,0	0,6	1,380	1,154
...	...	...	...	...
140	11,2	1,6	3,815	8,947

Zoals blijkt uit Tabel 22, zullen de verticale drukspanningen het eerst tegen de limiet van de drukkracht in het metselwerk zitten en zal het metselwerk bezwijken onder druk als er een belasting van 50 kN/m wordt aangebracht. De maximale horizontale drukkracht wordt pas overschreden bij 140 kN/m en heeft dus weinig of geen invloed op het bezwijken van de structuur. Als de horizontale en de verticale drukspanning gecombineerd worden, zoals in Vergelijkingen (46) en (47), toont Tabel 22 dat de grenswaarde van 1 het snelst bereikt bij de vergelijking zonder de kwadraten. Dit gebeurt bij een belasting van 40 kN/m. Vergelijkingen (46) en (47) zijn echter aangenomen, onofficiële controles waardoor hun resultaten enkel een indicatie geven voor verdere interpretatie. Aangezien de grenswaardes van deze controles bereikt worden bij ongeveer dezelfde belasting als de maximale verticale drukkracht, kan er dus van uitgegaan worden dat, zoals verwacht, de verticale drukspanningen maatgevend zullen zijn voor de piekspanningen in de steunpunten.

Daarnaast valt ook op uit Tabel 22 dat er een lineair verband bestaat tussen de aangebrachte belasting en de optredende drukspanningen, aangezien er een lineaire analyse wordt uitgevoerd. Per 10 kN/m zal de verticale drukspanning stijgen met 0,8 N/mm<sup>2</sup> en de horizontale drukspanning met 0,1 N/mm<sup>2</sup>. Dit lineaire verband wordt grafisch getoond in Figuur 45, waar de maximale drukspanningen worden aangeduid met een rode stip.



Figuur 45: Lineair verband tussen drukspanningen en belasting

### 4.3.2 Steenniveau

Analoog aan de gebruikte methode voor de controle op muurniveau, kunnen nu de drukspanningen op steenniveau gecontroleerd worden, wanneer er enkel en alleen rekening wordt gehouden met de maximale druksterkte van de snelbouwsteen. De druksterktes hiervan liggen boven die van het metselwerk in het geheel, waardoor de maximale belasting veel te groot zal zijn voor het metselwerk (dus de combinatie van voegen en bakstenen) om te kunnen afdragen. De resultaten worden toch meegegeven in Tabel 23, voor de volledigheid van de thesis.

Tabel 23: Controles van de drukspanningen op steenniveau [N/mm<sup>2</sup>]

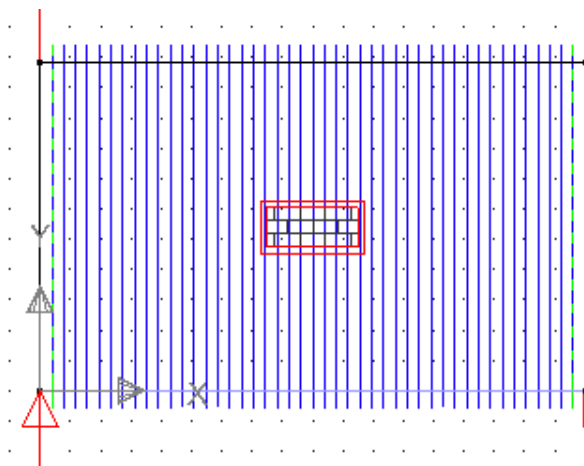
Belasting [kN/m]	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\frac{\sigma_x}{f_{c,hor}} + \frac{\sigma_y}{f_{c,ver}}$	$\left(\frac{\sigma_x}{f_{c,hor}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{f_{c,ver}}\right)^2$
100	8	1,1	1	0,542
140	11,2	1,6	1,419	1,082
155	12,4	1,75	0,79	0,400
270	21,6	3,1	2,742	4,034

## 5. Impact van deuropeningen

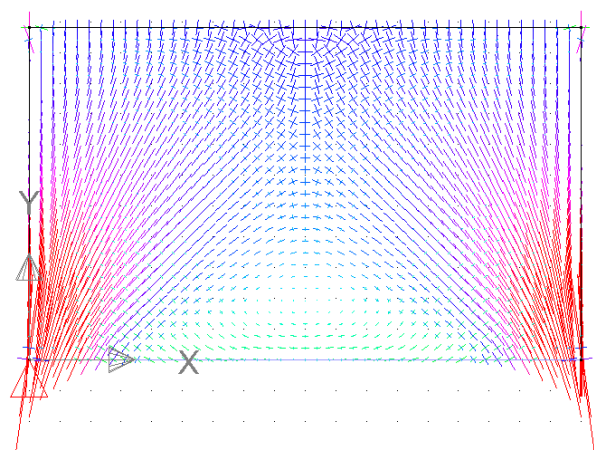
De beschouwde snelbouwsteen is op steenniveau orthotroop, omdat de stijfheden in horizontale en verticale richting sterk verschillen. Hoewel het dus voor deze stenen nuttig zou zijn om een orthotroop onderzoek te doen naar de impact van openingen in de wand, zou dat onderzoek minder universeel bruikbaar zijn voor andere types van metselstenen. Dit omdat die andere types, zoals bijvoorbeeld cellenbeton, een eerder isotroop gedrag vertonen en dus vaak ongeveer eenzelfde stijfheid hebben in zowel verticale als horizontale richting. De snelbouwsteen wordt dus verondersteld dezelfde stijfheid te hebben in beide richtingen, namelijk 12400 MPa. In een verder verloop van het onderzoek kan er eventueel nog gekeken worden naar de invloed van orthotropie op de muur met een opening.

De metselwerkmuur die in dit geval in beschouwing wordt genomen, heeft opnieuw een lengte van 4,5 meter en een hoogte van 2,7 meter en wordt belast met 50 kN/m, de maximale belasting bij volle muren. De openingen in de muren stellen deuropeningen voor van 2 meter hoog op 1 m breed. Bovendien wordt de bovenkant van de opening voorzien van een latei met een hoogte van 0,1 meter en een breedte van 0,15 meter om een situatie te creëren, die zo dicht mogelijk aanleunt bij de werkelijkheid.

Om inzicht te krijgen in de impact van openingen op muren is het van belang om de spanningstrajectoriën te kunnen vergelijken. In een metselwerkmuur waarbij geen boogwerking wordt verondersteld, is het vanzelfsprekend dat de spanningen gelijkmatig verdeeld en verticaal gericht zijn. Wanneer die boogwerking wel in rekening is gebracht in een volle muur, geven de oriëntaties van de spanningen de boog weer. Eigen aan die boogwerking zijn de grote geconcentreerde, verticale trajectoriën van de spanningen ter hoogte van de steunpunten en de kleine, horizontale trekspanningen in het onderste centrale deel van de metselwerkmuur. Figuur 46 en Figuur 47 tonen het onderscheid tussen de twee situaties.



Figuur 46: Volle muur zonder boogwerking

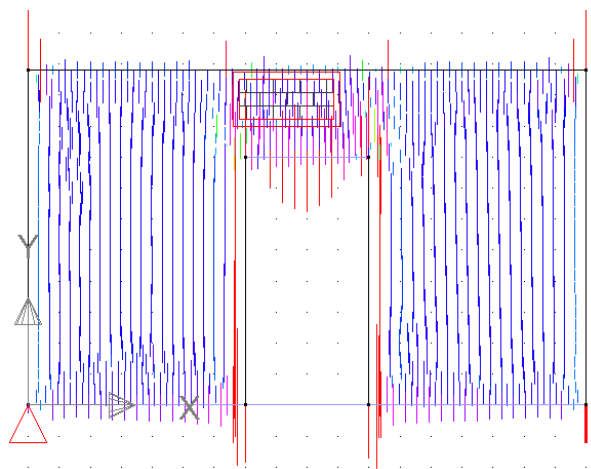


Figuur 47: Volle muur met boogwerking

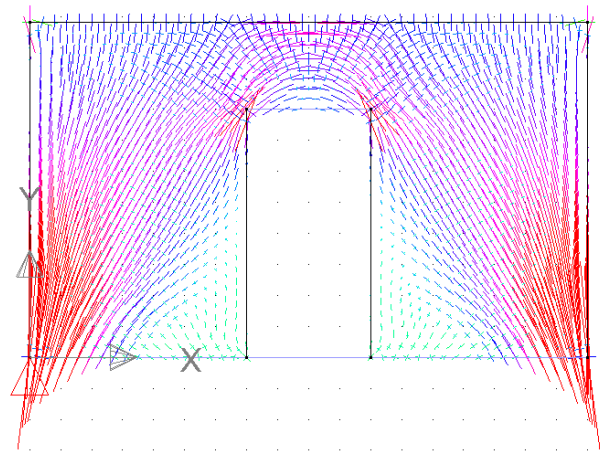
Bij de plaatsing van een deuropening in het midden van de muur, worden de spanningsverdelingen verstoord. Hoe de trajectoriën zich herschikken door een deuropening van 2 op 1 meter, wordt geïllustreerd in Figuur 48 en Figuur 49 voor respectievelijk zonder en met boogwerking.

In de situatie waar geen boogwerking wordt aangenomen, blijven de spanningen verticaal gericht met een concentratie van spanningen boven en rond de deur. Verder is er geen noemenswaardige wijziging in de oriëntatie van de spanningen op te merken.

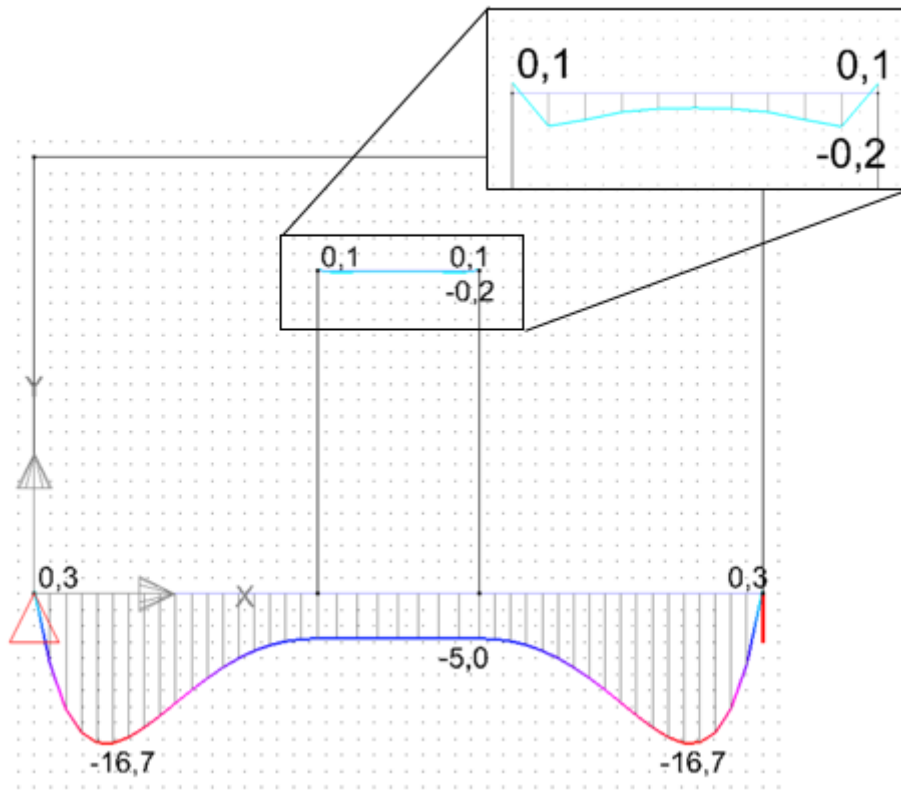
Het spanningspatroon wordt sterker beïnvloed door centraal een deuropening te plaatsen in een metselwerkmuur waar wel boogwerking wordt beschouwd. De drukboog wordt verstoord door de deuropening, waardoor de spanningen zich opnieuw herverdelen. Aan de bovenkant van de opening veroorzaakt de betonnen latei in combinatie met het bovenliggende metselwerk een kleinere boogwerking met verhoogde drukspanningen ter hoogte van de hoekpunten van de deur. Tevens lijkt het momentenverloop van de latei daardoor op de vorm van de momentenlijn van de betonnen balk, zoals weergegeven in Figuur 50. Daarnaast zijn er aan de zijkanten van de opening verticale trekspanningen op te merken. De latei pakt weliswaar zeer weinig moment op, waardoor besloten kan worden dat in dit geval de opening weinig invloed heeft op de structuur en is, ondanks de deuropening, de boogwerking nog steeds zichtbaar.



*Figuur 48: Deuropening centraal zonder boogwerking*



*Figuur 49: Deuropening centraal met boogwerking*

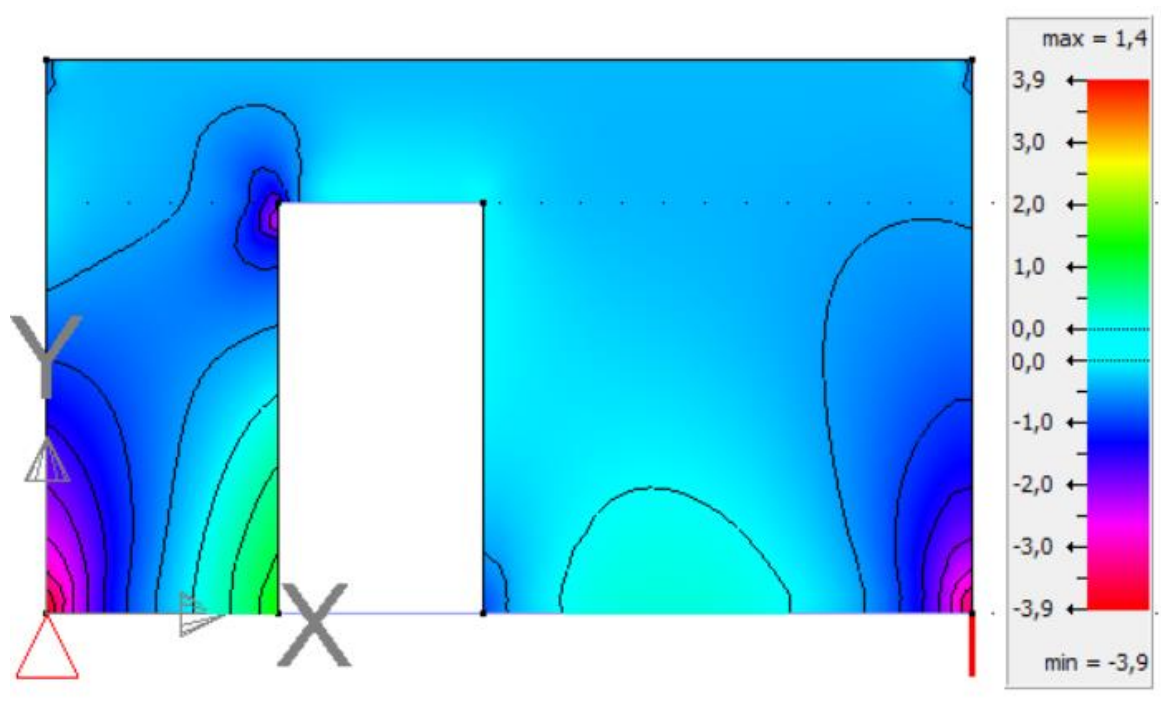


Figuur 50: Momentenverloop in balk en latei [kNm]

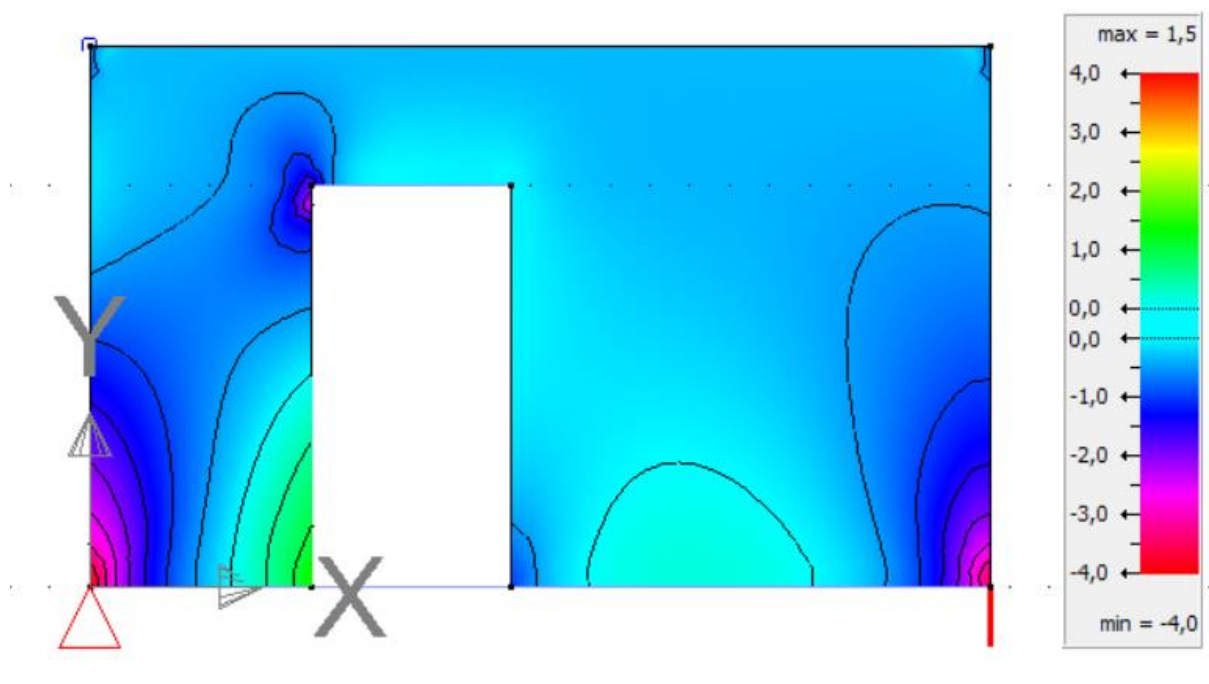
## 5.1 Invloed van drukspanning

Een eerste mogelijke oorzaak van het falen van de muur is de te hoge druksterkte. Deze paragraaf bevat het onderzoek naar de minimale muurlengte tussen het steunpunt en de opening, zodat de uiterste grens van de drukweerstand van de muur bereikt wordt. Voor de beschouwde muur is de maximaal toegelaten drukkracht aan  $3,97 \text{ N/mm}^2$ . Van zodra deze drukkracht bereikt is, zal de structuur falen.

Om de minimale muurlengte te bepalen, wordt de opening in de richting van het steunpunt verplaatst. Dit wordt herhaald tot de maximale drukspanning in het metselwerk  $3,97 \text{ N/mm}^2$  overschrijdt. Uit Figuur 51 en Figuur 52 blijkt dat de maximaal toelaatbare drukspanning bereikt wordt tussen 1,60 meter en 1,61 meter afstand vanaf het steunpunt tot het midden van de opening. Op die afstand is de drukspanning in de muur te hoog om te kunnen weerstaan.



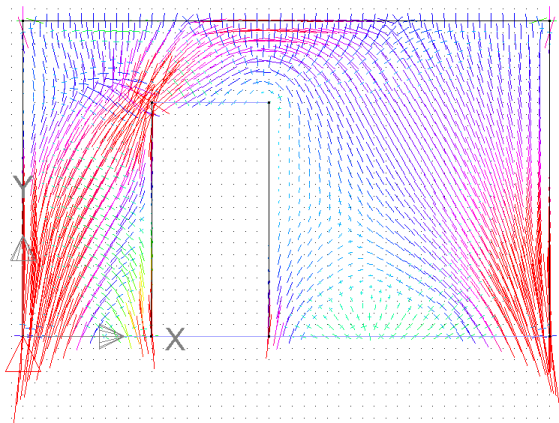
Figuur 51: Deuropening op afstand 1,61 m – Drukspanning: 3,9 N/mm<sup>2</sup>



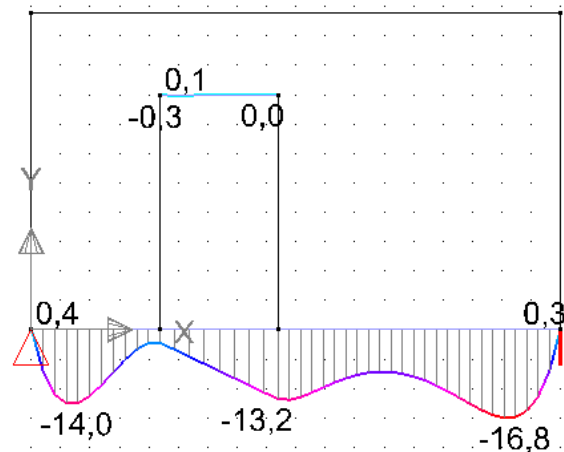
Figuur 52: Deuropening op afstand 1,60 m – Drukspanning: 4,0 N/mm<sup>2</sup>

Voor een muur van 4,5 meter op 2,7 meter hoog wordt er dus een te hoge drukspanning vastgesteld, wanneer het midden van de opening op 36% van de overspanning vanaf het steunpunt wordt geplaatst. Als nu de voorstelling van de spanningstrajectoriën met de muur op deze plaats erbij wordt gehaald in Figuur 53, valt op dat van de originele drukboog bijna niets meer overblijft. Hoewel de rechterkant redelijk onveranderd is, lopen de spanningen aan

de linkerkant van de muur in alle richtingen onder invloed van de deuropening. Rechts van de opening lijken de spanningen een nieuwe, kleinere boogwerking te creëren. De piekspanningen aan de linkerkant van die drukboog en dus in de rechter onderhoek van de opening, zijn wel beperkter dan de drukspanningen in de steunpunten. Onder de opening en links van de opening zal de balk dan vooral op zichzelf gaan werken, zonder invloed van de boogwerking te ondervinden. Dit blijkt ook uit het momentenverloop in Figuur 54, waar links van de opening het klassieke momentenverloop met centraal het maximale moment terug zichtbaar wordt. Rechts van de opening kan dan weer de invloed van de kleine boogwerking opgemerkt worden, met een reductie van het moment in het centrum en maximale momenten richting de steunpunten.



Figuur 53: Spanningstrajectoriën van de muur met opening op 1,61 m



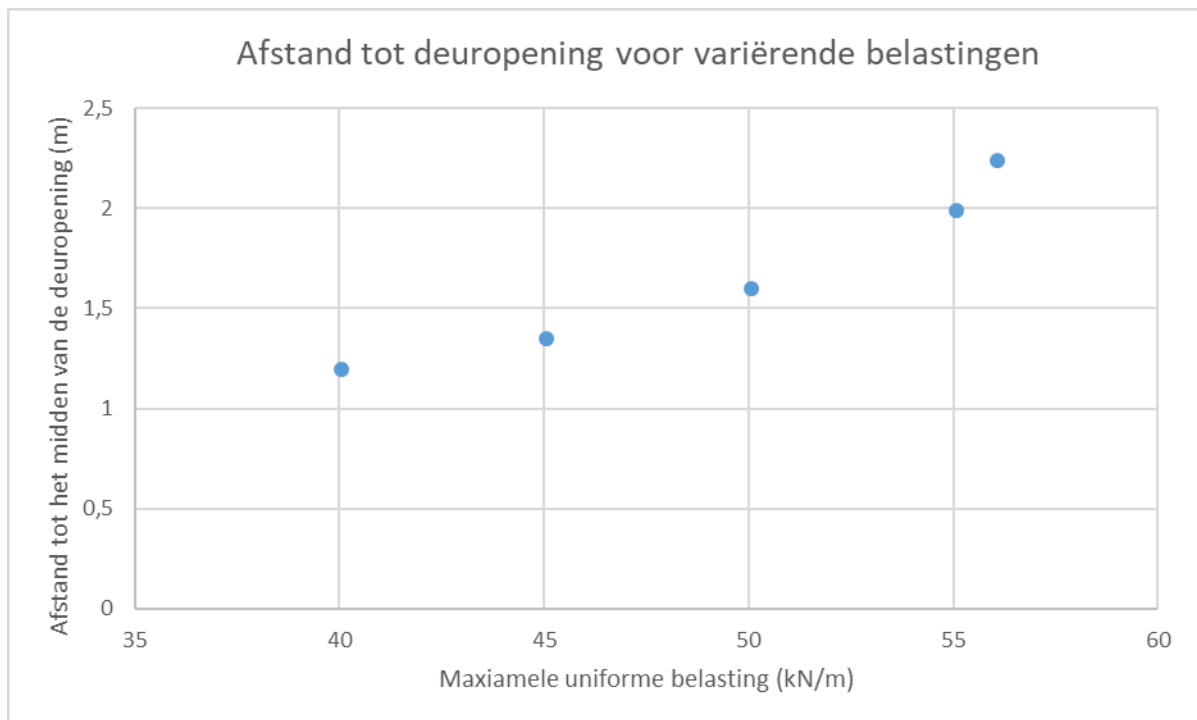
Figuur 54: Momentenverloop in de balk bij opening op 1,61 m

Dezelfde methode wordt nu herhaald voor wisselende belastingen om opnieuw naar de afstand tot het centrum van de deuropening te kijken waar de maximale verticale drukspanning bereikt wordt. De resultaten hiervan worden weergegeven in Tabel 24.

Tabel 24: Afstand tot de deuropening voor variërende belastingen

Uniforme belasting [kN/m]	Afstand tot het midden van de deuropening [m]	Verhouding afstand over overspanning [%]
40	1,21	27
45	1,36	30
50	1,61	36
55	2,00	44
56	2,25	50





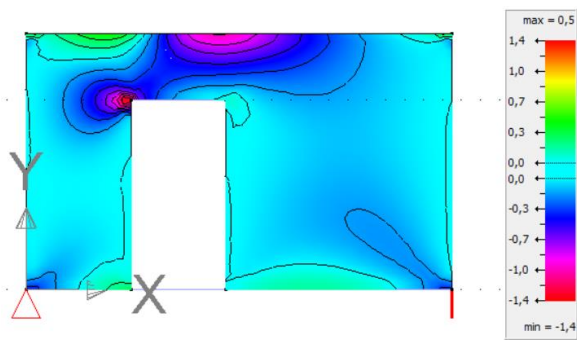
*Figuur 55: Afstand tot deuropening voor variërende belastingen*

Zoals blijkt uit Tabel 24, is het gebied om een deuropening te kunnen plaatsen afhankelijk van de opgelegde belasting. Voor een deuropening in het midden van de muur, op 2,25 m, kan er een hogere belasting worden opgelegd dan bij een volle muur, namelijk 56 kN/m ten opzichte van 50 kN/m. De horizontale spanningen liggen wel hoger, maar bereiken de grenswaarde nog niet. Naarmate de deuropening meer opschuift naar de steunpunten, dient de belasting te worden verlaagd opdat de maximale verticale drukspanning van metselwerk niet overschreden wordt. Aangezien er telkens een lagere belasting dan de maximale lijnlast van 50 kN/m voor volle muren opgelegd moet worden, heeft een deuropening dus een negatief effect op de structuur, behalve voor een opening in het centrum van de muur.

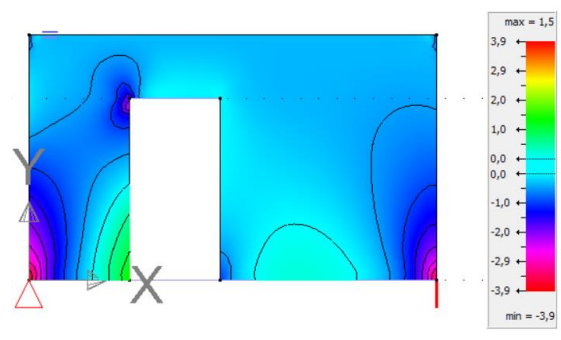
## 5.2 Invloed van trekspanning

De spanningstrajectoriën van Figuur 53 worden opgedeeld in respectievelijk horizontale en verticale spanningen in de wand in Figuur 56 en Figuur 57. Naast de drukspanningen in het steunpunt lopen de drukspanningen ook hoog op in de linker bovenhoek van de deuropening, zowel in de horizontale als in de verticale richting. Verder creëert de opening ook trekspanningen in het metselwerk. Er zou dus een treksterkte-grens in de horizontale en verticale richting beschouwd moeten worden, zodat gecontroleerd kan worden of de trekspanningen in de muur die grens niet overschrijden. De treksterkte van het metselwerk zal vooral afhankelijk zijn van de hechtsterkte tussen de mortel en de baksteen. Indien die hechtsterkte niet voldoende groot is, ontstaat er een scheurvlak tussen de verschillende materialen en kan dat eventueel tot falen leiden. Het is dus belangrijk om die trekspanningen zo veel mogelijk te beperken en te vermijden. De hechting tussen de baksteen en de mortel

moet bepaald worden via experimentele proeven, want de Eurocode geeft geen uitsluitel over die sterkte. Diamonds modelleert de voegen en bakstenen niet apart, maar stelt metselwerk voor als een plaat, waardoor ook hier geen analyse op uitgevoerd kan worden.

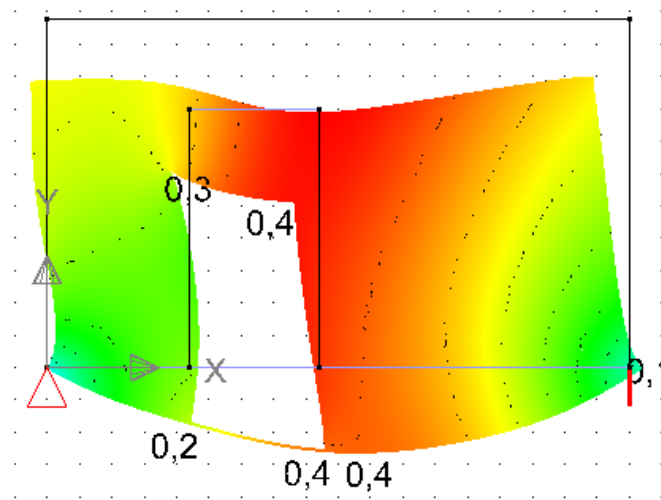


*Figuur 56: Horizontale spanningen bij opening op 1,61 m*



*Figuur 57: Verticale spanningen bij opening op 1,61 m*

De beïnvloedde boogwerking met spanningsconcentraties aan de linker bovenhoek van de deuropening, zorgt voor ongelijke vervormingen van de linteel boven de deur. Figuur 58, waarin de doorbuiging wordt weergegeven, illustreert het scheeftrekken van de linteel en de grootste vervorming door de drukspanningen in het bovenste gedeelte van de muur. De doorbuiging is echter zeer klein, zodat dit geen invloed zal hebben op de draagkracht van de structuur.



*Figuur 58: Doorbuiging bij opening op 1,61 m*

### 5.3 Invloed van schuifspanning

Door het toevoegen van een deuropening, zou het kunnen dat de schuifspanning in het contactvlak tussen het metselwerk en de betonnen muur te hoog wordt. Via Buildsoft Diamonds kan er echter niet gekeken worden naar de grootte van de schuifspanning in het contactvlak. Voor deze analyse is een uitgebreidere software nodig, die deze parameter wel kan berekenen.

Om de impact van deuropeningen te bestuderen, kan er in Buildsoft Diamonds dus niet verder worden gegaan dan de analyse van de drukspanningen in de metselwerkmuur op isotroop niveau.

## 6. Conclusie

---

Deze thesis focuste zich op het aspect 'boogwerking' in composiete beton-metselwerkstructuren en de eigenschappen ervan, waarin een isotrope en een orthotrope aanpak belicht werden. De modellering van het composiet gedrag van metselwerkmuren, ondersteund door betonnen balken, werd uitgevoerd in de eindige-elementensoftware Buildsoft Diamonds.

Een eerste conclusie kan getrokken worden uit de vergelijking tussen de onderzoekers, die enkele analytische methodes hebben ontwikkeld. Hun resultaten werden getoetst met het numeriek model in Diamonds. Daaruit bleek dat Davies & Ahmed voor de meeste parameters de werkelijkheid het dichtst benaderen met hun analytische methode. Enkel voor de schuifspanning in het contactvlak is er nog onzekerheid, omdat enerzijds de formule uit de Eurocode veel lagere spanningen geeft dan Davies & Ahmed voorstellen en anderzijds Diamonds deze schuifspanning in de interface van het metselwerk en de balk niet kan berekenen.

Ten tweede bevestigde onderzoek in Diamonds dat de drukspanningen aan de steunpunten daadwerkelijk hoog oplopen en dat dus het metselwerk door die piekspanningen zal verbrijzelen. De druksterkte van de beschouwde snelbouwsteen werd opgedeeld in een verticale en een horizontale sterkte, zodat deze waardes vergeleken konden worden met de geïnduceerde verticale en horizontale drukspanningen in het metselwerk. De schuin invallende spanningen zijn vooral verticaal georiënteerd, waardoor de maximale druksterkte van de baksteen door de verticale spanningen bereikt wordt. Voor de muur van 4,5 meter op 2,7 meter werd de maximale lijnlast vastgesteld op 50 kN/m. Indien de spanningen in horizontale en verticale richting gecombineerd kunnen worden, kan die maximale lijnlast eventueel iets lager liggen. Toch kan geconcludeerd worden dat de verticale spanningen bepalend zullen zijn voor de structurele sterkte van de wand. Door de verhoogde drukspanningen in het metselwerk ten gevolge van de boogwerking zal het risico op kip verhogen. Dit moet verder worden bekeken in vervolgonderzoek.

Tot slot werd er gekeken naar de impact van openingen op de boogwerking in de structuur. Aangezien er in deze studie enkel gekeken werd naar de drukspanningen, bleef dit onderzoek eerder oppervlakkig. Er werd onderzocht tot op welke afstand van het steunpunt de drukspanningen onder de grenswaardes van het metselwerk bleven. Hieruit kan als conclusie getrokken worden dat naarmate de deur meer opschuift naar de steunpunten, steeds een lagere belasting op de muur aangebracht mag worden om falen van de structuur te voorkomen.

De beperkte analyses zijn te wijten aan de tekortkomingen van Buildsoft Diamonds. Ten eerste staat metselwerk niet in zijn materiaalbibliotheek en moeten dus enkele parameters handmatig ingevoerd worden. Die parameters beperken zich tot de globale stijfheid, de Poisson-coëfficiënt en de glijdingsmodulus. Met de geometrie van de baksteen en de eigenschappen van de mortel wordt geen rekening gehouden in de software en werden dus via een Matlab-file verwerkt in een gehomogeniseerde stijfheidsmatrix, die wel handmatig in

Diamonds geïmplementeerd kan worden voor een orthotrope studie. Ten tweede geeft zo'n orthotrope studie slechts beperkte resultaten. Aangezien het programma met orthotrope stijfheidsmatrix geen verband kan leggen tussen de interne krachten en de spanningen en rekken, is het onderzoek met een orthotrope wand gelimiteerd. Er werd daardoor vooral geëxploreerd rond isotropie, wat de resultaten van het onderzoek voor de beschouwde snelbouwsteen iets minder realistisch maakt. Ten derde is ook de isotrope analyse in Buildsoft Diamonds niet volledig. Hoewel het, in vergelijking met een orthotrope matrix, wel spanningen in de wand kan weergeven, bezit het programma geen functie waarmee de schuifspanning in het contactvlak tussen het metselwerk en de balk berekend kan worden.

Omdat er voor een metselwerkmuur in Buildsoft Diamonds dus enkel gekeken kan worden naar de druk- en trekspanningen, kan het onderzoek omtrent de impact van deuropeningen niet verder uitgewerkt worden in deze eindige-elementensoftware. Diamonds is te beperkt en te simplistisch om een gedetailleerd onderzoek omtrent deze materie uit te voeren. Om een beter beeld te krijgen van de structurele eigenschappen van de metselwerkmuur en de betonnen balk, moet het onderzoek dus uitgebreid worden naar zwaardere softwarepakketten, die gebruik maken van expliciete modellering van het metselwerk, zoals bijvoorbeeld Diana 10. Daarnaast kan de studie rond boogwerking verder uitgewerkt worden met experimentele proeven op fysieke testmuren. Op deze manier kan dan onder andere een reële waarde voor de hechtsterkte uit worden afgeleid. Deze thesis kan evenwel dienen als startpunt voor verder onderzoek rond boogwerking.

## Bibliografie

---

- [1] „Details onderzoeksgroep Bouwkunde (CERG),” UHasselt, [Online]. Available: <https://www.uhasselt.be/cerg>.
- [2] H. Wood en S. L., „A tentative design method for the composite action of heavily loaded brick panel walls supported on reinforced concrete beams,” Building research station, UK, 1969.
- [3] R. Wood, „Studies in composite construction,” 1952.
- [4] Francis en Taylor, „Composite action between walls and other elements,” 2004.
- [5] J. Carvalho en H. R. Roman, „Arch effect-A literature review”.
- [6] B. Christine, „Lintel design and detailing,” 1993.
- [7] „EC6: Design of masonry structures,” [Online]. Available: [edu.mynbn.be](http://edu.mynbn.be). [Geopend 11 2017].
- [8] Wienerberger, „Wienerberger,” 2018. [Online]. Available: <https://www.wienerberger.be/binnenmuur>. [Geopend mei 2018].
- [9] Buildsoft, „www.buildsoft.com,” 2018. [Online]. [Geopend maart 2018].
- [10] T. M. Bram Vandoren, „Modellering van metselwerk,” Hasselt, 2018.
- [11] S. L. H.-H. N. N. S. Gang Wang, „Effective Elastic Stiffness for Periodic Masonry Structures via Eigenstrain Homogenization,” 2007.
- [12] A. Vermeltfoort en D. Martens, „Composite action in masonry walls under vertical in-plane loading: Experimental results compared with predictions,” *Canadian Journal of Civil Engineering*, 2015.
- [13] Piekarczyk en Jasinski, „Distortions and the way of damaging masonry walls supported on deflected structures,” Silesian University of Technology, Gliwice, Poland, 2016.
- [14] L. Neng-Yuan, G.-B. F., V. Ming-Su en M. Ting-Bing, „The behaviour and strength of brick and reinforced concrete composite wall beams”.
- [15] S. Hardy, „Design of steel lintels supporting masonry walls,” Elsevier, University of Wales, Swansea, UK, 1990.
- [16] S. Rosenhaupt, „Experimental studies of masonry walls on beams,” 1962.
- [17] M. Hossain, A. Skender en R. Azadur, „Studies in composite action in wall-beam structures: an elastic approach,” The Institution of Engineers, Bangladesh, 1997.
- [18] M. Papia, „An alternative analysis model for composite wall-beam systems,” Pergamon, University of Palermo, Palermo, Italy, 1988.
- [19] B. Saw, „Linear elastic finite element analysis of masonry walls on beams,” Pergamon, UK, 1974.



# Bijlagen

---

## Bijlage 1: Matlab-code stijfheidsmatrix

### I. Hoofd-file

```
%% Geometrische parameters
H_steen = 188;           % Hoogte baksteen in mm
L_steen = 288;           % Lengte baksteen in mm
H_horvoeg = 10;         % Dikte horizontale voegen in mm
H_vertvoeg = 10;        % Dikte verticale voegen in mm
B_systeem = 138;        % Breedte van het systeem in mm

%% Materiaalparameters
Emod_steenYY = 12400;    % E-modulus steen (p.46 Lourenço / p.727 Massart) (N/mm²)
Emod_steenXX = 3124;
Gmod_steenXY = 0.4*Emod_steenYY;
poiss_steen = 0;         % Poissongetal steen (-)

Emod_voeg = 4000;       % E-modulus voeg (N/mm²)
poiss_voeg = 0.20;      % Poissongetal voeg (-)

% Berekenen C-matrix en C'-matrix
[cmat_steen] = cmatrix(Emod_steenYY,poiss_steen);
[cmat_steen_ortho] = cmatrix_ortho(Emod_steenXX,Emod_steenYY,Gmod_steenXY,poiss_steen);
[cmat_voeg] = cmatrix(Emod_voeg,poiss_voeg);

[cmat_homog,Ex,Ey,v,Gxy] =
cmatrix_homogenised(cmat_steen_ortho,cmat_voeg,poiss_voeg,H_steen,L_steen,H_horvoeg,H_vertvoeg)

dmembrane = B_systeem*cmat_homog/1000 % plate membrane stiffness matrix (10³ kN/m)
dbending = (B_systeem³/12)*cmat_homog/1000000 % plate bending stiffness matrix (kNm)
```

### II. Functie 1

```
function [cmat] = cmatrix(Emod_f,poiss_f)
factor = 0;

% Er wordt gebruik gemaakt van tijdelijke functievariabelen,
% om zo de originele Emod en poiss niet te beïnvloeden.

% Plane stress constitutieve matrix (Bathe p. 194)
factor = Emod_f/(1-poiss_f²);
cmat(1,1) = factor;
cmat(1,2) = poiss_f*factor;
cmat(1,3) = 0;

cmat(2,1) = poiss_f*factor;
cmat(2,2) = factor;
cmat(2,3) = 0;

cmat(3,1) = 0;
cmat(3,2) = 0;
cmat(3,3) = 0.5*Emod_f/(1+poiss_f);
```

### III. Functie 2

```
function [cmat] = cmatrix_ortho(Ex,Ey,Gxy,vxy)

% plane stress constitutive matrix
cmat = [ Ex²/(- Ey*vxy² + Ex) (Ex*Ey*vxy)/(- Ey*vxy² + Ex) 0 ; ...
         (Ex*Ey*vxy)/(- Ey*vxy² + Ex) (Ex*Ey)/(- Ey*vxy² + Ex) 0 ; ...
         0 0 0 Gxy ];
```



#### IV. Functie 3

```

function [cmatrix_h,E1,E2,v12,G12] = cmatrix_homogenised(Cb,Cm,vm,H_steen,L_steen,H_horvoeg,H_vertvoeg)

% Eb = 11000;
% vb = 0.20;
% Em = 2200;
% vm = 0.25; % Poisson's ratio mortar
v = vm;

% H_steen = 55;
% L_steen = 250;
% H_horvoeg = 10;
% H_vertvoeg = 10;

a = (1/2)*H_steen;
b = (1/2)*L_steen;
L = (1/2)*(2*b + H_vertvoeg);
H = (1/2)*(4*a + 2*H_horvoeg);
omega = 4*a*b + 4*a*b;
V = 2*L*2*H; % volume unit cell
f = omega/V;

N = 100;

S1111 = 0;
S2222 = 0;
S1122 = 0;
S2211 = 0;
S1212 = 0;

for n1 = -N:1:N

    for n2 = -N:1:N

        E1 = n1*pi()/L;
        E2 = n2*pi()/H;

        E = sqrt(E1^2 + E2^2);

        % stack bond
        if (abs(E1)<1e-6)
            if (abs(E2)<1e-6)
                g0 = 1;
            else
                g0 = sin(E2*a)/(E2*a);
            end
        else
            if (abs(E2)<1e-6)
                g0 = sin(E1*b)/(E1*b);
            else
                g0 = (1/(a*b)) * (1/(E1*E2)) * sin(E1*b)*sin(E2*a);
            end
        end

        % running bond
        if (abs(E1)<1e-6)
            if (abs(E2)<1e-6)
                g0 = 1;
            else
                g0 = (sin(E2*H) + sin(E2*a) - sin(E2*(H - a)))/(2*E2*a);
            end
        else
            if (abs(E2)<1e-6)
                g0 = (sin(E1*L) + sin(E1*b) - sin(E1*(L - b)))/(2*E1*b);
            else
                g0 = (1/(2*a*b)) * (1/(E1*E2)) * (sin(E1*b)*sin(E2*a) + (sin(E1*L)-sin(E1*(L-
b)))*(sin(E2*H)-sin(E2*(H-a))));
            end
        end

        if (E ~= 0)
            S1111 = S1111 + f * g0^2 * (((2-v)/(1-v))*((E1^2)/E^2) - (1/(1-v))*((E1^4)/E^4));
            S2222 = S2222 + f * g0^2 * (((2-v)/(1-v))*((E2^2)/E^2) - (1/(1-v))*((E2^4)/E^4));
            S1122 = S1122 + f * g0^2 * ((v/(1-v))*((E1^2) * (E2^2))/E^4) - (1/(1-v))*((E1^2) * (E2^2))/E^4);
            S2211 = S2211 + f * g0^2 * ((v/(1-v))*((E2^2)/E^2) - (1/(1-v))*((E1^2) * (E2^2))/E^4);
            S1212 = S1212 + f * g0^2 * (1/2) - (1/(1-v))*((E1^2) * (E2^2))/E^4);
        end

    end

end

S = [S1111 S1122 0 ; S2211 S2222 0 ; 0 0 2*S1212];
% Cm = cmatrix(Em,0,0,vm,1,0);
% Cb = cmatrix(Eb,0,0,vb,1,0);

```

```

A = (Cm-Cb)\Cm;
Ch = Cm*(eye(3) - f*inv(A-S));
Dh = inv(Ch);
E1 = 1/(Dh(1,1));
v12 = -Dh(2,1)*E1;
E2 = 1/(Dh(2,2));
G12 = 1/Dh(3,3);

cmatrix_h = Ch;

% E1 = 8574;
% E2 = 6809;
% G12 = 2620;
% v12 = 0.197;
% Ch2 = cmatrix(E1,E2,G12,v12,1,1)
%
% D = [ (1/E1) -v12/E1 0 ;...
%       -(1/E1)*v12 (1/E2) 0;...
%       0 0 1/G12]

```

# Auteursrechtelijke overeenkomst

Ik/wij verlenen het wereldwijde auteursrecht voor de ingediende eindverhandeling:  
**Modellering van het composiet gedrag van metselwerk ondersteund door betonnen balken**

Richting: **master in de industriële wetenschappen: bouwkunde**  
Jaar: **2018**

in alle mogelijke mediaformaten, - bestaande en in de toekomst te ontwikkelen - , aan de Universiteit Hasselt.

Niet tegenstaand deze toekenning van het auteursrecht aan de Universiteit Hasselt behoud ik als auteur het recht om de eindverhandeling, - in zijn geheel of gedeeltelijk -, vrij te reproduceren, (her)publiceren of distribueren zonder de toelating te moeten verkrijgen van de Universiteit Hasselt.

Ik bevestig dat de eindverhandeling mijn origineel werk is, en dat ik het recht heb om de rechten te verlenen die in deze overeenkomst worden beschreven. Ik verklaar tevens dat de eindverhandeling, naar mijn weten, het auteursrecht van anderen niet overtreedt.

Ik verklaar tevens dat ik voor het materiaal in de eindverhandeling dat beschermd wordt door het auteursrecht, de nodige toelatingen heb verkregen zodat ik deze ook aan de Universiteit Hasselt kan overdragen en dat dit duidelijk in de tekst en inhoud van de eindverhandeling werd genotificeerd.

Universiteit Hasselt zal mij als auteur(s) van de eindverhandeling identificeren en zal geen wijzigingen aanbrengen aan de eindverhandeling, uitgezonderd deze toegelaten door deze overeenkomst.

Voor akkoord,

**Birinci, Arif**

**Houben, Louis**

Datum: **31/05/2018**