

2021 • 2022

Faculteit Industriële Ingenieurswetenschappen
master in de industriële wetenschappen: bouwkunde

Masterthesis

Bepalen van de optimale dimensies van een kolom in gewapend beton

PROMOTOR :

Prof. ir. Pieter BAEKELAND

PROMOTOR :

dr. ir. Peter BUFFEL

Brecht Bynens

Scriptie ingediend tot het behalen van de graad van master in de industriële wetenschappen: bouwkunde

Gezamenlijke opleiding UHasselt en KU Leuven



KU LEUVEN



KU LEUVEN

2021 • 2022

Faculteit Industriële Ingenieurswetenschappen
master in de industriële wetenschappen: bouwkunde

Masterthesis

Bepalen van de optimale dimensies van een kolom in gewapend beton

PROMOTOR :

Prof. ir. Pieter BAEKELAND

PROMOTOR :

dr. ir. Peter BUFFEL

Brecht Bynens

Scriptie ingediend tot het behalen van de graad van master in de industriële wetenschappen: bouwkunde



KU LEUVEN

Woord vooraf

Graag wil ik de mensen bedanken die de realisatie van dit onderzoek mee mogelijk hebben gemaakt. Zonder hun hulp en steun was de realisatie van mijn opleiding tevens niet mogelijk geweest.

In de eerste plaats wil ik de UHasselt bedanken om deze opleiding mogelijk te maken. Daarnaast wil ik alle docenten bedanken die mij hebben begeleid doorheen de opleiding.

In het bijzonder wil ik mijn interne promotor Prof. ir. Pieter Baekeland en mijn externe promotor Dr. ir. Peter Buffel bedanken voor hun begeleiding, expertise en hun opbouwende kritiek.

Ten slotte gaat mijn dankwoord uit naar mijn familie en vrienden, met in het bijzonder mijn vriendin. Zonder hun steun was deze opleiding niet mogelijk geweest.

Inhoudsopgave

Woord vooraf	1
Lijst van tabellen.....	5
Lijst van figuren	7
Verklarende woordenlijst.....	9
Abstract in het Nederlands	13
Abstract in English	15
1 Inleiding.....	17
2 Literatuurstudie	19
2.1 Interpretatie NBN EN 1992-1-1 [1].....	19
2.2 Lessen 06 kolommen [2]–[4]	22
2.3 Optimalisatie van een kolom in gewapend beton met behulp van een Android gebaseerde applicatie [5]	24
2.4 Directe ontwerpmethode en ontwerpdiagrammen voor kolommen en dwarswanden van gewapend beton [6]	25
2.5 Praktische methode voor het analyseren en ontwerpen van kolommen in gewapend beton onderworpen aan bi-axiale buigmomenten en axiale normaalkrachten [8] 27	
2.6 Besluit literatuurstudie	28
3 Model	29
3.1 Opmaak model	29
3.2 Eigenschappen van gebruikte materialen	29
3.2.1 Beton	29
3.2.2 Betonstaal	32
3.3 Eerste-orde-effecten	35
3.3.1 Geometrische imperfecties.....	35
3.3.2 Eerste-orde-buigmoment	37

3.4	Tweede-orde-effecten.....	38
3.4.1	Tweede-orde-buigmoment.....	40
3.5	Opstellen interactiediagrammen.....	42
3.5.1	Aannames en hypothesen	42
3.5.2	Het rekdiagram	43
3.5.3	Evenwicht interne krachten.....	44
3.6	Werkwijze	45
4	Data.....	49
4.1	Verbanden data	55
4.2	Beschrijven van verbanden data met <i>NEd</i> variabele.....	55
4.2.1	<i>L0</i> gelijk aan 2100 mm	55
4.2.2	<i>L0</i> gelijk aan 3200 mm	61
4.3	Beschrijven van verbanden data met <i>L0</i> variabele	65
4.3.1	<i>NEd</i> gelijk aan 500 kN.....	65
4.3.2	<i>NEd</i> gelijk aan 1000 kN.....	70
4.4	Controle interpolatie van formules	73
4.5	Afwijking gevonden formules en traditionele methode	76
4.6	Wat is het theoretisch verband tussen de variabelen	79
4.7	Praktische toepassing.....	81
5	Conclusie	83
	Referentielijst	85
	Bijlagen	87
	Bijlage A: Eigenschappen betonklassen	88
	Bijlage B: Bepaling van de kruipcoëfficiënt.....	89
	Bijlage C: Aangemaakte data.....	92

Lijst van tabellen

Tabel 1: Partiële veiligheidsfactoren voor beton in uiterste grenstoestand [1, p. 24]	30
Tabel 2: Partiële veiligheidsfactoren voor betonstaal in uiterste grenstoestanden [9, p. 7] ..	34
Tabel 3: Oppervlaktetraagheidsmomenten voor verschillende doorsneden [10, p. 43]	40
Tabel 4: Het verloop van de rekken in gewapend beton op basis van vaste parameters in elk gebied [10, p. 53].....	44
Tabel 5: Voorbeeld tabel variabelen	48
Tabel 6: ω in functie van $a/L0$ met $NEd = 500\text{ kN}$, $MEd = 0\text{ kNm}$ en $L0 = 2100\text{ mm}$	49
Tabel 7: ω in functie van $a/L0$ met $NEd = 500\text{ kN}$, $MEd = 0\text{ kNm}$ en $L0 = 1900\text{ mm}$	51
Tabel 8: Vergelijkingen van de trendlijnen met $L0 = 2100\text{ mm}$ en NEd is variabel.....	57
Tabel 9: Coëfficiënten in functie van NEd (1500 kN – 3000 kN) met $L0 = 2100\text{ mm}$	60
Tabel 10: Vergelijkingen van de trendlijnen met $L0 = 3200\text{ mm}$ en NEd is variabel.....	61
Tabel 11: Coëfficiënten in functie van NEd (1500 kN - 3000 kN) met $L0 = 3200\text{ mm}$	64
Tabel 12: Vergelijkingen van de trendlijnen met $NEd = 500\text{ kN}$ en $L0$ is variabel.....	65
Tabel 13: Coëfficiënten in functie van $L0$ (1100 mm – 2100 mm) met $NEd = 500\text{ kN}$	67
Tabel 14: Vergelijkingen van de trendlijnen met $NEd = 500\text{ kN}$ en $L0$ tussen 2100 mm en 3200 mm	68
Tabel 15: Coëfficiënten in functie van $L0$ (2100 mm - 3200 mm) met $NEd = 500\text{ kN}$	69
Tabel 16: Vergelijkingen van de trendlijnen met $NEd = 1000\text{ kN}$ en $L0$ tussen 2100 mm en 3200 mm	71
Tabel 17: Coëfficiënten in functie van $L0$ (2100 mm – 3200 mm) met $NEd = 1000\text{ kN}$	72
Tabel 18: Interpolatie van formules 4.4 en 4.6.....	74
Tabel 19: Interpolatie van formules 4.10 en 4.12	76
Tabel 20: Afwijking van formule 4.4 met $L0 = 2100\text{ mm}$	77
Tabel 21: Afwijking van formule 4.6 met $L0 = 3200\text{ mm}$	77
Tabel 22: Afwijking van formule 4.10 met $Ned = 500\text{ kN}$	78
Tabel 23: Afwijking van formule 4.12 met $Ned = 1000\text{ kN}$	79
Tabel 24: Sterkte- en vervormingseigenschappen voor beton [1, p. 29]	88

Tabel 25: Alle aangemaakte data.....	92
--------------------------------------	----

Lijst van figuren

Figuur 1: Voorbeelden van verschillende knikvormen en corresponderende meewerkende lengten voor afzonderlijke elementen [1, p. 69]	20
Figuur 2: Verloop berekening totaal buigmoment zoals in EC2	22
Figuur 3: Hoek α van oneindig klein deel van kolom met straal ρ [2]	23
Figuur 4: Rekdiagram van oneindig klein deel van kolom [2]	23
Figuur 5: Spanningsverdeling [6, p. 69].....	26
Figuur 6: Evenwichtsvergelijkingen [6, p. 70]	26
Figuur 7: Parabool-rechthoek spanning-rekverloop voor beton onder druk [1, p. 35].....	32
Figuur 8: Spanning-rekdiagram voor betonstaal (zowel trek als druk) [1, p. 39]	33
Figuur 9: Theoretische bi-lineair spanning-rekverloop [10, p. 30]	33
Figuur 10: Afzonderlijke elementen met excentrische normaalkracht of horizontale kracht [1, p. 58].....	37
Figuur 11: Rekdiagram betondoorsnede [10, p. 52]	43
Figuur 12: Intern evenwicht van interne krachten in een gewapend betondoorsnede [4, Hfdst. 4, p. 74].....	45
Figuur 13: Voorbeeld interactiediagram	46
Figuur 14: Voorbeeld ω ifv a/L_0 met $NEd = 500 \text{ kN}$, $MEd = 0 \text{ kNm}$ en $L_0 = 2100 \text{ mm}$ constant.....	48
Figuur 15: ω in functie van a/L_0 met $NEd = 500 \text{ kN}$, $MEd = 0 \text{ kNm}$ en $L_0 = 2100 \text{ mm}$..	50
Figuur 16: ω in functie van a/L_0 met $L_0 = 2100 \text{ mm}$, $MEd = 0 \text{ kNm}$ en NEd is variabel..	50
Figuur 17: ω ifv a/L_0 met $NEd = 500 \text{ kN}$, $MEd = 0 \text{ kNm}$ en $L_0 = 1900 \text{ mm}$	52
Figuur 18: ω in functie van a/L_0 met $NEd = 500 \text{ kN}$, $MEd = 0 \text{ kNm}$ en L_0 is variabel.....	52
Figuur 19: ω ifv a/L_0 met NEd variabel, $MEd = 0 \text{ kNm}$ en $L_0 = 3200 \text{ mm}$	53
Figuur 20: ω ifv a/L_0 met $NEd = 500 \text{ kN}$, $MEd = 0 \text{ kNm}$ en L_0 is variabel	54
Figuur 21: ω ifv a/L_0 met $NEd = 1000 \text{ kN}$, $MEd = 0 \text{ kNm}$ en L_0 is variabel	55
Figuur 22: ω ifv a/L_0 met $NEd = 500 \text{ kN}$, $MEd = 0 \text{ kNm}$, $L_0 = 2100 \text{ mm}$ en trendlijn..	56
Figuur 23: Coëfficiënt C_1 in functie van NEd	57

Figuur 24: Coëfficiënt C2 in functie van NEd	58
Figuur 25: Coëfficiënt C3 in functie van NEd	58
Figuur 26: C1 in functie van NEd (1500 kN – 3000 kN) met trendlijn.....	59
Figuur 27: C2 in functie van NEd (1500 kN - 3000 kN) met trendlijn	59
Figuur 28: C3 in functie van NEd (1500 kN – 3000 kN) met trendlijn.....	59
Figuur 29: C1 in functie van NEd (500 kN – 3000 kN).....	62
Figuur 30: C2 in functie van NEd (500 kN - 3000 kN).....	62
Figuur 31: C3 in functie van NEd (500 kN – 3000 kN).....	62
Figuur 32: C1 in functie van NEd (1500 kN - 3000 kN) met trendlijn	63
Figuur 33: C2 in functie van NEd (1500 kN – 3000 kN) met trendlijn.....	63
Figuur 34: C3 in functie van NEd (1500 kN - 3000 kN) met trendlijn	64
Figuur 35: C1 in functie van $L0$ (1100 mm - 2100 mm) met trendlijn	66
Figuur 36: C2 in functie van $L0$ (1100 mm – 2100 mm) met trendlijn	66
Figuur 37: C3 in functie van $L0$ (1100 mm - 2100 mm) met trendlijn	66
Figuur 38: C1 in functie van $L0$ (2100 mm - 3200 mm) met trendlijn	68
Figuur 39: C2 in functie van $L0$ (2100 mm – 3200 mm) met trendlijn	69
Figuur 40: C3 in functie van $L0$ (2100 mm - 3200 mm) met trendlijn	69
Figuur 41: C1 in functie van $L0$ (2100 mm - 3200 mm) met trendlijn met $NEd = 1000\text{ kN}$. 71	
Figuur 42: C2 in functie van $L0$ (2100 mm – 3200 mm) met trendlijn met $NEd = 1000\text{ kN}$ 72	
Figuur 43: C3 in functie van $L0$ (2100 mm - 3200 mm) met trendlijn met $NEd = 1000\text{ kN}$. 72	
Figuur 44: Voorbeeld praktische toepassing.....	82

Verklarende woordenlijst

Latijnse hoofdletter

A	factor die rekening houdt met de effectieve kruipcoëfficiënt;
A_b	oppervlakte van elke wapeningsstaaf;
A_c	oppervlakte van de betondoorsnede;
A_s	wapeningsoppervlakte in de dwarsdoorsnede;
$A_{s,max}$	de maximale staaloppervlakte voor een betondoorsnede;
$A_{s,min}$	de minimale staaloppervlakte voor een betondoorsnede;
B	factor die rekening houdt met de mechanische wapeningsverhouding;
C	factor die rekening houdt met de momentverhouding;
E	elasticiteitsmodulus;
E_s	rekenwaarde van de elasticiteitsmodulus van betonstaal;
H_i	loodrecht op het element gerichte kracht;
I	traagheidsstraal;
I_c	traagheidsstraal van de betondoorsnede;
K	kromming;
K	verhouding tussen het draagvermogen van een uni-axiaal belaste kolom en een bi-axiaal belaste kolom;
K_r	correctiefactor afhankelijk van de normaalkracht;
K_φ	factor voor het in rekening brengen van kruip;
L_0	de effectieve lengte of de kniklengte;
M	moment;
M_{01}	eerste-orde-buigmoment aan de voet van een element;
M_{02}	eerste-orde-buigmoment aan de top van een element;
M_{0e}	eerste-orde-buigmoment;
M_{0Ed}	eerste-orde-buigmoment;
M_{0Eqp}	eerste-orde-buigmoment in de quasi-blijvende belastingscombinatie;
M_{0x}	buigmoment onderaan het element in de x-richting;
M_{0y}	buigmoment onderaan het element in de y-richting;
M_2	tweede-orde-buigmoment;
M_{Ed}	rekenwaarde van het optredend buigend moment;
M_{ux}	buigmoment bovenaan het element in de x-richting;
M_{uy}	buigmoment bovenaan het element in de y-richting;
N	solliciterende normaalkracht;
N_c	drukkraft op het beton;
N_d	rekenwaarde van de normaalkracht;
N_{euler}	Euler normaalkracht;
$N_{s,1}$	kracht in de meest getrokken staalvezel;
$N_{s,2}$	kracht in de minst getrokken staalvezel;
W	weerstandsmoment;

Latijnse kleine letter

a	zijde van de vierkante doorsnede;
c	factor die afhankelijk is van de krommingsverdeling;
d	nuttige hoogte;
d_1	afstand van het zwaartepunt van de meest getrokken wapening tot onderzijde van de doorsnede;
d_2	afstand van het zwaartepunt van de minst getrokken wapening tot bovenzijde van de doorsnede;
e_{1B}	eerste-orde excentriciteit onderaan de kolom;
e_{1T}	eerste-orde excentriciteit bovenaan de kolom;
e_2	tweede-orde excentriciteit;
e_i	excentriciteit;
f'_c	druksterkte van het beton;
f_{cd}	rekenwaarde van de druksterkte van beton;
$f_{ck,cube}$	karacteristieke kubusvormige druksterkte van beton na 28 dagen;
f_{ck}	karacteristieke cilinderdruksterkte van beton na 28 dagen;
f_{yd}	rekenwaarde van de vloeigrens van betonstaal;
f_{yk}	karacteristieke vloeigrens van betonstaal;
i	traagheidsstraal;
l	lengte of de hoogte;
m	het aantal verticale elementen dat bijdraagt aan het totaal effect;
n	relatieve belastingsgraad van het beton;
n	relatieve normaalkracht;
n_{bal}	is de waarde van n voor de maximum momentweerstand;
$\frac{1}{r_0}$	initiële kromming;
$\frac{1}{r}$	kromming;
r_m	momentverhouding;
v	afstand tot de uiterste vezel;
x	hoogte van de gedrukte betondoorsnede en de positie van de neutrale as;

Griekse kleine letters

α	de hoek die wordt veroorzaakt door de kromming;
α_h	reductiefactor voor de lengte of de hoogte;
α_{cc}	de coëfficiënt die rekening houdt met langeduureffecten op de druksterkte van beton en van ongunstige effecten als gevolg van de manier waarop de belasting aangrijpt;
α_m	reductiefactor voor het aantal elementen;
β	factor die rekening houdt met de karakteristieke betondruksterkte en de slankheid;
β	het aantal keren dat de limietslankheid is overschreden;
γ_c	partiële factor voor beton;
γ_s	partiële factor voor betonstaal;
δ_G	zwaartepunt coëfficiënt;
ε_1	de rek in de meest getrokken vezel;
ε_2	de rek in de minst getrokken vezel;
ε_c	betonstuik;
ε_{c2}	betonstuik bij zuiver druk voor het parabool-rechthoekig rekendiagram;
ε_{cu2}	grenswaarde van de betonstuik bij samengestelde buiging voor het parabool-rechthoekig diagram;
ε_{ud}	rekenwaarde van de rek van betonstaal bij uiterste belasting;
ε_{uk}	karakteristieke rek van betonstaal bij uiterste belasting;
ε_{yd}	rekenwaarde van de rek in het betonstaal;
θ_0	basiswaarde van de scheefstand;
θ_i	scheefstand;
λ_{lim}	limietslankheid;
σ_c	drukspanning in het beton;
$\varphi_{(\infty, t_0)}$	eindwaarde van de kruipcoëfficiënt;
φ_{ef}	effectieve kruipcoëfficiënt;
θ	hoek tussen de neutrale as en de x-as;
λ	slankheid;
ρ	straal;
σ	spanning;
φM_n	nominale verdisconteerde buigsterkte;
φP_n	nominale verdisconteerde axiale sterkte;
ψ	de vullingsgraad van de betondruk in het parabool-rechthoekig spanning-rekverloop van gewapend beton doorsnede;
ω	mechanisch wapeningspercentage;

Abstract in het Nederlands

De dimensionering van kolommen in gewapend beton is een tijdsintensief proces dat ondanks de opkomst van nieuwe technologieën niet verbeterd is. Het is een uitgebreide berekening die volledig beschreven staat in Eurocode NBN EN 1992-1-1. Het doel van deze masterproef is om te onderzoeken of er een verband te vinden is tussen de verschillende parameters die nodig zijn om een gewapend beton kolom te dimensioneren. Hierbij wordt verder onderzocht of een formule bepaald kan worden.

Eerst is er een model opgesteld om de berekening van een gewapend beton kolom efficiënt uit te voeren. Hierin zitten de nodige parameters en belastingen voor de berekening van de kolommen. De optimale dimensie van een gewapend beton kolom is in dit onderzoek gedefinieerd als de doorsnede waarbij de optredende belastingen gelijkgesteld zijn aan de berekende krachten en momenten. Hierdoor wordt de kolom optimaal belast. De berekende sterkte van de gedimensioneerde kolom wordt dan getoetst tegen de optredende belastingen door middel van een interactiediagram.

Vervolgens wordt deze toetsing voor verschillende belastingsgevallen en geometrieën uitgevoerd. Zo wordt een reeks data bekomen die verder onderzocht wordt. In deze data wordt het verband onderzocht tussen de verschillende parameters.

Ten slotte is de gevormde conclusie dat er daadwerkelijk verbanden te vinden zijn tussen de verschillende parameters en belastingen die beschreven worden door formules. De data die aangemaakt zijn vormen een basis waarop dit soort onderzoek kan worden voortgebouwd.

Abstract in English

The dimensioning of reinforced concrete columns is a time-consuming process that, despite the emergence of new technologies, has not improved. It is an extensive calculation that is fully described in Eurocode NBN EN 1992-1-1. The purpose of this master's thesis is to investigate whether a relationship can be found between the different parameters required to dimension a reinforced concrete column. The possibility of establishing a formula is further investigated.

First, a model was created to efficiently perform the calculation of a reinforced concrete column. This contains the necessary parameters and loads for the calculation of the columns. The optimal dimension of a reinforced concrete column is defined in this research as the cross-section where the occurring loads are equal to the calculated forces and moments. This ensures that the column is optimally loaded. The calculated strength of the dimensioned column is then tested against the occurring loads by means of an interaction diagram.

Subsequently, this test is performed for different load cases and geometries. In this way, a series of data is obtained that is further investigated. In these data, the relationship between the various parameters is examined.

Finally, the conclusion that is formed is that actual relationships can be found between the various parameters and loads, these relationships are described in this research with formulas. The data that have been created forms a basis on which this type of research can be built.

1 Inleiding

Het onderzoek van deze masterproef is in samenwerking met het bedrijf Tractebel Engie. Het onderwerp van dit onderzoek komt uit de praktijk waarbij soms snel een antwoord moet gegeven worden op de vraag van wat de dimensies van een kolom in gewapend beton moeten zijn.

Bij het dimensioneren wordt er geprobeerd om de kolommen zo optimaal mogelijk te maken. Het optimaliseren van kolommen kan gebeuren op verschillende manieren. Er kan geoptimaliseerd worden op basis van kostprijs, materialen of sterkte. In dit onderzoek wordt er een formule/verband gezocht om de optimale dimensies van een kolom in gewapend beton te bepalen. De optimale dimensie wordt gedefinieerd als de dimensie van de kolom waarbij dat de weerstand die de kolom kan geven tegen een bepaald belastingsgeval net gelijk is aan dat belastingsgeval. Dit wil zeggen dat de kolom wordt gedimensioneerd op basis van sterkte.

Om een verband of formule te kunnen vinden moet er een databestand aangemaakt worden om deze verder te kunnen onderzoeken. Opdat het databestand aangemaakt kan worden is het nodig om een model op te stellen. In dit onderzoek is daarvoor teruggegrepen naar de berekeningsmethoden die beschreven staan in NBN EN 1992-1-1 (EC2) [1]. Hierin staat beschreven welke parameters gekend of berekend moeten zijn om een kolom te kunnen dimensioneren.

Bij het dimensioneren van een kolom zijn er een aantal faalmodes waarmee rekening gehouden moet worden. Een veel voorkomende faalmode voor kolommen is knik. Knik wordt veroorzaakt doordat er een normaalkracht aangrijpt op een kolom, door de slankheid van de kolom kan deze door de druk gaan uitknikken waardoor de kolom het begeeft. Om knik in rekening te brengen wordt er een berekeningsmethode uit EC2 gebruikt [1]. In EC2 staan meerdere berekeningsmethoden beschreven en in paragraaf 2.1 wordt één van deze methodes gekozen en wordt deze keuze ook verder verduidelijkt.

De eerste doelstelling van dit onderzoek is om een modelkolom op te stellen. Dit is nodig om zoals eerder vermeld eenvoudig data aan te kunnen maken. In dit onderzoek is gekozen om een modelkolom op te stellen waarbij een aantal parameters vastliggen. Hierbij kan eerst met een eenvoudig model worden gestart om in verder onderzoek meer gedetailleerde elementen aan toe te voegen.

Verder zal eerst de berekening van een kolom in gewapend beton worden beschreven via de methode gebaseerd op de nominale kromming [1]. Waarbij vervolgens wordt beschreven hoe de interactiediagrammen van kolommen worden opgesteld. Daarna wordt voor bepaalde belastingsgevallen de dimensies van de kolom berekend. Hierdoor wordt een databestand aangemaakt.

De tweede doelstelling is om te onderzoeken of in het aangemaakte databestand verbanden te vinden zijn. Dit wordt onderzocht door het aangemaakte databestand te analyseren met behulp van grafieken. Dit wordt verder in het onderzoek toegelicht.

De derde en laatste doelstelling van dit onderzoek is om de gevonden verbanden te beschrijven met een formule en om te onderzoeken of deze formules goed aansluiten bij de traditionele methode.

2 Literatuurstudie

In de literatuurstudie van dit onderzoek is onderzocht hoe kolommen in gewapend beton worden gedimensioneerd. Hierbij zijn de verschillende parameters bestudeerd die nodig zijn om de berekening uit te kunnen voeren. Verder is onderzocht of er al bestaande verkorte methodes zijn om kolommen in gewapend beton te dimensioneren.

2.1 Interpretatie NBN EN 1992-1-1 [1]

De norm NBN EN 1992-1-1 is het vertrekpunt van deze masterproef, met paragraaf 5.8 als grootste referentiepunt voor de berekeningswijze van kolommen in gewapend beton [1]. Hierin wordt het draagvermogen in uiterste grenstoestand (UGT) van kolommen in gewapend beton bepaald.

Bij het berekenen van kolommen moet er rekening worden gehouden met eerste- en tweede-orde-effecten. De eerste-orde-effecten worden bepaald door een excentriciteit aan te nemen zoals beschreven in paragraaf 5.2 van NBN EN 1992-1-1 [1]. Deze excentriciteit heeft een minimale waarde ten gevolge van uitvoeringsafwijkingen [1, p. 64].

Tweede-orde-effecten worden veroorzaakt door de vervorming van de elementen [1, p. 72]. Omdat in deze thesis enkel afzonderlijke kolommen/elementen onderzocht worden, wordt er gebruik gemaakt van de vereenvoudigde methode in EC2. Tweede-orde-effecten zijn afhankelijk van het slankheids criterium. Dit wil zeggen dat als de slankheid λ groter is dan de limietslankheid λ_{lim} , moeten tweede-orde-effecten in de berekening worden opgenomen. In de NBN EN 1992-1-1 staan verschillende berekeningsmethodes, een algemene methode en twee vereenvoudigde methoden [1]. De opsplitsing van de vereenvoudigde methode volgt uit de manier waarop de tweede-orde-effecten worden geïmplementeerd. De tweede-orde-effecten worden enerzijds geïmplementeerd door een vereenvoudigde methode op basis van een nominale stijfheid of door een vereenvoudigde methode op basis van een nominale kromming.

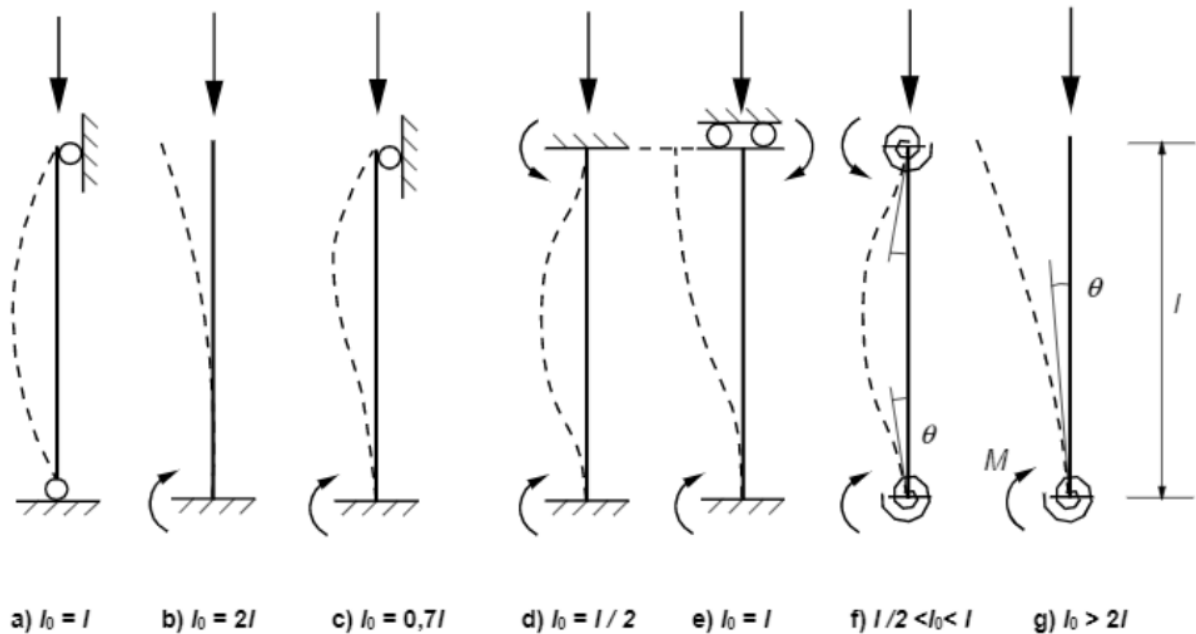
Zoals eerder aangehaald wordt er in EC2 gebruik gemaakt van een slankheids criterium voor afzonderlijke elementen. Hierbij mogen tweede-orde-effecten verwaarloosd worden als de slankheid kleiner is dan een bepaalde waarde λ_{lim} . Deze λ_{lim} kan bepaald worden m.b.v. formule 5.13N uit EC2 [1]:

$$\lambda_{lim} = 20 \cdot A \cdot B \cdot C / \sqrt{n}; \quad (2.1)$$

waarin:

- A een factor die de kruip in rekening brengt;
- B de factor die de mechanische wapeningsverhouding in rekening brengt;
- C de factor die de momentverhouding in rekening brengt;
- n is de belastingsgraad.

Vervolgens moet de slankheid van de kolom zelf gekend zijn vooraleer deze getoetst kan worden tegen λ_{lim} . De slankheid kan bepaald worden met de formule $\lambda = L_0/i$ met L_0 de effectieve lengte en i de traagheidsstraal van de niet-gescheurde betondoorsnede [1, p. 73]. Figuur 1 geeft de verschillende kniklengtes weer voor verschillende randvoorwaarden. Er wordt gebruik gemaakt van modelkolom (type b) omdat deze eenvoudig te relateren is naar de andere kolom types. Hierdoor blijft de berekening zo eenvoudig mogelijk.



Figuur 1: Voorbeelden van verschillende knikvormen en corresponderende meewerkende lengten voor afzonderlijke elementen [1, p. 69]

Een ander belangrijk aspect bij tweede-orde-berekeningen is dat er rekening moet gehouden worden met kruip. Dit voor zowel de algemene omstandigheden als voor de duur van de verschillende belastingen [1, p. 76]. Hiermee kan rekening worden gehouden met behulp van formule 5.19 in EC2 [1]:

$$\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty, t_0)} \cdot M_{0E_{qp}} / M_{0E_d}; \quad (2.2)$$

waarin:

- $\varphi_{(\infty, t_0)}$ de eindwaarde van de kruipcoëfficiënt;
- $M_{0E_{qp}}$ is het eerste-orde-buigend moment in de quasi-blijvende belastingscombinatie;
- M_{0E_d} is het eerste-orde-buigend moment in de uiterste grenstoestand.

Het effect van kruip mag verwaarloosd worden als er voldaan wordt aan drie voorwaarden [1]:

$$- \varphi_{(\infty, t_0)} \leq 2; \quad (2.3)$$

$$- \lambda \leq 75; \quad (2.4)$$

$$- M_{0E_d} / N_{Ed} \geq h; \quad (2.5)$$

waarin:

- h de hoogte van de dwarsdoorsnede in de overeenkomstige richting.

Bij de methode gebaseerd op de nominale stijfheid wordt eerst de nominale stijfheid van het element bepaald, rekening houdend met de effecten van scheurvorming, niet-lineaire materiaaleigenschappen en kruip op het totale gedrag [1]. Verder wordt gebruik gemaakt van de momentvergrotingsfactor waarbij het eerste-orde-buigmoment wordt vermenigvuldigd met een factor om de tweede-orde-effecten in rekening te kunnen brengen. Met deze waarden kan vervolgens de doorsnede van de kolom worden bepaald door middel van een interactiediagram.

Daarnaast is er de methode gebaseerd op de nominale kromming, deze zal gebruikt worden aangezien de methode geschikt is voor afzonderlijke elementen met een constante normaalkracht en een gedefinieerde effectieve lengte[1]. Bij deze methode wordt het nominaal tweede-orde-buigmoment gebaseerd op de uitbuiging van het element. Het resulterende buigmoment wat hieruit voort komt wordt gebruikt voor het berekenen van de dwarsdoorsnede op buiging en normaalkracht [1]. De rekenwaarde van het moment wordt bekomen door de volgende formule [1]:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2; \quad (2.6)$$

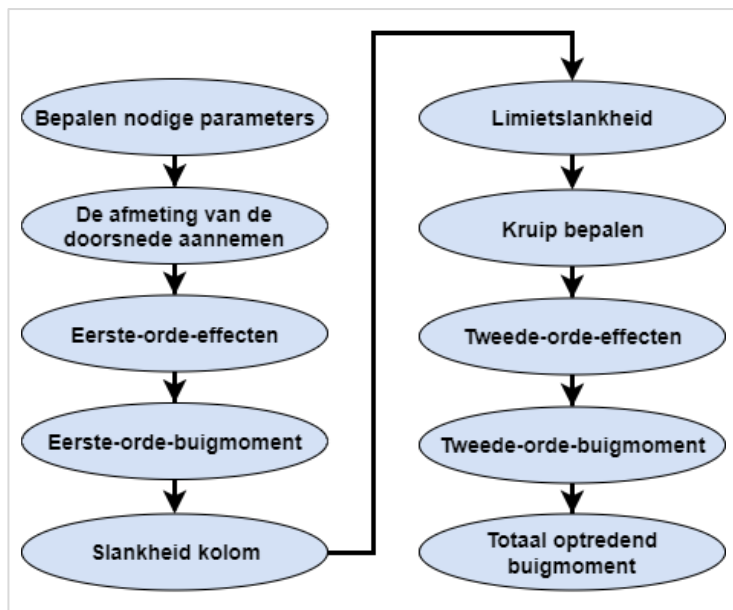
waarin:

- M_{0Ed} is het eerste-orde-buigmoment inclusief het effect van imperfecties;
- M_2 is het nominaal tweede-orde-buigmoment.

Als er verschillende eerste-orde-eindmomenten zijn mogen deze met behulp van formule 5.32 uit EC2 vervangen worden door een gelijkwaardig eerste-orde-buigmoment M_{0e} [1]. Hierbij geldt echter dat $|M_{02}| \geq |M_{01}|$. Het nominaal tweede-orde-buigmoment wordt bepaald door formule 5.33 uit EC2 [1] waarbij de excentriciteit e_2 in functie is van de kromming, de meewerkende lengte en een factor c die afhankelijk is van de krommingsverdeling. Voor een constante doorsnede wordt c gelijkgesteld aan 10.

De kromming die nodig is om e_2 te kunnen berekenen weergegeven in formule 5.34 uit EC 2 [1].

Ten slotte is er een diagram gemaakt waarin zichtbaar is hoe het totaal buigmoment berekend moet worden via EC2. In dit totaal buigmoment zit het aangrijpend buigmoment en de eerste- en tweede-orde-buigmomenten vervat. In Figuur 2 is het verloop van de werkwijze waarop het totaal buigmoment berekend moet worden visueel weergegeven.



Figuur 2: Verloop berekening totaal buigmoment zoals in EC2

2.2 Lessen 06 kolommen [2]–[4]

Deze paragraaf geeft weer waarom de dimensionering van kolommen in gewapend beton gebaseerd is op knik. Het falen van een kolom kan gebeuren in drie gevallen. De kolom kan falen waarbij het faalmechanisme knik wordt genoemd. Verder kan een kolom falen als deze onderhevig is aan drukspanningen en ten slotte kan een kolom falen als deze wordt belast door schuifspanningen. Een kolom in gewapend beton zal gedimensioneerd/berekend worden op basis van een buigmoment en een normaalkracht.

Om het verband tussen kromming en buigmoment te vinden wordt er een deel van een kolom dat onder buiging staat afgezonderd. Dat deel van de kolom zal een hoek α vormen met de straal ρ , zoals zichtbaar in Figuur 3. De kromming K is vervolgens gelijk aan $K = \frac{1}{\rho} = \tan \alpha \approx \alpha$, dit geldt enkel voor zeer kleine hoeken. α is op zijn beurt gelijk aan $\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{h}$ zoals weergegeven in Figuur 4. Omdat K gelijk is aan α kan de kromming worden gedefinieerd als de verhouding van de rek t.o.v. de afstand tot de uiterste vezel. Als hierbij nog eens de volgende vergelijkingen worden meegenomen [2]:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}; \quad (2.7)$$

$$\sigma = \frac{M}{W}; \quad (2.8)$$

$$W = \frac{I}{v}. \quad (2.9)$$

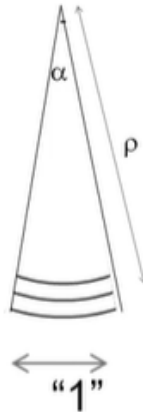
Dan wordt de formule van de kromming afgeleid tot $K = \frac{M}{EI}$. Dit wordt dan toegepast op een sectie van een kolom die onder buiging staat. Daaruit wordt afgeleid dat de normaalkracht gelijk is aan de Euler normaalkracht [2]:

$$N_d = N_{Euler} = \frac{EI\pi^2}{L_0^2}; \quad (2.10)$$

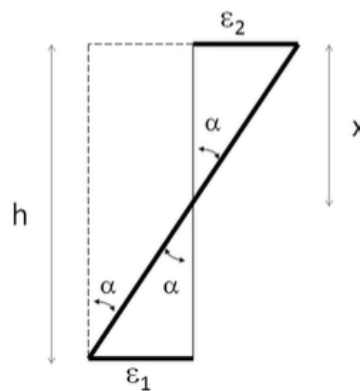
waarin:

- L_0 de kniklengte is.

De Euler normaalkracht is evenredig met de stijfheid van de verbinding en omgekeerd evenredig met de kniklengte in het kwadraat. Dit wil zeggen dat de kniklengte een significante rol speelt in de maximale normaalkracht die een kolom kan opnemen.



Figuur 3: Hoek α van oneindig klein deel van kolom met straal ρ [2]



Figuur 4: Rekdiagram van oneindig klein deel van kolom [2]

De kniklengte wordt gedefinieerd als de afstand tussen twee doorsneden met het moment gelijk aan nul [3]. De slankheid is de verhouding van de kniklengte op de traagheidsstraal [3]:

$$\lambda = \frac{L_0}{i}; \quad (2.11)$$

waarin:

$$i = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}}. \quad (2.12)$$

Bij de afzonderlijke elementen geldt echter dat tweede-orde-effecten niet in rekening gebracht moeten worden als de slankheid kleiner is dan de limiet slankheid λ_{lim} [3]. Het gevolg hiervan is dat het ontwerp wordt gebaseerd op de slankheid en niet op de druksterkte.

2.3 Optimalisatie van een kolom in gewapend beton met behulp van een Android gebaseerde applicatie [5]

Door de opkomst van de computer is het mogelijk geworden om processen te automatiseren. Dit kan op allerlei manieren, zoals het automatiseren van iteratieve berekeningen. Hierdoor kan het proces van trial-and-error sneller verlopen en wordt deze methode aantrekkelijker om te gebruiken. In de paper "Optimization of Reinforced Concrete Column Using Android-based Mobile Application" van [5] wordt er ingegaan op de berekening en optimalisatie van kolommen in gewapend beton door middel van een mobiele applicatie.

Omdat de berekening voor het bepalen van dimensies van een kolom in gewapend beton eerder een trial-and-error methode is, is deze methode ook niet efficiënt. In deze paper wordt het proces versneld door de berekening te laten uitvoeren door een applicatie. De berekening van een kolom in gewapend beton hangt af van de soort belasting dat erop aangrijpt. Dit kan ofwel een axiale belasting zijn met een uni-axiaal buigmoment of axiale belasting met een bi-axiaal buigmoment.

De berekening van de axiale belasting met een uni-axiaal buigmoment wordt uitgevoerd met behulp van het equivalente spanningsdiagram. Hierbij worden de interne krachten uitgeschreven en worden er evenwichten gezocht om zo de capaciteit van een kolom in gewapend beton te vinden. Deze evenwichten worden voorgesteld als de gelijkheid tussen de interne krachten en momenten en de aangrijpende krachten en momenten. De interne krachten en momenten worden bepaald door de betondruk en door de krachten die in het staal worden opgewekt. Verder is er in de berekening nog een onderscheid gemaakt in het soort dwarswapening van de kolom. De dwarswapening kan spiraalvormig zijn of gewoon met beugels.

De axiale belasting met de bi-axiale buigmomenten wordt uitgerekend met de Load Contour Method (interactiediagram). Voor de bi-axiale buigmomenten stelt Bresler dat er een verband is tussen de buiging in de x-richting en de y-richting met bijhorende formule [5]:

$$\left(\frac{M_{ux}}{M_{ox}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_{uy}}{M_{oy}}\right)^\alpha \leq 1 \quad (2.13)$$

Met de exponent α die wordt beïnvloed door de afmetingen, het aantal en de configuratie van de wapening en het beton, betondekking en de dwarswapening. De waarde varieert van 1.0 tot 2.0 [5].

Tot hiertoe werd de berekening enkel gebaseerd op de belasting die op de kolom kan komen te staan, maar er moet ook rekening worden gehouden met de mogelijkheid van knik. Als knik gaat optreden door de opgelegde krachten kan er een bijkomend moment worden gevormd.

Hierdoor wordt de kolom extra belast. Dit wordt in rekening gebracht door de moment vermenigvuldigingsfactor. Hierbij wordt het buigmoment dan vergroot met deze factor om de tweede-orde-buigmomenten in rekening te brengen. Deze factor is zelf nog eens opgedeeld in 2 delen, non-sway frame deel en sway frame deel [5]. Dus er kan rekening worden gehouden met geschoorde en niet-geschoorde constructies.

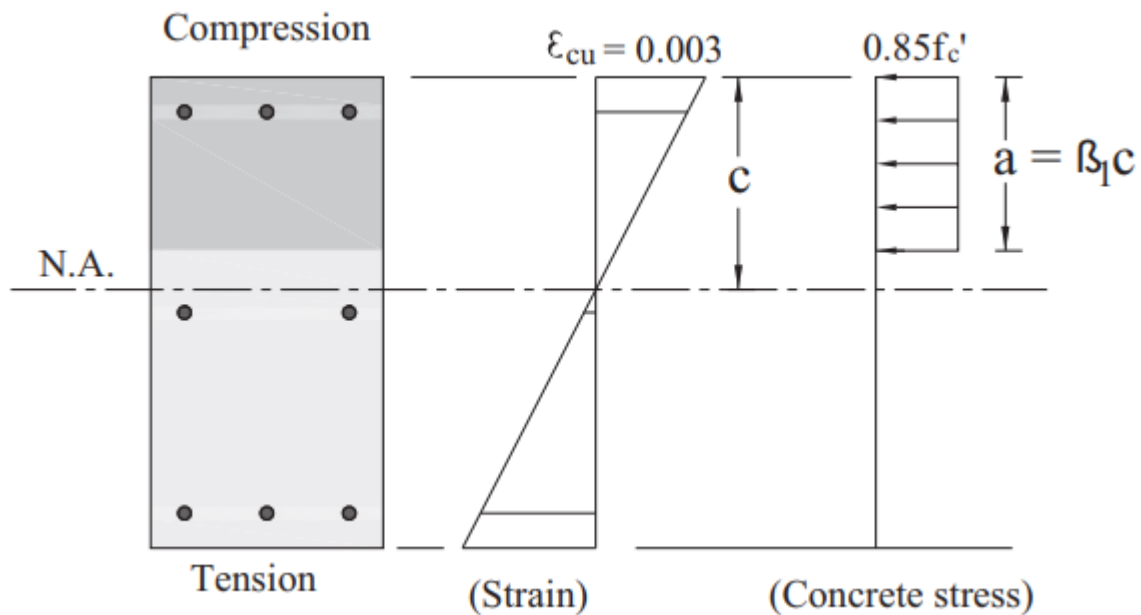
Om ten slotte de kolom te kunnen optimaliseren moet deze uiteraard aan de belastingscombinatie kunnen weerstaan. Dit wordt bekomen door interactiediagrammen op te stellen voor de berekende kolommen. De belastingscombinatie moet binnen dat interactiediagram liggen. Voor de bepaling van de dimensies van de kolom wordt er eerst voor de minimale afmetingen alleen gerekend met een axiale kracht waarbij de wapening wordt beperkt door een maximum wapeningsratio. Daarna wordt de berekening nog eens uitgevoerd maar dan wordt de wapeningsratio verminderd naar het minimum. Het proces kan versneld worden door de inbreng van computers maar dit veranderd de methode op zich niet. Het blijft een trial-and-error methode.

2.4 Directe ontwerpmethode en ontwerpdiagrammen voor kolommen en dwarswanden van gewapend beton [6]

Vervolgens zijn er nog methodes onderzocht die een directe ontwerpmethode uitwerken voor het dimensioneren van kolommen in gewapend beton. Het dimensioneren van een kolom in gewapend beton is een iteratief proces waarbij de weerstand van een gekozen doorsnede wordt gecontroleerd ten opzichte van interactiediagrammen. Deze paper beschrijft een analytische methode om een kolom in gewapend beton direct te kunnen dimensioneren. Dit geldt enkel voor korte kolommen in gewapend beton zonder gebruik te maken van de interactiediagrammen. Verder berust deze paper op de ACI-normering en dus niet volgens EC2 [7]. Deze normering gebruikt niet de methode der grenstoestanden [7].

Om een kolom in gewapend beton te dimensioneren wordt er gestart met een aanname van de doorsnede waarbij de weerstand van deze kolom gecontroleerd wordt met behulp van het overeenkomstig interactiediagram. In deze paper wordt gesteld dat de optimale dimensie gelijk is aan waar de weerstand van de doorsnede gelijk is aan de opgelegde krachten. Dit vereist echter trial-and-error. De essentie van deze paper is om een algemene methode te vinden waarbij alle mogelijke oplossingen worden gegeven in een ontwerpdiagram.

Eerst is een uni-axiale belasting aangenomen opdat de berekeningen eenvoudiger zijn. Hierbij wordt rekening gehouden met een axiale drukkracht φP_n en een uni-axiaal buigmoment φM_n . Verder is deze methode gebaseerd op het berekenen van de vereiste wapeningsoppervlakte. Er is vanuit gegaan dat de maximale rek van het beton gelijk is aan $\varepsilon_c = 0,003$. De rek van zowel het staal als het beton zijn evenredig met de afstand tot de neutrale vezel, de spanning in het beton is gelijk aan $0,85f'_c$ en compressie zone is verdeeld over een afstand a zoals zichtbaar in Figuur 5.



Figuur 5: Spanningsverdeling [6, p. 69]

Figuur 6 geeft de evenwichtsvergelijkingen weer voor de axiale drukkracht en voor de buigmomenten. Hieruit blijkt echter dat er gewerkt moet worden met de methode van Newton voor non-lineaire vergelijkingen omdat er drie evenwichtsvergelijkingen zijn met drie onbekenden [6]. De vergelijkingen kunnen dan in matrixvorm geschreven worden. Om dan het non-lineaire systeem op te lossen zijn de volgende stappen nodig. Er moet een waarde gekozen worden voor de drie onbekenden. Daaropvolgend moet de matrix bepaald worden om vervolgens de berekende onbekenden uit te komen. Dit moet dan herhaald worden totdat de weerstand van de bekomen doorsnede gelijk is aan die van de opgelegde kracht en buigmomenten.

$$\begin{aligned}
 P(c, \theta, A_b) &= \phi P_n(c, \theta, A_b) - P_u = 0 \\
 M_x(c, \theta, A_b) &= \phi M_{n_x}(c, \theta, A_b) - M_{u_x} = 0 \\
 M_y(c, \theta, A_b) &= \phi M_{n_y}(c, \theta, A_b) - M_{u_y} = 0
 \end{aligned}$$

Figuur 6: Evenwichtsvergelijkingen [6, p. 70]

Daarna kunnen uit de bekomen onbekenden conclusies worden genomen. De onbekende c staat voor de afstand van de neutrale vezel tot de meest gedrukte vezel. Een negatieve waarde voor c kan niet en in dat geval moet de initiële aanname wijzigen. θ staat voor de hoek tussen de neutrale vezel en de x -as. A_b is het wapeningsoppervlak dat nodig is om de optredende kracht en buigmomenten op te kunnen nemen. Een negatieve waarde van A_b betekent dat de kolom in gewapend beton de optredende kracht en buigmomenten kan opvangen zonder bijkomende wapening. Hierbij wordt er geopteerd dat de doorsnede moet worden verkleind.

De conclusie is dat deze methode eenvoudig toe te passen is in een computerprogramma en dat deze vooral voordelig is doordat de methode van Newton snel convergeert en accuraat is [6]. Verder is deze methode niet gebonden aan de geometrie van de doorsnede. De methode geeft een aantal oplossingen met verschillende doorsnedes en wapeningsconfiguratie. Echter geldt deze methode enkel voor korte kolommen waardoor het tweede-orde effect niet in rekening wordt gebracht [6].

2.5 Praktische methode voor het analyseren en ontwerpen van kolommen in gewapend beton onderworpen aan bi-axiale buigmomenten en axiale normaalkrachten [8]

Een andere methode voor het dimensioneren van kolommen in gewapend beton wordt gegeven in deze paper. Het hoofddoel van deze paper is om een iteratieve computer procedure voor te stellen voor een snelle dimensionering van zowel korte als slanke kolommen in gewapend beton als ook de analyse in uiterste grenstoestand. De kolommen ondergaan zowel bi-axiale buigmomenten als ook een axiale normaalkracht. Belangrijk is wel dat deze methode enkel geldt voor een vierkante doorsnede van de kolommen in gewapend beton. Verder wordt er gewerkt met interactiediagrammen om de analyse eenvoudig te kunnen uitvoeren. De slankheid van een kolom in gewapend beton zal in rekening worden gebracht door de moment vergrotingsfactor. Ten slotte worden de resultaten van deze methode nog getoetst tegen de theoretische resultaten van een computerprogramma.

Voor er gestart is met de voorgestelde methode zijn er een aantal aannames gemaakt [8, p. 25]:

- Een vlakke doorsnede voor buiging blijft een vlakke doorsnede na buiging;
- Arbitraire monotone spanning-rek relaties voor elk van de drie materialen (d.w.z. beton, constructiestaal en wapeningsstaal);
- De wapeningsstaven in de lengterichting hebben dezelfde diameter en zijn aan dezelfde hoeveelheid rek onderworpen als de aangrenzende beton;
- Het effect van kruip en de treksterkte van beton en eventuele directe trekspanningen ten gevolge van krimp enz. worden buiten beschouwing gelaten;
- Afschuivingsvervorming wordt genegeerd.

Doordat de weerstand van een kolom in gewapend beton afhangt van meerdere variabelen en afneemt met de toename van de opgelegde normaalkracht, is het nodig om een gedetailleerde numerieke analyse uit te voeren. Hierbij wordt dan de niet-lineariteit van de materialen in rekening gebracht om het draagvermogen van een kolom in gewapend beton te bepalen. Verder wordt een K factor geïmplementeerd die de verhouding geeft tussen het draagvermogen van een uni-axiaal belaste kolom en een bi-axiaal belaste kolom [8]. Als de afmetingen en materiaaleigenschappen zijn bepaald, kunnen de uni-axiaal interactiediagrammen worden berekend met behulp van de factor K.

Vervolgens wordt de factor K bepaald door de variabelen te laten variëren en om dan een regressie-formule te vinden. Hiervoor werd het wapeningsratio, de betonsterkte, de axiale belasting en hoek van het bi-axiaal buigmoment met de sterke as gevarieerd. Bij een analyse met korte kolommen blijkt dat deze methode goede resultaten geeft. Slanke kolommen daarentegen zijn onderhevig aan tweede-orde-effecten. Om hiermee rekening te houden is er gebruik gemaakt van de moment vergrotingsmethode. Ook hier werd vastgesteld dat de methode goede resultaten geeft in vergelijking met de numerieke methode.

Het besluit van deze paper is dat de voorgestelde methode een goede methode is om de dimensionering en analyse van zowel een korte als een slanke kolom uit te voeren. Het is hierbij eenvoudig om met de factor K van een bi-axiaal buigmoment over te gaan naar de overeenkomstige uni-axiale buigmomenten, om zo de dimensies van de kolom te berekenen [8].

2.6 Besluit literatuurstudie

Uit de literatuurstudie kan besloten worden dat er nog geen directe formule bestaat om de optimale dimensie van een kolom in gewapend beton te bepalen. De methodes die zijn besproken rusten elk op een trail-and-error methode waarbij meerdere iteraties nodig zijn om de gewenste dimensie te bekomen. Verder is het duidelijk dat de dimensionering van kolommen in gewapend beton berust op de slankheid van de kolommen. Hierdoor is het evident dat er verder gewerkt wordt met de slankheid en tweede-orde-effecten om een verband te kunnen vinden tussen de opneembare krachten, opneembare momenten en de geometrie van de kolom.

3 Model

3.1 Opmaak model

In dit hoofdstuk wordt de opmaak van het model verder toegelicht. Allereerst worden er een aantal randvoorwaarden gedefinieerd om het model op te stellen.

Dit model is een modelkolom waarbij dat de meeste kolomconfiguraties herleidt kunnen worden tot een modelkolom, zoals werd toegelicht in paragraaf 2.1. De randvoorwaarden van het modelkolom zijn daarbij aangenomen, zo is het modelkolom aan de onderzijde ingeklemd en aan de bovenzijde vrij. Dit is belangrijk om op basis van de hoogte van de kolom om te kunnen schakelen naar de effectieve hoogte zoals werd toegelicht in paragraaf 2.1. Verder wordt de kolom als afzonderlijk element beschouwd. Een volgende aanname is dat er geen extern buigmoment aangrijpt op de kolom, hierdoor wordt het model minder complex en zal het eenvoudiger zijn om een verband te vinden. Daarenboven wordt het eigengewicht niet meegenomen in de belasting aangezien de waarden van het eigengewicht te verwaarlozen zijn ten opzichte van de aangrijpende belastingen.

Het model is bedoeld om eenvoudig data aan te kunnen maken van verschillende belastingsgevallen en verschillende kolom eigenschappen om zo naderhand eventuele verbanden te vinden.

Verder is het model opgebouwd uit verschillende delen die in dit hoofdstuk uitvoerig worden besproken. Eerst worden de eigenschappen van de gebruikte materialen besproken, vervolgens worden de eerste-orde-effecten bepaald en de berekeningswijze besproken. Daarna worden de tweede-orde-effecten besproken met daarbij de toelichting van de berekeningswijze. Daaropvolgend zal de berekeningswijze van de interactiediagrammen worden toegelicht. Ten slotte wordt de werkwijze waarop de data wordt aangemaakt besproken.

3.2 Eigenschappen van gebruikte materialen

De verschillende materialen die gebruikt zijn in dit onderzoek worden in deze paragraaf besproken.

3.2.1 Beton

Druksterkte

De mechanische eigenschappen en karakteristieke sterktes van beton worden in EC2 gegeven door deze in te delen in verschillende sterkteklassen [1]. De sterkteklassen worden bepaald op basis van de karakteristieke betondruksterkte na 28 dagen uitharding. De verschillende sterkteklassen worden gegeven in Bijlage A. De sterkteklassen worden uitgedrukt in f_{ck} en

$f_{ck,cube}$. Het verschil hiertussen is dat de druksterkte f_{ck} gemeten is met een cilindrisch proefstuk en de druksterkte $f_{ck,cube}$ is gemeten met een kubusvormig proefstuk. In dit onderzoek is ervoor gekozen om een karakteristieke sterkteklasse $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ te gebruiken.

Om met deze karakteristieke druksterkte te kunnen rekenen moet deze nog worden gereduceerd door partiële veiligheidsfactoren. Verder zal de cement klasse N worden aangenomen, deze zal nodig zijn in de berekening van de kruipcoëfficiënt.

Partiële veiligheidsfactoren beton

Bij de berekening van betonelementen is het belangrijk om de karakteristieke betondruksterkte om te zetten naar een rekenwaarde van deze betondruksterkte. De rekenwaarde van de betondruksterkte kan als volgt worden berekend [1]:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}; \quad (3.1)$$

waarin:

γ_c is de partiële veiligheidsfactor voor beton;

α_{cc} is de coëfficiënt die rekening houdt met de langedureffecten op druksterkte.

Uit Tabel 1 kan de partiële veiligheidsfactor voor beton worden afgeleid. Uit de nationale bijlage van EC2 kan worden bepaald dat α_{cc} gelijk is aan 0,85 voor het nazicht in uiterste grenstoestand voor het geval van langskracht, enkelvoudige of samengestelde buiging [9].

Tabel 1: Partiële veiligheidsfactoren voor beton in uiterste grenstoestand [1, p. 24]

Ontwerpsituaties	γ_c voor beton
Blijvende en tijdelijk	1,5
Buitengewoon	1,2

Kruip

Zoals eerder aangehaald in paragraaf 2.1 is kruip een fenomeen dat moet worden bepaald opdat de verdere berekeningen kunnen worden uitgevoerd. De waarde van de kruipcoëfficiënt van het beton wordt bepaald in Bijlage B. Verder wordt voor de kruipcoëfficiënt te kunnen berekenen aangenomen dat de kolom zich in een binnenklimaat bevindt waardoor de relatieve luchtvochtigheid gelijk is aan 50 %. Hierbij zal de temperatuur van de omgeving gelijk zijn aan 20°C gedurende de 28 dagen dat het beton uithardt.

De kruipcoëfficiënt $\varphi(\infty, t_0)$ wordt berekend voor een kolom met een vierkante dwarsdoorsnede met een zijde van 500 mm aangezien dit de maximale waarde is die in de data voorkomt. Verder zal de belasting op de kolom aangrijpen na 28 dagen en zal de kolom onderzocht worden na een belastingstijd van 70 jaar. Als voor deze parameters de kruipcoëfficiënt $\varphi(\infty, t_0)$ bepaald wordt op basis van de formules in Bijlage B. Kan vervolgens de effectieve kruipcoëfficiënt worden bepaald zoals beschreven staat in paragraaf 2.1. Hieruit volgt dan dat de maximale kruipcoëfficiënt gelijk is aan 2,75 en de effectieve kruipcoëfficiënt gelijk is aan 2,04.

Als deze berekeningen opnieuw worden uitgevoerd maar dan voor een kolom met een vierkante doorsnede met de lengte van de zijde gelijk aan 200 mm en met dezelfde randvoorwaarden. Dan is de maximale kruipcoëfficiënt gelijk aan 2,27 en de effectieve kruipcoëfficiënt gelijk aan 1,68.

Uit deze berekeningen kan worden geconcludeerd dat de effectieve kruipcoëfficiënt gelijk genomen mag worden aan 2 zodat de kruip in rekening kan worden gebracht. Door de effectieve kruipcoëfficiënt gelijk te nemen aan 2 zullen de berekeningen aan de conservatieve kant liggen maar hierdoor is er wel zekerheid dat de gedimensioneerde kolom zal voldoen.

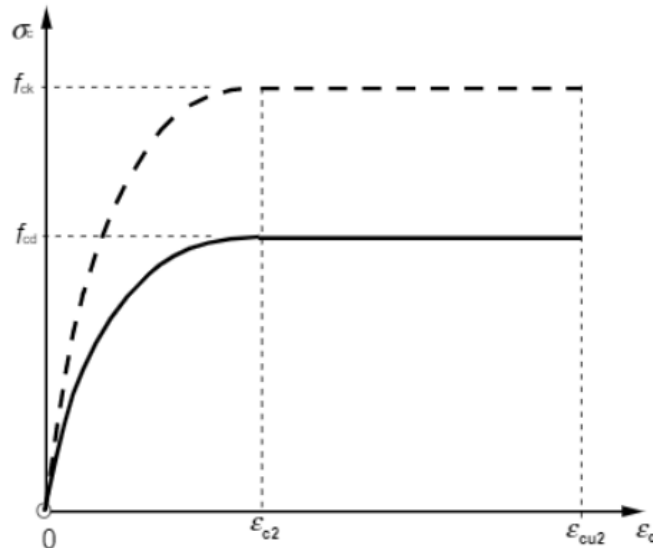
Spanning-rekrelatie

In EC2 staan verschillende spanning-rekrelaties voor het berekenen van dwarsdoorsneden van betonnen elementen [1]:

- Parabool-rechthoekig spanning-rekverloop;
- Bi-lineair spanning-rekverloop;
- Rechthoekige spanning-rekverloop.

Voor dit onderzoek is gekozen om het parabool-rechthoekig spanning-rekverloop te gebruiken aangezien het bi-lineair en rechthoekige spanning-rekverloop vereenvoudigingen zijn op het parabool-rechthoekig spanning-rekverloop.

Parabool-rechthoekig spanning-rekverloop



Figuur 7: Parabool-rechthoek spanning-rekverloop voor beton onder druk [1, p. 35]

De spanning-rekrelatie wordt als volgt bepaald [1]:

voor $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$;

$$\sigma_c = f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right]; \quad (3.2)$$

voor $\varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}$;

$$\sigma_c = f_{cd}; \quad (3.3)$$

waarin:

ε_{c2} is de vervorming bij het bereiken van de maximale sterkte volgens Bijlage A;

ε_{cu2} is de grenswaarde van de rek volgens Bijlage A.

Voor betonklassen tot en met $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$ kan in Bijlage A een ε_{c2} gelijk aan 2,0 ‰ en een ε_{cu2} gelijk aan 3,5 ‰ worden teruggevonden [10].

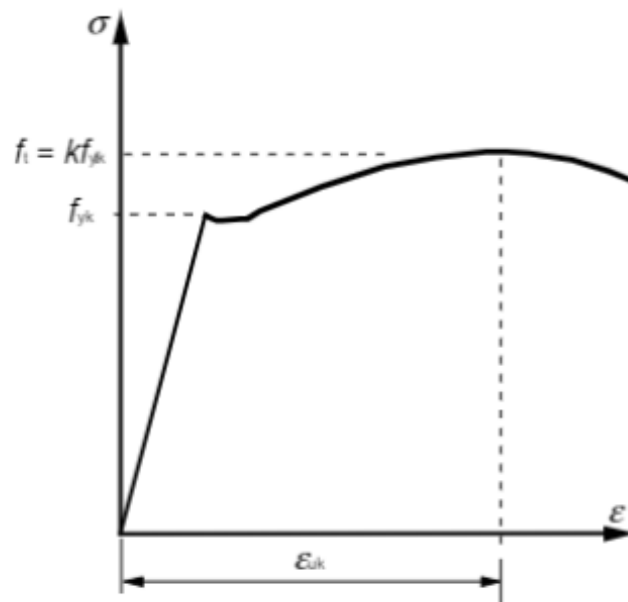
3.2.2 Betonstaal

Eigenschappen

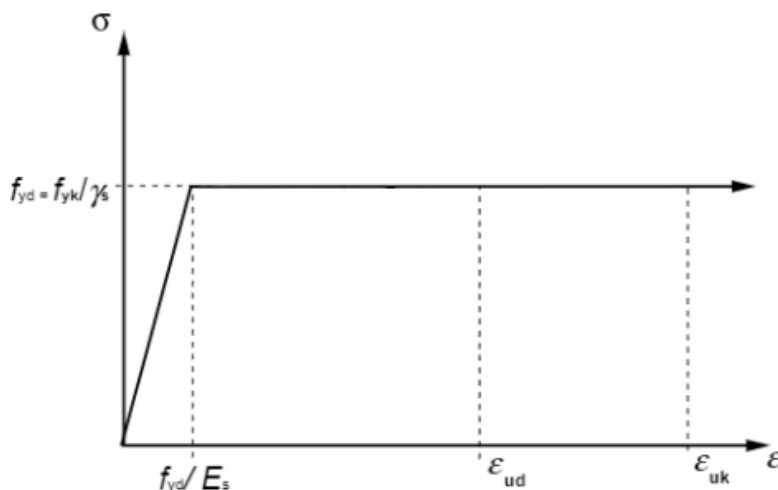
Een van de eerste eigenschappen die moet gekozen worden voor het betonstaal is de elasticiteitsmodulus E_s , in EC2 staat dat deze gelijk wordt genomen aan 200000 MPa [1].

Verder moet ook de karakteristieke treksterkte van het betonstaal worden bepaald. De karakteristieke treksterkte f_{yk} wordt gelijk genomen aan 500 MPa. Voor deze waarde van karakteristieke treksterkte is EC2 geldig [1].

Het verloop van de relatie tussen spanning en rek bij betonstaal is zichtbaar in Figuur 8. Dit is echter het effectieve verloop van de spanning-rekrelatie. In Figuur 9 is zichtbaar dat de theoretische spanning-rekrelatie bi-lineair is, waarbij f_{yk} de vloeigrens is van het betonstaal. Dit wil zeggen dat als het staal nog verder wordt uitgerekt dan dit punt, dat dan de weerstand dat het staal zal bieden niet groter zal worden maar dat het staal gaat vloeien.



Figuur 8: Spanning-rekdiagram voor betonstaal (zowel trek als druk) [1, p. 39]



Figuur 9: Theoretische bi-lineair spanning-rekverloop [10, p. 30]

Partiële veiligheidsfactoren betonstaal

Om met de karakteristieke trek- en druksterkte van betonstaal te kunnen rekenen moet deze worden omgezet naar een rekenwaarde van de trek- en druksterkte. De partiële veiligheidsfactoren voor betonstaal zijn terug te vinden in Tabel 2.1N in EC2 [1, p. 24]. De rekenwaarde van de trek- en druksterkte van betonstaal kan als volgt worden berekend [1]:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}; \quad (3.4)$$

waarin:

γ_s is de partiële veiligheidsfactor voor betonstaal.

Uit Tabel 2 kan de partiële veiligheidsfactor voor betonstaal worden teruggevonden.

Tabel 2: Partiële veiligheidsfactoren voor betonstaal in uiterste grenstoestanden [9, p. 7]

Ontwerpsituaties	γ_s voor betonstaal
Blijvende en tijdelijk	1,15
Buitengewoon	1,0

Verder wordt beschreven in de nationale bijlage van EC2 dat de rek ε_{ud} moet worden begrensd tot $0,8\varepsilon_{uk}$ [9]. Waarbij ε_{ud} de rekenwaarde is van de maximale rek die mag optreden in het betonstaal en ε_{uk} de karakteristieke waarde van de maximale rek die mag optreden in het betonstaal. Voor een betonstaal klasse A is de karakteristieke rek beperkt tot 2.5 ‰ [9].

Maximum wapening

In EC2 wordt verder beschreven wat de maximale langswapening is die in een kolom mag geplaatst worden. Hierin wordt verder verwezen naar de nationale bijlage voor de maximale langswapening te berekenen [9]:

$$A_{s,max} = 0,04 \cdot A_c; \quad (3.5)$$

waarin:

$A_{s,max}$ is de maximale langswapening die zich mag bevinden in de doorsnede in mm²;

A_c is de oppervlakte van de doorsnede in mm².

Minimum wapening

Verder is ook de minimum langswapening dat zich in de doorsnede moet bevinden beschreven in EC2. De minimum langswapening die in de doorsnede aanwezig moet zijn wordt als volgt berekend [1]:

$$A_{s,min} = \max\left(\frac{0,10N_{Ed}}{f_{yd}}; 0,002A_c\right); \quad (3.6)$$

waarin:

$A_{s,min}$ is de minimale langswapening die zich in de doorsnede moet bevinden in mm^2 ;

N_{Ed} is de rekenwaarde van de aangrijpende solliciterende normaalkracht in N;

f_{yd} is de rekenwaarde van de betondruksterkte van het beton in N/mm^2 ;

A_c is de oppervlakte van de doorsnede in mm^2 .

Aanvullend staat in de nationale bijlage dat de minimum staafdiameter φ_{min} die gebruikt mag zijn als langswapening gelijk moet zijn aan 12 mm voor ter plaatse gestorte elementen [9]. Het is ook deze minimum staafdiameter dat gebruikt wordt in dit onderzoek.

Ten slotte geldt voor kolommen met een veelhoekige dwarsdoorsnede dat in elke hoek minstens één staaf dient geplaatst te worden [1]. Voor dit onderzoek wordt gebruik gemaakt van vierkante dwarsdoorsneden wat wil zeggen dat er minstens vier staven in de kolom aanwezig moeten zijn.

3.3 Eerste-orde-effecten

Voor het eerste-orde-buigmoment ten gevolge van de eerste-orde-effecten te kunnen beschrijven is de berekeningswijze in EC2 gevolgd. Hierin staat beschreven hoe de geometrische imperfecties in rekening moeten worden gebracht. Bij deze geometrische imperfecties horen niet alleen de mogelijke afwijkingen ten gevolge van de geometrie van de constructie maar ook de mogelijke afwijkingen van het aangrijpingspunt van de belasting. De eventuele afwijkingen ten gevolge van de doorsnede afmetingen worden in het algemeen opgenomen door de veiligheidsfactoren van de materialen [1].

3.3.1 Geometrische imperfecties

De volgende formules voor de geometrische imperfecties te berekenen zijn van toepassing op elementen die onderworpen zijn aan axiale druk en constructies met verticale belastingen [1]. De imperfecties kunnen weergegeven worden door een scheefstand ϑ_i gegeven door [1]:

$$\vartheta_i = \vartheta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m; \quad (3.7)$$

waarin:

ϑ_0 is de basiswaarde;

$$\alpha_h \text{ is de reductiefactor voor de lengte of de hoogte: } \alpha_h = \frac{2}{\sqrt{l}}; \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1; \quad (3.8)$$

$$\alpha_m \text{ is de reductiefactor voor het aantal elementen: } \alpha_m = \sqrt{0.5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)}; \quad (3.9)$$

l is de lengte of de hoogte;

m is het aantal verticale elementen dat bijdraagt aan het totaal effect.

Aangezien er enkel wordt gekeken naar afzonderlijke elementen/kolommen is er een apart hoofdgeval gedefinieerd in EC2. Dit wil zeggen dat voor het effect van de geometrische imperfecties op afzonderlijke elementen de parameter l gelijk wordt aan de feitelijke lengte van het element [1]. Verder geldt ook nog dat het aantal verticale elementen dat bijdraagt aan het totaal effect gelijk is aan $m = 1$ [1]. Daarnaast is voor de basiswaarde ϑ_0 een waarde van $1/200$ gekozen, dit is de aanbevolen waarde in EC2 [1].

Er geldt nog een andere uitzondering voor afzonderlijke elementen in EC2, het effect van de imperfecties mag in rekening worden gebracht op twee alternatieve wijzen [1]:

a) als een excentriciteit, e_i , gegeven door:

$$e_i = \frac{\vartheta_i L_0}{2}; \quad (3.10)$$

waarin:

L_0 is de effectieve lengte.

Voor wanden en afzonderlijke kolommen in geschoorde constructies mag als vereenvoudiging altijd $e_i = \frac{L_0}{400}$ zijn gebruikt, overeenkomend met $\alpha_h = 1$ [1].

b) als een loodrecht op het element gerichte kracht, H_i , op de plaats die leidt tot het maximale moment:

voor niet-geschoorde elementen (zie Figuur 10 a1)):

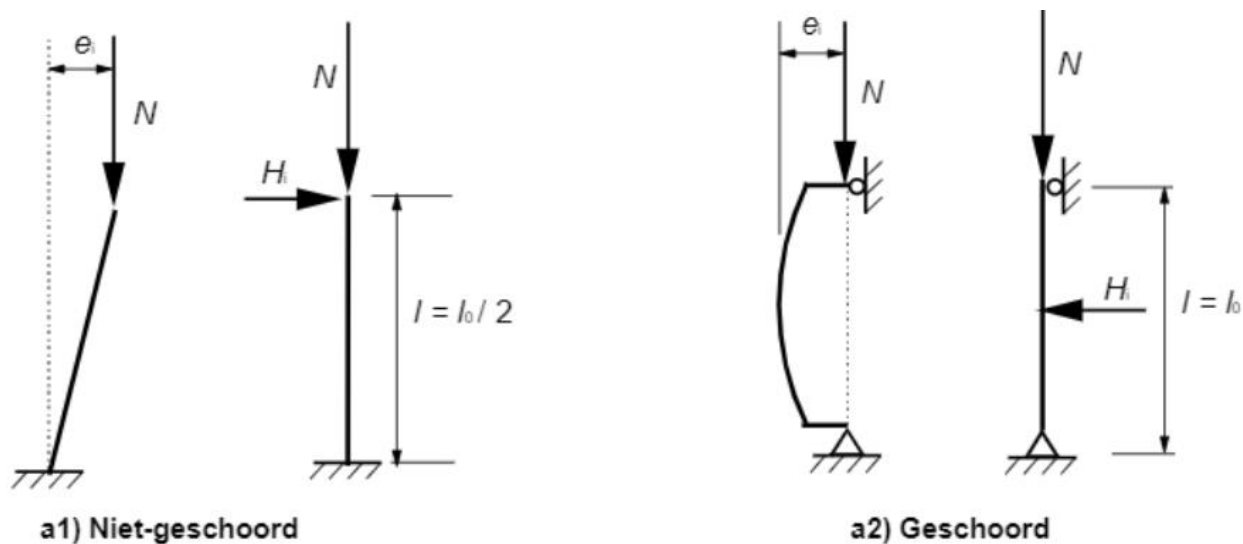
$$H_i = \vartheta_i N; \quad (3.11)$$

voor geschoorde elementen (zie Figuur 10 a2)):

$$H_i = 2\vartheta_i N; \quad (3.12)$$

waarin:

N is de solliciterende normaalkracht.



Figuur 10: Afzonderlijke elementen met excentrische normaalkracht of horizontale kracht [1, p. 58]

Omdat zoals eerder vermeld gestart wordt met een kolom model waarbij de randvoorwaarden van de kolom een inklemming onderaan en een vrij uiteinde bovenaan zal zijn moet er rekening worden gehouden met de scheefstand ϑ_i en is de kolom niet-geschoord. Als de randvoorwaarden van de kolom dan veranderen zal er voor elk geval onderzocht worden of er sprake is van een geschoord element of een niet-geschoord element. Omdat dit niet telkens handmatig moet worden gezocht is er een functie in de modelkolom geïmplementeerd zodat de randvoorwaarde op voorhand kan worden ingesteld.

3.3.2 Eerste-orde-buigmoment

Omdat in dit onderzoek enkel afzonderlijke kolommen worden onderzocht is het volgens EC2 aangewezen om de methode gebaseerd op de nominale kromming te gebruiken [1].

Eerst moet de eerste-orde excentriciteit bepaald worden e_1 . Deze eerste-orde excentriciteit bestaat uit een excentriciteit e_a die staat voor de excentriciteit ten gevolge van geometrische imperfecties en een excentriciteit e_0 die staat voor de excentriciteit ten gevolge van de optredende belastingen [1]. Deze excentriciteit e_0 wordt als volgt berekend [1, p. 86]:

$$e_0 = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} * 1000 \text{ (mm)}; \quad (3.13)$$

waarin:

$$e_0 > \frac{h}{30} \text{ en } e_0 > 20 \text{ mm}; \quad (3.14)$$

met:

- h de hoogte van de doorsnede.

De excentriciteit e_0 heeft een minimale excentriciteit doordat de dwarsdoorsnede met symmetrische wapening wordt belast met een axiale drukkracht [10].

Vervolgens moet de eerste-orde excentriciteit boven- en onderaan de kolom worden berekend. Dit wordt bekomen door een sommatie van e_a en e_0 . De termen die dan bekomen worden zijn e_{1T} en e_{1B} . Daaropvolgend wordt met deze excentriciteiten de eerste-orde-buigmomenten boven- en onderaan de kolom bepaald;

$$M_{02} = \frac{N_{Rd} \cdot e_{1T}}{1000} \text{ (kNm)} \rightarrow \text{het eerste-orde-buigmoment bovenaan de kolom}; \quad (3.15)$$

$$M_{01} = \frac{N_{Rd} \cdot e_{1B}}{1000} \text{ (kNm)} \rightarrow \text{het eerste-orde-buigmoment onderaan de kolom.} \quad (3.16)$$

Van deze eerste-orde-buigmomenten wordt het gemiddelde genomen om mee verder te kunnen rekenen [1, p. 75];

$$M_{0E} = \max(0.4 \cdot M_{02}, 0.6 \cdot M_{02} + 0.4 \cdot M_{01}); \quad (3.17)$$

waarbij geldt dat: $|M_{02}| \geq |M_{01}|$.

3.4 Tweede-orde-effecten

Zoals eerder vermeld zal de methode gebaseerd op nominale kromming worden gebruikt om de berekening van de kolommen uit te voeren. Bij deze methode wordt gebruik gemaakt van een nominaal tweede-orde-buigmoment. Dit wil zeggen dat het tweede-orde-buigmoment apart wordt berekend en dan vervolgens opgeteld met het al eerder bekomen eerste-orde-buigmoment.

Het is hierbij belangrijk om te vermelden dat de tweede-orde-effecten mogen verwaarloosd worden als deze kleiner zijn dan 10 % van de overeenkomstige eerste-orde-effecten [1, p. 68]. In EC2 is voor afzonderlijke elementen een alternatief geboden en dat alternatief is het slankheids criterium voor afzonderlijke elementen [1].

Om na te gaan of er rekening moet gehouden worden met tweede-orde momenten is het nodig om de limietslankheid te bepalen. Deze limietslankheid moet dan getoetst worden aan de slankheid van de kolom. Als de slankheid groter is dan de limietslankheid dan moet het tweede-orde-buigmoment worden meegenomen en moeten deze dan ook worden berekend. De limietslankheid wordt als volgt bepaald [1];

$$\lambda_{lim} = 20 \cdot A \cdot B \cdot C / \sqrt{n}; \quad (3.18)$$

waarbij parameter 'A':

$$A = \frac{1}{(1+0.2 \cdot \varphi_{ef})}; \quad (3.19)$$

met:

φ_{ef} de effectieve kruipcoëfficiënt;

waarbij parameter 'B':

$$B = \sqrt{1 + 2\omega}; \quad (3.20)$$

met:

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}}; \text{ het mechanisch wapeningspercentage}; \quad (3.21)$$

waarbij parameter 'C':

$$C = 1,7 - r_m; \quad (3.22)$$

met:

r_m gelijk aan 1 voor niet-geschoorde elementen in het algemeen;

waarbij parameter 'n':

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}} \text{ (relatieve normaalkracht)}; \quad (3.23)$$

met:

N_{Ed} is de rekenwaarde van de aangrijpende solliciterende normaalkracht;

f_{yd} is de rekenwaarde van de betondruksterkte van het beton;

A_c is de oppervlakte van de doorsnede.

Om de limietslankheid te bepalen moeten er eerst een aantal aannames worden gemaakt om de berekeningen eenvoudiger te maken. De momentverhouding r_m wordt gelijk genomen aan 1 aangezien er in dit onderzoek sprake is van niet-geschoorde elementen [1]. Verder is de effectieve kruipcoëfficiënt gelijk aan 2 aangenomen zoals ook eerder vermeld.

Verder kan nu de slankheid van de kolom worden bepaald [1]:

$$\lambda = \frac{i}{L_0}; \quad (3.24)$$

waarbij:

i is de traagheidsstraal van de niet-gescheurde betondoorsnede;

L_0 is de effectieve lengte.

De traagheidsstraal is de vierkantswortel van de verhouding tussen het traagheidsmoment van de betonprofiel en het betonoppervlak [1]:

$$i = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}}; \quad (3.25)$$

waarbij:

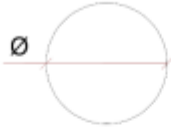

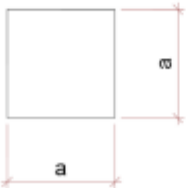
I_c is het oppervlaktetraagheidsmoment van de doorsnede;

A_c is de oppervlakte van de betondoorsnede.

Oppervlaktetraagheidsmoment I

In Tabel 3 zijn de berekeningen zichtbaar van de oppervlakte en het traagheidsmoment van de doorsnede voor verschillende soorten doorsneden. Omdat in dit onderzoek eerst van een vierkante doorsnede wordt uitgegaan worden de formules voor een vierkante doorsnede gebruikt.

Tabel 3: Oppervlaktetraagheidsmomenten voor verschillende doorsneden [10, p. 43]

	Vorm	Oppervlakte A	Traagheidsmoment I
Cirkelvormig		$\frac{\pi \cdot \varnothing^2}{4}$	$\frac{\pi \cdot \varnothing^4}{64}$
Rechthoekige vorm volgens sterke as		$b \cdot h$	$\frac{b \cdot h^3}{12}$
Rechthoekige vorm volgens zwakke as			$\frac{h \cdot b^3}{12}$
Vierkant		a^2	$\frac{a^4}{12}$

3.4.1 Tweede-orde-buigmoment

Nu dat de limietslankheid en de slankheid van de kolom berekend kunnen worden, zullen deze aan elkaar worden getoetst. Als daaruit blijkt dat het nodig is om tweede-orde-effecten mee te nemen dan moet het tweede-orde-buigmoment bepaald worden. Dit kan eenvoudig worden berekend door het eerste-orde-buigmoment en het nominaal tweede-orde-buigmoment op te tellen. Het eerste-orde-buigmoment is al bepaald, enkel het nominale tweede-orde-buigmoment moet nog bepaald worden. Dit kan berekend worden door de formules uit [1]:

$$M_2 = N_{Ed}e_2; \quad (3.26)$$

waarin:

N_{Ed} is de rekenwaarde van de aangrijpende solliciterende normaalkracht in N;

e_2 is de tweede-orde excentriciteit;

met:

$$e_2 = \frac{\left(\frac{1}{r}\right)L_0^2}{c}; \quad (3.27)$$

waarin:

$\frac{1}{r}$ is de kromming;

c is een factor die afhankelijk is van de krommingverdeling (deze mag gelijk genomen worden aan $10 \approx \pi^2$);

L_0 is de effectieve lengte.

In dit onderzoek wordt aangenomen dat de kolom een constante en symmetrische dwarsdoorsnede heeft (inclusief wapening) en hiervoor mag de kromming als volgt worden berekend [1]:

$$\frac{1}{r} = K_r K_\varphi \frac{1}{r_0}; \quad (3.28)$$

waarin:

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd}}{(0,45d)}; \quad (3.29)$$

K_r is een correctiefactor afhankelijk van de normaalkracht;

K_φ is een factor voor het in rekening brengen van kruip;

met:

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s}; \quad (3.30)$$

d is de nuttige hoogte van de doorsnede;

$$K_r = \frac{(n_u - n)}{(n_u - n_{bal})} \leq 1; \quad (3.31)$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}} : \text{relatieve normaalkracht}; \quad (3.32)$$

$$n_u = 1 + \omega; \quad (3.33)$$

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} : \text{het mechanisch wapeningspercentage}; \quad (3.34)$$

n_{bal} is de waarde van n voor de maximum momentweerstand (de waarde 0,4 mag gebruikt zijn);

$$K_{\varphi} = 1 + \beta\varphi_{eff} \geq 1; \quad (3.35)$$

φ_{eff} is de effectieve kruipcoëfficiënt;

$$\beta = 0,35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{\lambda}{150}; \quad (3.36)$$

λ is de slankheid.

Nu dat het tweede-orde-buigmoment bepaald is wordt berekend welke doorsnede de kolom moet hebben om aan de opgelegde normaalkracht en buigmoment te kunnen weerstand. Hiervoor moet een interactiediagram worden opgesteld die visueel de weerstand van de doorsnede weergeeft. Het interactiediagram wordt opgesteld zoals een balk in samengestelde buiging met druk, met de tweede-orde-effecten wordt al rekening gehouden aangezien deze verwerkt zijn in het tweede-orde-buigmoment.

3.5 Opstellen interactiediagrammen

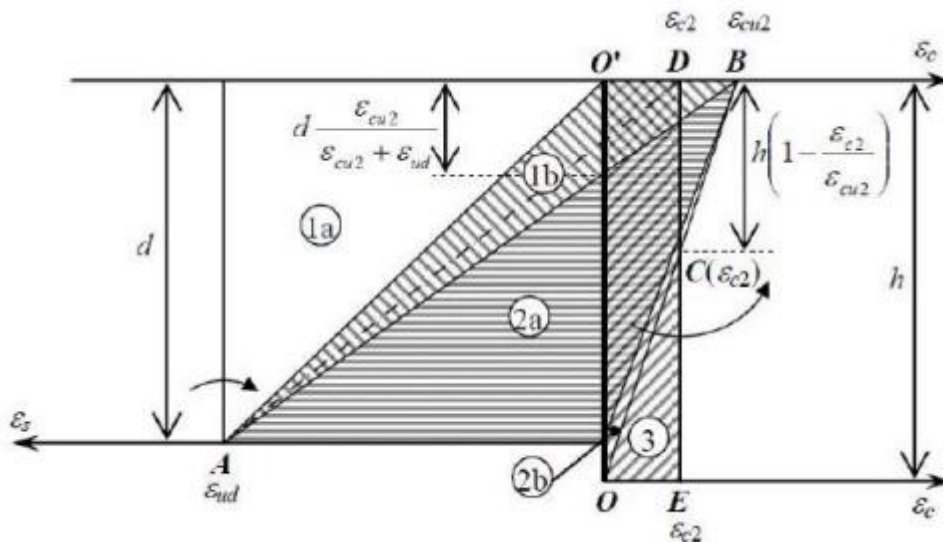
3.5.1 Aannames en hypothesen

Voor het bepalen van de weerstandsbiedende normaalkracht en buigmoment van een bepaalde doorsnede van een kolom in gewapend beton zijn er een aantal aannames die gemaakt moeten worden [10]:

- Vlakke doorsneden voor belasting blijven vlak na belasting;
- De rek in het betonstaal is gelijk aan deze van het omliggend beton;
- Het beton kan geen trek opvangen, deze is dus te verwaarlozen;
- De drukspanningen in het beton worden afgeleid uit het spanning-rekverloop voor de berekening, zie paragraaf 3.2.1;
- De spanningen in het betonstaal worden afgeleid met de formules in paragraaf 3.2.2;
- De stuik van het beton moet kleiner blijven tot een maximale stuik van ε_{c2} opdat het parabolisch spanning-rekverloop wordt beschreven en de stuik moet vervolgens kleiner blijven dan ε_{cu2} om het rechthoekig spanning-rekverloop te beschrijven;
- Voor dwarsdoorsneden belast met een centrische belasting (zuivere druk) moet de gemiddelde stuik in het beton worden beperkt tot ε_{cu2} opdat het spanning-rekverloop parabolisch-rechthoekig is;
- Een betondekking $c = 40 \text{ mm}$;
- $\varnothing 10 \text{ mm}$ voor de beugels [1];
- Berekening wordt uitgevoerd in uiterste grenstoestand [1];
- d_1 wordt gelijk genomen aan 50 mm.

3.5.2 Het rekdiagram

Het rekdiagram is een visuele weergave van alle gebieden die zich voordoen in het belasten van een doorsnede in gewapend beton. In Figuur 11 zijn de verschillende gebieden met hun overeenkomstige rekken zichtbaar. Met deze rekken kunnen vervolgens de interne krachten worden berekend om zo het weerstandsbiedend buigmoment en normaalkracht te bepalen. Hierna worden dan de weerstandsbiedende normaalkracht en buigmoment getoetst tegen het sollicerend buigmoment en normaalkracht.



Figuur 11: Rekdiagram betondoorsnede [10, p. 52]

Het eerste gebied is het gebied 1a. Hierbij is de totale doorsnede in trek, het meest getrokken betonstaal heeft een maximale staalrek van ϵ_{ud} in punt A [10].

Verder heeft het betonstaal nog een maximale rek van ϵ_{ud} in gebied 1b. De betonstuik daarentegen start in dit gebied bij 0‰ en gaat tot ϵ_{c2} . Hierdoor heeft het beton een spanning-rekverloop dat parabolisch is in dit gebied. Verder gaat de betonstuik in gebied 1b tot ϵ_{cu2} waardoor het spanning-rekverloop van beton overgaat van enkel parabolisch naar parabolisch-rechthoekig [10].

Daarna blijft in gebied 2a en 2b de betonstuik gelijk aan ϵ_{cu2} en zal de staalrek in gebied 2a afnemen van ϵ_{ud} tot 0‰. Daarna zal het betonstaal niet meer in trek werken maar in druk en zal de volledige doorsnede in druk komen te staan in gebied 2b [10].

Ten slotte staat de gehele doorsnede in gebied 3 in druk en wordt punt C gebruikt als draaipunt. Het punt C wordt bekomen door het snijpunt te nemen van het lijnstuk OB en het lijnstuk DE waarbij in het lijnstuk DE de gehele doorsnede onder een stuik staat gelijk aan ϵ_{c2} [10].

3.5.3 Evenwicht interne krachten

Om de interne krachten te kunnen berekenen is het noodzakelijk om het verloop van de rekken doorheen de gebieden te beschrijven. In Tabel 4 is het verloop van de rekken in gewapend beton in elk gebied weergegeven.

Tabel 4: Het verloop van de rekken in gewapend beton op basis van vaste parameters in elk gebied [10, p. 53]

Domein	1b	2a/2b	3
ε_c	$\varepsilon_{ud} * \frac{x}{d - x}$	ε_{cu2}	$\varepsilon_{c2} * \frac{x}{x - h * \left(1 - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}}\right)}$
$\varepsilon_{s,i}$	$-\varepsilon_{ud}$	$-\varepsilon_c * \frac{(h - x - d_i)}{x}$	$\varepsilon_c * \frac{(x - (h - d_i))}{x}$

In Tabel 4 zijn de volgende symbolen zichtbaar:

ε_c is de betonstreek in de bovenste betonnen vezel;

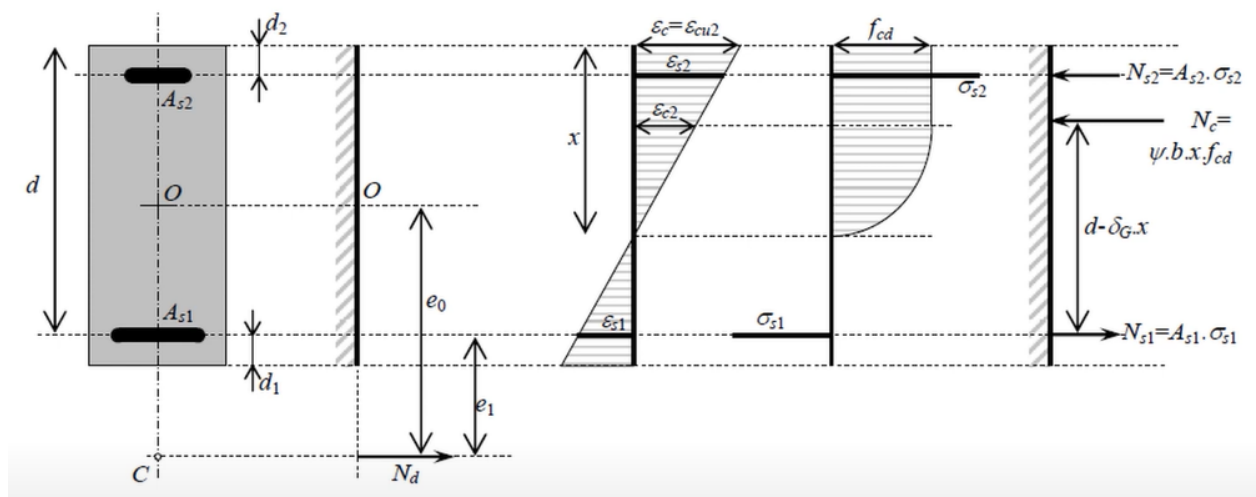
$\varepsilon_{s,i}$ is de staalrek in de te beschouwen staalvezel;

h is de hoogte van de te beschouwen doorsnede;

d is de nuttige hoogte van de te beschouwen doorsnede;

x is de hoogte van de gedrukte betonddoorsnede en de positie van de neutrale as.

Vervolgens kunnen de interne krachten worden berekend en kan het intern evenwicht worden opgesteld. Aan de hand van Figuur 12 kan visueel worden weergegeven hoe het intern evenwicht tot stand komt.



Figuur 12: Intern evenwicht van interne krachten in een gewapend betondoorsnede [4, Hfdst. 4, p. 74]

De evenwichtsvergelijkingen kunnen dan als volgt worden bepaald [4]:

$$N_{Rd} = N_c + N_{s,1} + N_{s,2}; \quad (3.37)$$

$$M_{Rd} = N_c \cdot (0,5h - \delta_G x) + N_{s,2} \cdot (0,5h - d_2) - N_{s,1} \cdot (0,5h - d_1); \quad (3.38)$$

$$N_c = \psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}; \quad (3.39)$$

$$N_{s,1} = A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i}; \quad (3.40)$$

$$\sigma_{s,i} = \min(f_{yd}; \varepsilon_{s,i} \cdot E_s); \quad (3.41)$$

met:

d_1 de afstand van het zwaartepunt van de meest getrokken wapening tot onderzijde van de doorsnede;

d_2 de afstand van het zwaartepunt van de minst getrokken wapening tot bovenzijde van de doorsnede;

δ_G de zwaartepunt coëfficiënt, zie Bijlage 6 van [10];

Ψ de vullingsgraad van de betondruk in het parabool-rechthoekig spanning-rekverloop van gewapend beton doorsnede, zie Bijlage 5 van [10].

3.6 Werkwijze

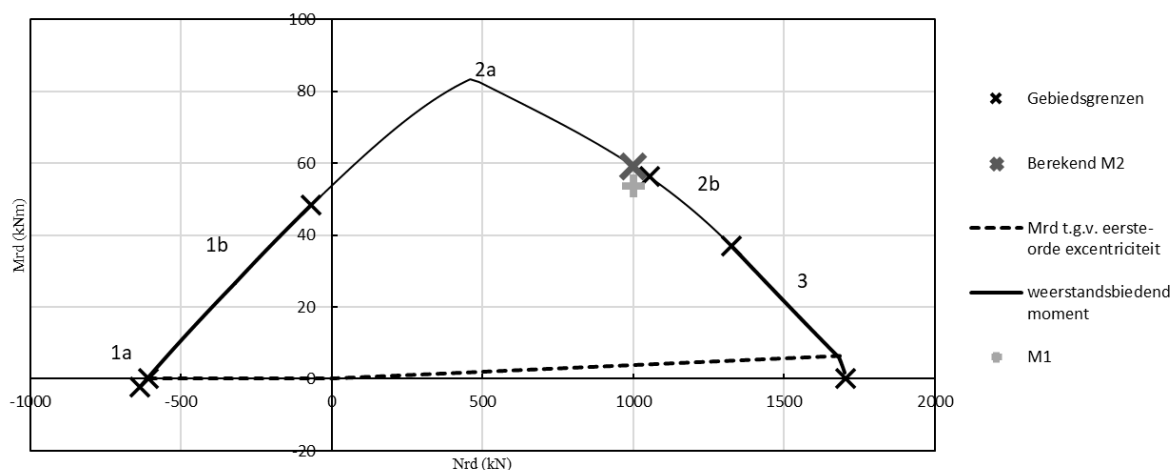
Nu dat de interactiediagrammen opgesteld kunnen worden voor de gewenste kolommen, kunnen de berekeningen in Excel worden geïmplementeerd.

Om nu vervolgens de kolommen te kunnen dimensioneren is het nodig om te definiëren naar welke optimale doorsnede de kolom wordt gedimensioneerd. In dit onderzoek wordt de optimale dimensie van een kolom in gewapend beton gedefinieerd als de doorsnede waarbij het optredend buigmoment en optredende normaalkracht net gelijk zijn aan het weerstandsbiedend buigmoment en de weerstandsbiedende normaalkracht. Het is daarom nodig om een manier te vinden om ervoor te zorgen dat het sollicerend buigmoment en normaalkracht gelijk wordt aan het weerstandsbiedend buigmoment en normaalkracht. Hiervoor wordt een solver in Excel gebruikt. Deze solver wordt gebruikt om één bepaalde variabele parameter aan te passen zodat het verschil tussen het sollicerend buigmoment en het weerstandsbied buigmoment nagenoeg gelijk wordt aan 0. Om deze solver te gebruiken moet er een afwijking worden gedefinieerd zodat de solver deze afwijking naar 0 kan brengen. Er is gekozen om de afwijking tussen het weerstandsbiedend buigmoment en het berekend weerstandsbiedend buigmoment te nemen.

Eerst was er gekozen om de zijde a van de doorsnede van de kolom te laten wijzigen opdat de afwijking 0 zou worden. Echter werd hierdoor de data niet meer dimensieloos, hierdoor is ervoor gekozen om de variabele parameter te wijzigen naar het mechanisch wapeningspercentage ω .

Verder is er een maximum- en minimumwaarde aan ω toegekend. Het minimum mechanisch wapeningspercentage is gekozen als 0, aangezien het minimumwapeningspercentage niet kleiner kan zijn dan 0. De maximumwaarde van ω werd berekend door de formule van de maximale langswapening in te vullen in de formule van ω , zie formule 3.5 en formule 3.34. Als hierbij de rekenwaarde van de betondruksterkte wordt ingevuld dan wordt een ω_{max} bekomen van 1,0235.

Vervolgens brengt de solver de afwijking terug naar nagenoeg 0 en kan een grafiek worden bekomen zoals weergegeven in Figuur 13. Zo snijdt het berekende tweede-orde-buigmoment de grafiek net in één punt. Er is gekozen om de interactiediagrammen voor elke belasting ook te laten plotten omdat er dan steeds een visuele controle is of het belastingsgeval wel degelijk samenvalt met het interactiediagram.



Figuur 13: Voorbeeld interactiediagram

Vervolgens worden de waarden van de parameters bijgehouden, dit zodat hier later een analyse mee wordt gemaakt.

Om één reeks data aan te kunnen maken krijgen de parameters afwisselend een vaste waarde, anders zouden er te veel onbekenden zijn om de vergelijkingen op te lossen. Als voorbeeld is de kniklengte als vaste waarde gekozen. Door van de kniklengte een vaste waarde te maken moeten de andere parameters variëren om een reeks data aan te kunnen maken. Zo zal bijvoorbeeld de solliciterende normaalkracht gaan variëren. In dezelfde reeks wordt de slankheid op zijn beurt gevarieerd, dit omdat zo de zijde a van de doorsnede bepaald kan worden. Op basis van deze parameters wordt vervolgens het mechanisch wapeningspercentage bepaald voor een optimale doorsnede te bekomen.

Voor een volgende reeks aan te maken wordt de solliciterende normaalkracht als vaste waarde aangenomen en zal de kniklengte variëren. Hierbij zal vervolgens ook weer de slankheid gaan variëren om zo de zijde a van de doorsnede te kunnen bepalen. Op basis van deze parameters wordt vervolgens opnieuw het mechanisch wapeningspercentage bepaald voor een optimale doorsnede te bekomen.

Om verschillende data aan te maken moet er dus telkens één parameter wijzigen aan de kolom en moet hiervoor de optimale dimensie gevonden worden. Deze wijzigende parameters zijn:

- de opgelegde normaalkracht N_{Ed} ;
- de kniklengte L_0 ;
- de slankheid λ .

Hier wordt dan het wapeningspercentage uit bepaald waarbij dat de sterkte van de doorsnede optimaal is. Stel dat de opgelegde normaalkracht gelijk genomen wordt aan 500 kN en de kniklengte wordt gelijk genomen aan 2100 mm. Dan wordt de slankheid manueel aangepast zodat er minstens acht punten zijn voor dat bepaald geval waarvoor de kolom optimaal gedimensioneerd is. Eerst wordt de minimale slankheid gezocht voor dit type kolom, dit is wanneer de solver geen oplossing meer vindt waarbij de weerstandsbiedende normaalkracht en buigmoment gelijk is aan het opgelegde buigmoment en normaalkracht.

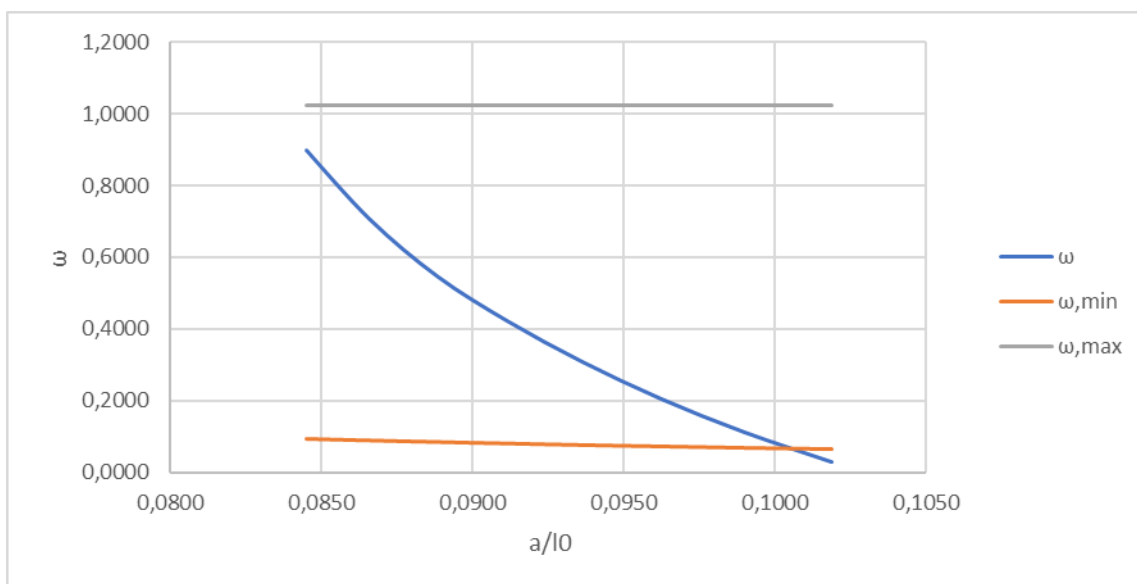
Vervolgens wordt de slankheid verhoogd totdat opnieuw de doorsnede niet meer voldoet. Bij elke stap worden de variabele genoteerd en samen in een tabel gezet zoals weergegeven in Tabel 5. Hierbij werd de verhouding van de zijde a ten opzichte van de kniklengte geïntroduceerd zodat er enkel gewerkt wordt met dimensieloze getallen. Door deze verhouding te gebruiken is ook de geometrie van de kolom mee in rekening gebracht aangezien zowel de lengte (kniklengte) als de doorsnede (zijde a) in de verhouding zit verwerkt.

Verder moet er ook nog rekening gehouden worden met het minimum en maximum mechanisch wapeningspercentage dat zich in de doorsnede moet bevinden. Om dit in rekening te brengen wordt ω_{min} en ω_{max} geplot zoals zichtbaar in Figuur 14. Dit is eenvoudiger dan het te implementeren in het model. Daarenboven worden de verbanden

tussen de parameters onderzocht en niet de maximum- en minimumwaarden van het mechanisch wapeningspercentage.

Tabel 5: Voorbeeld tabel variabelen

λ	ω	aangrijpend buigmoment		Med + e1*Ned		a (mm)	L0 (mm)	a/L0	$\omega_{,min}$	$\omega_{,max}$
		Med (kNm)	Me0 (kNm)	Me0+M2 (kNm)	Ned (kN)					
34	0,0276	0	12,625	19,1131	500	213,9592	2100	0,1019	0,0642	1,0235
35	0,1114	0	12,625	19,2244	500	207,8461	2100	0,0990	0,0681	1,0235
36	0,2043	0	12,625	19,3870	500	202,0726	2100	0,0962	0,0720	1,0235
37	0,3075	0	12,625	19,5947	500	196,6112	2100	0,0936	0,0761	1,0235
38	0,4208	0	12,625	19,8360	500	191,4372	2100	0,0912	0,0803	1,0235
39	0,5467	0	12,625	20,1137	500	186,5285	2100	0,0888	0,0845	1,0235
40	0,7046	0	12,625	20,4891	500	181,8653	2100	0,0866	0,0889	1,0235
41	0,8989	0	12,625	20,9424	500	177,4296	2100	0,0845	0,0934	1,0235



Figuur 14: Voorbeeld ω ifv a/L_0 met $N_{Ed} = 500 \text{ kN}$, $M_{Ed} = 0 \text{ kNm}$ en $L_0 = 2100 \text{ mm}$ constant

Een tweede limiterende factor is het belastingspercentage n . Als het belastingspercentage n groter is dan 1, dan wil dit zeggen dat de belasting op de kolom groter is dan de maximale druksterkte die de kolom kan weerstaan. Hierdoor is het zeer belangrijk om het belastingspercentage mee in de solver te implementeren. Hierbij is ervoor gezorgd dat als het belastingspercentage groter werd dan 1, dat de solver voor dat belastingsgeval geen oplossing kan vinden.

4 Data

Na het opstellen van het model kan vervolgens data aangemaakt worden om deze te analyseren. De data bevat een aantal vaste parameters om met het model de berekeningen te kunnen uitvoeren. De eerste reeks data heeft als vaste parameters:

- $L_0 = 2100 \text{ mm}$;
- $M_{Ed} = 0 \text{ kNm}$.

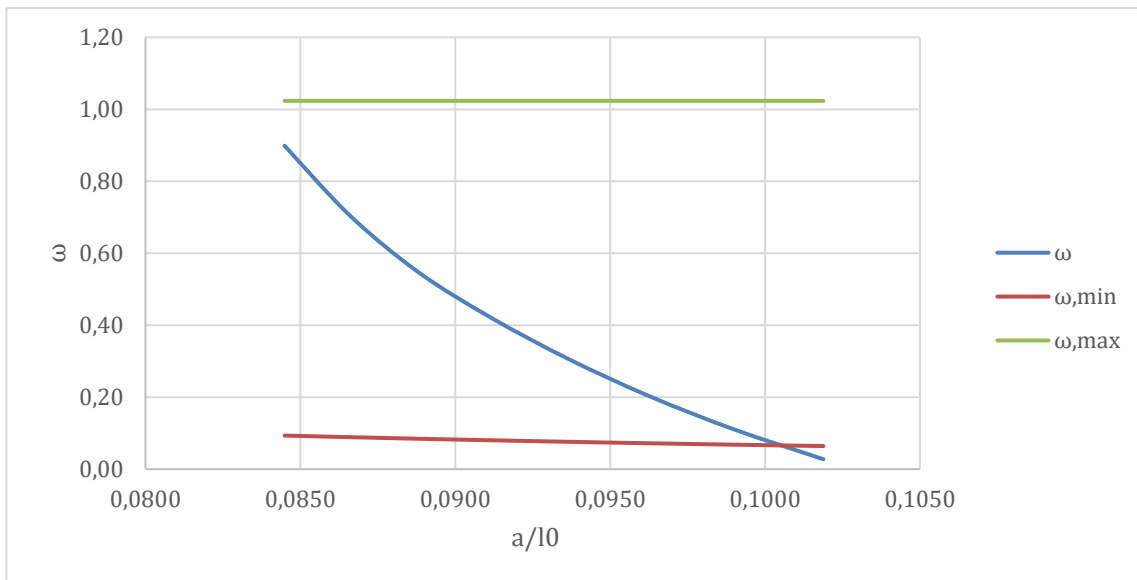
Hierbij wordt dan vervolgens in deze reeks de N_{Ed} in het eerste geval gelijkgesteld aan 500 kN. Daarna wordt N_{Ed} verhoogt in stappen van 500 kN tot 3000 kN. In Tabel 6 is een voorbeeld zichtbaar waarbij de optredende normaalkracht gelijk is gesteld aan 500 kN. λ is zo gekozen dat er minstens acht punten zijn voor dit bepaald belastingsgeval. Hierbij is ook nog rekening gehouden met de belastingsgraad n , dit opdat de doorsnede niet te klein werd en dus daarop de belastingsgraad werd overschreden.

Verder staat in Tabel 6 ook het totaal buigmoment beschreven, het eerste-orde-buigmoment en de zijde a . Het totaal buigmoment en het eerste-orde-buigmoment zijn in Tabel 6 toegevoegd om te controleren of er zich een duidelijke evolutie vormt in de buigmomenten als de optredende normaalkracht toeneemt. Daarnaast is de zijde a aan Tabel 6 toegevoegd om zo een eerder gekozen dimensieloos getal te berekenen.

Tabel 6: ω in functie van a/L_0 met $N_{Ed} = 500 \text{ kN}$, $M_{Ed} = 0 \text{ kNm}$ en $L_0 = 2100 \text{ mm}$

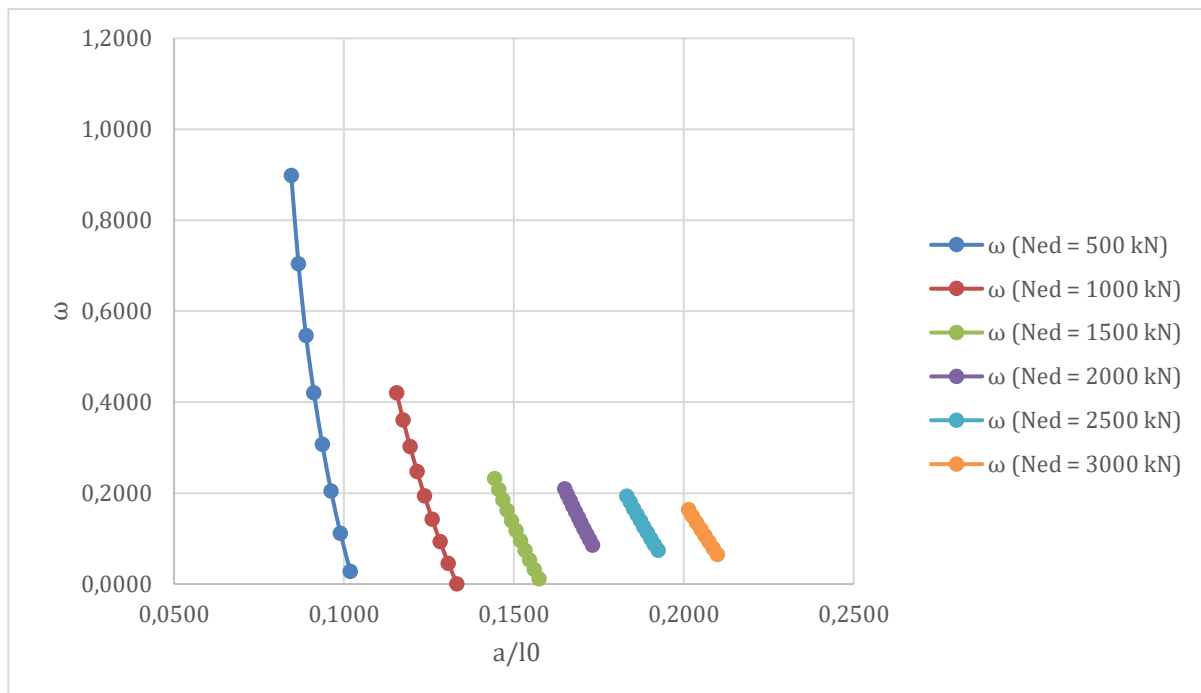
		aangrijpend buigmoment		Med + e1*Ned						
λ	ω	Med (kNm)	Me0 (kNm)	Me0+M2 (kNm)	Ned (kN)	a (mm)	L0 (mm)	a/L0	$\omega_{,min}$	$\omega_{,max}$
34	0,0276	0	12,625	19,1131	500	213,9592	2100	0,1019	0,0642	1,0235
35	0,1114	0	12,625	19,2244	500	207,8461	2100	0,0990	0,0681	1,0235
36	0,2043	0	12,625	19,3870	500	202,0726	2100	0,0962	0,0720	1,0235
37	0,3075	0	12,625	19,5947	500	196,6112	2100	0,0936	0,0761	1,0235
38	0,4208	0	12,625	19,8360	500	191,4372	2100	0,0912	0,0803	1,0235
39	0,5467	0	12,625	20,1137	500	186,5285	2100	0,0888	0,0845	1,0235
40	0,7046	0	12,625	20,4891	500	181,8653	2100	0,0866	0,0889	1,0235
41	0,8989	0	12,625	20,9424	500	177,4296	2100	0,0845	0,0934	1,0235

De gegevens in Tabel 6 worden in een spreidingsdiagram in gegeven en zo wordt Figuur 15 bekomen. In Figuur 15 is zichtbaar dat de uitgezette punten een dalende lijn voorstellen. Deze daling is te wijten aan het feit dat als de zijde van de doorsnede groter wordt dan de oppervlakte van doorsnede groter wordt waardoor deze een grotere weerstand heeft tegen de optredende belastingen. Bijgevolg moet het mechanisch wapeningspercentage dalen om nog steeds een optimale doorsnede van de kolom te bekomen.



Figuur 15: ω in functie van a/L_0 met $N_{Ed} = 500 \text{ kN}$, $M_{Ed} = 0 \text{ kNm}$ en $L_0 = 2100 \text{ mm}$

Als Tabel 6 gelijkaardig wordt uitgevoerd voor meerdere belastingsgevallen waarbij N_{Ed} verder toeneemt. Dan kunnen deze gegevens samen in één grafiek worden geïmplementeerd en kan vervolgens Figuur 16 worden bekomen.



Figuur 16: ω in functie van a/L_0 met $L_0 = 2100 \text{ mm}$, $M_{Ed} = 0 \text{ kNm}$ en N_{Ed} is variabel

In Figuur 16 is zichtbaar dat er zich een visueel verband vormt tussen de verschillende belastingsgevallen. Hierbij is voor elke grafiek een daling te observeren waarbij dat naarmate a/L_0 toeneemt het mechanisch wapeningspercentage ω afneemt. Verder toont Figuur 16 dat naarmate de normaalkracht stijgt, dat ook de grafiek meer naar rechts opschuift. Dit komt doordat bij een stijging van de normaalkracht, de doorsnede groter moet worden om deze

kracht op te kunnen vangen. Hierdoor zal de zijde a groter worden waardoor bij een constante kniklengte L_0 de verhouding a/L_0 ook groter zal worden.

Vervolgens is ook data aangemaakt van een andere reeks belastingen en parameters, namelijk met de vaste parameters:

- $N_{Ed} = 500 \text{ mm};$
- $M_{Ed} = 0 \text{ kNm}.$

In deze reeks data wordt de kniklengte L_0 gevarieerd van 1100 mm tot 2100 mm in stappen van 200 mm. In Bijlage C kan de data met deze vaste parameters worden teruggevonden.

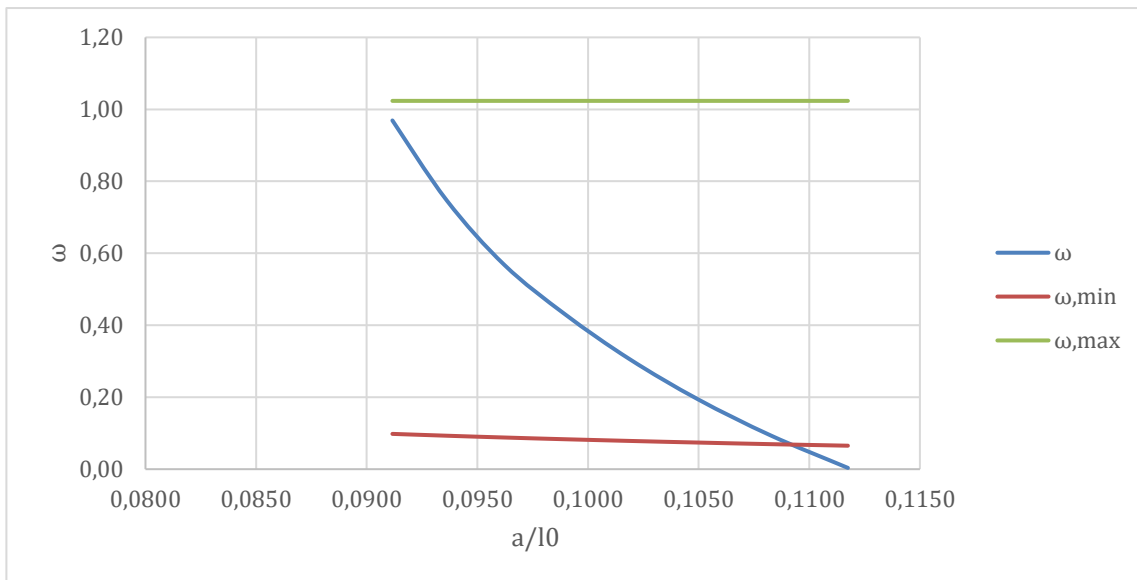
Tabel 7 toont een voorbeeld van deze reeks waarbij de vaste parameters gelijk zijn aan:

- $N_{Ed} = 500 \text{ kN};$
- $M_{Ed} = 0 \text{ kNm};$
- $L_0 = 1900 \text{ mm}.$

Tabel 7: ω in functie van a/L_0 met $N_{Ed} = 500 \text{ kN}$, $M_{Ed} = 0 \text{ kNm}$ en $L_0 = 1900 \text{ mm}$

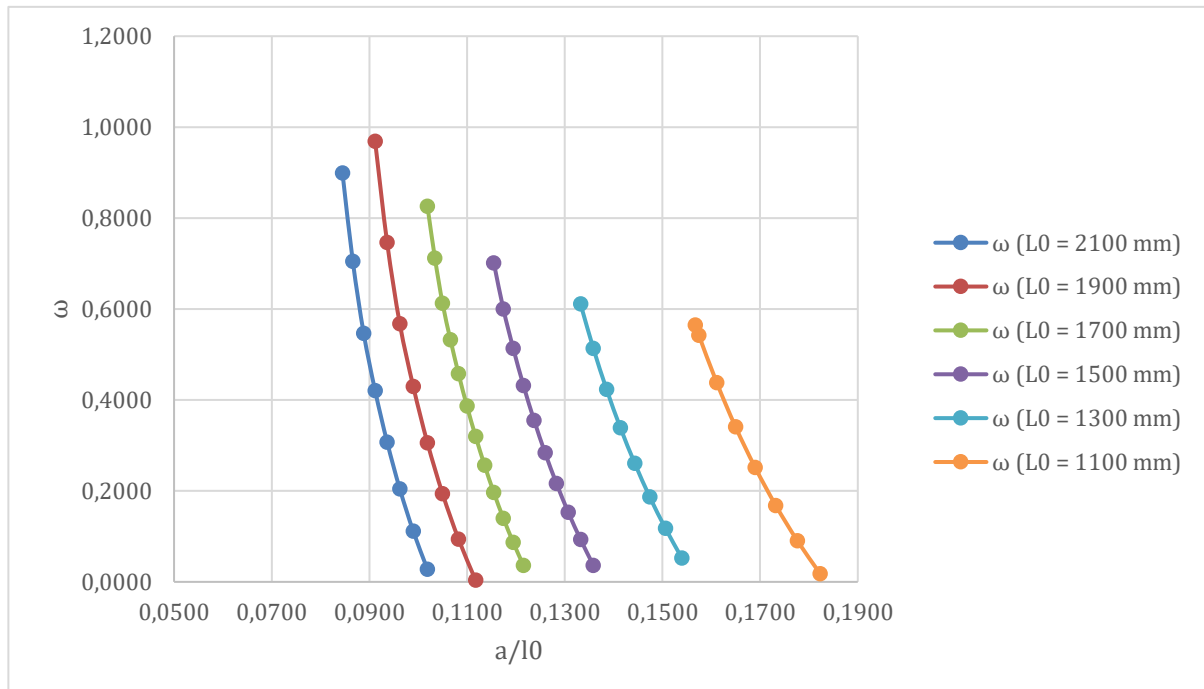
		aangrijpend buigmoment		Med + e1*Ned						
λ	ω	Med (kNm)	Me0 (kNm)	Me0+M2 (kNm)	Ned (kN)	a (mm)	L0 (mm)	a/L0	$\omega_{,min}$	$\omega_{,max}$
31	0,0035	0	12,375	17,5941	500	212,3159	1900	0,1117	0,0652	1,0235
32	0,0939	0	12,375	17,7129	500	205,6810	1900	0,1083	0,0695	1,0235
33	0,1940	0	12,375	17,8793	500	199,4483	1900	0,1050	0,0739	1,0235
34	0,3056	0	12,375	18,0889	500	193,5821	1900	0,1019	0,0785	1,0235
35	0,4299	0	12,375	18,3365	500	188,0512	1900	0,0990	0,0832	1,0235
36	0,5674	0	12,375	18,6137	500	182,8276	1900	0,0962	0,0880	1,0235
37	0,7462	0	12,375	19,0042	500	177,8863	1900	0,0936	0,0929	1,0235
38	0,9691	0	12,375	19,4717	500	173,2051	1900	0,0912	0,0980	1,0235

Hierbij kan ook een grafiek worden opgemaakt die visueel het verloop van ω weergeeft in functie van a/L_0 , zoals zichtbaar in Figuur 17. Naar mate dat a/L_0 toeneemt, neemt ω af. Dit is te verklaren doordat wanneer a/L_0 toeneemt de doorsnede van de kolom groter wordt aangezien L_0 in deze reeks constant blijft. Doordat de doorsnede toeneemt zal de oppervlakte ook mee toenemen en zal de kolom meer weerstand kunnen bieden tegen de solliciterende normaalkracht en het optredend buigmoment. Hierdoor zal er minder wapening nodig zijn om deze krachten op te kunnen vangen en bijgevolg zal het wapeningspercentage ω ook kleiner zijn. Het minimum wapeningspercentage $\omega_{,min}$ heeft ook een daling en dit is te wijten aan het feit dat het minimum wapeningspercentage afhangt van de doorsnede. Het maximum wapeningspercentage $\omega_{,max}$ is eerder al berekend en blijft constant.



Figuur 17: ω ifv a/L_0 met $N_{Ed} = 500 \text{ kN}$, $M_{Ed} = 0 \text{ kNm}$ en $L_0 = 1900 \text{ mm}$

Als vervolgens voor alle verschillende kniklengtes de grafieken en tabellen worden opgemaakt, wordt Figuur 18 bekomen. Hierin is zichtbaar dat er een visueel verband is tussen de verschillende grafieken. Daarbij is het verloop van elke grafiek nagenoeg hetzelfde. Echter is het zo dat de grafiek zich verder naar rechts verplaatst naar mate dat de kniklengte kleiner wordt. Dit is logisch aangezien de kniklengte in de noemer staat bij het dimensieloos getal a/L_0 .



Figuur 18: ω in functie van a/L_0 met $N_{Ed} = 500 \text{ kN}$, $M_{Ed} = 0 \text{ kNm}$ en L_0 is variabel

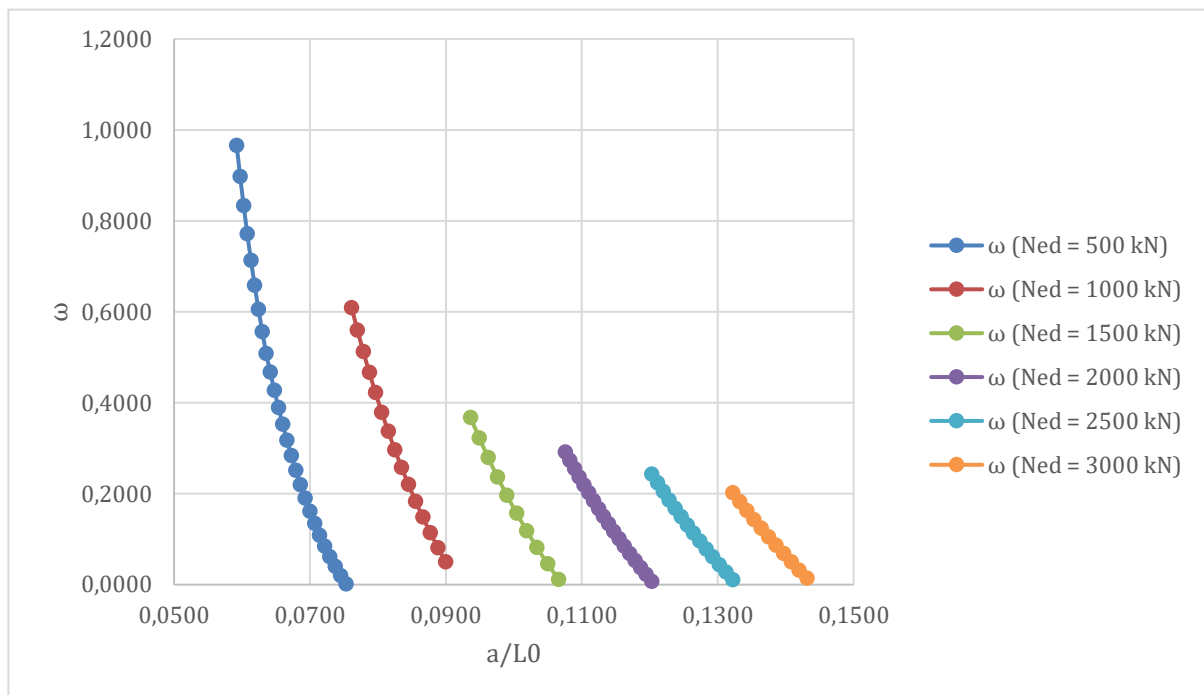
Aangezien er visueel verbanden te vinden zijn tussen de verschillende parameters is ervoor gekozen om ook data aan te maken met meer praktische waarden van de parameters. Zo zal de kniklengte variëren tussen 2100 mm en 3200 mm. Hierdoor kan bijvoorbeeld een kolom

dat zich in een gebouw bevindt worden gedimensioneerd. Verder zal de solliciterende normaalkracht worden aangenomen tussen 500 kN en 3000 kN.

Als vervolgens data worden aangemaakt met dezelfde werkwijze zoals eerder vermeld. Dan zal voor volgende parameters Figuur 19 worden opgesteld:

- $L_0 = 3200 \text{ mm}$;
- N_{Ed} is variabel tussen 500 kN en 3000 kN;
- $M_{Ed} = 0 \text{ kNm}$.

In Figuur 19 is zichtbaar dat er zich een visueel verband vormt tussen de verschillende belastingsgevallen. Dit verband zal in paragraaf 4.2 verder worden bestudeerd.



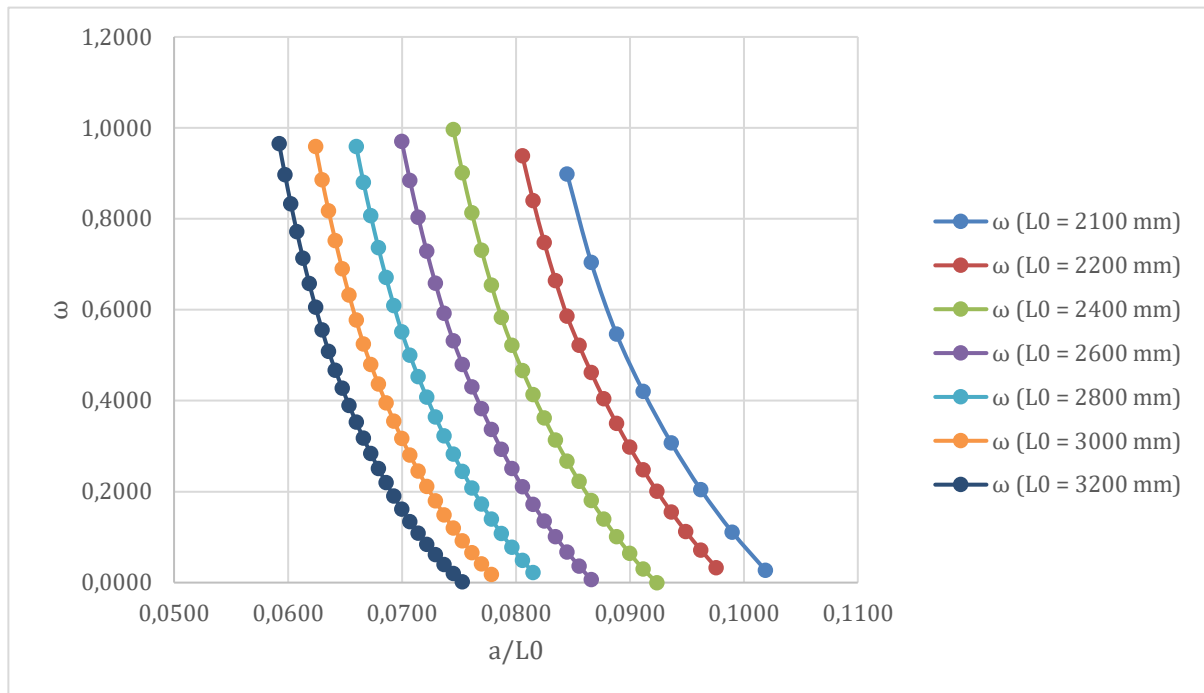
Figuur 19: ω ifv a/L_0 met N_{Ed} variabel, $M_{Ed} = 0 \text{ kNm}$ en $L_0 = 3200 \text{ mm}$

Vervolgens wordt eenzelfde figuur ook opgemaakt voor volgende parameters:

- L_0 is variabel tussen 2100 mm en 3200 mm;
- $N_{Ed} = 500 \text{ kN}$;
- $M_{Ed} = 0 \text{ kNm}$.

Hierbij kan Figuur 20 worden opgesteld, in Figuur 20 is zichtbaar dat er zich een visueel verband vormt tussen de verschillende geometrieën van de kolom. Verder is zichtbaar dat naarmate de kniklengte toeneemt, de grafiek zich verder naar links verplaatst. Dit heeft er mee te maken dat naarmate de kniklengte groter wordt, het dimensieloos getal a/L_0 kleiner wordt waardoor de grafiek in zijn geheel zich verplaatst. Als er verder één enkele grafiek wordt bestudeert is zichtbaar dat wanneer het mechanisch wapeningspercentage toeneemt de verhouding a/L_0 kleiner wordt. De oorzaak hiervan is dat als het mechanisch wapeningspercentage toeneemt, dat de wapening dat zich in de doorsnede bevindt ook

toeneemt. Hierdoor moet de zijde a van de kolom verkleinen opdat de kolom optimaal belast blijft voor een constante normaalkracht.

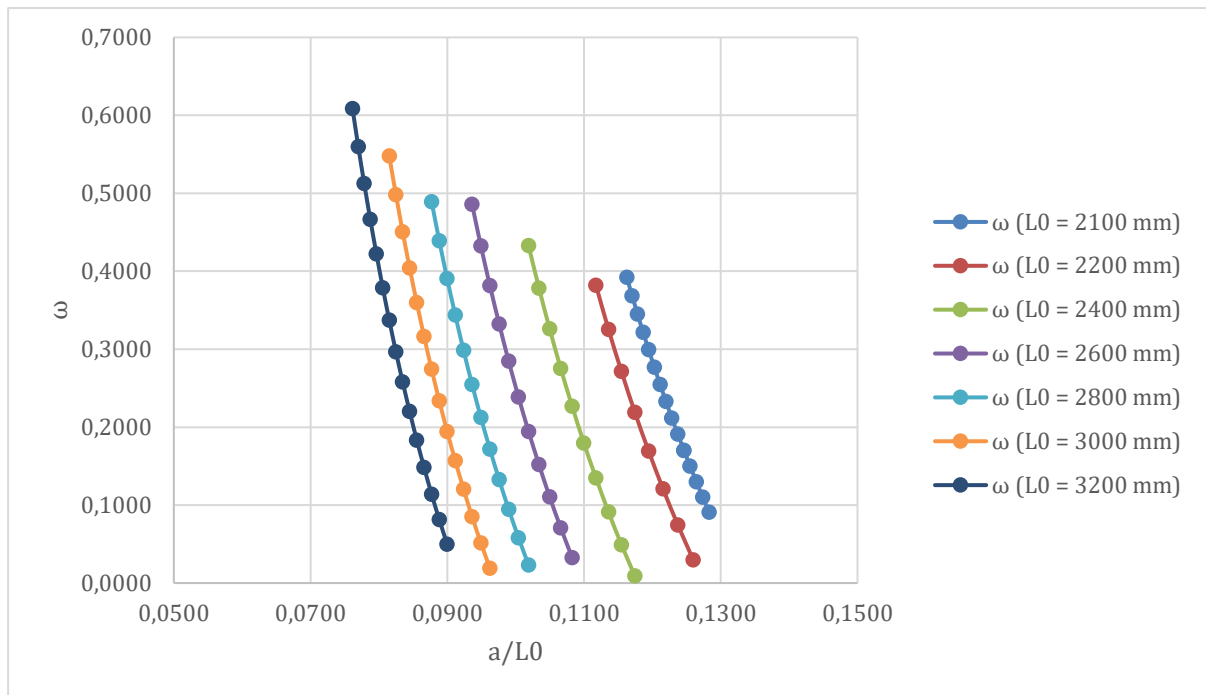


Figuur 20: ω ifv a/L_0 met $N_{Ed} = 500$ kN, $M_{Ed} = 0$ kNm en L_0 is variabel

Ten slotte is nog een laatste reeks aangemaakt waarbij de volgende parameters gelden:

- L_0 is variabel tussen 2100 mm en 3200 mm;
- $N_{Ed} = 1000$ kN;
- $M_{Ed} = 0$ kNm.

Hierbij wordt Figuur 21 opgesteld. Tevens is in Figuur 21 zichtbaar dat er zich een visueel verband vormt tussen de verschillende parameters. Verder is zichtbaar dat naarmate de kniklengte kleiner wordt dat de grafiek zich in zijn geheel verplaatst naar rechts. Indien één enkele grafiek wordt bekeken is zichtbaar dat wanneer het wapeningspercentage stijgt, de verhouding a/L_0 kleiner wordt. Dit is te verklaren doordat wanneer het wapeningspercentage stijgt, de effectieve wapening in de doorsnede groter wordt waardoor de zijde a van de kolom kleiner moet worden opdat de kolom optimaal belast blijft voor eenzelfde belasting.



Figuur 21: ω ifv a/L_0 met $N_{Ed} = 1000 \text{ kN}$, $M_{Ed} = 0 \text{ kNm}$ en L_0 is variabel

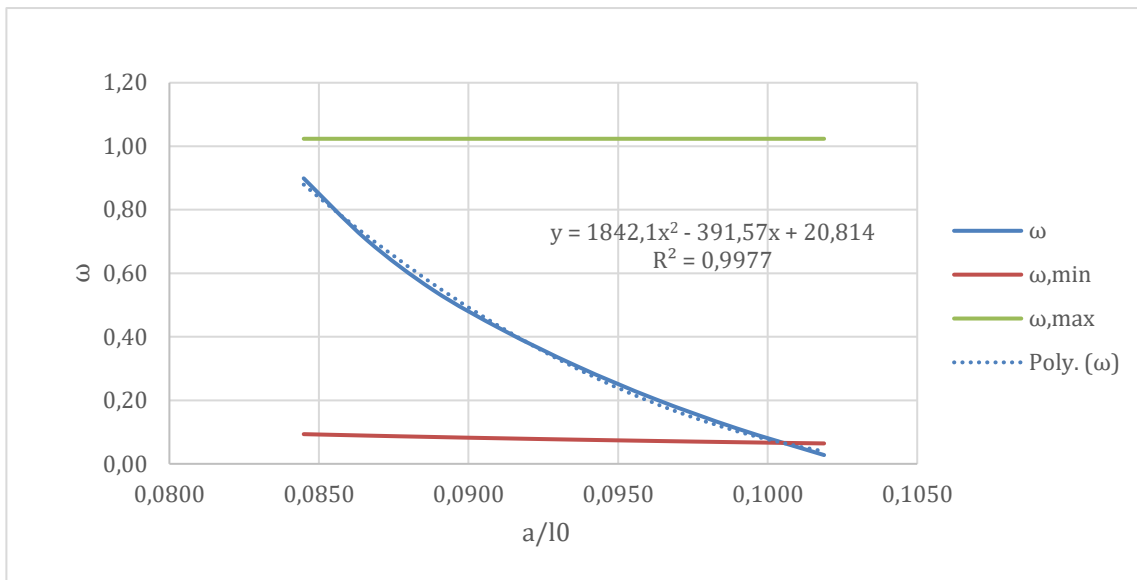
4.1 Verbanden data

De gevonden verbanden worden vervolgens meer in detail onderzocht. Er is visueel een verband terug te vinden tussen de verschillende parameters, zoals zichtbaar in Figuur 16, Figuur 18, Figuur 19, Figuur 20 en Figuur 21. In paragraaf 4.2 en paragraaf 4.3 worden deze verbanden verder onderzocht en ook beschreven met een formule.

4.2 Beschrijven van verbanden data met N_{Ed} variabel

4.2.1 L_0 gelijk aan 2100 mm

Om het verband te beschrijven van de eerste reeks data waarbij de kniklengte L_0 constant blijft en de solliciterende normaalkracht N_{Ed} gaat variëren, is het nodig om bij alle bijhorende figuren een trendlijn te zetten. Dit kan eenvoudig in Excel worden toegevoegd. Hierbij wordt dan ook de vergelijking van de trendlijn geplot zodat deze gebruikt kan worden in het verdere onderzoek. Figuur 22 is een voorbeeld van een trendlijn met zijn vergelijking die geplot wordt op de grafiek.



Figuur 22: ω ifv a/L_0 met $N_{Ed} = 500 \text{ kN}$, $M_{Ed} = 0 \text{ kNm}$, $L_0 = 2100 \text{ mm}$ en trendlijn

De vergelijkingen van alle trendlijnen worden vervolgens samen gezet in Excel. Zo wordt Tabel 8 bekomen waarbij als voorbeeld bij een belasting van 500 kN een vergelijking wordt bekomen van:

$$y = 1842,1x^2 - 391,57x + 20,814; \quad (4.1)$$

waarin:

- y gelijk aan ω ;
- x gelijk aan a/L_0 .

Deze vergelijking kan dan analoog worden opgesteld voor de andere belastingen. In Tabel 8 is zichtbaar dat de vergelijkingen van de trendlijnen telkens een polynoom is met een graad van 2. Dit is zo gekozen omdat de trendlijn het beste aansluit aan de figuur zonder dat de vergelijking onnodig complex wordt. Hierdoor bevat de vergelijking telkens drie coëfficiënten; C1, C2 en C3. De vergelijkingen worden dan als volgt opgesteld:

$$y = C1 \cdot x^2 - C2 \cdot x + C3; \quad (4.2)$$

waarin:

- y gelijk aan ω ;
- x gelijk aan a/L_0 .

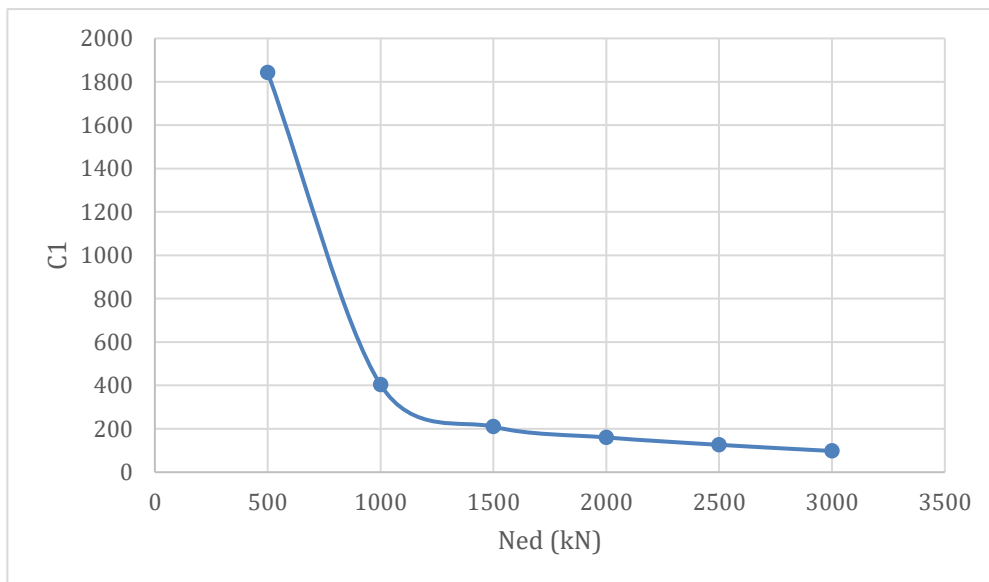
Deze coëfficiënten worden dus bepaald in functie van N_{Ed} en worden terug ingevuld in bovenstaande formule. Hiermee wordt een formule bekomen om de optimale dimensie van een kolom in gewapend beton te bepalen waarvoor enkel N_{Ed} , L_0 , ω en a nodig is.

Tabel 8: Vergelijkingen van de trendlijnen met $L_0 = 2100 \text{ mm}$ en N_{Ed} is variabel

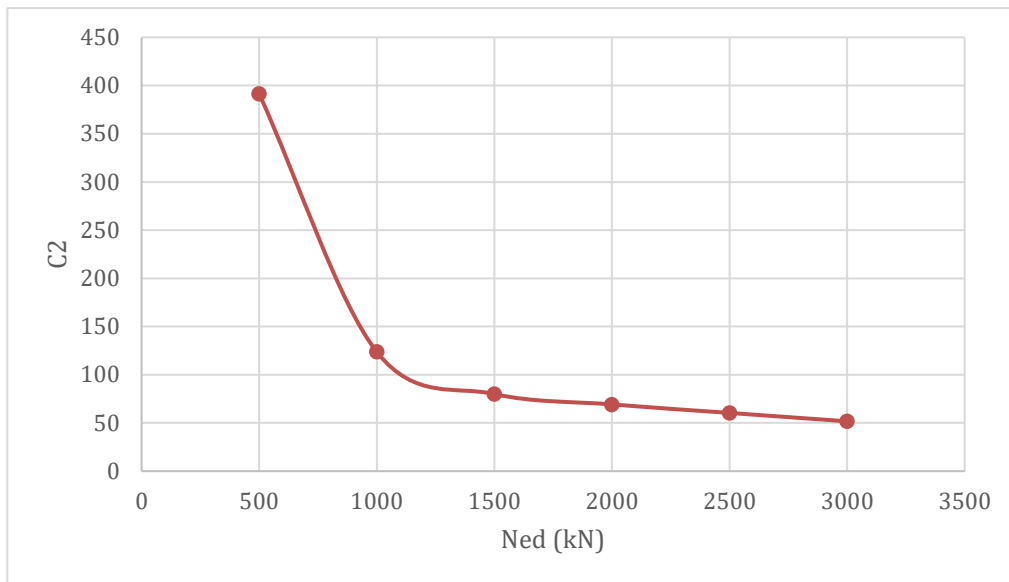
$L_0 =$	2100 mm
$Med =$	0 kNm

Ned (kN)			C1		C2		C3
500	→	y=	1842,1	$x^2 -$	391,57	x+	20,814
1000	→	y=	403,19	$x^2 -$	123,82	x+	9,3415
1500	→	y=	209,65	$x^2 -$	80,045	x+	7,4175
2000	→	y=	160,27	$x^2 -$	69,230	x+	7,2686
2500	→	y=	126,14	$x^2 -$	60,432	x+	7,0325
3000	→	y=	97,743	$x^2 -$	51,707	x+	6,6127

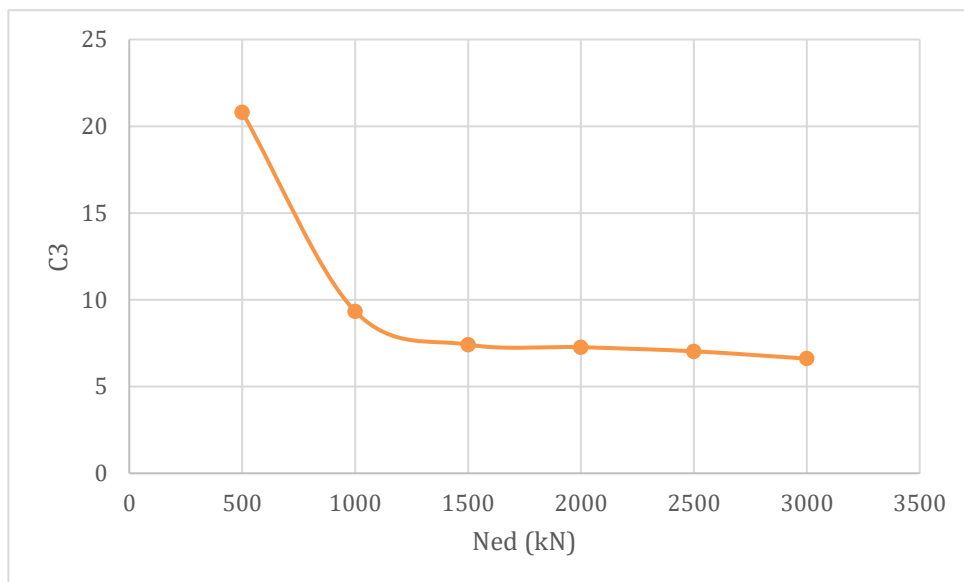
Tussen deze coëfficiënten wordt vervolgens terug een verband gezocht aangezien de vergelijkingen in Tabel 8 enkel gelden voor specifieke belastingen. Om dit verband te vinden worden de coëfficiënten in een figuur geplot met op de x-as de belasting N_{Ed} en op de y-as de waarde van de coëfficiënt. Zo worden de onderstaande figuren bekomen.



Figuur 23: Coëfficiënt C1 in functie van N_{Ed}



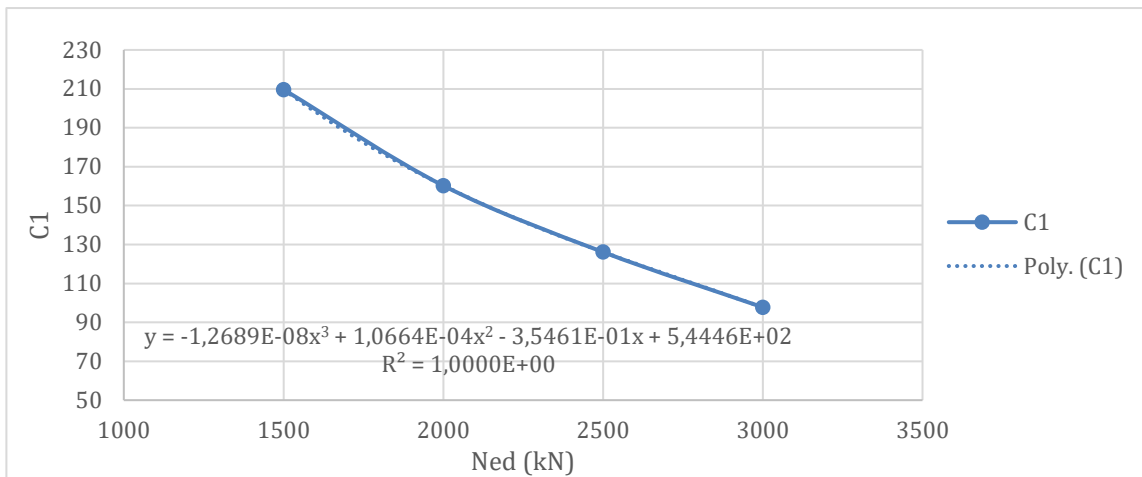
Figuur 24: Coëfficiënt C2 in functie van N_{Ed}



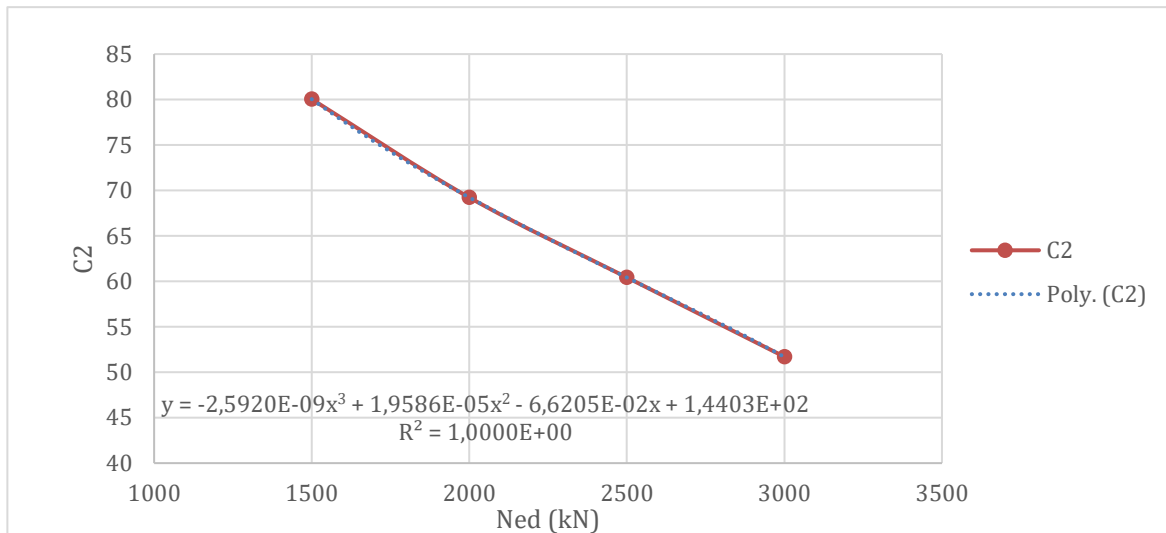
Figuur 25: Coëfficiënt C3 in functie van N_{Ed}

Zoals zichtbaar in Figuur 23, Figuur 24 en Figuur 25 vertonen de grafieken een knik tussen 1000 kN en 1500 kN. Hierdoor zullen de trendlijnen de grafieken niet nauwkeurig genoeg beschrijven. Er is gekozen om daardoor de eerste twee punten uit de grafiek te halen. Echter zal het verband dat hierbij kan gevonden worden alleen maar gelden voor een belasting van 1500 kN tot en met 3000 kN.

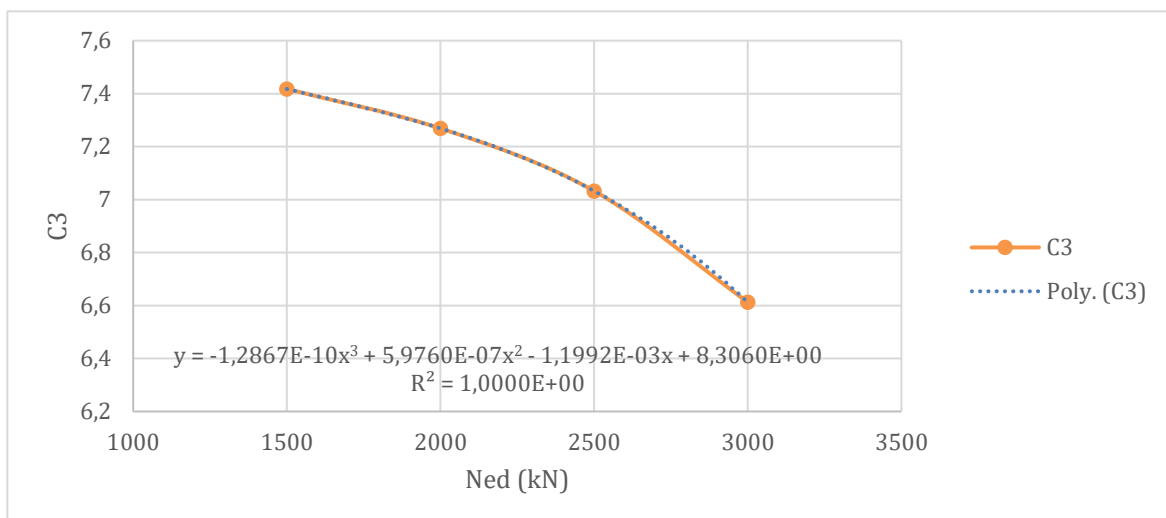
Als deze waarden uit de vorige figuren wordt gehaald worden de onderstaande figuren bekomen.



Figuur 26: C1 in functie van N_{Ed} (1500 kN – 3000 kN) met trendlijn



Figuur 27: C2 in functie van N_{Ed} (1500 kN - 3000 kN) met trendlijn



Figuur 28: C3 in functie van N_{Ed} (1500 kN – 3000 kN) met trendlijn

In Figuur 26, Figuur 27 en Figuur 28 is zichtbaar dat de grafiek beschreven kan worden door een trendlijn. Hierbij geeft de correlatiecoëfficiënt R^2 ook aan dat de correlatie van de trendlijn en de grafiek zeer goed zijn aangezien R^2 gelijk is aan 1.

De vergelijkingen die bekomen zijn door de trendlijnen uit Figuur 26, Figuur 27 en Figuur 28 zijn in Tabel 9 terug te vinden. Verder bestaan de vergelijkingen uit een x-term en een y-term waarbij de x-term N_{Ed} voorstelt en de y-term de coëfficiënt C1, C2 of C3.

Tabel 9: Coëfficiënten in functie van N_{Ed} (1500 kN – 3000 kN) met $L_0 = 2100$ mm

C1=	-1,2689E-08	$N_{Ed}^3 +$	1,0664E-04	$N_{Ed}^2 +$	-3,5461E-01	$N_{Ed} +$	544,46
C2=	-2,5920E-09	$N_{Ed}^3 +$	1,9586E-05	$N_{Ed}^2 +$	-6,6205E-02	$N_{Ed} +$	144,03
C3=	-1,2867E-10	$N_{Ed}^3 +$	5,9760E-07	$N_{Ed}^2 +$	-1,1992E-03	$N_{Ed} +$	8,3060

Ten slotte worden de vergelijkingen van de coëfficiënten C1, C2 en C3 terug ingevuld in formule 4.2. Als dan vervolgens in formule 4.2 de y-term wordt vervangen door ω en de x-term door $\frac{a}{L_0}$, dan kan de volgende formule worden gevormd:

$$\begin{aligned} \omega = & \left(-1,2689 * 10^{-8} * N_{Ed}^3 + 1,0664 * 10^{-4} * N_{Ed}^2 - 0,35461 * N_{Ed} + 544,46 \right) * \left(\frac{a}{L_0} \right)^2 \\ & - \left(-2,5920 * 10^{-9} * N_{Ed}^3 + 1,9586 * 10^{-5} * N_{Ed}^2 - 0,066205 * N_{Ed} + 144,03 \right) * \left(\frac{a}{L_0} \right) \\ & + \left(-1,2867 * 10^{-10} * N_{Ed}^3 + 5,9760 * 10^{-7} * N_{Ed}^2 - 0,0011992 * N_{Ed} + 8,3060 \right); \end{aligned} \quad (4.3)$$

waarin:

- a in mm;
- L_0 in mm;
- N_{Ed} in kN.

Deze formule beschrijft het verband tussen N_{Ed} , L_0 , ω en a met daarbij de optimale dimensie van de te berekenen kolom. Echter geldt deze formule alleen voor:

- belastingen van $N_{Ed} = 1500$ kN t.e.m. $N_{Ed} = 3000$ kN;
- een kniklengte $L_0 = 2100$ mm.

Hierbij moet nog de belastingsgraad worden gecontroleerd om na te kijken of de kolom niet overbelast wordt. Daarenboven moet het mechanisch wapeningspercentage tussen de minimum- en maximumwaarde liggen.

Formule 4.2 wordt vervolgens omgevormd naar a. Hierdoor kan eenvoudig de zijde van een kolom worden berekend met een bepaald wapeningspercentage, belastingsgeval en kniklengte. Volgende formule wordt dan bekomen:

$$a = L_0 * \frac{(C2 - \sqrt{4 * C1 * \omega - 4 * C1 * C3 + C2^2} - C2)}{2 * C1}; \quad (4.4)$$

waarin:

- a in mm;
- L_0 in mm;
- C1, C2 en C3 volgens Tabel 9.

4.2.2 L_0 gelijk aan 3200 mm

Vervolgens is deze bewerking nogmaals uitgevoerd. Ditmaal met realistischere waarden voor de kniklengte. Zo is er gekozen voor een kniklengte aan te nemen van 3200 mm. Hiermee komt een kolom overeen met een hoogte van 3200 mm voor een kolom die zowel bovenaan als onderaan scharnierend is opgelegd.

Hierdoor wordt een formule bekomen die toegepast kan worden in de praktijk. De volgende parameters worden vervolgens komen:

- N_{Ed} is variabel;
- $M_{Ed} = 0 \text{ kNm}$;
- $L_0 = 3200 \text{ mm}$.

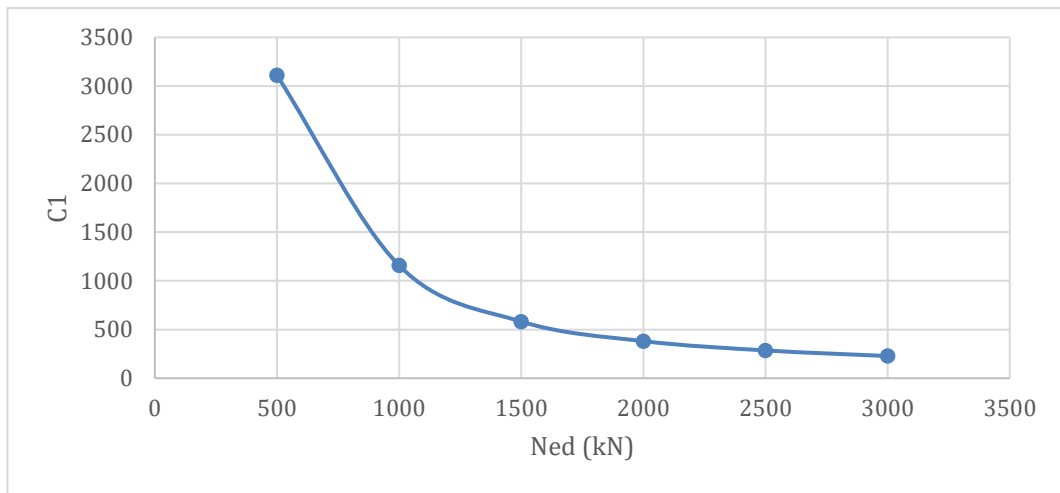
In Bijlage C kan de data worden teruggevonden van alle dimensies die voldoen voor deze belastingsgevallen en deze geometrie. Van deze data worden vervolgens grafieken gemaakt waarbij trendlijnen worden toegepast. Van deze trendlijnen zijn de beschrijvende vergelijkingen bepaald in de vorm van formule 4.2. Vervolgens worden deze vergelijkingen voor elk belastingsgeval samengevat in Tabel 10.

Tabel 10: Vergelijkingen van de trendlijnen met $L_0 = 3200 \text{ mm}$ en N_{Ed} is variabel

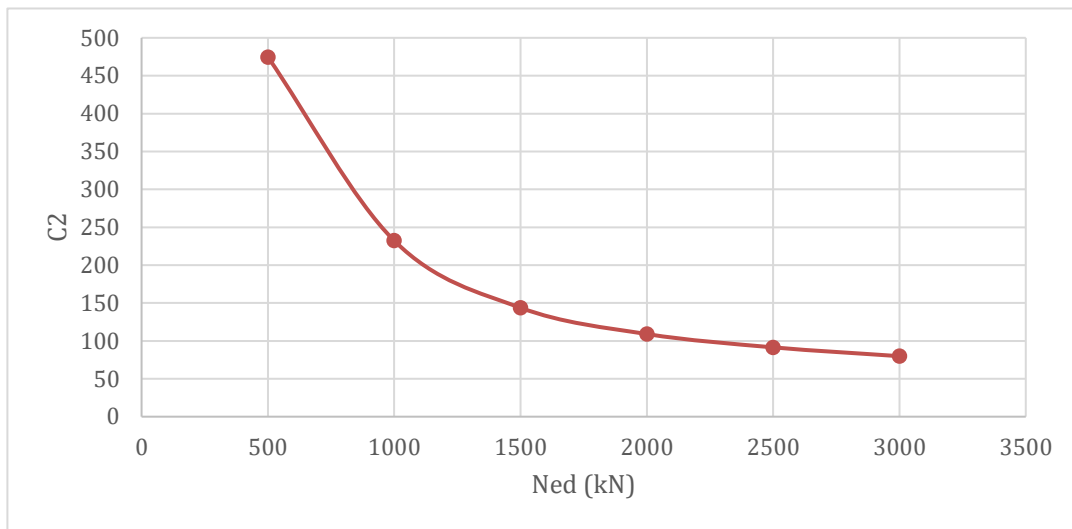
$L_0 =$	3200 mm
$M_{Ed} =$	0 kNm

Ned (kN)			C1		C2		C3
500	→	y=	3110,1	$x^2 -$	474,80	x+	18,143
1000	→	y=	1158	$x^2 -$	232,33	x+	11,582
1500	→	y=	581,64	$x^2 -$	143,80	x+	8,7312
2000	→	y=	380,61	$x^2 -$	109,06	x+	7,6185
2500	→	y=	285,39	$x^2 -$	91,51	x+	7,1211
3000	→	y=	227,61	$x^2 -$	79,87	x+	6,7831

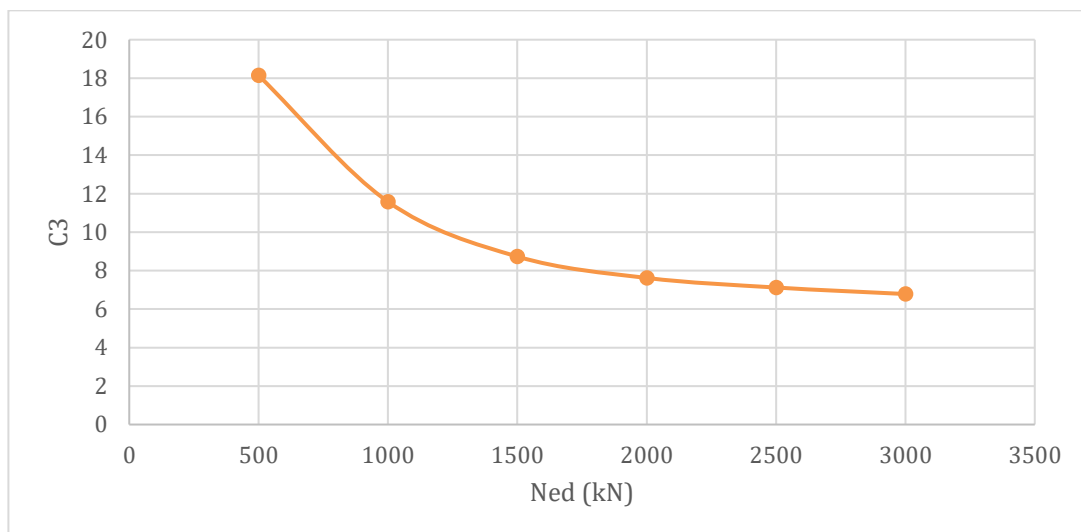
De waarden van de coëfficiënten worden uitgezet in functie van de solliciterende normaalkracht. In Figuur 29, Figuur 30 en Figuur 31 is zichtbaar dat de eerste twee punten van elke grafiek sterk afwijken in vergelijking met de overige punten. Hierdoor is ervoor geopteerd om deze punten buiten beschouwing te laten waardoor echter de bekomen formule enkel zal gelden voor een solliciterende belasting tussen 1500 kN en 3000 kN. De belastingen van 500 kN en 1000 kN zullen echter verder nog in detail worden bestudeerd.



Figuur 29: C1 in functie van N_{Ed} (500 kN – 3000 kN)

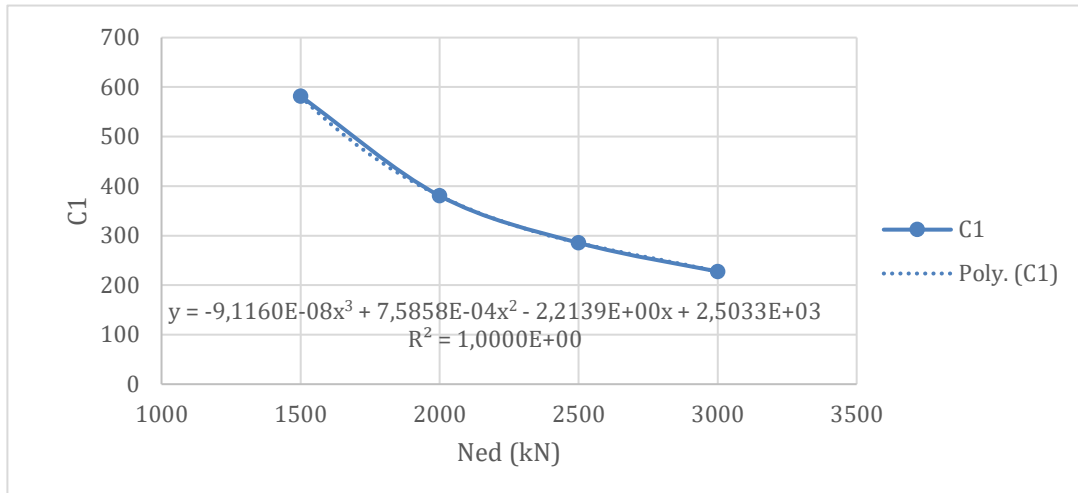


Figuur 30: C2 in functie van N_{Ed} (500 kN - 3000 kN)

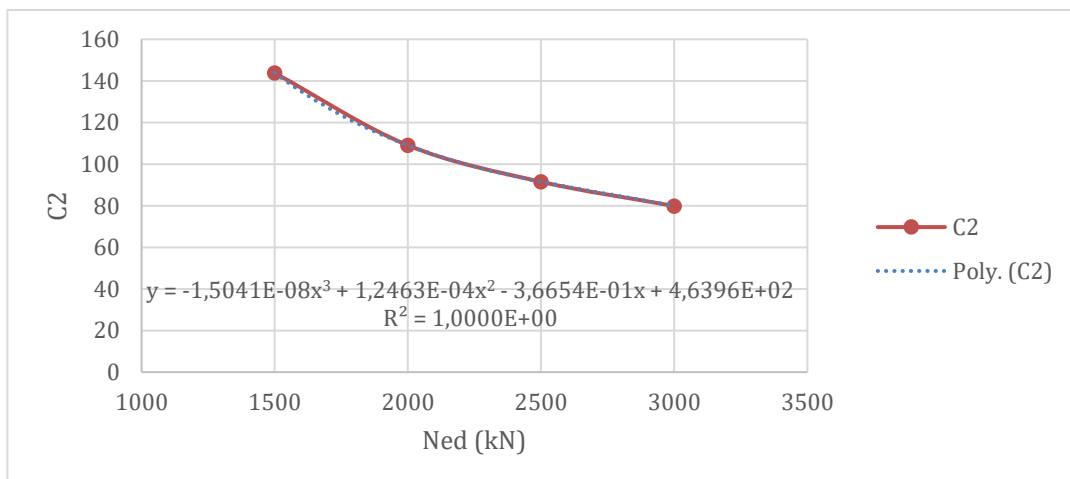


Figuur 31: C3 in functie van N_{Ed} (500 kN – 3000 kN)

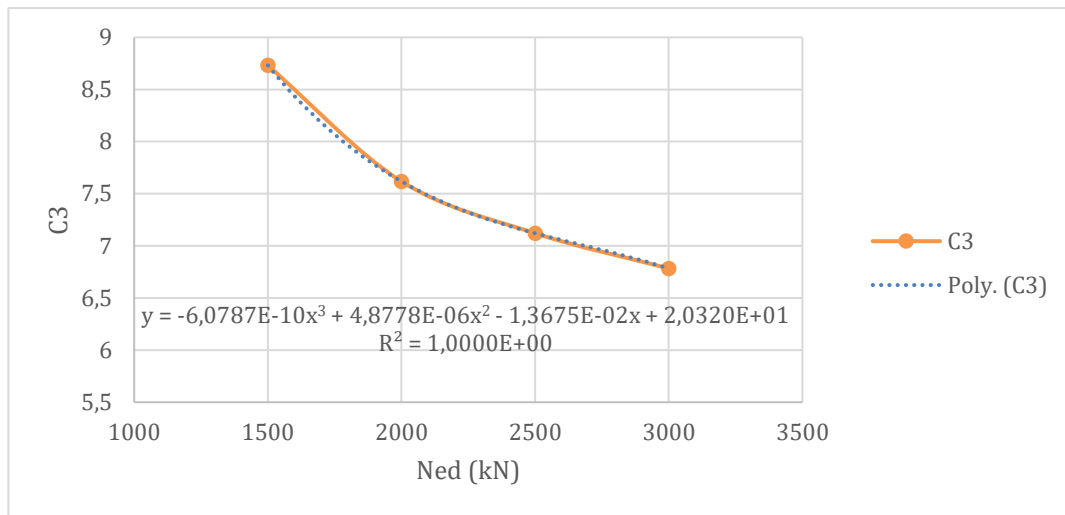
Indien de eerste twee punten uit de vorige figuren wordt gehaald worden de volgende figuren bekomen. Hierin is de trendlijn met vergelijking geplot om zo het relaties van de figuren te beschrijven.



Figuur 32: C1 in functie van N_{Ed} (1500 kN - 3000 kN) met trendlijn



Figuur 33: C2 in functie van N_{Ed} (1500 kN – 3000 kN) met trendlijn



Figuur 34: C3 in functie van N_{Ed} (1500 kN - 3000 kN) met trendlijn

Vervolgens worden de vergelijkingen van de trendlijnen van de coëfficiënten samengevat in Tabel 11. De vergelijkingen van de coëfficiënten worden dan terug ingevuld in formule 4.2. Verder wordt de y-term vervangen door ω en de x-term door de verhouding a/L_0 . Hierdoor wordt een formule bekomen die het mechanisch wapeningspercentage kan bepalen voor een optimaal belaste kolom met als parameters de kniklengte, de solliciterende normaalkracht en de zijde a. Echter moet nog de belastingsgraad, het minimum- en maximumwapeningspercentage worden bepaald om te controleren of de kolom aan deze voorwaarden voldoet.

Tabel 11: Coëfficiënten in functie van N_{Ed} (1500 kN - 3000 kN) met $L_0 = 3200$ mm

C1=	-9,1160000E-08	$N_{Ed}^3 +$	7,58580E-04	$N_{Ed}^2 +$	-2,2138600	$N_{Ed} +$	2503,2900
C2=	-1,5041333E-08	$N_{Ed}^3 +$	1,24626E-04	$N_{Ed}^2 +$	-0,36653867	$N_{Ed} +$	463,96400
C3=	-6,0786667E-10	$N_{Ed}^3 +$	4,87780E-06	$N_{Ed}^2 +$	-0,013674933	$N_{Ed} +$	20,320100

Als dit vervolgens wordt uitgevoerd, wordt de volgende formule bekomen:

$$\omega = (-9,116 * 10^{-8} * N_{Ed}^3 + 7,5858 * 10^{-4} * N_{Ed}^2 - 2,21386 * N_{Ed} + 2503,29) * \left(\frac{a}{L_0}\right)^2$$

$$-(-1,5041333 * 10^{-8} * N_{Ed}^3 + 1,24626 * 10^{-4} * N_{Ed}^2 - 0,36653867 * N_{Ed} + 463,964) * \left(\frac{a}{L_0}\right)$$

$$+(-6,0786667 * 10^{-10} * N_{Ed}^3 + 4,8778 * 10^{-6} * N_{Ed}^2 - 0,013674933 * N_{Ed} + 20,3201); \quad (4.5)$$

waarin:

- a in mm;
- L_0 in mm;
- N_{Ed} in kN.

Deze formule is enkel geldig voor een solliciterende normaalkracht van 1500 kN tot 3000 kN en een kniklengte van 3200 mm. Als deze formule vervolgens wordt omgevormd naar de term

a, dan wordt de formule praktischer aangezien dat dan voor een gekozen wapeningspercentage de zijde a berekend kan worden.

Hierbij moet ook nog de belastingsgraad worden gecontroleerd om na te kijken of de kolom niet overbelast wordt. Daarenboven moet het mechanisch wapeningspercentage tussen de minimum- en maximumwaarde liggen.

Formule 4.5 wordt vervolgens omgevormd naar a om eenvoudig de zijde van een kolom met een bepaald wapeningspercentage, bepaald belastingsgeval en een bepaalde kniklengte te berekenen. Volgende formule wordt dan bekomen:

$$a = L_0 * \frac{(C2 - \sqrt{4 * C1 * \omega - 4 * C1 * C3 + C2^2})}{2 * C1}; \quad (4.6)$$

waarin:

- a in mm;
- L_0 in mm;
- C1, C2 en C3 volgens Tabel 11.

4.3 Beschrijven van verbanden data met L_0 variabel

4.3.1 N_{Ed} gelijk aan 500 kN

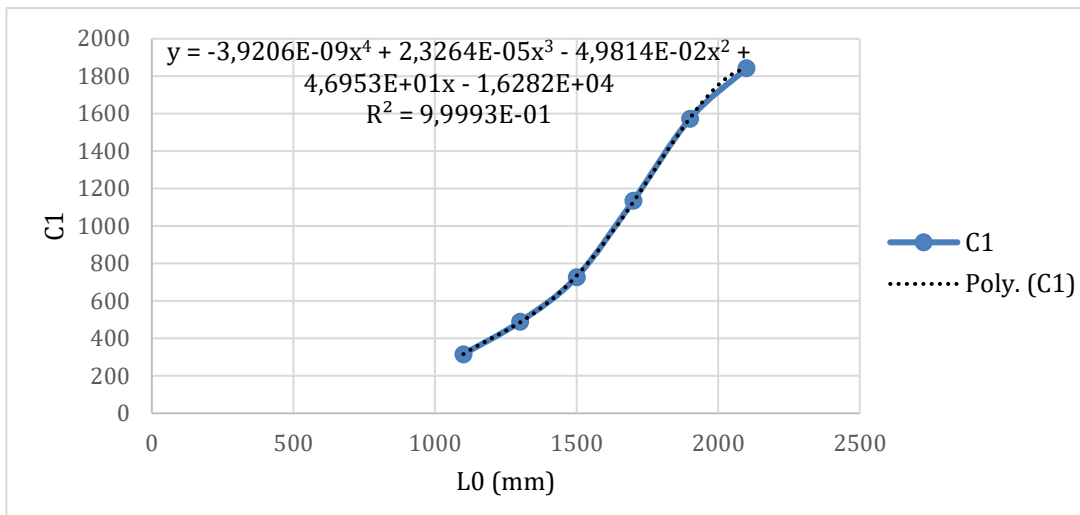
Daarnaast wordt ook uit de tweede reeks het verband beschreven. Hierbij blijft echter de solliciterende normaalkracht constant en zal de kniklengte variëren. De solliciterende normaalkracht wordt gelijk genomen aan 500 kN en de kniklengte zal variëren tussen 1100 mm en 2100 mm. Als dezelfde werkwijze wordt aangehouden als in paragraaf 4.2 dan wordt Tabel 12 bekomen.

Tabel 12: Vergelijkingen van de trendlijnen met $N_{Ed} = 500 \text{ kN}$ en L_0 is variabel

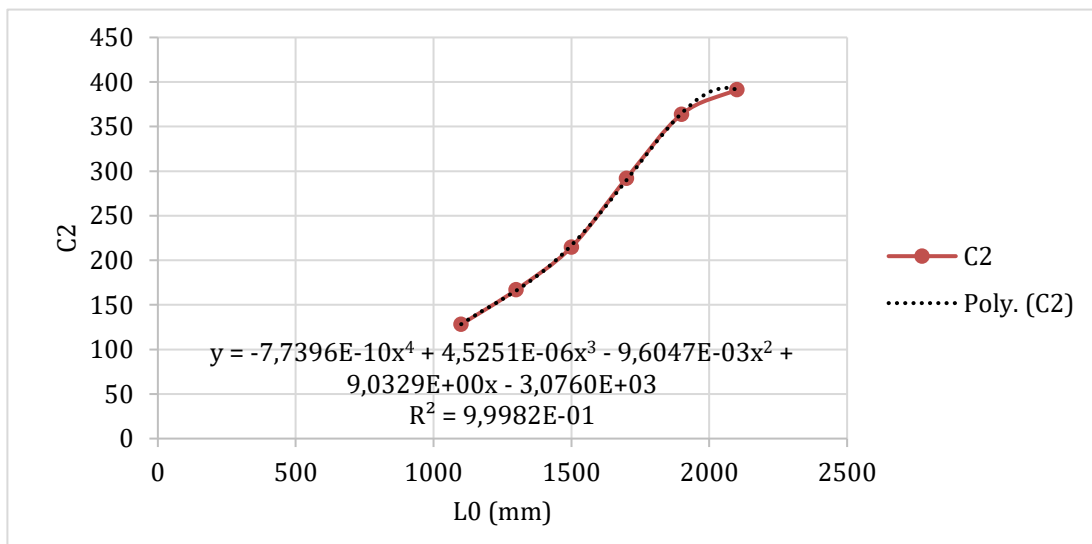
Ned =	500 kN
Med =	0 kNm

L0 (mm)			C1		C2		C3
1100	→	y=	315,13	$x^2 -$	128,09	x+	12,898
1300	→	y=	488,61	$x^2 -$	167,03	x+	14,188
1500	→	y=	727,60	$x^2 -$	214,84	x+	15,800
1700	→	y=	1134,6	$x^2 -$	292,08	x+	18,787
1900	→	y=	1572,3	$x^2 -$	363,95	x+	21,055
2100	→	y=	1842,1	$x^2 -$	391,57	x+	20,814

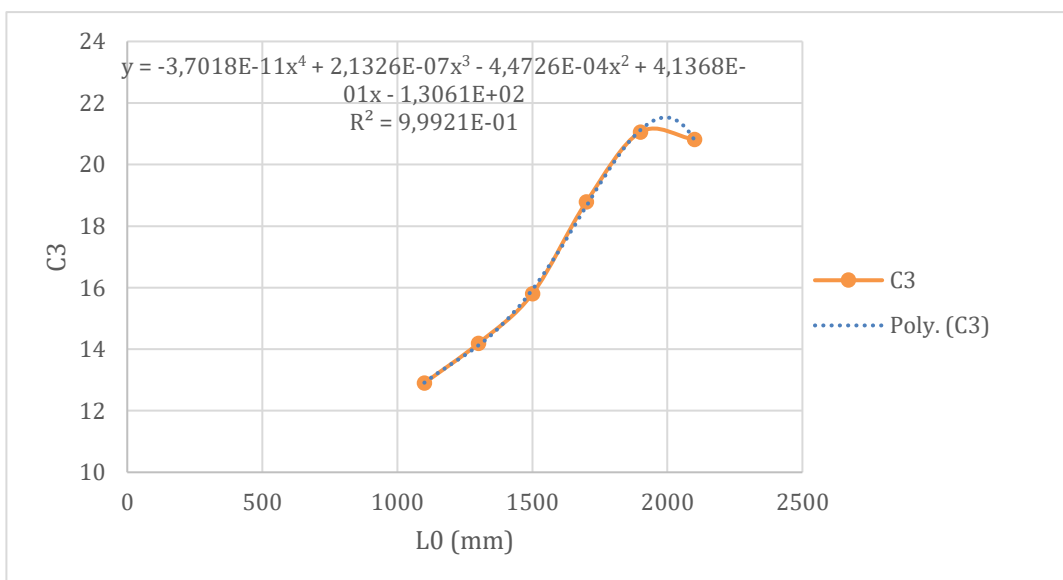
De waarden van de coëfficiënten C1, C2 en C3 worden vervolgens uitgezet in functie van de variërende parameter, in dit geval L_0 . Hierdoor worden onderstaande figuren bekomen.



Figuur 35: C1 in functie van L_0 (1100 mm - 2100 mm) met trendlijn



Figuur 36: C2 in functie van L_0 (1100 mm - 2100 mm) met trendlijn



Figuur 37: C3 in functie van L_0 (1100 mm - 2100 mm) met trendlijn

Hierbij is zichtbaar dat de grafieken in Figuur 35, Figuur 36 en Figuur 37 beschreven kunnen worden door een vergelijking. Deze vergelijkingen hebben een correlatie R^2 gelijk aan 0,999 wat wilt zeggen dat de correlatie van de trendlijn met de grafiek goed is. Hierdoor zal de afwijking tussen de trendlijn en de grafiek minimaal zijn. In Tabel 13 zijn de vergelijkingen van de coëfficiënten zichtbaar.

Tabel 13: Coëfficiënten in functie van L_0 (1100 mm – 2100 mm) met $N_{Ed} = 500$ kN

C1=	-3,92057E-09	$L_0^4 +$	2,32641435E-05	$L_0^3 +$	-4,98138941E-02	$L_0^2 +$	46,9529395	$L_0 +$	-16282,0474
C2=	-7,73960E-10	$L_0^4 +$	4,52509259E-06	$L_0^3 +$	-9,60467361E-03	$L_0^2 +$	9,03291098	$L_0 +$	-3075,99936
C3=	-3,70180E-11	$L_0^4 +$	2,13262731E-07	$L_0^3 +$	-4,47259288E-04	$L_0^2 +$	0,413680706	$L_0 +$	-130,607650

Als de vergelijkingen van de coëfficiënten C1, C2 en C3 vervolgens terug worden ingevuld in formule 4.2 dan wordt de volgende formule bekomen:

$$\begin{aligned} \omega = & (-3,92057 * 10^{-9} * L_0^4 + 2,32641435 * 10^{-5} * L_0^3 - 0,0498138941 * L_0^2 + 46,9529395 * L_0 \\ & - 16282,0474) * \left(\frac{a}{L_0}\right)^2 \\ & - (-7,7396 * 10^{-10} * L_0^4 + 4,52509259 * 10^{-6} * L_0^3 - 0,00960467361 * L_0^2 + 9,03291098 * L_0 \\ & - 3075,99936) * \left(\frac{a}{L_0}\right) \\ & + (-3,7018 * 10^{-11} * L_0^4 + 2,13262731 * 10^{-7} * L_0^3 - 0,000447259288 * L_0^2 + 0,413680706 * \\ & L_0 - 130,607650); \end{aligned} \quad (4.7)$$

waarin:

- a in mm;
- L_0 in mm tussen 1100 mm en 2100 mm.

Deze formule beschrijft het verband tussen ω , a en L_0 voor een vaste waarde van N_{Ed} . Hierbij wordt dan de optimale dimensie van een vierkante kolom in gewapend beton berekend. Deze formule geldt echter enkel voor een kolom die belast is met een solliciterende normaalkracht van 500 kN. Daarbij geldt ook dat de kniklengte van de kolom moet liggen tussen 1100 mm en 2100 mm.

Hierbij moet ook nog de belastingsgraad worden gecontroleerd om na te kijken of de kolom niet overbelast wordt. Daarenboven moet het mechanisch wapeningspercentage tussen de minimum- en maximumwaarde liggen.

Formule 4.2 wordt vervolgens omgevormd naar a om eenvoudig de zijde van een kolom met een bepaald wapeningspercentage, belastingsgeval en kniklengte te berekenen. Volgende formule wordt dan bekomen:

$$a = L_0 * \frac{(C2 - \sqrt{4 * C1 * \omega - 4 * C1 * C3 + C2^2})}{2 * C1}; \quad (4.8)$$

waarin:

- a in mm;

- L_0 in mm tussen 1100 mm en 2100 mm;
- C1, C2 en C3 volgens Tabel 13.

Zoals eerder vermeld wordt deze reeks nog verder uitgebreid zodat er realistische waarden voor de kniklengte worden bekomen. De reeks wordt uitgebreid met een kniklengte van 2100 mm tot 3200 mm.

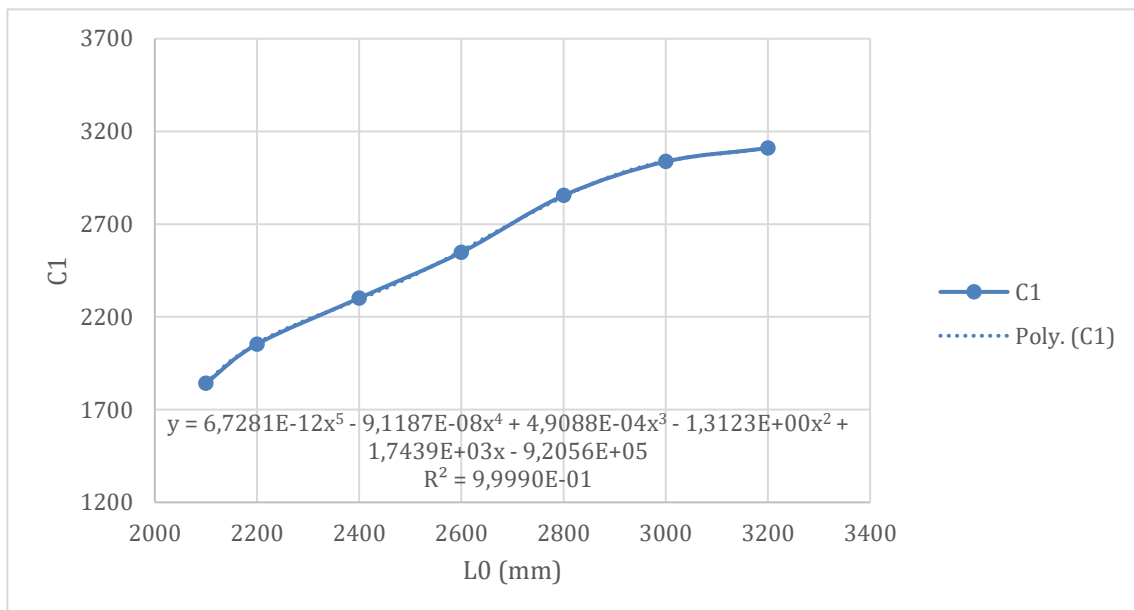
In Bijlage C zijn de data terug te vinden waarbij de kniklengte van de kolom varieert tussen 2100 mm en 3200 mm voor een solliciterende normaalkracht van 500 kN. Indien dezelfde werkwijze wordt gevolgd als bij de vorige analyse kunnen de verbanden die zichtbaar zijn in Figuur 20 worden beschreven in Tabel 14.

Tabel 14: Vergelijkingen van de trendlijnen met $N_{Ed} = 500 \text{ kN}$ en L_0 tussen 2100 mm en 3200 mm

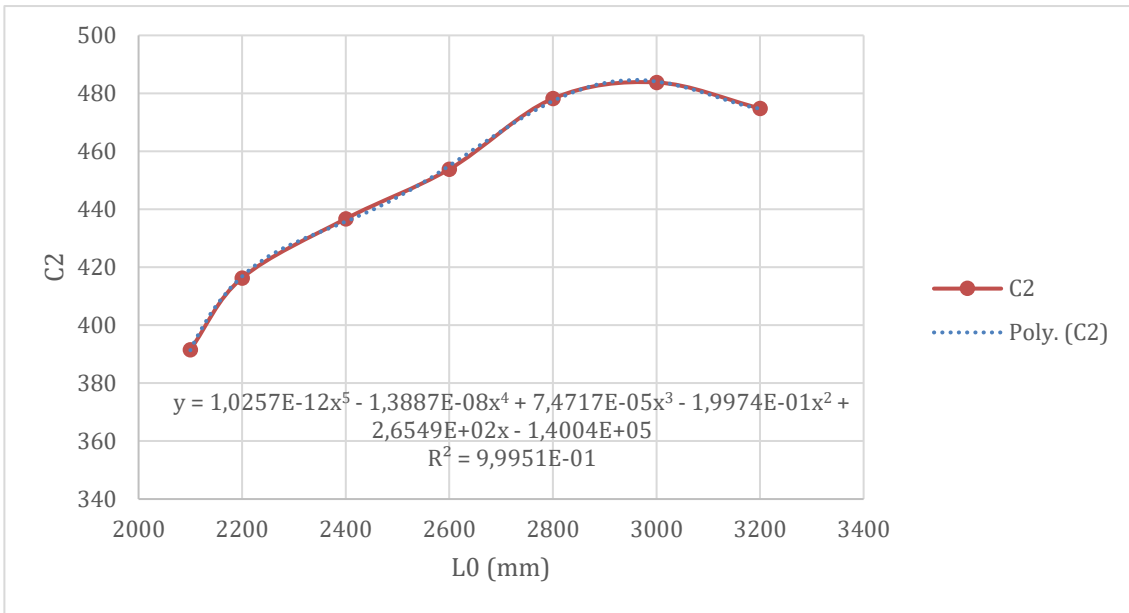
Ned =	500 kN
Med =	0 kNm

L0 (mm)			C1		C2		C3
2100	→	y=	1842,1	$x^2 -$	391,57	x+	20,814
2200	→	y=	2052,9	$x^2 -$	416,31	x+	21,127
2400	→	y=	2301,4	$x^2 -$	436,71	x+	20,724
2600	→	y=	2548,3	$x^2 -$	453,83	x+	20,219
2800	→	y=	2854,3	$x^2 -$	478,19	x+	20,057
3000	→	y=	3037,4	$x^2 -$	483,76	x+	19,291
3200	→	y=	3110,1	$x^2 -$	474,80	x+	18,143

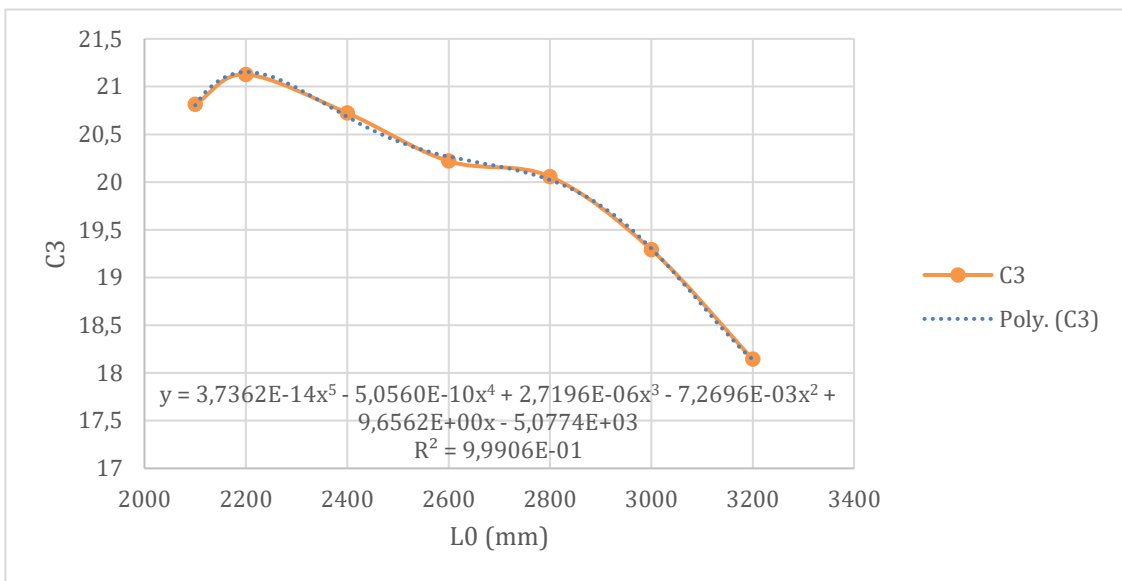
Vervolgens worden de waarden van de coëfficiënten C1, C2 en C3 terug uitgezet volgens de overeenkomstige kniklengte. In Figuur 38, Figuur 39 en Figuur 40 zijn de relaties zichtbaar tussen de waarde van de coëfficiënt en de kniklengte. Hierbij zijn deze relaties dan beschreven door middel van een trendlijn.



Figuur 38: C1 in functie van L_0 (2100 mm - 3200 mm) met trendlijn



Figuur 39: C2 in functie van L_0 (2100 mm – 3200 mm) met trendlijn



Figuur 40: C3 in functie van L_0 (2100 mm - 3200 mm) met trendlijn

De vergelijkingen van deze trendlijnen zijn samengevat in Tabel 15.

Tabel 15: Coëfficiënten in functie van L_0 (2100 mm - 3200 mm) met $N_{Ed} = 500$ kN

C1=	6,7280593E-12	$L_0^5 +$	-9,1186644E-08	$L_0^4 +$	4,9087824E-04	$L_0^3 +$	-1,3122973	$L_0^2 +$	1743,9197	$L_0 +$	-9,2055693E+05
C2=	1,0257205E-12	$L_0^5 +$	-1,3887328E-08	$L_0^4 +$	7,4717141E-05	$L_0^3 +$	-0,19974405	$L_0^2 +$	265,49265	$L_0 +$	-1,4003671E+05
C3=	3,7362415E-14	$L_0^5 +$	-5,0559739E-10	$L_0^4 +$	2,7195796E-06	$L_0^3 +$	-0,0072695748	$L_0^2 +$	9,6561740	$L_0 +$	-5077,3727

Deze vergelijkingen worden vervolgens geïmplementeerd in formule 4.2. Hierbij is verder op te merken dat in deze formule geen solliciterende normaalkracht moet worden ingevuld. De volgende formule wordt dan bekomen:

$$\begin{aligned}
\omega = & (6,7280593 * 10^{-12} * L_0^5 - 9,1186644 * 10^{-8} * L_0^4 + 4,9087824 * 10^{-4} * L_0^3 - 1,3122973 \\
& * L_0^2 + 1743,9197 * L_0 - 9,2055693 * 10^5) * \left(\frac{a}{L_0}\right)^2 \\
- & (1,0257205 * 10^{-12} * L_0^5 - 1,3887328 * 10^{-8} * L_0^4 + 7,4717141 * 10^{-5} * L_0^3 - 1,9974405 \\
& * 10^{-1} * L_0^2 + 265,49265 * L_0 - 1,4003671 * 10^5) * \left(\frac{a}{L_0}\right) \\
+ & (3,7362415 * 10^{-14} * L_0^5 - 5,0559739 * 10^{-10} * L_0^4 + 2,7195796 * 10^{-6} * L_0^3 - 7,2695748 * \\
& 10^{-3} * L_0^2 + 9,6561740 * L_0 - 5077,3727); \tag{4.9}
\end{aligned}$$

waarin:

- a in mm;
- L_0 in mm tussen 2100 mm en 3200 mm;

Om deze formule praktisch bruikbaar te maken wordt ook deze terug omgevormd naar a. Hierdoor wordt de volgende formule bekomen:

$$a = L_0 * \frac{(C2 - \sqrt{4 * C1 * \omega - 4 * C1 * C3 + C2^2})}{2 * C1}; \tag{4.10}$$

waarin:

- a in mm;
- L_0 in mm tussen 2100 mm en 3200 mm;
- C1, C2 en C3 volgens Tabel 15.

Deze formule is enkel geldig voor een solliciterende normaalkracht gelijk aan 500 kN en een kniklengte tussen 2100 mm en 3200 mm. Verder moet de belastingsgraad, het minimum- en maximumwapeningspercentage gecontroleerd worden opdat de kolom hieraan voldoet.

4.3.2 N_{Ed} gelijk aan 1000 kN

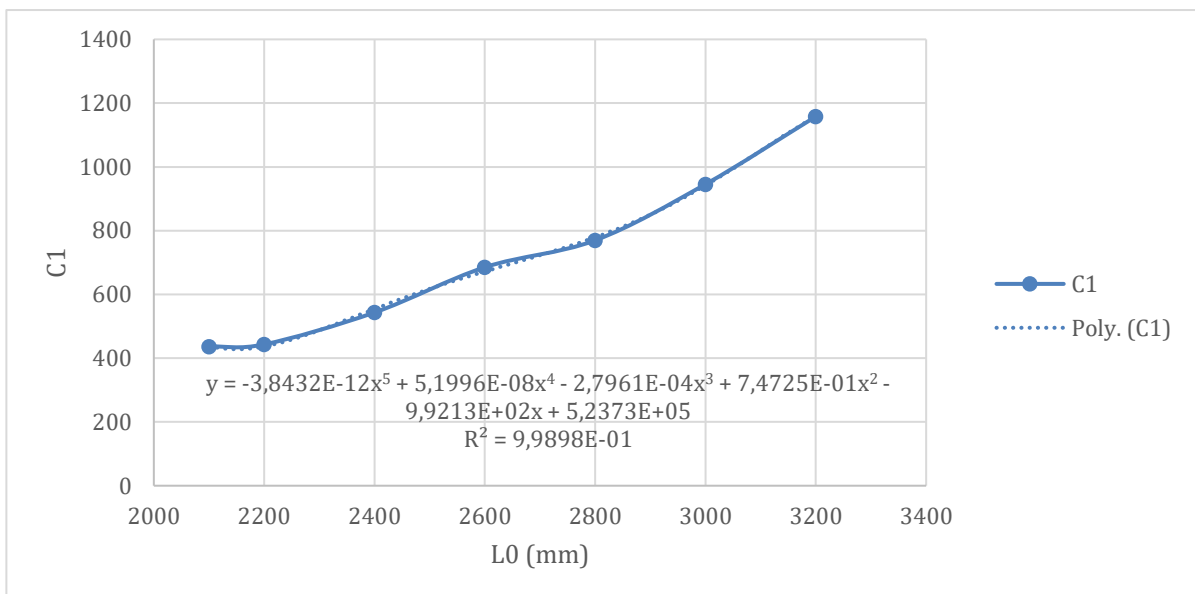
Ten slotte is gekozen om een reeks aan te maken met de solliciterende normaalkracht gelijk aan 1000 kN. Deze reeks wordt op dezelfde werkwijze zoals de vorige reeksen geanalyseerd waardoor de gevonden verbanden in Figuur 21 worden samengevat in Tabel 16.

Tabel 16: Vergelijkingen van de trendlijnen met $N_{Ed} = 1000 \text{ kN}$ en L_0 tussen 2100 mm en 3200 mm

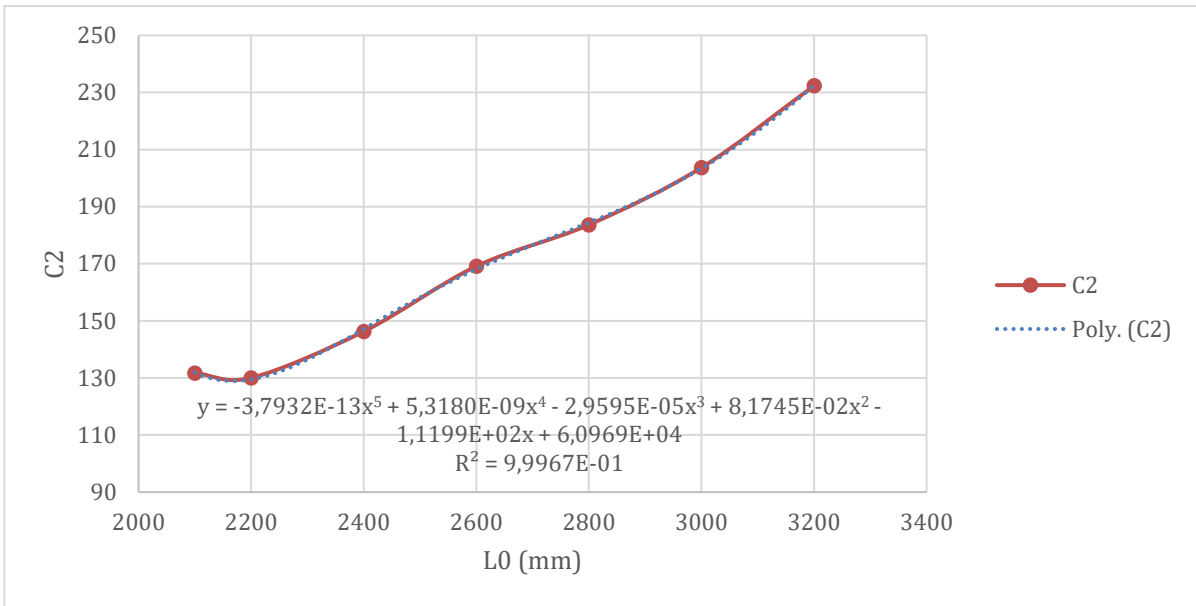
Ned =	1000 kN
Med =	0 kNm

L0 (mm)			C1		C2		C3
2100	→	y=	436,73	$x^2 -$	131,73	x+	9,8030
2200	→	y=	443,25	$x^2 -$	130,02	x+	9,3751
2400	→	y=	543,31	$x^2 -$	146,27	x+	9,6943
2600	→	y=	685,23	$x^2 -$	169,10	x+	10,310
2800	→	y=	769,64	$x^2 -$	183,65	x+	10,467
3000	→	y=	945,67	$x^2 -$	203,68	x+	10,864
3200	→	y=	1158,0	$x^2 -$	232,33	x+	11,582

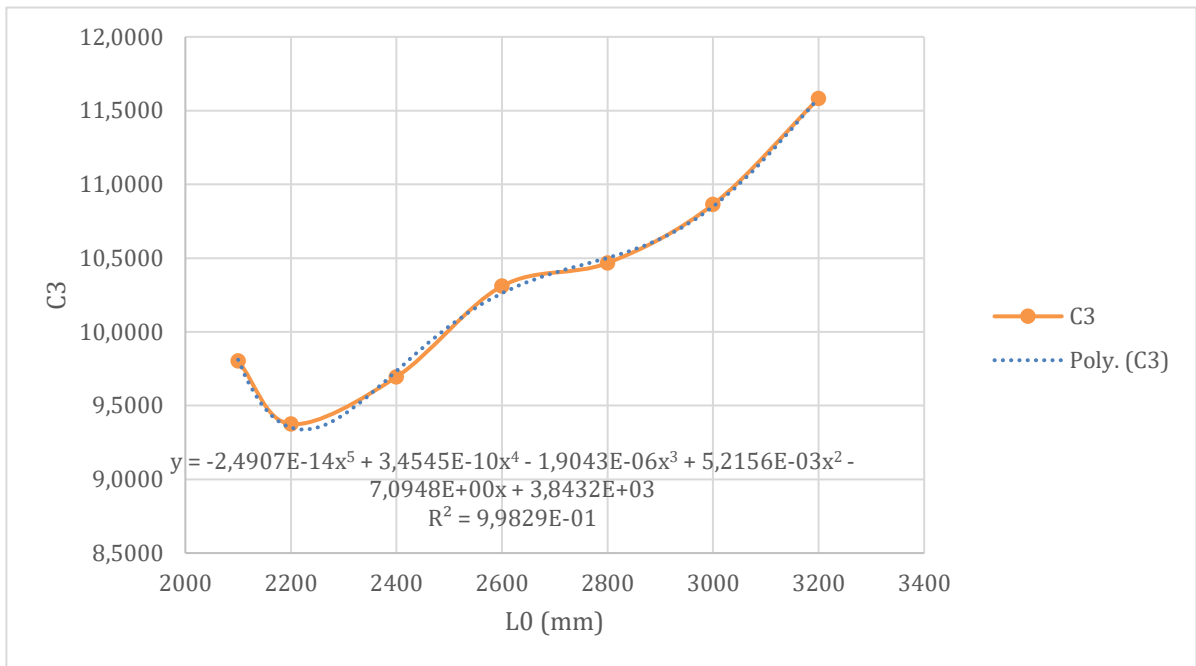
De waarden van deze coëfficiënten zijn vervolgens terug uitgezet in functie van de kniklengte. In Figuur 41, Figuur 42 en Figuur 43 zijn de relaties van elke coëfficiënt uitgezet in functie van de kniklengte. In deze figuren zijn ook de trendlijnen geïmplementeerd, de vergelijkingen van de trendlijnen zijn samengevat in Tabel 17.



Figuur 41: C1 in functie van L_0 (2100 mm - 3200 mm) met trendlijn met $N_{Ed} = 1000 \text{ kN}$



Figuur 42: C2 in functie van L_0 (2100 mm – 3200 mm) met trendlijn met $N_{Ed} = 1000$ kN



Figuur 43: C3 in functie van L_0 (2100 mm - 3200 mm) met trendlijn met $N_{Ed} = 1000$ kN

Tabel 17: Coëfficiënten in functie van L_0 (2100 mm – 3200 mm) met $N_{Ed} = 1000$ kN

C1=	-3,84315570E-12	$L_0^5 +$	5,19955541E-08	$L_0^4 +$	-2,79606470E-04	$L_0^3 +$	7,47246220E-01	$L_0^2 +$	-992,127450	$L_0 +$	5,23730150E+05
C2=	-3,79320430E-13	$L_0^5 +$	5,31798310E-09	$L_0^4 +$	-2,95954670E-05	$L_0^3 +$	8,17447100E-02	$L_0^2 +$	-111,990770	$L_0 +$	6,09691630E+04
C3=	-2,49066010E-14	$L_0^5 +$	3,45445020E-10	$L_0^4 +$	-1,90431910E-06	$L_0^3 +$	5,21555090E-03	$L_0^2 +$	-7,09480760	$L_0 +$	3,84318910E+03

Deze vergelijkingen worden vervolgens geïmplementeerd in formule 4.2, in de dan bekomen formule moet tevens geen solliciterende normaalkracht worden ingevuld. De volgende formule wordt dan bekomen:

$$\begin{aligned} \omega = & (-3,8431557 * 10^{-12} * L_0^5 + 5,19955541 * 10^{-8} * L_0^4 - 2,79606470 * 10^{-4} * L_0^3 \\ & + 0,74724622 * L_0^2 - 992,12745 * L_0 + 52373015) * \left(\frac{a}{L_0}\right)^2 \\ & - (-3,7932043 * 10^{-13} * L_0^5 + 5,3179831 * 10^{-9} * L_0^4 - 2,9595467 * 10^{-5} * L_0^3 + 0,08174471 \\ & * L_0^2 - 111,99077 * L_0 + 60969,163) * \left(\frac{a}{L_0}\right) \\ & + (-2,4906601 * 10^{-14} * L_0^5 + 3,4544502 * 10^{-10} * L_0^4 - 1,9043191 * 10^{-6} * L_0^3 + \\ & 0,005215509 * L_0^2 - 7,0948076 * L_0 + 3843,791); \end{aligned} \quad (4.11)$$

waarin:

- a in mm;
- L_0 in mm tussen 2100 mm en 3200 mm;

Om deze formule praktisch bruikbaar te maken wordt ook deze terug omgevormd naar a. Hierdoor wordt de volgende formule bekomen:

$$a = L_0 * \frac{(C2 - \sqrt{4 * C1 * \omega - 4 * C1 * C3 + C2^2})}{2 * C1}; \quad (4.12)$$

waarin:

- a in mm;
- L_0 in mm tussen 2100 mm en 3200 mm;
- C1, C2 en C3 volgens Tabel 17.

Deze formule is enkel geldig voor een solliciterende normaalkracht gelijk aan 1000 kN en een kniklengte tussen 2100 mm en 3200 mm. Verder moet de belastingsgraad, het minimum- en maximumwapeningspercentage gecontroleerd worden opdat de kolom hieraan voldoet.

4.4 Controle interpolatie van formules

Verder wordt onderzocht dat wanneer tussen de gevonden formules geïnterpoleerd zal worden, de geïnterpoleerde waarden van a nog gelden volgens de EC2. Hiermee wordt bedoeld dat er onderzocht wordt of de formules geïnterpoleerd kunnen worden en zo ja, als de bekomen waarden dan conservatief zijn.

Om dit te onderzoeken wordt tussen formule 4.4 en formule 4.6 geïnterpoleerd. Hierbij wordt met het model de zijde a berekend voor de volgende gegevens:

- $L_0 = 2650$ mm;
- $N_{Ed} = 1500$ kN en 2000 kN;

- $\omega = 0,2$.

Voor de kniklengte is gekozen om deze aan te nemen aan 2650 mm hierdoor is het eenvoudig om een lineaire interpolatie toe te passen.

Daaropvolgend wordt met formule 4.4 de a-waarden berekend. Hierbij worden volgende gegevens gebruikt:

- $L_0 = 2100$ mm;
- $N_{Ed} = 1500$ kN en 2000 kN;
- $\omega = 0,2$.

Verder wordt ook met formule 4.6 de a-waarden berekend. De volgende gegevens worden hiervoor gebruikt:

- $L_0 = 3200$ mm;
- $N_{Ed} = 1500$ kN en 2000 kN;
- $\omega = 0,2$.

Indien deze waarden samen worden gevoegd wordt Tabel 18 bekomen. In Tabel 18 is zichtbaar dat de afwijking tussen de geïnterpoleerde a-waarden van formule 4.4 en 4.6 met de a-waarden bekomen met het model nagenoeg hetzelfde zijn. De afwijking is tevens niet significant groot waardoor kan worden besloten dat de lineaire interpolatie tussen deze twee formules wel aanneembaar is. Om deze stelling verder te kunnen bevestigen is het echter nodig om een meer gedetailleerd onderzoek uit te voeren. Hierbij moeten vervolgens meer punten worden onderzocht waardoor met zekerheid besloten kan worden dat tussen deze formules lineair geïnterpoleerd mag worden.

Tabel 18: Interpolatie van formules 4.4 en 4.6

	Ned(kN)	a (mm)	l0 (mm)	ω
Model	1500	311	2650	0,200
Formule 4.4	1500	307	2100	0,200
Formule 4.6	1500	316	3200	0,200
Geïnterpoleerd	1500	311	2650	0,200
Afwijking %		0,16		
Model	2000	351	2650	0,200
Formule 4.4	2000	348	2100	0,200
Formule 4.6	2000	356	3200	0,200
Geïnterpoleerd	2000	352	2650	0,200
Afwijking %		0,13		

Vervolgens wordt tussen formule 4.10 en formule 4.12 geïnterpoleerd. Hierbij wordt met het model de zijde a berekend voor de volgende gegevens:

- $L_0 = 2100$ mm en 3200 mm;
- $N_{Ed} = 750$ kN;

- $\omega = 0,5$.

Indien de zijde a met formule 4.10 wordt berekend moeten de volgende gegevens worden gebruikt:

- $L_0 = 2100$ mm en 3200 mm;
- $N_{Ed} = 500$ kN;
- $\omega = 0,5$.

Verder wordt de zijde ook met formule 4.12 berekend waarbij de volgende gegevens worden gebruikt:

- $L_0 = 2100$ mm en 3200 mm;
- $N_{Ed} = 1000$ kN;
- $\omega = 0,5$.

Deze gegevens worden vervolgens samengevat in Tabel 19. In Tabel 19 is zichtbaar dat de afwijkingen tussen de lineair geïnterpoleerde a-waarden van formule 4.10 en formule 4.12 met de a-waarden uit het model niet constant zijn. Hierbij is tevens ook zichtbaar dat de afwijking zowel een overschatting kan zijn van de benodigde a-waarde of een onderschatting. Een overschatting is gunstig aangezien de doorsnede dan voldoende groot gedimensioneerd is. Een onderschatting daarentegen is niet gunstig aangezien de doorsnede niet voldoende groot gedimensioneerd is waarbij de kolom dan zou kunnen falen. Verder is zichtbaar in Tabel 19 dat de afwijkingen niet constant zijn maar dat daarentegen deze afwijkingen geen significante waarden aannemen. Hieruit kan besloten worden dat de lineaire interpolatie nagenoeg het juiste verband beschrijft tussen formule 4.10 en formule 4.12.

Tabel 19: Interpolatie van formules 4.10 en 4.12

	Ned(kN)	a (mm)	L0 (mm)	ω
Model	750	214	2100	0,500
Formule 4.10	500	189	2100	0,500
Formule 4.12	1000	238	2100	0,500
Geïnterpoleerd	750	213	2100	0,500
Afwijking %		-0,11		
Model	750	215	2200	0,500
Formule 4.10	500	189	2200	0,500
Formule 4.12	1000	235	2200	0,500
Geïnterpoleerd	750	212	2200	0,500
Afwijking %		-1,20		
Model	750	217	2400	0,500
Formule 4.10	500	192	2400	0,500
Formule 4.12	1000	244	2400	0,500
Geïnterpoleerd	750	218	2400	0,500
Afwijking %		0,42		
Model	750	220	2600	0,500
Formule 4.10	500	196	2600	0,500
Formule 4.12	1000	239	2600	0,500
Geïnterpoleerd	750	217	2600	0,500
Afwijking %		-1,32		
Model	750	223	2800	0,500
Formule 4.10	500	198	2800	0,500
Formule 4.12	1000	236	2800	0,500
Geïnterpoleerd	750	217	2800	0,500
Afwijking %		-2,62		
Model	750	225	3000	0,500
Formule 4.10	500	201	3000	0,500
Formule 4.12	1000	246	3000	0,500
Geïnterpoleerd	750	224	3000	0,500
Afwijking %		-0,66		
Model	750	228	3200	0,500
Formule 4.10	500	204	3200	0,500
Formule 4.12	1000	250	3200	0,500
Geïnterpoleerd	750	227	3200	0,500
Afwijking %		-0,44		

4.5 Afwijking gevonden formules en traditionele methode

De bekomen formules worden vervolgens getoetst aan de reeds aangemaakte data. Hierdoor wordt onderzocht in welke mate de formules van dit onderzoek afwijken van de traditionele methode. Aan de hand van deze afwijking kan geoordeeld worden of de gevonden formules bruikbaar en accuraat zijn.

In de eerste vergelijking wordt formule 4.4 onderzocht, hierbij zullen voor verschillende solliciterende normaalkrachten de zijde a worden berekend aan de hand van een wapeningpercentage dat uit de data is overgenomen. Indien deze vergelijking wordt gemaakt wordt Tabel 20 bekomen.

Tabel 20: Afwijking van formule 4.4 met $L_0 = 2100$ mm

Formule 4.4: $L_0 = 2100$ mm					
	Uit data		Berekend		Afwijking (%)
Ned (kN)	ω	a (mm)	ω	a (mm)	
1500	0,05298	324,76	0,05298	324,80	0,01
1500	0,1851	308,25	0,1851	308,32	0,02
2000	0,1095	360,13	0,1095	360,29	0,05
2000	0,1587	353,14	0,1587	353,29	0,04
2500	0,09980	399,70	0,09980	399,97	0,07
2500	0,1393	393,22	0,1393	393,47	0,06
3000	0,09264	435,61	0,09264	436,06	0,10
3000	0,1491	425,42	0,1491	425,82	0,09
Gemiddeld:					0,06

In Tabel 20 is zichtbaar dat de gemiddelde afwijking tussen de gevonden formules en de traditionele methode 0,06 % bedraagt. Hierdoor kan besloten worden dat deze formule de traditionele methode goed benaderd waardoor de formule ook bruikbaar is in de praktijk.

Indien vervolgens de vergelijking wordt gemaakt van formule 4.6 met de reeds aangemaakte data, dan wordt Tabel 21 bekomen. De afwijking wordt onderzocht voor verschillende solliciterende normaalkrachten waarbij de kniklengte gelijk blijft aan 2100 mm.

Tabel 21: Afwijking van formule 4.6 met $L_0 = 3200$ mm

Formule 4.6: $L_0 = 3200$ mm					
	Uit data		Berekend		Afwijking (%)
Ned (kN)	ω	a (mm)	ω	a (mm)	
1500	0,1188	326,03	0,11878	325,92	-0,04
1500	0,2794	307,92	0,27943	307,94	0,01
2000	0,1008	369,50	0,10079	369,40	-0,03
2000	0,2733	346,41	0,27328	346,34	-0,02
2500	0,04416	416,73	0,04416	416,72	0,00
2500	0,2052	390,32	0,20516	390,34	0,00
3000	0,0500	450,61	0,05000	450,61	0,00
3000	0,1825	426,35	0,18251	426,36	0,00
Gemiddeld:					0,01

In Tabel 21 is zichtbaar dat de gemiddelde afwijking gelijk is aan 0,01 % tussen de waarden van a uit de data en de waarden van a die uit formule 4.6 worden bekomen. Hieruit kan besloten worden dat de gevonden formule goed aansluit aan de traditionele methode waardoor de formule in de praktijk gebruikt zou kunnen worden.

Vervolgens is er een vergelijking gemaakt tussen de a-waarden uit de data en de a-waarde uit formule 4.10. Indien de afwijking van deze waarden onderzocht wordt, kan Tabel 22 worden bekomen.

Tabel 22: Afwijking van formule 4.10 met $N_{ed} = 500 \text{ kN}$

Formule 4.10: $N_{ed} = 500 \text{ kN}$					
L0 (mm)	Uit data		Berekend		Afwijking (%)
	ω	a (mm)	ω	a (mm)	
2100	0,2043	202,07	0,2043	201,18	-0,44
2100	0,5467	186,53	0,5467	187,10	0,30
2200	0,07179	211,70	0,07179	212,17	0,22
2200	0,4047	192,94	0,4047	192,98	0,02
2400	0,5833	188,95	0,5833	189,55	0,32
2400	0,9018	180,74	0,9018	180,25	-0,27
2600	0,4306	197,95	0,4306	198,25	0,15
2600	0,7289	187,64	0,7289	187,96	0,17
2800	0,07782	222,98	0,07782	222,24	-0,33
2800	0,5001	197,95	0,5001	198,34	0,20
3000	0,1199	223,49	0,1199	222,19	-0,58
3000	0,3955	205,79	0,3955	205,82	0,01
3200	0,2840	215,25	0,2840	214,60	-0,30
3200	0,7136	196,20	0,7136	196,38	0,09
Gemiddeld:					0,24

In Tabel 22 is zichtbaar dat de gemiddelde afwijking gelijk is aan 0,24 % tussen de waarde van a uit de data en de waarde van a bekomen uit formule 4.10. Hieruit kan besloten worden dat formule 4.10 goed aansluit aan de traditionele methode waardoor deze formule in de praktijk bruikbaar is.

Ten slotte is nog een vergelijking gemaakt tussen de a-waarden van formule 4.12 en de a-waarden uit de data. Indien de afwijking wordt onderzocht tussen deze waarden kan Tabel 23 worden opgesteld.

Tabel 23: Afwijking van formule 4.12 met $N_{ed} = 1000 \text{ kN}$

Formule 4.12: $N_{ed} = 1000 \text{ kN}$					
	Uit data		Berekend		Afwijking (%)
LO (mm)	ω	a (mm)	ω	a (mm)	
2100	0,2442	255,25	0,2442	256,94	0,66
2100	0,3569	246,60	0,3569	247,95	0,55
2200	0,1210	267,40	0,1210	262,18	-1,95
2200	0,3254	249,87	0,3254	246,42	-1,38
2400	0,04932	277,13	0,04932	289,30	4,39
2400	0,2754	255,81	0,2754	261,95	2,40
2600	0,1520	268,86	0,1520	262,11	-2,51
2600	0,3819	250,19	0,3819	245,84	-1,74
2800	0,1720	269,43	0,1720	254,75	-5,45
2800	0,3439	255,25	0,3439	244,19	-4,33
3000	0,08524	280,87	0,08524	278,82	-0,73
3000	0,4044	253,47	0,4044	252,60	-0,34
3200	0,2203	270,37	0,2203	270,48	0,04
3200	0,4667	251,93	0,4667	252,20	0,11
Gemiddeld:					1,90

In Tabel 23 is zichtbaar dat de gemiddelde afwijking tussen de a-waarde uit de data en de a-waarde uit formule 4.12 gelijk is aan 1,90 %. Deze afwijking is aanzienlijk groter dan de vorige vergelijkingen. Dit is te wijten aan het feit dat de correlatiecoëfficiënt R^2 bij de trendlijnen van deze reeks kleiner was dan de correlatiecoëfficiënt in de andere reeksen. Doordat de correlatiecoëfficiënt niet gelijk is aan 1, betekent dit dat de trendlijn niet perfect samenvalt met de grafiek.

Deze afwijking zou ingecaluleerd kunnen worden door een veiligheidscoëfficiënt toe te passen op formule 4.12. Een andere oplossing kan zijn om de vergelijking van de trendlijnen verder uit te breiden zodat de correlatiecoëfficiënt gelijk wordt aan 1.

Verder kan de formule in praktijk worden gebruikt mits de eventuele veiligheidscoëfficiënt.

4.6 Wat is het theoretisch verband tussen de variabelen

In deze paragraaf is onderzocht of er een theoretisch verband is af te leiden tussen gebruikte variabelen om zo een formule te bekomen die aansluit aan de gevonden formules in dit onderzoek.

In [3] is al onderzocht of een formule bekomen kan worden. Hierbij zijn dezelfde variabelen gebruikt als in dit onderzoek. De formule die bekomen wordt houdt echter geen rekening met tweede-orde-buigmomenten. Hierbij wordt de slankheid van de kolom gelijkgesteld aan de limietslankheid. Verder geldt de formule voor een karakteristieke betondruksterkte van 30 MPa en voor vierkant kolomdoorsneden. De volgende verbanden worden gebruikt [3]:

$$\lambda_{lim} = 20 \cdot A \cdot B \cdot C / \sqrt{n}; \quad (4.13)$$

$$\lambda = \frac{i}{L_0}; \quad (4.14)$$

$$i = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}}; \quad (4.15)$$

$$I_c = \frac{a^4}{12}; \quad (4.16)$$

$$A_c = a^2; \quad (4.17)$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}}; \quad (4.18)$$

waarin:

- L_0 is de kniklengte in mm;
- a is de zijde van de doorsnede in mm;
- N_{Ed} is de solliciterende normaalkracht in N;
- n de belastingsgraad;
- f_{cd} de rekenwaarde van de betondruksterkte in MPa, in dit geval gelijk aan 17 MPa;
- A_c betonoppervlakte van de kolomdoorsnede, aangezien vierkante doorsnede gelijk aan a^2 ;
- i traagheidsstraal;
- I_c oppervlakte traagheidsmoment;
- A factor die rekening houdt met de effectieve kruipcoëfficiënt, in dit geval gelijk aan 0,7;
- B factor die rekening houdt met het mechanisch wapeningspercentage, in dit geval gelijk aan 1,1;
- C factor die rekening houdt met de momentverhouding, in dit geval gelijk aan 0,7.

Indien de bovenstaande verbanden worden gecombineerd is de formule die uiteindelijk bekomen de volgende [3]:

$$a = \frac{0,28}{\sqrt{\beta}} L_0^{0,5} N_{Ed}^{0,25}; \quad (4.19)$$

waarin:

- L_0 is de kniklengte in mm;
- a is de zijde van de doorsnede in mm;
- β is het aantal keren dat de limietslankheid is overschreden;
- N_{Ed} is de solliciterende normaalkracht in N.

Aangezien formule 4.19 geen rekening houdt met tweede-orde-buigmomenten is hierdoor geen gelijkennis tussen formule 4.19 en bijvoorbeeld 4.12. Tevens wordt onderzocht of formule 4.19 veranderd indien het mechanisch wapeningspercentage wordt geïmplementeerd.

Hiervoor moet formule 4.19 herschreven worden door de factor B voluit te schrijven. De formule die dan bekomen wordt is de volgende:

$$a = \frac{0,28}{\sqrt{\beta}} L_0^{0,5} N_{Ed}^{0,25} (1 + 2\omega)^{-0,25}; \quad (4.20)$$

waarin:

- L_0 is de kniklengte in mm;
- a is de zijde van de doorsnede in mm;
- β is het aantal keren dat de limietslankheid is overschreden;
- N_{Ed} is de solliciterende normaalkracht in N;
- ω is het mechanisch wapeningspercentage.

Hieruit wordt besloten dat er een formule gevormd kan worden die de nodige zijde van een kolom geeft in functie van de kniklengte, de belasting, het mechanisch wapeningspercentage en het aantal keren dat de limietslankheid is overschreden. Deze formule heeft echter niet hetzelfde verband als de bekomen formules in dit onderzoek, zoals bijvoorbeeld formule 4.12.

Na verder onderzoek wordt ondervonden dat er geen expliciete formule gevormd kan worden die de nodige zijde bepaald in functie van de kniklengte, het mechanisch wapeningspercentage en de optredende belasting. Hierdoor is in dit onderzoek besloten om verbanden te onderzoeken met behulp van een databestand en interpolatie in plaats van met evenwichtsvergelijkingen en spanningen.

4.7 Praktische toepassing

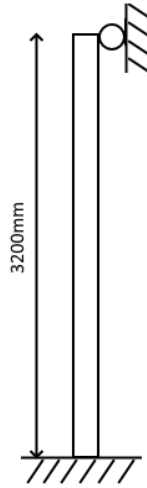
Ter verduidelijking van de toepassing van de gevonden formules is in dit onderzoek een voorbeeld geschetst waarbij één van de gevonden formules wordt toegepast.

In dit voorbeeld wordt uitgegaan van volgende gegevens:

- $M_{Ed} = 0 \text{ kNm}$;
- $N_{Ed} = 500 \text{ kN}$;
- Hoogte van de kolom = 3200 mm;
- Doorsnede van de kolom is vierkant;
- Wapening in de kolom is symmetrisch;
- Mechanisch wapeningspercentage = 0,5;
- Effectieve kruipcoëfficiënt = 2;
- $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$;
- $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$;
- $E_s = 200000 \text{ MPa}$;
- Beugeldiameter = 10 mm;
- Betondekking = 40 mm.

De randvoorwaarden van de kolom zijn zichtbaar in Figuur 44. Hierbij is zichtbaar dat de onderzijde van de kolom ingeklemd is en de bovenzijde van de kolom is zijdelings gesteund. Hieruit kan worden berekend met behulp van Figuur 1 dat de kniklengte gelijk is aan:

$$L_0 = 0,7 * L = 0,7 * 3200 = 2240 \text{ mm.}$$



Figuur 44: Voorbeeld praktische toepassing

Aangezien er een solliciterende normaalkracht van 500 kN inwerkt op de kolom moet formule 4.10 worden gebruikt. Indien formule 4.10 wordt ingevuld met bovenstaande gegevens wordt de volgende waarde voor de zijde a bekomen:

$$a = 189,9 \text{ mm.}$$

Voor deze toepassing is het nodig om de kolom in gewapend beton zo te dimensioneren dat de zijde a van de doorsnede gelijk is aan 190 mm. Hierdoor zal de kolom optimaal gedimensioneerd zijn.

Als vervolgens er nog een controle wordt uitgevoerd waarbij dat dezelfde waarde worden ingegeven in het model, dan kan hiervoor ook de a-waarde bepaald worden. De a-waarde zal volgens het model gelijk zijn aan:

$$a = 189,6 \text{ mm.}$$

Hieruit blijkt dat de gevonden formule nauwkeurig is en zelfs een overschatting geeft van de waarde van a waardoor deze uitkomst conservatief is.

5 Conclusie

Om dit onderzoek af te ronden worden de gestelde doelstellingen overlopen en worden er enkele aanbevelingen gemaakt die in verdere onderzoeken gebruikt kunnen worden.

De eerste doelstelling was om een kolom model op te stellen om hiermee data aan te kunnen maken die vervolgens geanalyseerd kan worden. Uit dit onderzoek kan besloten worden dat deze doelstelling gehaald is. Verder kunnen hier nog verbeteringen op aangebracht worden. Zo kan het model verder uitgebreid worden zodat deze niet enkel vierkante doorsneden kan berekenen maar ook andere soorten doorsneden. Tevens kan het model nog verder uitgebreid worden zodat de wapening niet symmetrisch hoeft te zijn, wat in dit onderzoek wel het geval is. Het model kan zo opgesteld worden zodat de betondruksterkte gekozen kan worden, samen met de betondekking. In bijkomend onderzoek zou het model uitgebreid kunnen worden waarbij de kolom geen enkelvoudige maar een dubbele buiging zou ondergaan. Dit zorgt echter al snel voor een significante complexiteit wat in dit onderzoek niet haalbaar was.

De tweede doelstelling bestond eruit om in de aangemaakte data verbanden te vinden die vervolgens geanalyseerd worden. Hierbij kan besloten worden dat ook deze doelstelling gehaald is waarbij de verbanden ook daadwerkelijk beschreven zijn. In verder onderzoek zou deze analyse geoptimaliseerd kunnen worden door een programma. Daaropvolgend zou dat programma de verbanden automatisch kunnen beschrijven door middel van een vergelijking. Hierdoor zou de analyse significant versneld worden.

De derde en laatste doelstelling was om een formule te vinden om de gevonden verbanden te beschrijven zodat een kolom eenvoudig optimaal gedimensioneerd kan worden met een beperkt aantal parameters. Hierdoor kan een goede schatting worden gemaakt van de dimensies van een kolom in gewapend beton waarbij de rekentijd significant korter is dan de traditionele methode. Uit dit onderzoek blijkt dat deze doelstelling gehaald is. De verschillende verbanden die gevonden zijn, zijn beschreven met de bijhorende formules. Echter is er geen omhullende formule bekomen die voor verschillende parameters gebruikt kan worden. In dit onderzoek zijn verschillende formules bekomen waarbij telkens één parameter constant wordt gehouden zodat de kolom voor die bepaalde parameter gedimensioneerd kan worden. Verder gelden de formules enkel voor een bepaald bereik van de waarden van de parameters. Hierdoor kunnen de formules niet voor iedere situatie gebruikt worden. Bijkomend moeten de bekomen dimensies van de kolom nog gecontroleerd worden op de belastingsgraad en op het minimum- en maximumwapeningspercentage dat zich in de doorsnede mag bevinden.

Ten slotte kan besloten worden dat dit onderzoek een startpunt kan zijn waarop dit soort van onderzoek kan worden voortgebouwd. Hierbij heeft het onderzoek nog veel potentieel om verder uitgebreid te worden om eventueel uiteindelijk één omhullende formule te vinden. Door middel van dit onderzoek en van de gevonden formules kan eenvoudig en met slechts

enkele parameters een kolom in gewapend beton worden berekend zonder de uitgebreide traditionele methode te moeten gebruiken.

Referentielijst

- [1] 'Eurocode 2: Ontwerp en berekening van betonconstructies - Deel 1-1: Algemene regels en regels voor gebouwen (+AC:2010)'. Bureau voor Normalisatie, februari 2005.
- [2] P. Baekeland, *06 kolommen rev 14 a*, (1 november 2020). Geraadpleegd: 1 november 2021. [Online Video]. Beschikbaar op: https://www.youtube.com/watch?v=k1e_Uf2pFOI
- [3] P. Baekeland, *06 kolommen rev 14 b*, (1 november 2020). Geraadpleegd: 1 november 2021. [Online Video]. Beschikbaar op: <https://www.youtube.com/watch?v=MtXgTMuPPsc>
- [4] P. Baekeland, *4385 Dimensioneren van beton 1 [cursus]*. UHasselt, 2020.
- [5] Johan Lautan Wijaya Nusantara, A. Aminullah, en A. Triwiyono, 'Optimization of Reinforced Concrete Column Using Android- based Mobile Application', *MATEC Web Conf.*, vol. 258, 2019, doi: 10.1051/mateconf/201925802009.
- [6] M. Mahamid en M. Houshiar, 'Direct design method and design diagrams for reinforced concrete columns and shear walls', *J. Build. Eng.*, vol. 18, pp. 66–75, 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2018.02.015>.
- [7] A. C. I. ACI Committee 318, *Building code requirements for structural concrete (ACI 318-14) : an ACI standard : commentary on building code requirements for structural concrete (ACI 318R-14), an ACI report*. 2014.
- [8] T. Bouzid en K. Demagh, 'Practical method for analysis and design of slender reinforced concrete columns subjected to biaxial bending and axial loads', *Slovak J. Civ. Eng.*, vol. XIX, nr. 1, p. 24, mrt. 2011, doi: 10.2478/v10189-011-0004-1.
- [9] 'Eurocode 2: Ontwerp en berekening van betonconstructies - Deel 1-1: Algemene regels en regels voor gebouwen ANB'. Bureau voor Normalisatie, augustus 2010.
- [10] J. Lommelen en M. Molenberghs, 'Berekeningsmethoden voor knik in betonnen elementen: vergelijkende studie en in rekening brengen van voorspanning', Master thesis, UHasselt, 2015.

Bijlagen

Bijlage A: Eigenschappen betonklassen	p.88
Bijlage B: Bepaling van de kruipcoëfficiënt	p.89
Bijlage C: Aangemaakte data.....	p.92

Bijlage A: Eigenschappen betonklassen

Tabel 24: Sterkte- en vervormingseigenschappen voor beton [1, p. 29]

	Sterkteklassen voor beton															Vergelijking/Verklaring
	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90		
f_k (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90		
$f_{k, cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105		
f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_k + 8$ (MPa)	
f_{tm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{tm} = 0,30 \times f_k^{(2)}$, $\leq C50/60$ $f_{tm} = 2,12 \ln(1 + (f_{cm}/10))$ $> C50/60$	
$f_{k, 0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{k, 0,05} = 0,7 \times f_{tm}$ 5 % fractiel	
$f_{k, 0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{k, 0,95} = 1,3 \times f_{tm}$ 95 % fractiel	
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22[(f_{cm})/10]^{0,3}$ (f_{cm} in MPa)	
ϵ_{t1} (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	zie figuur 3.2 $\epsilon_{t1}^0(f_{t0}) = 0,7 f_{tm}^{0,31} < 2,8$	
ϵ_{ult} (‰)										3,2	3,0	2,8	2,8	2,8	zie figuur 3.2 voor $f_{tk} \geq 50$ MPa $\epsilon_{ult}^0(f_{t0}) = 2,8 + 27[(98 - f_{cm})/100]^4$	
ϵ_{t2} (‰)										2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	zie figuur 3.3 voor $f_{tk} \geq 50$ MPa $\epsilon_{t2}^0(f_{t0}) = 2,0 + 0,085(f_{tk} - 50)^{0,53}$	
ϵ_{t2} (‰)										3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	zie figuur 3.3 voor $f_{tk} \geq 50$ MPa $\epsilon_{t2}^0(f_{t0}) = 2,6 + 35[(90 - f_{cm})/100]^4$	
η										1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	voor $f_{tk} \geq 50$ MPa $\eta = 1,4 + 23,4[(90 - f_{tk})/100]^4$	
ϵ_{t3} (‰)										1,8	1,9	2,0	2,2	2,3	zie figuur 3.4 voor $f_{tk} \geq 50$ MPa $\epsilon_{t3}^0(f_{t0}) = 1,75 + 0,55[(f_{tk} - 50)/40]$	
ϵ_{t4} (‰)										3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	zie figuur 3.4 voor $f_{tk} \geq 50$ MPa $\epsilon_{t4}^0(f_{t0}) = 2,6 + 35[(90 - f_{tk})/100]^4$	

Bijlage B: Bepaling van de kruipcoëfficiënt

De kruipcoëfficiënt $\varphi(t, t_0)$ kan als volgt worden berekend [1, pp. 213–215]:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0);$$

waarin:

φ_0 is de theoretische kruipcoëfficiënt die als volgt wordt berekend:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta_c(f_{cm}) \cdot \beta_c(t_0);$$

met:

φ_{RH} de factor die rekening houdt met de relatieve luchtvochtigheid op de theoretische kruipcoëfficiënt:

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \quad \text{voor } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa};$$

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \quad \text{voor } f_{cm} > 35 \text{ MPa};$$

RH is de relatieve luchtvochtigheid van de omgeving in %;

h_0 is de theoretische dikte van het element in mm:

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u};$$

A_c is de oppervlakte van de dwarsdoorsnede;

u is de omtrek van het element dat in aanraking komt met de buitenlucht;

$\alpha_{1/2}$ zijn coëfficiënten waarmee de invloed van de betonsterkte in rekening is gebracht:

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7};$$

$$\alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2};$$

f_{cm} is de gemiddelde druksterkte van het beton in MPa bij een ouderdom van 28 dagen;

$\beta_c(f_{cm})$ de factor die rekening houdt met het effect van de betonsterkte op de theoretische kruipcoëfficiënt:

$$\beta_c(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}};$$

$\beta_c(t_0)$ de factor die rekening houdt met het effect van de ouderdom van het beton op het tijdstip van belasten op de theoretische kruipcoëfficiënt:

$$\beta_c(t_0) = \frac{1}{(0,1+t_0^{0,20})};$$

t_0 is de ouderdom in dagen van het beton bij belasten;

$\beta_c(t, t_0)$ is een coëfficiënt waarmee de ontwikkeling van de kruip in de tijd na belasten wordt beschreven en mag zijn berekend als volgt:

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{(t-t_0)}{(\beta_H+t-t_0)} \right]^{0,3};$$

met:

β_H is een coëfficiënt die afhangt van de relatieve vochtigheid in % en de theoretische dikte van het element in mm. β_H wordt als volgt berekend:

$$\beta_H = 1,5 \cdot [1 + (0,012 \cdot RH)^{18}] \cdot h_0 + 250 \leq 1500 \text{ voor } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa};$$

$$\beta_H = 1,5 \cdot [1 + (0,012 \cdot RH)^{18}] \cdot h_0 + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1500 \cdot \alpha_3 \text{ voor } f_{cm} \geq 35 \text{ MPa};$$

waarin:

α_3 een coëfficiënt waarmee de invloed van de betonsterkte in rekening is gebracht:

$$\alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5};$$

t_0 is de ouderdom in dagen van het beton bij belasten:

$$t_0 = t_{0,T} \cdot \left(\frac{9}{2+t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right)^\alpha;$$

waarin:

α is een macht die afhangt van de cementsoort:

$$\alpha = -1 \text{ voor cement van klasse S};$$

$$\alpha = 0 \text{ voor cement van klasse N};$$

$$\alpha = 1 \text{ voor cement van klasse R};$$

t_T is de voor de temperatuur gecorrigeerde ouderdom in dagen van het beton na belasten:

$$t_T = \sum_{i=1}^n e^{-\left(\frac{4000}{[273+T(\Delta t_i)]} - 13,65\right)} \cdot \Delta t_i;$$

waarin:

Δt_i is het aantal dagen waarop een temperatuur T heerst;

$T(\Delta t_i)$ is de temperatuur in °C gedurende de periode Δt_i .

Na verder onderzoek is gebleken dat “om de eindwaarde van de kruipcoëfficiënt $\varphi(\infty, t_0)$ te bepalen mag $\beta_c(t, t_0)$ gelijk worden genomen aan 1” [10, p. 125].

Bijlage C: Aangemaakte data

Tabel 25: Alle aangemaakte data

		aangrijpend buigmoment		Med + e1*Ned						
λ	ω	Med (kNm)	Me0 (kNm)	Me0+M2 (kNm)	Ned (kN)	a (mm)	L0 (mm)	a/L0	ω ,min	ω ,max
34	0,0276	0	12,625	19,1131	500	213,9592	2100	0,1019	0,0642	1,0235
35	0,1114	0	12,625	19,2244	500	207,8461	2100	0,0990	0,0681	1,0235
36	0,2043	0	12,625	19,3870	500	202,0726	2100	0,0962	0,0720	1,0235
37	0,3075	0	12,625	19,5947	500	196,6112	2100	0,0936	0,0761	1,0235
38	0,4208	0	12,625	19,8360	500	191,4372	2100	0,0912	0,0803	1,0235
39	0,5467	0	12,625	20,1137	500	186,5285	2100	0,0888	0,0845	1,0235
40	0,7046	0	12,625	20,4891	500	181,8653	2100	0,0866	0,0889	1,0235
41	0,8989	0	12,625	20,9424	500	177,4296	2100	0,0845	0,0934	1,0235
26	0,0006	0	25,25	31,8693	1000	279,7928	2100	0,1332	0,0751	1,0235
26,5	0,0458	0	25,25	31,9331	1000	274,5137	2100	0,1307	0,0781	1,0235
27	0,0932	0	25,25	32,0220	1000	269,4301	2100	0,1283	0,0810	1,0235
27,5	0,1426	0	25,25	32,1292	1000	264,5314	2100	0,1260	0,0841	1,0235
28	0,1940	0	25,25	32,2515	1000	259,8076	2100	0,1237	0,0871	1,0235
28,5	0,2473	0	25,25	32,3886	1000	255,2496	2100	0,1215	0,0903	1,0235
29	0,3026	0	25,25	32,5368	1000	250,8487	2100	0,1195	0,0935	1,0235
29,5	0,3609	0	25,25	32,7061	1000	246,5971	2100	0,1174	0,0967	1,0235
30	0,4210	0	25,25	32,8834	1000	242,4871	2100	0,1155	0,1000	1,0235
22	0,0115	0	37,875	44,6060	1500	330,6642	2100	0,1575	0,0807	1,0235
22,2	0,0320	0	37,875	44,6351	1500	327,6853	2100	0,1560	0,0822	1,0235
22,4	0,0530	0	37,875	44,6705	1500	324,7595	2100	0,1546	0,0837	1,0235
22,6	0,0742	0	37,875	44,7086	1500	321,8855	2100	0,1533	0,0852	1,0235
22,8	0,0958	0	37,875	44,7506	1500	319,0620	2100	0,1519	0,0867	1,0235
23	0,1178	0	37,875	44,7985	1500	316,2875	2100	0,1506	0,0882	1,0235
23,2	0,1393	0	37,875	44,8329	1500	313,5609	2100	0,1493	0,0897	1,0235
23,4	0,1620	0	37,875	44,8874	1500	310,8809	2100	0,1480	0,0913	1,0235
23,6	0,1851	0	37,875	44,9448	1500	308,2463	2100	0,1468	0,0929	1,0235
23,8	0,2085	0	37,875	45,0051	1500	305,6560	2100	0,1456	0,0944	1,0235
24	0,2321	0	37,875	45,0673	1500	303,1089	2100	0,1443	0,0960	1,0235
20	0,0855	0	50,5	57,4644	2000	363,7307	2100	0,1732	0,0889	1,0235
20,1	0,0973	0	50,5	57,4847	2000	361,9211	2100	0,1723	0,0898	1,0235
20,2	0,1095	0	50,5	57,5109	2000	360,1294	2100	0,1715	0,0907	1,0235
20,3	0,1216	0	50,5	57,5358	2000	358,3553	2100	0,1706	0,0916	1,0235
20,4	0,1339	0	50,5	57,5619	2000	356,5987	2100	0,1698	0,0925	1,0235
20,5	0,1463	0	50,5	57,5890	2000	354,8592	2100	0,1690	0,0934	1,0235
20,6	0,1587	0	50,5	57,6172	2000	353,1366	2100	0,1682	0,0943	1,0235
20,7	0,1712	0	50,5	57,6464	2000	351,4306	2100	0,1673	0,0953	1,0235
20,8	0,1839	0	50,5	57,6766	2000	349,7410	2100	0,1665	0,0962	1,0235
20,9	0,1966	0	50,5	57,7078	2000	348,0676	2100	0,1657	0,0971	1,0235
21	0,2095	0	50,5	57,7404	2000	346,4102	2100	0,1650	0,0980	1,0235
18	0,0741	0	63,125	70,1608	2500	404,1452	2100	0,1925	0,0900	1,0235
18,1	0,0868	0	63,125	70,1771	2500	401,9123	2100	0,1914	0,0910	1,0235
18,2	0,0998	0	63,125	70,1987	2500	399,7040	2100	0,1903	0,0920	1,0235
18,3	0,1129	0	63,125	70,2219	2500	397,5199	2100	0,1893	0,0931	1,0235
18,4	0,1260	0	63,125	70,2467	2500	395,3594	2100	0,1883	0,0941	1,0235
18,5	0,1393	0	63,125	70,2728	2500	393,2223	2100	0,1872	0,0951	1,0235
18,6	0,1527	0	63,125	70,3004	2500	391,1082	2100	0,1862	0,0961	1,0235
18,7	0,1662	0	63,125	70,3292	2500	389,0168	2100	0,1852	0,0972	1,0235
18,8	0,1799	0	63,125	70,3594	2500	386,9475	2100	0,1843	0,0982	1,0235

18,9	0,1936	0	63,125	70,3908	2500	384,9002	2100	0,1833	0,0993	1,0235
16,5	0,0652	0	75,75	82,8362	3000	440,8857	2100	0,2099	0,0908	1,0235
16,6	0,0788	0	75,75	82,8535	3000	438,2297	2100	0,2087	0,0919	1,0235
16,7	0,0926	0	75,75	82,8729	3000	435,6056	2100	0,2074	0,0930	1,0235
16,8	0,1066	0	75,75	82,8937	3000	433,0127	2100	0,2062	0,0941	1,0235
16,9	0,1206	0	75,75	82,9166	3000	430,4505	2100	0,2050	0,0952	1,0235
17	0,1348	0	75,75	82,9412	3000	427,9184	2100	0,2038	0,0964	1,0235
17,1	0,1491	0	75,75	82,9677	3000	425,4160	2100	0,2026	0,0975	1,0235
17,2	0,1635	0	75,75	82,9959	3000	422,9426	2100	0,2014	0,0987	1,0235
31	0,0035	0	12,375	17,5941	500	212,3159	1900	0,1117	0,0652	1,0235
32	0,0939	0	12,375	17,7129	500	205,6810	1900	0,1083	0,0695	1,0235
33	0,1940	0	12,375	17,8793	500	199,4483	1900	0,1050	0,0739	1,0235
34	0,3056	0	12,375	18,0889	500	193,5821	1900	0,1019	0,0785	1,0235
35	0,4299	0	12,375	18,3365	500	188,0512	1900	0,0990	0,0832	1,0235
36	0,5674	0	12,375	18,6137	500	182,8276	1900	0,0962	0,0880	1,0235
37	0,7462	0	12,375	19,0042	500	177,8863	1900	0,0936	0,0929	1,0235
38	0,9691	0	12,375	19,4717	500	173,2051	1900	0,0912	0,0980	1,0235
28,5	0,0360	0	12,125	16,2790	500	206,6306	1700	0,1215	0,0689	1,0235
29	0,0866	0	12,125	16,3464	500	203,0680	1700	0,1195	0,0713	1,0235
29,5	0,1399	0	12,125	16,4244	500	199,6262	1700	0,1174	0,0738	1,0235
30	0,1964	0	12,125	16,5141	500	196,2991	1700	0,1155	0,0763	1,0235
30,5	0,2564	0	12,125	16,6147	500	193,0811	1700	0,1136	0,0789	1,0235
31	0,3198	0	12,125	16,7247	500	189,9669	1700	0,1117	0,0815	1,0235
31,5	0,3864	0	12,125	16,8414	500	186,9515	1700	0,1100	0,0842	1,0235
32	0,4575	0	12,125	16,9689	500	184,0304	1700	0,1083	0,0868	1,0235
32,5	0,5327	0	12,125	17,1039	500	181,1992	1700	0,1066	0,0896	1,0235
33	0,6126	0	12,125	17,2476	500	178,4537	1700	0,1050	0,0924	1,0235
33,5	0,7122	0	12,125	17,4426	500	175,7902	1700	0,1034	0,0952	1,0235
34	0,8258	0	12,125	17,6621	500	173,2051	1700	0,1019	0,0980	1,0235
25,5	0,0365	0	11,875	15,0661	500	203,7707	1500	0,1358	0,0708	1,0235
26	0,0933	0	11,875	15,1347	500	199,8520	1500	0,1332	0,0736	1,0235
26,5	0,1529	0	11,875	15,2120	500	196,0812	1500	0,1307	0,0765	1,0235
27	0,2165	0	11,875	15,3006	500	192,4501	1500	0,1283	0,0794	1,0235
27,5	0,2838	0	11,875	15,3978	500	188,9510	1500	0,1260	0,0824	1,0235
28	0,3554	0	11,875	15,5045	500	185,5769	1500	0,1237	0,0854	1,0235
28,5	0,4318	0	11,875	15,6207	500	182,3211	1500	0,1215	0,0885	1,0235
29	0,5132	0	11,875	15,7453	500	179,1777	1500	0,1195	0,0916	1,0235
29,5	0,6000	0	11,875	15,8782	500	176,1408	1500	0,1174	0,0948	1,0235
30	0,7016	0	11,875	16,0424	500	173,2051	1500	0,1155	0,0980	1,0235
22,5	0,0526	0	11,625	14,0059	500	200,1481	1300	0,1540	0,0734	1,0235
23	0,1178	0	11,625	14,0732	500	195,7970	1300	0,1506	0,0767	1,0235
23,5	0,1866	0	11,625	14,1482	500	191,6312	1300	0,1474	0,0801	1,0235
24	0,2606	0	11,625	14,2346	500	187,6388	1300	0,1443	0,0835	1,0235
24,5	0,3390	0	11,625	14,3278	500	183,8095	1300	0,1414	0,0871	1,0235
25	0,4233	0	11,625	14,4315	500	180,1333	1300	0,1386	0,0906	1,0235
25,5	0,5137	0	11,625	14,5434	500	176,6013	1300	0,1358	0,0943	1,0235
26	0,6109	0	11,625	14,6646	500	173,2051	1300	0,1332	0,0980	1,0235
19	0,0176	0	11,375	13,0348	500	200,5533	1100	0,1823	0,0731	1,0235
19,5	0,0901	0	11,375	13,0889	500	195,4109	1100	0,1776	0,0770	1,0235
20	0,1681	0	11,375	13,1536	500	190,5256	1100	0,1732	0,0810	1,0235

20,5	0,2516	0	11,375	13,2266	500	185,8786	1100	0,1690	0,0851	1,0235
21	0,3412	0	11,375	13,3080	500	181,4529	1100	0,1650	0,0893	1,0235
21,5	0,4381	0	11,375	13,3988	500	177,2331	1100	0,1611	0,0936	1,0235
22	0,5424	0	11,375	13,4973	500	173,2051	1100	0,1575	0,0980	1,0235
22,1	0,5648	0	11,375	13,5191	500	172,4213	1100	0,1567	0,0989	1,0235
35,5	0,0329	0	12,75	19,5985	500	214,6767	2200	0,0976	0,0638	1,0235
36	0,0718	0	12,75	19,6369	500	211,6951	2200	0,0962	0,0656	1,0235
36,5	0,1124	0	12,75	19,6868	500	208,7952	2200	0,0949	0,0675	1,0235
37	0,1555	0	12,75	19,7509	500	205,9736	2200	0,0936	0,0693	1,0235
37,5	0,2008	0	12,75	19,8263	500	203,2273	2200	0,0924	0,0712	1,0235
38	0,2483	0	12,75	19,9116	500	200,5533	2200	0,0912	0,0731	1,0235
38,5	0,2980	0	12,75	20,0055	500	197,9487	2200	0,0900	0,0751	1,0235
39	0,3502	0	12,75	20,1086	500	195,4109	2200	0,0888	0,0770	1,0235
39,5	0,4047	0	12,75	20,2189	500	192,9373	2200	0,0877	0,0790	1,0235
40	0,4622	0	12,75	20,3382	500	190,5256	2200	0,0866	0,0810	1,0235
40,5	0,5222	0	12,75	20,4633	500	188,1734	2200	0,0855	0,0831	1,0235
41	0,5862	0	12,75	20,5999	500	185,8786	2200	0,0845	0,0851	1,0235
41,5	0,6640	0	12,75	20,7832	500	183,6391	2200	0,0835	0,0872	1,0235
42	0,7483	0	12,75	20,9787	500	181,4529	2200	0,0825	0,0893	1,0235
42,5	0,8400	0	12,75	21,1864	500	179,3182	2200	0,0815	0,0915	1,0235
43	0,9391	0	12,75	21,4036	500	177,2331	2200	0,0806	0,0936	1,0235
37,5	0,0000	0	13	21,2432	500	221,7025	2400	0,0924	0,0598	1,0235
38	0,0300	0	13	21,2265	500	218,7854	2400	0,0912	0,0614	1,0235
38,5	0,0647	0	13	21,2452	500	215,9440	2400	0,0900	0,0631	1,0235
39	0,1014	0	13	21,2791	500	213,1755	2400	0,0888	0,0647	1,0235
39,5	0,1400	0	13	21,3266	500	210,4771	2400	0,0877	0,0664	1,0235
40	0,1806	0	13	21,3862	500	207,8461	2400	0,0866	0,0681	1,0235
40,5	0,2231	0	13	21,4565	500	205,2801	2400	0,0855	0,0698	1,0235
41	0,2675	0	13	21,5362	500	202,7767	2400	0,0845	0,0715	1,0235
41,5	0,3138	0	13	21,6241	500	200,3336	2400	0,0835	0,0733	1,0235
42	0,3624	0	13	21,7223	500	197,9487	2400	0,0825	0,0751	1,0235
42,5	0,4136	0	13	21,8300	500	195,6199	2400	0,0815	0,0769	1,0235
43	0,4668	0	13	21,9432	500	193,3452	2400	0,0806	0,0787	1,0235
43,5	0,5223	0	13	22,0632	500	191,1228	2400	0,0796	0,0805	1,0235
44	0,5833	0	13	22,2030	500	188,9510	2400	0,0787	0,0824	1,0235
44,5	0,6547	0	13	22,3796	500	186,8280	2400	0,0778	0,0843	1,0235
45	0,7309	0	13	22,5654	500	184,7521	2400	0,0770	0,0862	1,0235
45,5	0,8132	0	13	22,7628	500	182,7218	2400	0,0761	0,0881	1,0235
46	0,9018	0	13	22,9700	500	180,7357	2400	0,0753	0,0900	1,0235
46,5	0,9969	0	13	23,1853	500	178,7923	2400	0,0745	0,0920	1,0235
40	0,0071	0	13,25	22,9929	500	225,1666	2600	0,0866	0,0580	1,0235
40,5	0,0366	0	13,25	22,9763	500	222,3868	2600	0,0855	0,0595	1,0235
41	0,0677	0	13,25	22,9752	500	219,6747	2600	0,0845	0,0609	1,0235
41,5	0,1009	0	13,25	22,9912	500	217,0281	2600	0,0835	0,0624	1,0235
42	0,1358	0	13,25	23,0201	500	214,4444	2600	0,0825	0,0640	1,0235
42,5	0,1724	0	13,25	23,0623	500	211,9215	2600	0,0815	0,0655	1,0235
43	0,2110	0	13,25	23,1167	500	209,4573	2600	0,0806	0,0670	1,0235
43,5	0,2512	0	13,25	23,1812	500	207,0498	2600	0,0796	0,0686	1,0235
44	0,2930	0	13,25	23,2547	500	204,6969	2600	0,0787	0,0702	1,0235
44,5	0,3371	0	13,25	23,3388	500	202,3969	2600	0,0778	0,0718	1,0235

45	0,3827	0	13,25	23,4300	500	200,1481	2600	0,0770	0,0734	1,0235
45,5	0,4306	0	13,25	23,5302	500	197,9487	2600	0,0761	0,0751	1,0235
46	0,4801	0	13,25	23,6357	500	195,7970	2600	0,0753	0,0767	1,0235
46,5	0,5319	0	13,25	23,7489	500	193,6917	2600	0,0745	0,0784	1,0235
47	0,5923	0	13,25	23,8979	500	191,6312	2600	0,0737	0,0801	1,0235
47,5	0,6586	0	13,25	24,0658	500	189,6140	2600	0,0729	0,0818	1,0235
48	0,7289	0	13,25	24,2416	500	187,6388	2600	0,0722	0,0835	1,0235
48,5	0,8039	0	13,25	24,4268	500	185,7044	2600	0,0714	0,0853	1,0235
49	0,8847	0	13,25	24,6235	500	183,8095	2600	0,0707	0,0871	1,0235
49,5	0,9702	0	13,25	24,8252	500	181,9528	2600	0,0700	0,0888	1,0235
42,5	0,0225	0	13,5	24,8488	500	228,2232	2800	0,0815	0,0565	1,0235
43	0,0493	0	13,5	24,8164	500	225,5694	2800	0,0806	0,0578	1,0235
43,5	0,0778	0	13,5	24,7997	500	222,9767	2800	0,0796	0,0592	1,0235
44	0,1080	0	13,5	24,7982	500	220,4428	2800	0,0787	0,0605	1,0235
44,5	0,1398	0	13,5	24,8106	500	217,9659	2800	0,0778	0,0619	1,0235
45	0,1733	0	13,5	24,8358	500	215,5441	2800	0,0770	0,0633	1,0235
45,5	0,2082	0	13,5	24,8725	500	213,1755	2800	0,0761	0,0647	1,0235
46	0,2447	0	13,5	24,9195	500	210,8584	2800	0,0753	0,0662	1,0235
46,5	0,2831	0	13,5	24,9782	500	208,5911	2800	0,0745	0,0676	1,0235
47	0,3229	0	13,5	25,0453	500	206,3720	2800	0,0737	0,0691	1,0235
47,5	0,3646	0	13,5	25,1224	500	204,1997	2800	0,0729	0,0705	1,0235
48	0,4078	0	13,5	25,2063	500	202,0726	2800	0,0722	0,0720	1,0235
48,5	0,4530	0	13,5	25,2984	500	199,9894	2800	0,0714	0,0735	1,0235
49	0,5001	0	13,5	25,3988	500	197,9487	2800	0,0707	0,0751	1,0235
49,5	0,5514	0	13,5	25,5164	500	195,9492	2800	0,0700	0,0766	1,0235
50	0,6095	0	13,5	25,6623	500	193,9897	2800	0,0693	0,0782	1,0235
50,5	0,6714	0	13,5	25,8187	500	192,0690	2800	0,0686	0,0797	1,0235
51	0,7371	0	13,5	25,9847	500	190,1860	2800	0,0679	0,0813	1,0235
51,5	0,8070	0	13,5	26,1597	500	188,3395	2800	0,0673	0,0829	1,0235
52	0,8806	0	13,5	26,3401	500	186,5285	2800	0,0666	0,0845	1,0235
52,5	0,9594	0	13,5	26,5306	500	184,7521	2800	0,0660	0,0862	1,0235
44,5	0,0182	0	13,75	26,8283	500	233,5349	3000	0,0778	0,0539	1,0235
45	0,0413	0	13,75	26,7671	500	230,9401	3000	0,0770	0,0551	1,0235
45,5	0,0659	0	13,75	26,7212	500	228,4023	3000	0,0761	0,0564	1,0235
46	0,0921	0	13,75	26,6906	500	225,9197	3000	0,0753	0,0576	1,0235
46,5	0,1199	0	13,75	26,6742	500	223,4904	3000	0,0745	0,0589	1,0235
47	0,1490	0	13,75	26,6707	500	221,1129	3000	0,0737	0,0602	1,0235
47,5	0,1798	0	13,75	26,6805	500	218,7854	3000	0,0729	0,0614	1,0235
48	0,2120	0	13,75	26,7011	500	216,5064	3000	0,0722	0,0627	1,0235
48,5	0,2458	0	13,75	26,7340	500	214,2743	3000	0,0714	0,0641	1,0235
49	0,2809	0	13,75	26,7764	500	212,0879	3000	0,0707	0,0654	1,0235
49,5	0,3174	0	13,75	26,8271	500	209,9456	3000	0,0700	0,0667	1,0235
50	0,3556	0	13,75	26,8878	500	207,8461	3000	0,0693	0,0681	1,0235
50,5	0,3955	0	13,75	26,9581	500	205,7882	3000	0,0686	0,0695	1,0235
51	0,4367	0	13,75	27,0343	500	203,7707	3000	0,0679	0,0708	1,0235
51,5	0,4797	0	13,75	27,1187	500	201,7923	3000	0,0673	0,0722	1,0235
52	0,5250	0	13,75	27,2134	500	199,8520	3000	0,0666	0,0736	1,0235
52,5	0,5774	0	13,75	27,3407	500	197,9487	3000	0,0660	0,0751	1,0235
53	0,6324	0	13,75	27,4758	500	196,0812	3000	0,0654	0,0765	1,0235
53,5	0,6907	0	13,75	27,6204	500	194,2487	3000	0,0647	0,0779	1,0235

54	0,7524	0	13,75	27,7740	500	192,4501	3000	0,0642	0,0794	1,0235
54,5	0,8176	0	13,75	27,9358	500	190,6845	3000	0,0636	0,0809	1,0235
55	0,8862	0	13,75	28,1035	500	188,9510	3000	0,0630	0,0824	1,0235
55,5	0,9590	0	13,75	28,2789	500	187,2487	3000	0,0624	0,0839	1,0235
46	0,0018	0	14	28,9771	500	240,9810	3200	0,0753	0,0512	1,0235
46,5	0,0201	0	14	28,8783	500	238,3898	3200	0,0745	0,0518	1,0235
47	0,0401	0	14	28,7939	500	235,8537	3200	0,0737	0,0529	1,0235
47,5	0,0615	0	14	28,7241	500	233,3711	3200	0,0729	0,0540	1,0235
48	0,0844	0	14	28,6677	500	230,9401	3200	0,0722	0,0551	1,0235
48,5	0,1088	0	14	28,6260	500	228,5593	3200	0,0714	0,0563	1,0235
49	0,1345	0	14	28,5961	500	226,2270	3200	0,0707	0,0575	1,0235
49,5	0,1617	0	14	28,5800	500	223,9419	3200	0,0700	0,0586	1,0235
50	0,1903	0	14	28,5755	500	221,7025	3200	0,0693	0,0598	1,0235
50,5	0,2201	0	14	28,5817	500	219,5074	3200	0,0686	0,0610	1,0235
51	0,2514	0	14	28,5997	500	217,3554	3200	0,0679	0,0623	1,0235
51,5	0,2840	0	14	28,6270	500	215,2451	3200	0,0673	0,0635	1,0235
52	0,3177	0	14	28,6624	500	213,1755	3200	0,0666	0,0647	1,0235
52,5	0,3530	0	14	28,7076	500	211,1452	3200	0,0660	0,0660	1,0235
53	0,3898	0	14	28,7622	500	209,1533	3200	0,0654	0,0672	1,0235
53,5	0,4278	0	14	28,8228	500	207,1986	3200	0,0647	0,0685	1,0235
54	0,4674	0	14	28,8915	500	205,2801	3200	0,0642	0,0698	1,0235
54,5	0,5087	0	14	28,9685	500	203,3968	3200	0,0636	0,0711	1,0235
55	0,5562	0	14	29,0758	500	201,5477	3200	0,0630	0,0724	1,0235
55,5	0,6059	0	14	29,1905	500	199,7320	3200	0,0624	0,0737	1,0235
56	0,6583	0	14	29,3146	500	197,9487	3200	0,0619	0,0751	1,0235
56,5	0,7136	0	14	29,4473	500	196,1969	3200	0,0613	0,0764	1,0235
57	0,7719	0	14	29,5883	500	194,4759	3200	0,0608	0,0778	1,0235
57,5	0,8335	0	14	29,7369	500	192,7848	3200	0,0602	0,0791	1,0235
58	0,8976	0	14	29,8898	500	191,1228	3200	0,0597	0,0805	1,0235
58,5	0,9659	0	14	30,0519	500	189,4893	3200	0,0592	0,0819	1,0235
26,5	0,0437	0	25,25	31,7216	1000	274,5137	2100	0,1307	0,0781	1,0235
27	0,0908	0	25,25	31,8008	1000	269,4301	2100	0,1283	0,0810	1,0235
27,5	0,1402	0	25,25	31,9010	1000	264,5314	2100	0,1260	0,0841	1,0235
28	0,1911	0	25,25	32,0119	1000	259,8076	2100	0,1237	0,0871	1,0235
28,5	0,2442	0	25,25	32,1385	1000	255,2496	2100	0,1215	0,0903	1,0235
29	0,2995	0	25,25	32,2792	1000	250,8487	2100	0,1195	0,0935	1,0235
29,5	0,3569	0	25,25	32,4322	1000	246,5971	2100	0,1174	0,0967	1,0235
27,5	0,0300	0	25,5	32,6412	1000	277,1281	2200	0,1260	0,0766	1,0235
28	0,0746	0	25,5	32,7136	1000	272,1794	2200	0,1237	0,0794	1,0235
28,5	0,1210	0	25,5	32,8044	1000	267,4043	2200	0,1215	0,0823	1,0235
29	0,1693	0	25,5	32,9140	1000	262,7939	2200	0,1195	0,0852	1,0235
29,5	0,2191	0	25,5	33,0329	1000	258,3398	2200	0,1174	0,0881	1,0235
30	0,2716	0	25,5	33,1747	1000	254,0341	2200	0,1155	0,0912	1,0235
30,5	0,3254	0	25,5	33,3209	1000	249,8696	2200	0,1136	0,0942	1,0235
31	0,3820	0	25,5	33,4877	1000	245,8395	2200	0,1117	0,0973	1,0235
29,5	0,0093	0	26	34,6158	1000	281,8252	2400	0,1174	0,0741	1,0235
30	0,0493	0	26	34,6682	1000	277,1281	2400	0,1155	0,0766	1,0235
30,5	0,0912	0	26	34,7461	1000	272,5850	2400	0,1136	0,0792	1,0235
31	0,1349	0	26	34,8460	1000	268,1885	2400	0,1117	0,0818	1,0235
31,5	0,1798	0	26	34,9550	1000	263,9316	2400	0,1100	0,0844	1,0235

32	0,2270	0	26	35,0900	1000	259,8076	2400	0,1083	0,0871	1,0235
32,5	0,2754	0	26	35,2308	1000	255,8106	2400	0,1066	0,0899	1,0235
33	0,3261	0	26	35,3914	1000	251,9347	2400	0,1050	0,0927	1,0235
33,5	0,3786	0	26	35,5645	1000	248,1744	2400	0,1034	0,0955	1,0235
34	0,4330	0	26	35,7474	1000	244,5248	2400	0,1019	0,0984	1,0235
32	0,0329	0	26,5	36,8176	1000	281,4583	2600	0,1083	0,0743	1,0235
32,5	0,0710	0	26,5	36,8771	1000	277,1281	2600	0,1066	0,0766	1,0235
33	0,1106	0	26,5	36,9563	1000	272,9292	2600	0,1050	0,0790	1,0235
33,5	0,1520	0	26,5	37,0630	1000	268,8556	2600	0,1034	0,0814	1,0235
34	0,1946	0	26,5	37,1791	1000	264,9019	2600	0,1019	0,0838	1,0235
34,5	0,2390	0	26,5	37,3161	1000	261,0627	2600	0,1004	0,0863	1,0235
35	0,2849	0	26,5	37,4667	1000	257,3333	2600	0,0990	0,0888	1,0235
35,5	0,3326	0	26,5	37,6345	1000	253,7089	2600	0,0976	0,0914	1,0235
36	0,3819	0	26,5	37,8127	1000	250,1851	2600	0,0962	0,0940	1,0235
36,5	0,4327	0	26,5	37,9999	1000	246,7579	2600	0,0949	0,0966	1,0235
37	0,4859	0	26,5	38,2059	1000	243,4234	2600	0,0936	0,0993	1,0235
34	0,0233	0	27	39,1622	1000	285,2790	2800	0,1019	0,0723	1,0235
34,5	0,0584	0	27	39,2001	1000	281,1445	2800	0,1004	0,0744	1,0235
35	0,0948	0	27	39,2627	1000	277,1281	2800	0,0990	0,0766	1,0235
35,5	0,1327	0	27	39,3483	1000	273,2249	2800	0,0976	0,0788	1,0235
36	0,1720	0	27	39,4536	1000	269,4301	2800	0,0962	0,0810	1,0235
36,5	0,2126	0	27	39,5760	1000	265,7393	2800	0,0949	0,0833	1,0235
37	0,2548	0	27	39,7164	1000	262,1482	2800	0,0936	0,0856	1,0235
37,5	0,2986	0	27	39,8742	1000	258,6529	2800	0,0924	0,0879	1,0235
38	0,3439	0	27	40,0464	1000	255,2496	2800	0,0912	0,0903	1,0235
38,5	0,3906	0	27	40,2280	1000	251,9347	2800	0,0900	0,0927	1,0235
39	0,4393	0	27	40,4295	1000	248,7047	2800	0,0888	0,0951	1,0235
39,5	0,4894	0	27	40,6378	1000	245,5566	2800	0,0877	0,0976	1,0235
36	0,0192	0	27,5	41,6953	1000	288,6751	3000	0,0962	0,0706	1,0235
36,5	0,0518	0	27,5	41,7123	1000	284,7207	3000	0,0949	0,0726	1,0235
37	0,0852	0	27,5	41,7475	1000	280,8731	3000	0,0936	0,0746	1,0235
37,5	0,1206	0	27,5	41,8186	1000	277,1281	3000	0,0924	0,0766	1,0235
38	0,1571	0	27,5	41,9089	1000	273,4817	3000	0,0912	0,0786	1,0235
38,5	0,1947	0	27,5	42,0147	1000	269,9300	3000	0,0900	0,0807	1,0235
39	0,2339	0	27,5	42,1449	1000	266,4694	3000	0,0888	0,0828	1,0235
39,5	0,2745	0	27,5	42,2909	1000	263,0963	3000	0,0877	0,0850	1,0235
40	0,3164	0	27,5	42,4519	1000	259,8076	3000	0,0866	0,0871	1,0235
40,5	0,3598	0	27,5	42,6287	1000	256,6001	3000	0,0855	0,0893	1,0235
41	0,4044	0	27,5	42,8134	1000	253,4708	3000	0,0845	0,0916	1,0235
41,5	0,4508	0	27,5	43,0158	1000	250,4170	3000	0,0835	0,0938	1,0235
42	0,4985	0	27,5	43,2276	1000	247,4358	3000	0,0825	0,0961	1,0235
42,5	0,5479	0	27,5	43,4508	1000	244,5248	3000	0,0815	0,0984	1,0235
38,5	0,0501	0	28	44,4050	1000	287,9253	3200	0,0900	0,0710	1,0235
39	0,0815	0	28	44,4223	1000	284,2340	3200	0,0888	0,0728	1,0235
39,5	0,1142	0	28	44,4661	1000	280,6361	3200	0,0877	0,0747	1,0235
40	0,1484	0	28	44,5415	1000	277,1281	3200	0,0866	0,0766	1,0235
40,5	0,1836	0	28	44,6312	1000	273,7068	3200	0,0855	0,0785	1,0235
41	0,2203	0	28	44,7468	1000	270,3689	3200	0,0845	0,0805	1,0235
41,5	0,2581	0	28	44,8772	1000	267,1114	3200	0,0835	0,0824	1,0235
42	0,2969	0	28	45,0200	1000	263,9316	3200	0,0825	0,0844	1,0235

42,5	0,3375	0	28	45,1859	1000	260,8265	3200	0,0815	0,0865	1,0235
43	0,3790	0	28	45,3607	1000	257,7936	3200	0,0806	0,0885	1,0235
43,5	0,4224	0	28	45,5556	1000	254,8305	3200	0,0796	0,0906	1,0235
44	0,4667	0	28	45,7564	1000	251,9347	3200	0,0787	0,0927	1,0235
44,5	0,5128	0	28	45,9747	1000	249,1039	3200	0,0778	0,0948	1,0235
45	0,5599	0	28	46,1965	1000	246,3361	3200	0,0770	0,0969	1,0235
45,5	0,6089	0	28	46,4337	1000	243,6291	3200	0,0761	0,0991	1,0235
32,5	0,0116	0	42	58,7483	1500	341,0808	3200	0,1066	0,0758	1,0235
33	0,0460	0	42	58,7655	1500	335,9129	3200	0,1050	0,0782	1,0235
33,5	0,0817	0	42	58,8252	1500	330,8993	3200	0,1034	0,0806	1,0235
34	0,1188	0	42	58,9203	1500	326,0331	3200	0,1019	0,0830	1,0235
34,5	0,1570	0	42	59,0452	1500	321,3080	3200	0,1004	0,0855	1,0235
35	0,1965	0	42	59,1948	1500	316,7179	3200	0,0990	0,0880	1,0235
35,5	0,2371	0	42	59,3658	1500	312,2570	3200	0,0976	0,0905	1,0235
36	0,2794	0	42	59,5746	1500	307,9201	3200	0,0962	0,0931	1,0235
36,5	0,3228	0	42	59,7940	1500	303,7021	3200	0,0949	0,0957	1,0235
37	0,3675	0	42	60,0343	1500	299,5980	3200	0,0936	0,0983	1,0235
29	0,0225	0	56	72,9909	2000	382,2457	3200	0,1195	0,0805	1,0235
29,5	0,0608	0	56	73,0301	2000	375,7670	3200	0,1174	0,0833	1,0235
30	0,1008	0	56	73,1290	2000	369,5042	3200	0,1155	0,0862	1,0235
30,5	0,1420	0	56	73,2647	2000	363,4467	3200	0,1136	0,0891	1,0235
31	0,1847	0	56	73,4406	2000	357,5847	3200	0,1117	0,0920	1,0235
31,5	0,2279	0	56	73,6095	2000	351,9087	3200	0,1100	0,0950	1,0235
32	0,2733	0	56	73,8458	2000	346,4102	3200	0,1083	0,0980	1,0235
26,2	0,0108	0	70	87,1802	2500	423,0964	3200	0,1322	0,0822	1,0235
26,4	0,0274	0	70	87,1984	2500	419,8911	3200	0,1312	0,0834	1,0235
26,6	0,0442	0	70	87,2252	2500	416,7340	3200	0,1302	0,0847	1,0235
26,8	0,0612	0	70	87,2601	2500	413,6241	3200	0,1293	0,0860	1,0235
27	0,0784	0	70	87,3027	2500	410,5602	3200	0,1283	0,0872	1,0235
27,2	0,0958	0	70	87,3525	2500	407,5414	3200	0,1274	0,0885	1,0235
27,4	0,1135	0	70	87,4093	2500	404,5666	3200	0,1264	0,0898	1,0235
27,6	0,1314	0	70	87,4728	2500	401,6350	3200	0,1255	0,0912	1,0235
27,8	0,1495	0	70	87,5425	2500	398,7455	3200	0,1246	0,0925	1,0235
28	0,1678	0	70	87,6182	2500	395,8973	3200	0,1237	0,0938	1,0235
28,2	0,1864	0	70	87,6997	2500	393,0895	3200	0,1228	0,0952	1,0235
28,4	0,2052	0	70	87,7868	2500	390,3213	3200	0,1220	0,0965	1,0235
28,6	0,2242	0	70	87,8791	2500	387,5918	3200	0,1211	0,0979	1,0235
28,8	0,2434	0	70	87,9765	2500	384,9002	3200	0,1203	0,0993	1,0235
24,2	0,0143	0	84	101,4347	3000	458,0630	3200	0,1431	0,0841	1,0235
24,4	0,0321	0	84	101,4458	3000	454,3084	3200	0,1420	0,0855	1,0235
24,6	0,0500	0	84	101,4675	3000	450,6148	3200	0,1408	0,0869	1,0235
24,8	0,0682	0	84	101,4991	3000	446,9809	3200	0,1397	0,0883	1,0235
25	0,0866	0	84	101,5403	3000	443,4050	3200	0,1386	0,0898	1,0235
25,2	0,1053	0	84	101,5903	3000	439,8859	3200	0,1375	0,0912	1,0235
25,4	0,1243	0	84	101,6488	3000	436,4223	3200	0,1364	0,0927	1,0235
25,6	0,1434	0	84	101,7152	3000	433,0127	3200	0,1353	0,0941	1,0235
25,8	0,1628	0	84	101,7893	3000	429,6560	3200	0,1343	0,0956	1,0235
26	0,1825	0	84	101,8707	3000	426,3510	3200	0,1332	0,0971	1,0235
26,2	0,2024	0	84	101,9589	3000	423,0964	3200	0,1322	0,0986	1,0235
27	0,0908	0	25,25	31,8008	1000	269,4301	2100	0,1283	0,0810	1,0235

27,2	0,1103	0	25,25	31,8386	1000	267,4490	2100	0,1274	0,0822	1,0235
27,4	0,1302	0	25,25	31,8804	1000	265,4968	2100	0,1264	0,0835	1,0235
27,6	0,1501	0	25,25	31,9214	1000	263,5729	2100	0,1255	0,0847	1,0235
27,8	0,1702	0	25,25	31,9617	1000	261,6767	2100	0,1246	0,0859	1,0235
27,8	0,1702	0	25,25	31,9617	1000	261,6767	2100	0,1246	0,0859	1,0235
28	0,1911	0	25,25	32,0119	1000	259,8076	2100	0,1237	0,0871	1,0235
28,2	0,2119	0	25,25	32,0581	1000	257,9650	2100	0,1228	0,0884	1,0235
28,4	0,2332	0	25,25	32,1096	1000	256,1484	2100	0,1220	0,0897	1,0235
28,6	0,2548	0	25,25	32,1627	1000	254,3571	2100	0,1211	0,0909	1,0235
28,8	0,2769	0	25,25	32,2187	1000	252,5907	2100	0,1203	0,0922	1,0235
29	0,2995	0	25,25	32,2792	1000	250,8487	2100	0,1195	0,0935	1,0235
29,2	0,3218	0	25,25	32,3348	1000	249,1306	2100	0,1186	0,0948	1,0235
29,4	0,3452	0	25,25	32,3995	1000	247,4358	2100	0,1178	0,0961	1,0235
29,6	0,3687	0	25,25	32,4639	1000	245,7640	2100	0,1170	0,0974	1,0235
29,8	0,3925	0	25,25	32,5291	1000	244,1145	2100	0,1162	0,0987	1,0235
28,8	0,0071	0	56	72,9715	2000	384,9002	3200	0,1203	0,0794	1,0235
29	0,0225	0	56	72,9909	2000	382,2457	3200	0,1195	0,0805	1,0235
29,2	0,0376	0	56	72,9979	2000	379,6276	3200	0,1186	0,0816	1,0235
29,4	0,0530	0	56	73,0185	2000	377,0451	3200	0,1178	0,0828	1,0235
29,6	0,0688	0	56	73,0523	2000	374,4975	3200	0,1170	0,0839	1,0235
29,8	0,0847	0	56	73,0868	2000	371,9841	3200	0,1162	0,0850	1,0235
30	0,1008	0	56	73,1290	2000	369,5042	3200	0,1155	0,0862	1,0235
30,2	0,1170	0	56	73,1705	2000	367,0571	3200	0,1147	0,0873	1,0235
30,4	0,1337	0	56	73,2338	2000	364,6423	3200	0,1140	0,0885	1,0235
30,6	0,1504	0	56	73,2948	2000	362,2590	3200	0,1132	0,0896	1,0235
30,8	0,1673	0	56	73,3583	2000	359,9067	3200	0,1125	0,0908	1,0235
31	0,1847	0	56	73,4406	2000	357,5847	3200	0,1117	0,0920	1,0235
31,2	0,2020	0	56	73,5131	2000	355,2925	3200	0,1110	0,0932	1,0235
31,4	0,2193	0	56	73,5801	2000	353,0295	3200	0,1103	0,0944	1,0235
31,6	0,2369	0	56	73,6549	2000	350,7951	3200	0,1096	0,0956	1,0235
31,8	0,2550	0	56	73,7485	2000	348,5888	3200	0,1089	0,0968	1,0235
32	0,2733	0	56	73,8458	2000	346,4102	3200	0,1083	0,0980	1,0235
32,2	0,2918	0	56	73,9468	2000	344,2585	3200	0,1076	0,0993	1,0235