

2021 • 2022

Faculteit Industriële Ingenieurswetenschappen
master in de industriële wetenschappen: bouwkunde

Masterthesis

Dwarse lastverdeling bij holle welfsels: bepaling van doorbuigingen, momenten en reactiekrachten

PROMOTOR :

Prof. dr. ing. Bram VANDOREN

PROMOTOR :

ing. Stef MAAS

Neel Corstjens, Stef Smolders

Scriptie ingediend tot het behalen van de graad van master in de industriële wetenschappen: bouwkunde

Gezamenlijke opleiding UHasselt en KU Leuven



KU LEUVEN



KU LEUVEN

2021 • 2022

Faculteit Industriële Ingenieurswetenschappen
master in de industriële wetenschappen: bouwkunde

Masterthesis

Dwarse lastverdeling bij holle welfsels: bepaling van doorbuigingen, momenten en reactiekrachten

PROMOTOR :

Prof. dr. ing. Bram VANDOREN

PROMOTOR :

ing. Stef MAAS

Neel Corstjens, Stef Smolders

Scriptie ingediend tot het behalen van de graad van master in de industriële wetenschappen: bouwkunde



KU LEUVEN

Woord vooraf

Deze masterthesis vormt het finale werk van de masteropleiding 'Industriële Ingenieurswetenschappen Bouwkunde' gevolgd aan de Universiteit Hasselt in samenwerking met de Katholieke Universiteit Leuven. Het maken van deze thesis was zeker geen evidentie en is ook niet zonder problemen verlopen. Graag willen wij dan ook alle betrokken partijen bedanken voor de ondersteuning en de hulp gedurende het volledige academiejaar.

In de eerste plaats willen wij onze interne promotor Prof. dr. ing. Bram Vandoren bedanken voor zijn kritische bemerkingen en de intensieve opvolging van onze thesis. Ten tweede bedankt aan onze externe promotor ing. Stef Maas voor het delen van zijn theoretische en praktische kennis en inzichten over het onderwerp. Ook willen we het team van SCIA Support bedanken voor de ondersteuning bij problemen op vlak van modellering. Tot slot zouden wij graag onze ouders willen bedanken voor de steun gedurende de volledige opleiding.

Inhoudsopgave

Woord vooraf	1
Lijst met tabellen	5
Lijst met figuren.....	7
Verklarende symbolenlijst.....	9
Abstract in het Nederlands	13
Abstract in English	15
1 Introductie	17
2 Literatuurstudie	19
2.1 Holle welfsels	19
2.2 Productie van holle welfsels	20
2.3 Principe van lastenspreiding	23
2.4 Interpretatie NBN EN 1168 Annex C.....	24
2.4.1 Lastenspreiding volgens elasticiteitstheorie	25
2.4.2 Geen lastenspreiding	26
2.4.3 Spreidingsfactoren voor lasten in het midden en op de rand van een vloerveld	26
2.4.4 Spreidingsfactoren voor drie of vier ondersteunde randen.....	29
2.4.5 Spanningscontroles.....	31
2.5 Druklaag.....	33
2.6 Openingen in vloervelden.....	36
2.7 Types van plaattheorieën	38
2.8 Stijfheidsmatrix van holle welfsels	40
2.9 Eerder uitgevoerde in-situ proeven	41
2.10 Betonkrimp	45
2.10.1 Algemene beschrijving.....	45
2.10.2 Betonkrimp volgens Eurocode NBN EN 1992.....	46
3 EEM-modellen	49
3.1 Toegepaste EEM-modellen	49
3.2 Vergelijking plaattheorie van Kirchhoff en Mindlin in SCIA	50
3.3 Validatie EEM-model	51
3.4 Aandachtspunten bij het modelleren van welfsels	54
4 Moment- en doorbuigings spreiding	57
4.1 De spreidingsbreedte	58
4.2 Lijnlasten korter dan de overspanning	61
4.3 Belastingen tussen de opleg en het midden van de overspanning.....	61

4.4	Belastingen tussen de rand en het midden van het vloerveld.....	62
4.5	Longitudinale steunpunten.....	67
5	Reactiekrachten.....	69
5.1	Puntlasten.....	69
5.2	Lijnlasten.....	74
5.3	Vergelijking tussen α -factoren en β -factoren.....	79
5.4	Dwarskrachtenlijn.....	80
5.5	Vergelijking met NBN EN 1168.....	80
6	Rekenmethode.....	83
6.1	Algemeen principe.....	83
6.2	Meerdere belastingen.....	84
6.3	Algemeen voorbeeld.....	85
6.4	Realistische situaties.....	91
6.4.1	Schuine opleg.....	92
6.4.2	Lijnlasten niet evenwijdig met de overspanning.....	93
6.4.3	Openingen.....	93
7	Krimp in de langsvoegen.....	95
7.1	Krimpberekening.....	95
7.2	Stijfheidsfunctie voeg.....	97
7.3	Gedrag op vloerniveau.....	98
8	Conclusie.....	101
	Literatuurlijst.....	103
	Bijlage 1: Exacte spreidingsfactoren (α -factoren).....	105
	Bijlage 2: Exacte reactiekrachtfactoren (β -factoren).....	109

Lijst met tabellen

Tabel 1: Maximale doorbuigingen per belastingsgeval	43
Tabel 2: Waarden voor kh	47
Tabel 3: Vergelijking proeven met EEM-model	53
Tabel 4: Variatie van de spreidingsfactoren voor een belasting 1 m van het steunpunt	62
Tabel 5: Spreidingsfactoren belasting op tweede element (overspanning 6 m)	63
Tabel 6: Geïnterpoleerde spreidingsfactoren voor een belasting op het tweede element (overspanning 6 m) ..	63
Tabel 7: Geïnterpoleerde spreidingsfactoren voor een belasting op het tweede element (overspanning 6 m) ..	66
Tabel 8: β_i , lin waarden voor een lijnlast op HC1	76
Tabel 9: β_i , lin waarden voor een lijnlast op HC2	76
Tabel 10: β_i , lin waarden voor een lijnlast op HC3	77
Tabel 11: Spreidingsfactoren voor een vloerveld met overspanning 6 m	86
Tabel 12: Samenvatting spreidingsfactoren belastingen	87
Tabel 13: Samenvatting belastingen	87
Tabel 14: β -factoren lijnlast 5 kN/m	89
Tabel 15: β -factoren puntlast midden op HC3	89
Tabel 16: β -factoren puntlast 7 kN	90
Tabel 17: β -factoren puntlast 5 kN	90
Tabel 18: Resultaten voor het nabije steunpunt	91
Tabel 19: Resultaten voor het verre steunpunt	91

Lijst met figuren

Figuur 1: Benamingen van holle welfsels	19
Figuur 2: Voorgespannen holle welfsels tijdens montage	20
Figuur 3: Extruder	21
Figuur 4: Slipformer	21
Figuur 5: Flowformer	22
Figuur 6: Plotter	22
Figuur 7: Zaagmachine	23
Figuur 8: Doorbuigingsprofiel holle welfsels	23
Figuur 9: Principe van lastenspreiding	24
Figuur 10: Vorming van een drukschoor tussen twee welfsels	25
Figuur 11: Visualisatie van x en L	27
Figuur 12: Spreidingsfactoren voor lijnlasten	28
Figuur 13: Spreidingsfactoren voor puntlasten in het midden	28
Figuur 14: Spreidingsfactoren voor puntlasten op de rand	29
Figuur 15: Veronderstelde vorm van verticale dwarskrachten in voegen	29
Figuur 16: Laterale en longitudinale rand	30
Figuur 17: Reactiekracht bij de longitudinale steun t.g.v. lijnlast (spreidingsfactor k)	31
Figuur 18: Reactiekracht bij de longitudinale steun t.g.v. puntlast in het midden (spreidingsfactor k)	31
Figuur 19: Vormen van langsvoeugen: a) voeg met kettingwapening, b) trapeziumgroef, c) halfronde groef	32
Figuur 20: Druklaag.....	34
Figuur 21: Problemen bij de verbinding tussen welfsels en een druklaag	34
Figuur 22: Afschuifsterkte net voor het afschuiven van het beton	35
Figuur 23: Benadering van de cohesiecoëfficiënt (c) en de wrijvingscoëfficiënt (μ)	36
Figuur 24: Vloervelden met een grote opening a) situatie 1, b) situatie 2	37
Figuur 25: Verschil in doorbuiging voor a) situatie 1, b) situatie 2	38
Figuur 26: Vrijheidsgraden Mindlin	39
Figuur 27: Krachtswerking op de rand van een Kirchhoff en Mindlin plaat	39
Figuur 28: Proefopstelling met holle welfsels	42
Figuur 29: Doorsnede van de gebruikte welfsels in de proefopstelling van Figuur 28	42
Figuur 30: Toegepaste belastingsgevallen.....	43
Figuur 31: Vergelijking van relatieve bijkomende vervorming van EEM (HC-cal) en in-situ (HC-obs).....	44
Figuur 32: Schematisch overzicht van krimpfenomenen	45
Figuur 33: Scheurvorming als gevolg van thermische krimp	46
Figuur 34: Visualisatie van het gemodelleerde vloerveld in a) SCIA Engineer en b) Diamonds.....	49
Figuur 35: Doorbuigingslijn ter hoogte van het midden van de overspanning in a) SCIA en b) Diamonds	49
Figuur 36: Vergelijking reactiekrachten a) Kirchhoff en b) Mindlin	50
Figuur 37: Vergelijking doorbuigingslijn t.h.v. het midden van de overspanning a) Kirchhoff en b) Mindlin.....	51
Figuur 38: Model dat is vergeleken met het onderzoek	52
Figuur 39: Relatieve vergelijking doorbuigingen EEM/in-situ	53
Figuur 40: Spreidingsfactoren bachelorscriptie van 2020-2021 vergeleken met de NBN EN 1168	57
Figuur 41: Spreidingsfactoren voor a) centrische lasten en b) randlasten	58
Figuur 42: Vloerveld van 6 m belast met een lijnlast	59
Figuur 43: Doorbuigingsprofiel in het midden van de overspanning van het vloerveld zichtbaar in Figuur 42... ..	59
Figuur 44: Doorbuiging van een oneindig vloerveld ten gevolge van een lijnlast (overspanning van 6 m).....	59
Figuur 45: Doorbuiging van een vloerveld in het midden van de overspanning ten gevolge van een lijnlast.....	60
Figuur 46: Invloed lengte van een lijnlast.....	61
Figuur 47: Belasting op tweede element.....	63
Figuur 48: Visuele weergave van de interpolatie.....	64

Figuur 49: Spreidingsfactoren belasting op tweede element.....	65
Figuur 50: Visuele weergave van de interpolatie (met correctie naargelang het belastingpercentage).....	66
Figuur 51: Geïnterpoleerde spreidingsfactoren voor een belasting op het tweede element	66
Figuur 52: Snedelijnen (doorbuiging) van een vloerveld met een lateraal steunpunt.....	67
Figuur 53: Vervangende lijnlast voor het lateraal steunpunt	68
Figuur 54: Snedelijnen (doorbuiging) van een vloerveld met vervangende lijnlast	68
Figuur 55: Weergave voor de bepaling van β	70
Figuur 56: β -factoren voor een puntlast op a) het middelste (HC3) en b) het buitenste welfsel (HC1).....	70
Figuur 57: β -factoren voor een puntlast op het tweede welfsel (HC2).....	71
Figuur 58: β -factoren voor het nabije en verre steunpunt ten gevolge van een puntlast	72
Figuur 59: β -factoren voor een puntlast op HC1	72
Figuur 60: β -factoren voor een puntlast op HC2	73
Figuur 61: β -factoren voor een puntlast op HC3	73
Figuur 62: Berekening van een lijnlast in de invloedzone van een steunpunt	74
Figuur 63: Schematische weergave berekening lijnlast op HC1/HC4.....	78
Figuur 64: Schematische weergave berekening lijnlast op HC3	78
Figuur 65: Vergelijking α -factor en β -factor voor het nabije voor een belasting.....	79
Figuur 66: EEM-analyse reactiekrachten vergeleken met methode NBN EN 1168	81
Figuur 67: Verdeling van de belastingen.....	84
Figuur 68: Vloerveld belast op een lijnlast en twee puntlasten.....	85
Figuur 69: Doorbuigingslijn (mm) in het midden van de overspanning van het vloerveld in Figuur 68 (GGT)	85
Figuur 70: Momentenlijn (kNm) in het midden van de overspanning van het vloerveld in Figuur 68 (UGT)	85
Figuur 71: Vergelijking doorbuiging- en momentenlijn handberekening vs. EEM.....	89
Figuur 72: Vloerveld met schuine opleg.....	92
Figuur 73: Lijnlast niet evenwijdig met de overspanning.....	93
Figuur 74: In rekening brengen van openingen.....	94
Figuur 75: Geometrie van langsvoeg	96
Figuur 76: Niet-lineaire functie langsvoeg.....	97
Figuur 77: Verschil tussen niet-lineaire functie met a) één tak; b) twee takken ($u=5$ mm)	98
Figuur 78: Doorbuigingslijn van niet-lineaire analyse	99
Figuur 79: Uitvergroting van sprong in doorbuigingslijn	99

Verklarende symbolenlijst

EI	Buigstijfheid	Nmm ²
GI_t	Torsiestijfheid	Nmm
α_{di}	Doorbuigingsdistributiefactor	%
α_{mi}	Momentdistributiefactor	%
M_i	Moment van element i	kNm
δ_i	Doorbuigingswaarde van element i	mm
L	Overspanning van het vloerveld	m
x	Afstand van puntlast tot de nabije oplegging	m
$F_{lin,d}$	Lijnlast	kN/m
$F_{point,d}$	Puntlast	kN
F_R	Reactiekracht in een zijrand	kN/m
k	Spreadingsfactor voor drie of vier ondersteunde randen	
n	Aantal vloerelementen	
s	Afstand van de belasting tot de beschouwde zijrand	m
v_{Rdj}	Afschuifcapaciteit	MPa
v'_{Rdj}	Flensweerstand	MPa
v''_{Rdj}	Voegweerstand	MPa
h_f	Dikte van de bovenschil	Mm
h_t	Dikte van de druklaag	Mm
f_{ctdj}	Treksterkte van de voegvulling	MPa
f_{ctdt}	Treksterkte van de druklaag	MPa
q_k	Maximaal geconcentreerde lijnlast	kN/m
F_k	Maximaal geconcentreerde puntlast	kN
W_{lb}	Weerstandsmoment in de dwarsrichting (per breedte-eenheid) ten opzichte van de onderste vezel van de elementen	mm ³
W_{lt}	Weerstandsmoment in de dwarsrichting (per breedte -eenheid) ten opzichte van de bovenste vezel van de elementen	mm ³
W_l	Minimum van W_{lb} en W_{lt}	mm ³
$f_{ctk 0,05}$	Grenswaarde van de trekspanning voor de berekening zonder lastenspreiding	MPa
f_{ctd}	Grenswaarde van de trekspanning voor de berekening volgens de elasticiteitstheorie	MPa
W_t	Torsieweerstandmoment van een element volgens de elasticiteitstheorie	mm ³
t	Minimum van de waardes h_f en b_w	mm
h_f	Minimum van de boven- en onderschil	mm
b_w	Dikte van de buitenste dam	mm
τ_{Rd}	Afschuifweerstand tussen druklaag en welfsels	MPa
c	Cohesiecoëfficiënt	
f_{ct}	Treksterkte van beton	MPa
μ	Wrijvingscoëfficiënt	
σ_n	Normaalspanning op het grensooppervlak	MPa
ρ	Wapeningspercentage aan afschuifwapening	%
f_{yd}	Vloeispanning van de wapening	MPa
θ	Plaatsingshoek wapening	°

τ	Minimale weerstandbiedende schuifspanning tussen druklaag en welfsels	MPa
R_{pm}	Gemiddelde oppervlakteruwheid	
w	Doorbuiging van de plaat	mm
$\varphi_{ }$	Rotatie rond de y-as	Rad
φ_{\perp}	Rotatie rond de x-as	Rad
m_{xy}	Torsiemoment	kNm/m
v_x	Dwarskracht	kN/m
f_{ck}	Karakteristieke cilinderdruksterkte van beton	MPa
E_{cm}	Gemiddelde elasticiteitsmodulus van beton	MPa
ν	Poissongetal van beton	
h	Hoogte van een welfsel	mm
b	Breedte van een welfsel	mm
d_h	Diameter van een holte	mm
I_{xx}	Traagheidsmoment om de xx-as	mm ⁴
t_1	Dikte bovenschil	mm
t_2	Dikte onderschil	mm
G	Gemiddelde schuifmodulus van beton	MPa
i_w	Torsieconstante van een welfseldoorsnede	mm ³
D_{xx}	Buigstijfheid om de xx-as	kNm
D_{zz}	Buigstijfheid om de zz-as	kNm
D_{xz}	Torsiestijfheid	kNm
D_v	Gemengde stijfheid van D_{xx} en D_{zz} (dwarscontractie)	kNm
L_{xx}	Membraanstijfheid van de xx-as	MN/m
L_{zz}	Membraanstijfheid volgens de zz-as	MN/m
L_{xz}	Afschuifmembraanstijfheid	MN/m
L_v	Gemengde stijfheid van L_{xx} en L_{zz} (dwarscontractie)	MN/m
$\delta_{in-situ}$	Werkelijke doorbuiging	mm
δ_{EEM}	Doorbuiging uit eindige-elementenmodel	mm
α	Spreidingsfactor voor momenten en doorbuigingen	%
β	Spreidingsfactor voor reactiekrachten	%
$R_{i,nabij}$	Reactiekracht in het nabije steunpunt	kN
$R_{i,ver}$	Reactiekracht in het verre steunpunt	kN
P	Puntlast	kN
x	Afstand tussen het steunpunt en een puntlast voor de bepaling van reactiekrachten	m
x_1 / x_2	Lengte van de lijnlast vanaf het begin van de invloedzone voor de bepaling van reactiekrachten	m
$l_{invl.}$	Lengte van de invloedzone voor de bepaling van reactiekrachten	m
ΔL	Effectieve krimpverkorting	mm
ε_{cs}	Totale krimpverkorting	
ε_{cd}	Uitdrogingskrimpverkorting	
ε_{ca}	Autogene krimpverkorting	
β_{ds}	Tijdsafhankelijke factor voor uitdrogingskrimp	
t	Ouderdom van het beton op het beschouwde tijdstip	Dagen
t_s	Ouderdom van het beton aan het begin van de uitdrogingskrimp (of zwellings)	Dagen
h_0	Fictieve dikte van de dwarsdoorsnede	mm

A_c	Oppervlakte van de dwarsdoorsnede van beton	mm ²
u	Omtrek van dat deel van de dwarsdoorsnede dat is blootgesteld aan uitdroging	mm
$\varepsilon_{cd,0}$	Nominale onbelemmerde uitdrogingskrimpvorkorting	
f_{cm}	Gemiddelde druksterkte van beton	MPa

Abstract in het Nederlands

Wanneer een vloerveld opgebouwd uit holle welfsels lokaal wordt belast, dragen naast het belaste element ook de naastgelegen elementen een deel van de belasting. Deze lastenspreiding is voor punt- en lijnlasten beschreven in de NBN EN 1168, het referentiedocument voor het ontwerp van holle welfsels. Deze masterproef onderzoekt in welke mate de lastenspreiding beschreven in de NBN EN 1168 overeenstemt met de resultaten uit dit onderzoek, maar ook welke elementen er nog bijkomend moeten worden gedefinieerd om een gedetailleerd ontwerp uit te voeren. Daarnaast is de invloed van betonkrimp in de langsvogegen op de lastenspreiding onderzocht.

Op basis van EEM-modellen wordt het effect van punt- en lijnlasten, of de combinatie van beide, op een vloerveld bestaande uit holle welfsels geanalyseerd. Uit de resultaten worden bijhorende spreidingsfactoren en rekenmethodes afgeleid.

Door de lineariteit in de EEM-modellen treedt er een oneindige spreiding op. De effectieve meewerkende breedte kan niet eenduidig worden bepaald waardoor een breedte van vijf welfsels is aangenomen. Op basis van de resultaten worden een rekenmethode en superpositieprincipe opgesteld om met een handberekening een goede benadering te maken van de optredende momenten, reactiekrachten en doorbuigingen. In tegenstelling tot de NBN EN 1168 zijn de bekomen spreidingsfactoren voor doorbuigingen en momenten uit de EEM-analyses verschillend tegenover die van reactiekrachten. De krimpscheuren in de voegvulling hebben een verwaarloosbare invloed op de lastenspreiding.

Abstract in English

When a floor consisting of hollow core slabs is subjected to a concentrated load, not only the loaded element but also the adjacent elements will carry a part of this load. This load distribution is already defined for line and point loads in the NBN EN 1168, which is the reference document for the design of hollow core slabs. This master's thesis investigates how the load distribution in the NBN EN 1168 corresponds with the results from this research, but also which features still must be defined to perform a detailed design. Additionally, the influence of shrinkage in the grout of the longitudinal joints is investigated.

Based on finite element models, the effect of line and point loads and combinations of the two on a floor field made of hollow core slabs is analysed. From the results, corresponding distribution factors and calculation methods are obtained.

Due to the linearity in the finite element models, an infinite load distribution can occur. The effective width could not be determined exactly, so a width of five hollow core slabs is assumed. Based on the results, a calculation method and superposition principle are developed to make a useful approximation of the occurring moments, reaction forces and deflections by using a hand calculation. Contrary to NBN EN 1168, the distribution factors obtained for deflections and moments are different from those for reaction forces. Shrinkage cracks that can occur in the joint filling have a negligible influence on the load distribution.

1 Introductie

Deze masterthesis situeert zich in de masteropleiding 'Industriële Ingenieurswetenschappen Bouwkunde' en is uitgevoerd in samenwerking met de onderzoeksgroep CERG van de Universiteit Hasselt. Deze thesis beschrijft de dwarse lastenspreiding bij holle welfsels gekoppeld aan het ontwerp op basis van een handberekeningsmethode. Dit onderzoek is een vervolgonderzoek op de bachelorscriptie: "Dwarse lastverdeling van holle welfsels" van Neel Corstjens, Brecht Bynens en Kyrian Geuens, geschreven in academiejaar 2020-2021 [1]. Deze bachelorscriptie onderzoekt op basis van eindige-elementenmodellen (EEM-modellen) de lastenspreiding van holle welfsels, welke beschreven staat in Bijlage C van de NBN EN 1168 [2]. Deze norm beschrijft de ontwerpregels voor het dimensioneren van holle welfsels en wordt bijgevolg als referentiedocument beschouwd.

Deze thesis omvat verschillende onderzoeksvragen. Zo is er verder onderzocht of de reeds beschreven lastenspreiding in de NBN EN 1168 overeenstemt met de uitgevoerde EEM-analyses. Vervolgens is er onderzocht welke elementen er bijkomend moeten worden gedefinieerd om de lastenspreiding te kunnen toepassen in het dagdagelijks ontwerp, maar ook hoe er meer accuraat tewerk kan worden gegaan. Daarnaast is nagegaan in welke mate superpositie kan worden toegepast zodat ook realistische belastingsituaties kunnen worden berekend. Tot slot is er onderzocht in welke mate de krimp van de voegvulling de optredende lastenspreiding beïnvloedt.

Deze masterproef streeft ernaar om op basis van EEM-modellen een rekenmethode te ontwikkelen die het mogelijk maakt om met enkele berekeningen een goede inschatting te maken van de optredende doorbuigingen, momenten, dwarskrachten en reactiekrachten. Een tweede doel is het analyseren van de verkregen resultaten om zo de aannames in de NBN EN 1168 te weerleggen of te onderbouwen. Daarnaast is het cruciaal om te weten wanneer er een handberekening nuttig is om toe te passen en wanneer er toch beter een berekening met een EEM-model wordt uitgevoerd.

Het accuraat kunnen benaderen van de werkelijk optredende belastingen op een vloerveld is momenteel zeer actueel. Het verwezenlijken van nieuwe constructies wordt steeds duurder waardoor het optimaal gebruik van materialen belangrijker wordt. Ook het milieu is de dag van vandaag enorm belangrijk, niet alleen het materiaalverbruik maar ook het hergebruik van bouwmaterialen krijgt steeds meer aandacht. Het goed kunnen dimensioneren van welfsels zonder het toepassen van een druklaag maakt het mogelijk om welfsels als een geheel te recupereren en te hergebruiken (circulaire economie), maar ook om eventuele restcapaciteit in reeds geplaatste welfsels te bepalen om zo gebouwen een herbestemming te geven. Bijgevolg onderzoekt deze masterthesis enkel de optredende lastenspreiding van vloervelden bestaande uit welfsels zonder druklaag.

Hoofdstuk 2 geeft een beschrijving van de bestudeerde literatuur die nodig was om dit onderzoek te kunnen uitvoeren. Hoofdstuk 3 bestaat uit de omschrijving en validatie van de gebruikte EEM-modellen in zowel Buildsoft Diamonds [3] als SCIA Engineer [4]. Ook zijn in dit hoofdstuk aandachtspunten beschreven die voor de modellering van welfsels belangrijk zijn. De kern van het onderzoek bestaat uit twee grote hoofdstukken. Enerzijds het analyseren van de moment- en doorbuigingsspreiding en anderzijds de bepaling van de reactiekrachten die aanwezig zijn in een vloerveld. Respectievelijk beschreven in hoofdstuk 4 en hoofdstuk 5. Voor zowel doorbuigingen,

momenten als reactiekrachten zijn de lastspreidingsfactoren bepaald op basis van een EEM-analyse en vervolgens vergeleken met die uit de figuren van NBN EN 1168.

Verder beschrijft hoofdstuk 6 een rekenmethode waarbij het onderzoek van de voorgaande hoofdstukken wordt toegepast. Dit resulteert in een algemeen principe voor één belasting aangevuld met het superpositieprincipe voor de combinatie van meerdere belastingen. Aansluitend volgt een algemeen voorbeeld dat het principe van de berekening in detail toelicht. Aangezien de werkelijkheid niet altijd overeenstemt met de theorie wordt er ook beschreven hoe er met enkele veelvoorkomende praktische situaties moet worden omgegaan. Als laatste is er onderzocht wat de invloed is van betonkrimp in de langsvoeg en op welke manier dit fenomeen kan worden geïmplementeerd in EEM-software.

2 Literatuurstudie

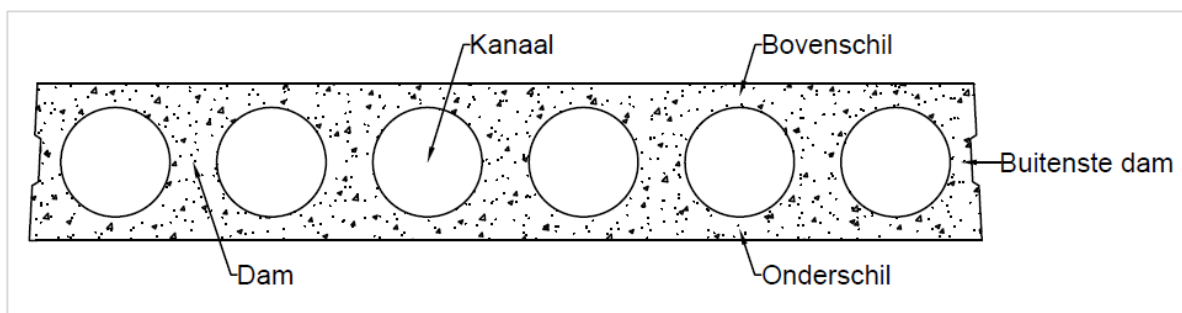
Hoofdstuk 2 bevat de literatuurstudie van deze masterthesis. Het hoofdstuk omvat relevante theorieën, informatie en technieken die nodig waren bij het uitvoeren van dit onderzoek. Eerst wordt er dieper ingegaan op de welfsels zelf en het bijhorende lastenspreidingsprincipe. Vervolgens zal de literatuurstudie meer uitleg geven over diverse zaken die van belang zijn bij de eindige elementenmodellering van holle welfsels. Tot slot wordt toegelicht wat betonkrimp is en hoe die kan berekend worden.

2.1 Holle welfsels

Holle welfsels, ook wel kanaalplaten genoemd, zijn holle voorgespannen of gewapende prefab betonelementen die voornamelijk gebruikt worden voor de constructie van vloeren. De elementen worden in een fabrieksomgeving geproduceerd en vervolgens op de werf geplaatst. De elementen worden onderling verbonden door een voegvulling. Optioneel wordt er ook nog een druklaag boven op de welfsels gestort waarin een wapeningsnet wordt geplaatst.

Welfsels uit gewapend beton zijn verkrijgbaar tot een overspanning van 8 m. Dergelijke welfsels worden in België vooral toegepast in de particuliere woningbouw aangezien de belasting en overspanning hier meestal beperkt blijven. Standaardbreedtes voor gewapende welfsels zijn 30 cm en 60 cm en worden doorgaans vervaardigd in een betonsterkte van C40/50. Met voorgespannen welfsels wordt het mogelijk om een grotere overspanning tot 20 m te bereiken, maar ook om grotere belastingen te weerstaan. Dergelijke welfsels worden meer toegepast in hoogbouw en in constructies waar grote overspanningen dienen te worden overbrugd. Deze welfsels zijn standaard 60 cm of 120 cm breed en hebben courante betondruksterktes van C45/55 en C50/60. Voor het opvullen van niet-modulaire breedtes wordt er gebruik gemaakt van pasplaten.

Figuur 1 geeft de benamingen van de verschillende onderdelen van een welfsel weer. Verder in deze thesis worden deze benamingen meermaals gebruikt.



Figuur 1: Benamingen van holle welfsels

Door de aanwezigheid van de kanalen in de vloerelementen wordt de vloer tot 30 à 50% lichter dan een massieve betonvloer van dezelfde hoogte. Buiten de besparing in massa (eigengewicht) brengt dit uiteraard ook een besparing in materiaal met zich mee wat voordelig is voor de kostprijs en het milieu.



Figuur 2: Voorgespannen holle welfsels tijdens montage [5]

2.2 Productie van holle welfsels

Zoals vermeld in sectie 2.1, komen geprefabriceerde betonnen welfsels voor in twee varianten: enerzijds de gewapende en anderzijds de voorgespannen elementen. Beide varianten lijken vrij gelijkaardig maar zijn op het vlak van productie enorm verschillend.

Gewapende betonnen welfsels worden geproduceerd op een carrousel, waarop bekistingstafels (ook wel pallet genoemd) van 8 à 10 m worden voorbereid en voorzien van holtevormers, in het Engels torpedo's genoemd. Deze torpedo's zijn cilindrische volumes die in de bekistingstafel worden geschoven en ervoor zorgen dat de kanalen in de welfsels verwezenlijkt kunnen worden. Voor het aanbrengen van het beton wordt de gehele bekistingstafel voorzien van ontkistingsolie en wordt de nodige wapening aangebracht. Het beton wordt vervolgens in de bekistingstafel geperst waardoor het welfsel ontstaat. Tot slot worden de torpedo's teruggetrokken waardoor de kanalen ontstaan en gaat de bekistingstafel naar een klimaatruimte waar het beton uithardt. Wanneer het beton voldoende is uitgehard, wordt de bekisting verwijderd. Door de aanwezigheid van de ontkistingsolie gaat dit vrij eenvoudig. Voor de onderzijde is er zowel een ruwe als een gladde afwerking mogelijk. Een ruwe onderzijde zou voor een betere aanhechting van het pleisterwerk moeten zorgen, terwijl een gladde onderzijde wordt gebruikt in ruimtes zonder afwerking [6]. Gewapende welfsels worden geproduceerd op standaardlengtes en vervolgens opgeslagen bij de producent. Dit wil dus zeggen dat er niet voor elk project welfsels op maat worden geproduceerd.

Het productieproces van voorgespannen welfsels is meer gemoderniseerd en geautomatiseerd dan de productie van gewapende welfsels. Ten eerste worden voorgespannen welfsels geproduceerd op een productiebaan, die doorgaans een lengte heeft van 120 m en 180 m. Als eerste stap in het productieproces worden deze banen gereinigd en geolied. De olie dient om aanhechting met het beton te voorkomen. Hierna worden de wapeningsstrengen geplaatst en opgespannen tot de vooropgestelde voorspankracht met behulp van hydraulische vijzels die zich bevinden aan één uiteinde van de baan. Het op spanning brengen van de voorspandraden en -strengen is het gevaarlijkste moment van de gehele productiecycclus. Strikte veiligheidsmaatregelen en gespecialiseerde apparatuur zijn dan ook cruciaal. Vervolgens wordt over de voorbereide productiebaan beton aangebracht door middel van een machine. Algemeen zijn er drie categorieën gietmachines te onderscheiden: extruders, slipformers en flowformers.

- Een **extruder** (Figuur 3) maakt gebruik van een relatief droog betonmengsel met een laag cementgehalte. De machine verdicht het beton door het met schroeven samen te persen al dan niet in combinatie met hoogfrequente trillingen. De kanalen worden gevormd door de aanwezigheid van stalen kernen. De machine perst het beton door middel van schroeven rond deze kernen. Door het wegpersen (extruderen) van het beton door de schroeven wordt het voor de machine mogelijk om ook zichzelf vooruit te duwen waardoor de machine over de productiebaan beweegt. Er is geen externe aandrijving voorzien.



Figuur 3: Extruder [7]

- Een **slipformer** (Figuur 4) stort beton op de productiebaan in twee of drie fasen, waarbij gebruik wordt gemaakt van een aandrijfmechanisme om de machine voort te bewegen en trillingen om de plaat te vormen. Het beton wordt gestort rond bewegende stalen kernen die de kanalen vormen in de elementen. Met een slipformer is het ook mogelijk om andere elementen met een doorlopend profiel te vervaardigen.



Figuur 4: Slipformer [7]

- Een **flowformer** (Figuur 5) stort het beton door zwaartekracht en vibratie zonder gebruik te maken van mechanische systemen of aandrijvingen. De flowformer maakt gebruik van een beton met hoge plasticiteit. Op die manier wordt het mogelijk om diverse profieltypes te produceren gaande van een glad tot een ruw of geribd oppervlak.



Figuur 5: Flowformer [8]

Kort na het storten beweegt een 'plotter' (Figuur 6) over de productiebaan. Deze machine brengt op basis van de plannen de nodige aanduidingen aan waar zaagsneden, openingen, hijshaken, uitsparingen en ontwateringsgaten nodig zijn. Deze parameters zijn voor elk project anders. Slechts een beperkt deel van deze elementen wordt op stock gelegd. Het merendeel is echter projectspecifiek. Vervolgens worden op de aangeduide locaties de nodige bewerkingen gedaan om de openingen en dergelijke te voorzien. Tijdens het uitharden van het beton wordt de temperatuur en het vochtgehalte onder controle gehouden met als doel om zo snel mogelijk de beoogde sterkte te bereiken. Hierna worden de voorspanstrengen losgelaten en wordt de voorspankracht overgebracht op de betonsectie. Tot slot worden de elementen op maat gezaagd met behulp van de aangeduide locaties en een zaagmachine (Figuur 7).



Figuur 6: Plotter [7]

Door deze continue manier van productie is het niet mogelijk om tijdens de productie de elementen te voorzien van dwarse wapening. Hierdoor kunnen de elementen in de dwarse richting enkel weerstand tegen buiging bieden op basis van de beschikbare trekcapaciteit in het beton. Verder blijkt in deze thesis dat door het gebrek aan dwarse buigsterkte er in het ontwerp bepaalde limieten zijn opgelegd waaraan de belasting moet voldoen, ook al is de capaciteit in de longitudinale richting nog niet bereikt.



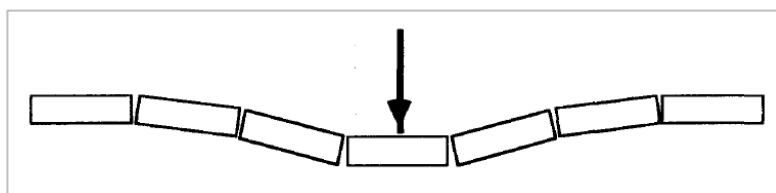
Figuur 7: Zaagmachine [7]

2.3 Principe van lastenspreiding

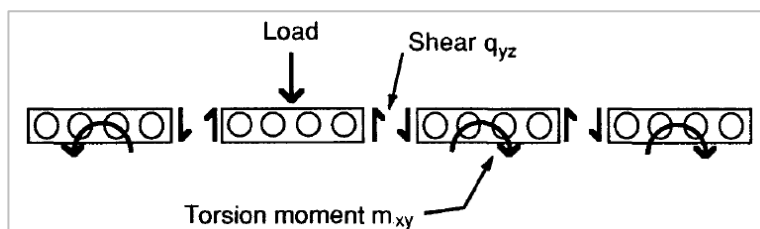
Het aanbrengen van een (geconcentreerde) belasting op een vloerveld opgebouwd uit holle welfsels zorgt voor een doorbuiging van het vloerveld in longitudinale richting. Door deze longitudinale doorbuiging wil het vloerveld ook in transversale richting deze doorbuiging volgen. Bijgevolg ontstaat er ook in de transversale richting van het vloerveld een doorbuiging. Door deze transversale doorbuiging draagt niet enkel het belaste element de belasting, maar dragen ook de naastgelegen elementen een deel van deze belasting.

Om de lastenspreiding mogelijk te maken, dienen de langsvogegen tussen de verschillende welfsels te worden opgevuld met een voegvulling. Deze voegvulling zorgt voor een verbinding tussen de welfsels waardoor het vloerveld ook in transversale richting een doorbuiging kan vormen. Door de aanwezigheid van de buig- en torsiestijfheid in de elementen vindt er een geleidelijke doorbuiging plaats. Zoals zichtbaar in Figuur 8, ondergaan de naastgelegen elementen een torsie. Deze torsie gaat samen met het ontstaan van een torsiemoment in de elementen. Een evenwicht in torsiemomenten is van groot belang zodanig dat het systeem geen mechanisme vormt. Dit gebeurt door het ontstaan van dwarskrachten (drukschoren) in de langsvogegen [9]. Door het ontstaan van deze dwarskrachten is het systeem in staat om een deel van de aangelegde belasting over te dragen naar de naastgelegen elementen, zoals zichtbaar op Figuur 9.

De grootte van de kracht die wordt overgedragen hangt dus af van de grootte van het torsiemoment. Bijgevolg vangen de elementen naast het belaste element een groter deel van de belasting op dan de buitenste elementen, dit doordat die meer verdraaid zijn. De factor die de grootte van dit torsiemoment beïnvloedt, is de torsiestijfheid van de elementen. Hoe groter deze torsiestijfheid, hoe groter het ontwikkelde torsiemoment. Echter gaat een toename van deze stijfheid vaak gepaard met een toename van de buigstijfheid waardoor de torsie lager wordt, wat de toename in torsiestijfheid dan weer compenseert.



Figuur 8: Doorbuigingsprofiel holle welfsels [9, p. 100]



Figuur 9: Principe van lastenspreiding [9, p. 100]

Over het algemeen ligt de verhouding tussen de buigstijfheid en de torsiestijfheid (EI/GI_t) tussen de 0,6 en 1, dat blijkt uit eerder onderzoek [10]. Het toepassen van voorspanning op elementen kan deze verhouding nog met 10 à 15% doen toenemen waardoor de belasting iets gunstiger wordt gespreid [10]. De vorm van de kanalen heeft weinig invloed op de verhouding (EI/GI_t), dit omdat voornamelijk de schillen (verder van de neutrale lijn) zorgen voor de stijfheid [9]. Aangezien de verhouding tussen beide stijfheden geen grote variaties ondergaat bij verschillende secties is het spreidingsgedrag van welfsels in het algemeen vrij identiek. Dit is ook al ondervonden in de bachelorscriptie van Neel Corstjens, Brecht Bynens en Kyrian Geuens van academiejaar 2020-2021 [1]. Het is wel van uiterst belang dat scheurvorming wordt vermeden, aangezien het ontstaan van scheuren zorgt voor een reductie van de torsiestijfheid [9].

Het bepalen van de spreidingsfactoren is in eerste instantie uitgevoerd op basis van doorbuigingsdata. Arnold Van Acker, de grondlegger van de berekening van lastenspreidingsfactoren bepaalde op een analytische manier als eerste de lastenspreiding op basis van de transversale en longitudinale vervorming van een vloerveld [11]. Tegenwoordig is het mogelijk om het probleem ook met eindige-elementenanalyses (EEM-analyses) te benaderen en buiten de doorbuiging ook een goed inzicht te krijgen op de snedekrachten. Uit gelijkaardig onderzoek van Song et al. bleek dat de lastenspreiding op basis van momenten tot dezelfde resultaten leidt dan wanneer de lastenspreiding op basis van doorbuiging wordt bepaald [11]. Zoals verder zal blijken wordt aangenomen dat de lastenspreiding plaatsvindt binnen vijf elementen. Bijgevolg kan van deze vijf elementen de doorbuigingsdistributiefactor (α_{di}) en momentdistributiefactor (α_{mi}) worden bepaald met formules 2.1 en 2.2, hiermee worden gelijkaardige resultaten als de NBN EN 1168 bekomen.

$$\alpha_{mi} = \frac{M_i}{\sum_{i=1}^5 M_i} \cdot 100\% \quad (2.1)$$

$$\alpha_{di} = \frac{\delta_i}{\sum_{i=1}^5 \delta_i} \cdot 100\% \quad (2.2)$$

2.4 Interpretatie NBN EN 1168 Annex C

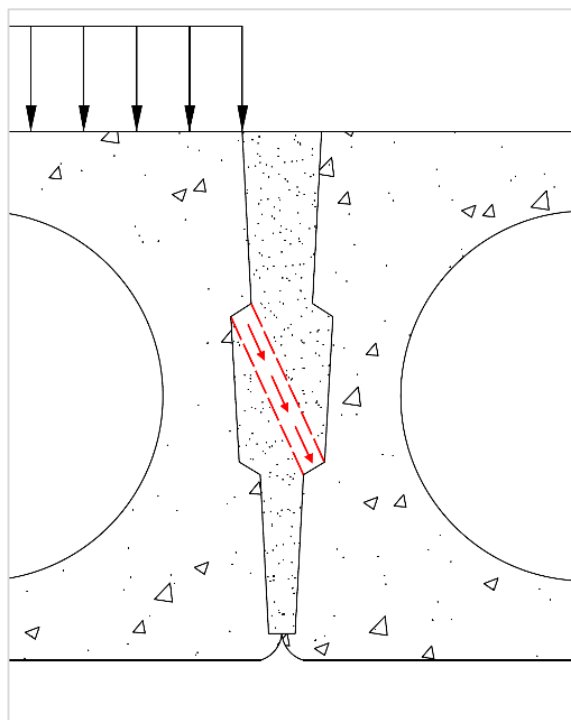
De NBN EN 1168 beschrijft ontwerpregels voor het dimensioneren van een vloerveld opgebouwd uit holle welfsels [2]. Uit Annex C van deze norm blijkt dat er twee berekeningsmethodes mogelijk zijn voor een vloerveld van holle welfsels te dimensioneren of te analyseren. De eerste methode bestaat uit een lastenspreiding volgens de elasticiteitstheorie, dit wil zeggen dat de theorie is gebaseerd op basis van belastingen en bijhorende vervormingen. De tweede methode brengt geen lastenspreiding in rekening.

In dit hoofdstuk wordt beschreven welke onderdelen van de NBN EN 1168 van belang zijn binnen deze masterthesis. Op deze manier wordt weergegeven wat er reeds gedefinieerd is in de norm. In volgende hoofdstukken worden bepaalde onderdelen gecontroleerd waaruit suggesties tot aanvullingen en verbeteringen van de norm volgen.

2.4.1 Lastenspreiding volgens elasticiteitstheorie

De berekeningsmethode voor lastenspreiding volgens de elasticiteitstheorie is van toepassing voor zowel isotrope als anisotrope welfsels. In plaats van een berekening kan de verdeling van de belasting worden bepaald met behulp van grafieken die zijn gebaseerd op de elasticiteitstheorie. In 2.4.3 en 2.4.4 zijn dergelijke grafieken gegeven voor elementen met een breedte van 1,20 m. Voor elke andere breedte kunnen dergelijke grafieken worden uitgewerkt. De lastenspreiding mag enkel worden toegepast indien de voegen van de welfsels voldoen aan de voorwaarden van sectie 2.4.5.1 en als de horizontale verplaatsingen van het vloerveld beperkt zijn. Hierdoor wordt het mogelijk om drukschoren te vormen in de langsvoegen, zoals zichtbaar in Figuur 10.

De langsvoegen worden in de analyse beschouwd als zijnde scharnierend. Een scharnier is op het gebied van dwarskrachtoverdracht oneindig stijf. Een voeg heeft in werkelijkheid een bepaalde stijfheid en draagt de belasting niet volledig over. Het is in de eerste plaats belangrijk dat er een voegspecie wordt gebruikt met de juiste water/cement-factor (w/c -factor). Bij een stijgende w/c -factor gaat de betondruksterkte drastisch verminderen, wat zorgt voor een groter risico op het verbrijzelen van de voeg zelf. Het verbrijzelen van het beton in de voegvulling heeft als gevolg dat er geen drukschoor meer wordt gevormd tussen de welfsels. Hierdoor treedt er ook geen lastenspreiding meer op en moet bijgevolg het belaste welfsel de volledige belasting kunnen weerstaan.



Figuur 10: Vorming van een drukschoor tussen twee welfsels

Als het ontwerp gebaseerd is op lastenspreiding, dan moeten de horizontale verplaatsingen van de welfsels vermeden worden met behulp van [2]:

- omliggende onderdelen van de structuur (randbalk),
- wrijving op de steunpunten,
- wapening in de dwarse verbindingen,
- perifere wapeningen (kettingwapening),
- een druklaag.

Rekenen op wrijving aan de steunen is alleen toegestaan in niet-seismische situaties en indien wordt aangetoond dat er voldoende wrijving wordt ontwikkeld. Bij de berekening van deze wrijvingsweerstand moet rekening worden gehouden met de toegepaste oplegvorm zoals bijvoorbeeld mortel met een wapeningsstaaf of een oplegrubber. Door de veronderstelling dat de drukschoren tussen de elementen aangrijpen onder 45° , moet de weerstand geleverd door deze wrijving groter of gelijk zijn aan de som van alle verticale dwarskrachten die worden overgebracht in de langsvoeugen.

2.4.2 Geen lastenspreiding

Indien er niet aan de voorwaarden voor het toepassen van lastenspreiding wordt voldaan, dient elk element te worden ontworpen op basis van de belastingen die rechtstreeks op dat element werken. In dit geval wordt er dus geen dwarskracht in de langsvoeugen in rekening gebracht en mogen in de uiterste grenstoestand de verdeling van de dwarskrachten en de daarbij optredende torsiemomenten worden verwaarloosd. In de bruikbaarheidsgrenstoestand moet echter wel worden voldaan aan de eisen volgens 2.4.5.2 en 2.4.5.3.

Indien de lastenspreiding niet in rekening wordt gebracht, mogen lijnlasten parallel aan de overspanning en kleiner dan 5 kN/m vervangen worden door een uniforme verdeelde belasting over een breedte gelijk aan een kwart van de overspanning aan beide zijdes van de belasting. Indien de beschikbare breedte naast de last kleiner is dan een kwart van de overspanning, moet de last worden verdeeld over een breedte gelijk aan de beschikbare breedte aan de ene zijde plus de breedte gelijk aan een kwart van de overspanning aan de andere zijde [2].

Wanneer de karakteristieke waarde groter is dan 5 kN/m, wordt de maximale effectieve breedte gegeven door de breedte van de last vergroot met [2]:

- Voor lasten in het vloerveld: twee keer de afstand tussen het midden van de last en het steunpunt, maar niet groter dan de breedte van het belaste element.
- Voor lasten op longitudinale randen: één keer de afstand tussen het midden van de last en het steunpunt, maar niet groter dan de helft van de breedte van het belaste element.

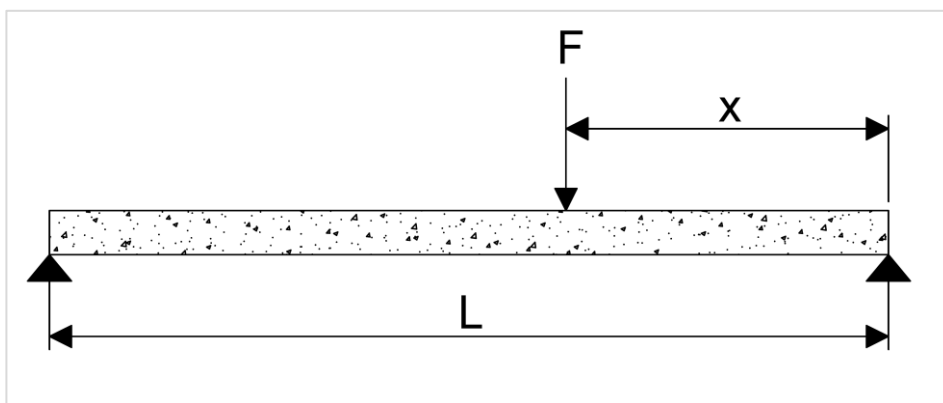
2.4.3 Spreidingsfactoren voor lasten in het midden en op de rand van een vloerveld

In Figuur 12, Figuur 13 en Figuur 14 zijn de spreidingsfactoren uit de NBN EN 1168 voor een centrische last en een randlast gegeven. Een belasting wordt als een centrische belasting beschouwd als de afstand van de belasting tot een longitudinale rand van het vloeroppervlak ten minste 2,5 keer de

breedte van een welfsel bedraagt $(2,5 \cdot 1,2 = 3,0 \text{ m})$. Voor belastingen tussen de rand en het midden van het vloerveld kunnen de spreidingsfactoren worden afgeleid uit lineaire interpolatie.

Figuur 12 geeft de spreidingsfactoren voor een lijnlast weer. Hierbij worden lijnlasten met een lengte groter dan de helft van de overspanning als lijnlasten beschouwd. Lijnlasten met een lengte kleiner dan de helft van de overspanning worden beschouwd als een lijnlast indien het middelpunt van de belasting zich in het midden van de overspanning bevindt en als een equivalente puntlast in het midden van de lijnlast indien het middelpunt zich niet in het midden van de overspanning bevindt [2].

Figuur 13 en Figuur 14 geven de spreidingsfactoren voor puntlasten in het midden van de overspanning ($L/x = 2$) weer. Voor belastingen dicht bij de steun, $L/x \geq 20$, is er geen spreiding aanwezig en komt de volledige belasting op de belaste plaat. Voor L/x -waarden tussen 2 en 20 kunnen de spreidingsfactoren worden afgeleid door lineaire interpolatie [2].

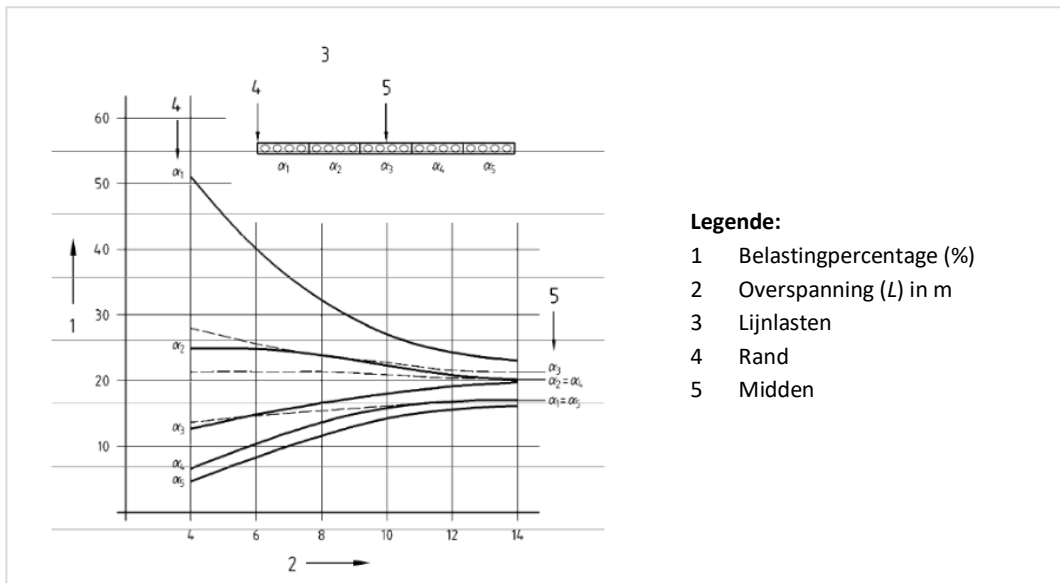


Figuur 11: Visualisatie van x en L

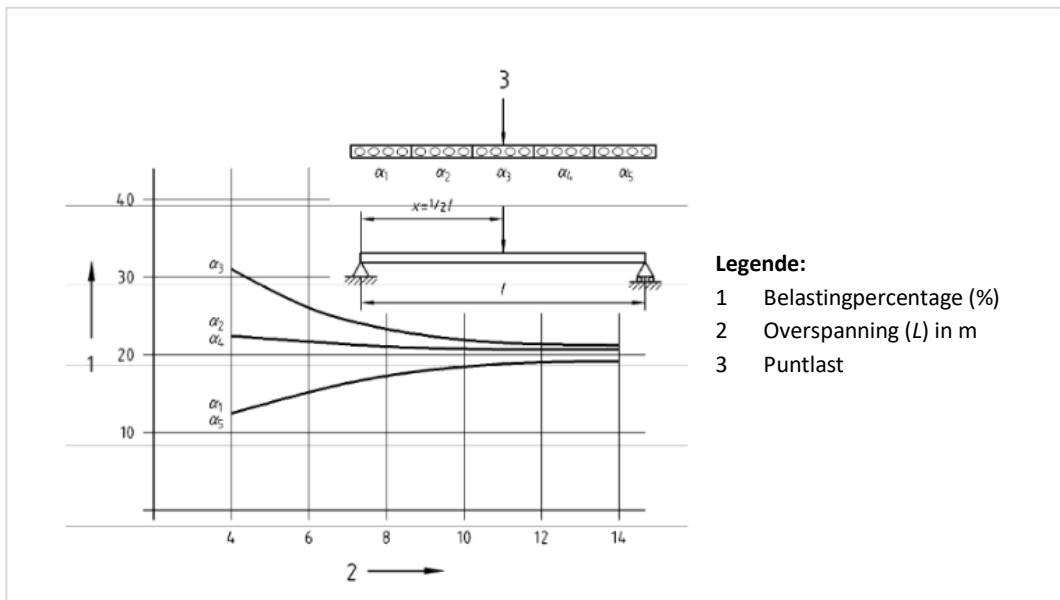
Om de afwijkingen van het theoretisch model met de werkelijkheid in rekening te brengen, verplicht de norm om de waarde van de belasting op het werkelijk belaste element te vermenigvuldigen met een vergrotingsfactor. In vloeren zonder druklaag moeten daarom de percentages van de belasting, bepaald aan de hand van de grafieken, in uiterste grenstoestand als volgt worden gewijzigd [2]:

- Het percentage van de belasting op het direct belaste element moet met 1,25 worden vermenigvuldigd.
- De totale percentages van de niet rechtstreeks belaste elementen kunnen met dezelfde waarde worden verminderd volgens de verhouding van de spreidingsfactoren.

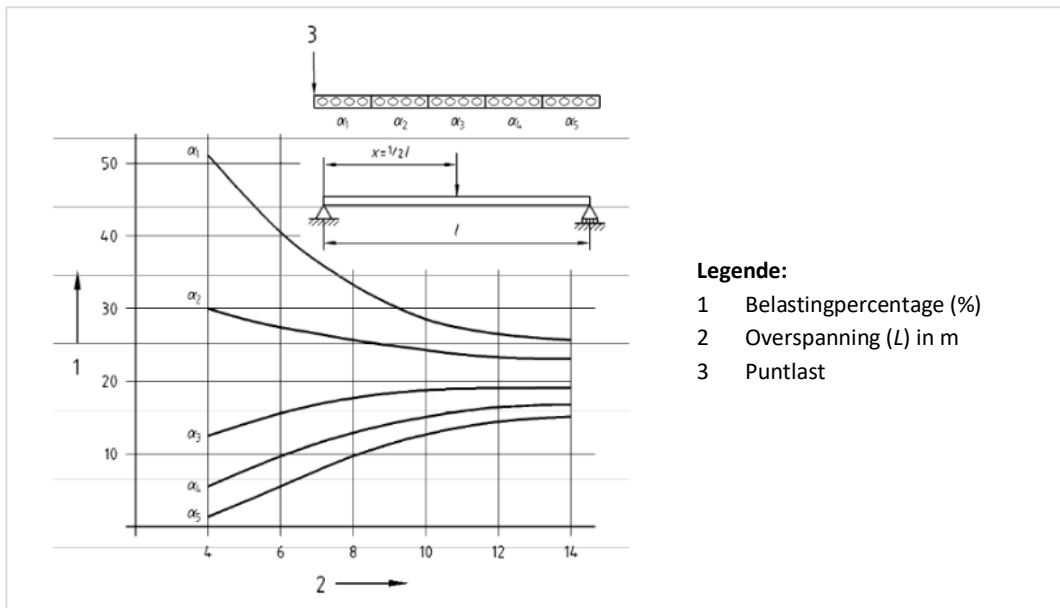
De dwarskrachten in de verbindingen moeten worden berekend op basis van de spreidingsfactoren en zijn beschouwd als lineair verdeeld. Voor puntlasten die zich niet in het midden van de overspanning bevinden en lijnlasten die als puntlasten moeten worden beschouwd, moet de effectieve lengte van de verbinding die de dwarskracht overbrengt gelijk worden gekozen aan tweemaal de afstand van het middelpunt van de belasting tot de nabije steun zoals zichtbaar op Figuur 15. [2]



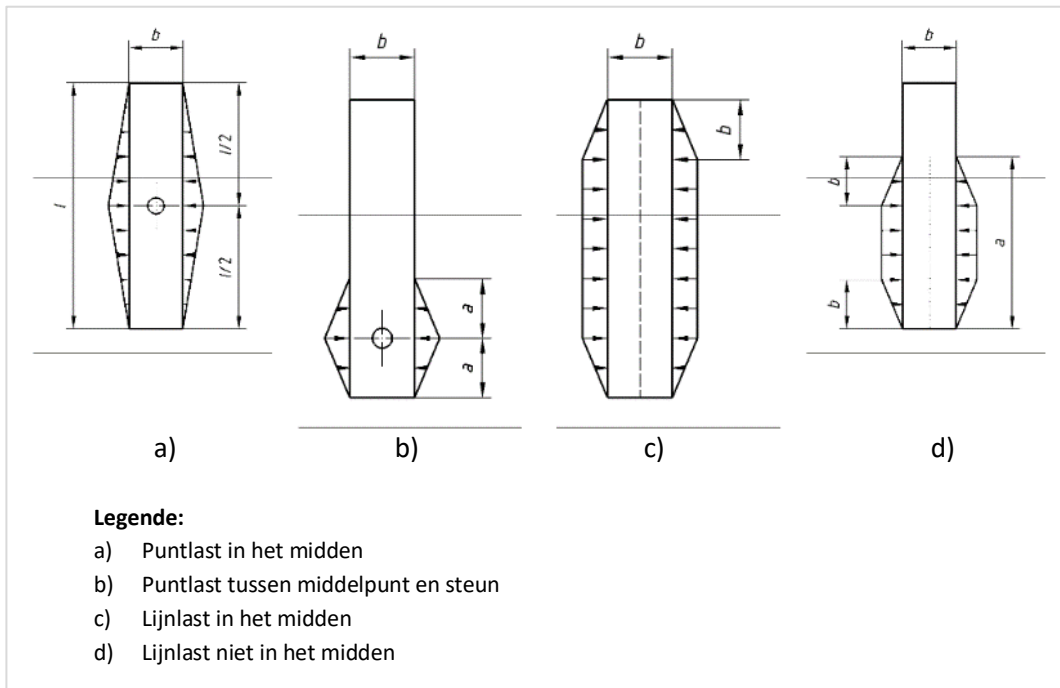
Figuur 12: Spreidingsfactoren voor lijnlasten [2, p. 35]



Figuur 13: Spreidingsfactoren voor puntlasten in het midden [2, p. 36]



Figuur 14: Spreidingsfactoren voor puntlasten op de rand [2, p. 37]



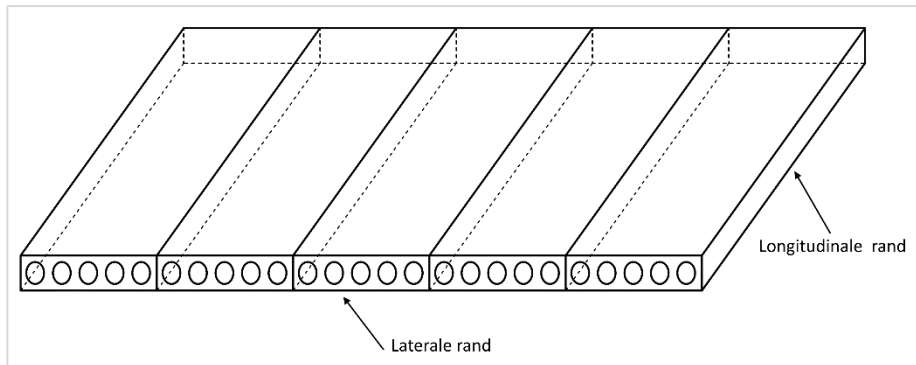
Figuur 15: Veronderstelde vorm van verticale dwarskrachten in voegen [2, p. 38]

2.4.4 Spreidingsfactoren voor drie of vier ondersteunde randen

Naast de twee eindsteunen van de elementen, is het mogelijk dat één of twee zijranden van de vloer worden ondersteund. Voor dergelijke gevallen wordt een gedeelte van de belasting afgedragen naar deze longitudinale rand. De grootte van de belasting die door deze rand wordt afgedragen is uitgedrukt in functie van een spreidingsfactor k .

De grootte van deze reactiekracht wordt vervolgens als negatieve lijn- of puntlast aan de rand van het vloerveld aangebracht. De lijnlast werkt in dit geval als een fictieve ondersteuning. De transversale

lastenspreiding van het systeem wordt op basis van de spreidingsfactoren voor punt- en lijnlasten verder uitgerekend. Ter verduidelijking is de aanduiding van een laterale en longitudinale rand weergegeven in Figuur 16.



Figuur 16: Laterale en longitudinale rand

2.4.4.1 Lijnlasten

In het geval van een lijnlast $F_{lin,d}$ opgelegd op een vloerveld met één ondersteunde zijrand, wordt de reactiekracht F_R in deze zijrand gegeven door:

$$F_R = k F_{lin,d} L \quad (2.3)$$

Waarbij de spreidingsfactor k in Figuur 17 is gegeven als functie van de overspanning in de lengterichting L en van de afstand s van de belasting tot de beschouwde zijrand.

2.4.4.2 Puntlasten

In het geval van een puntlast $F_{point,d}$ opgelegd op een vloerveld met één ondersteunde zijrand, wordt de resultante F_R van de op de zijrand aangrijpende reactie gegeven door:

$$F_R = k F_{point,d} \quad (2.4)$$

Waarbij de spreidingsfactor k in Figuur 18 is gegeven als functie van de overspanning in de lengterichting L en van de afstand s van de belasting tot de beschouwde zijrand.

2.4.4.3 Vermenigvuldigingsfactor bij grote vloervelden

Indien het aantal elementen n met breedte b groter is dan vijf, moet de reactiekracht F_R worden vermenigvuldigd met:

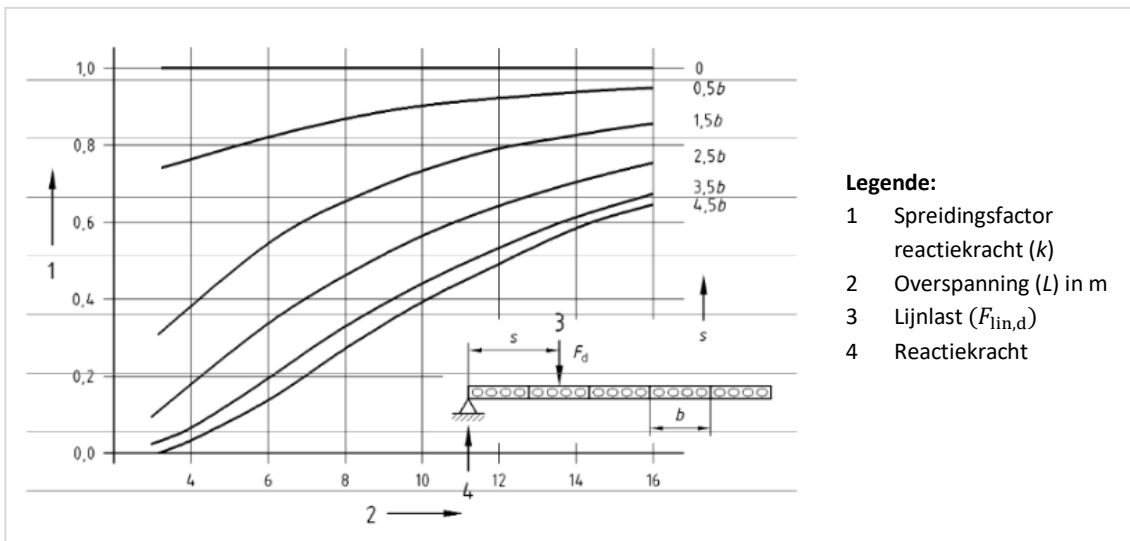
$$1 - \frac{(n - 5) s}{50 b} \quad (2.5)$$

Indien beide zijkanten van de vloer ondersteund worden, moet de reactiekracht F_R worden vermenigvuldigd met:

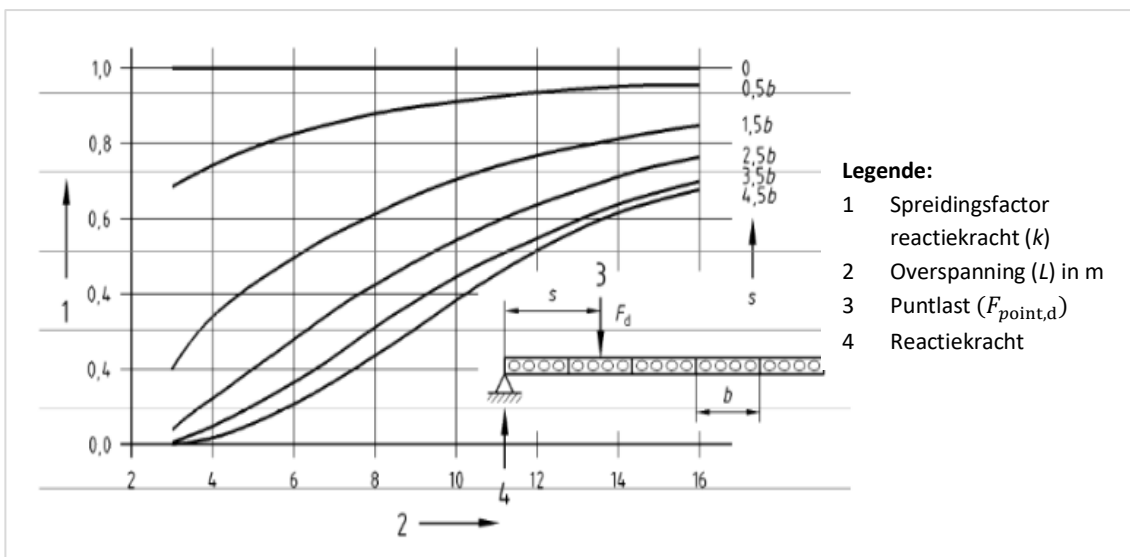
$$\frac{nb - s}{nb}$$

(2.6)

Als de afstand s groter is dan $4,5b$, wordt de reactie aan de zijrand gelijkgesteld aan nul.



Figuur 17: Reactiekracht bij de longitudinale steun ten gevolge van lijnlast (spreidingsfactor k) [2, p. 40]



Figuur 18: Reactiekracht bij de longitudinale steun ten gevolge van puntlast in het midden (spreidingsfactor k) [2, p. 50]

2.4.5 Spanningscontroles

Indien de belastingen op een vloerveld gekend zijn (met of zonder het in acht nemen van een lastenspreiding), is een controleberekening van het vloerveld noodzakelijk. Het controleren van de welfsels wordt in eerste instantie uitgevoerd analoog aan het dimensioneren van balken. Hiermee wordt bedoeld dat spanningen in het staal en het beton, die worden veroorzaakt ten gevolge van de longitudinale doorbuiging, moeten worden gecontroleerd conform aan Eurocode 2 [12] en de NBN EN 1168 [2]. Indien de maximale scheurwijdte van de elementen van belang is, wordt die ook berekend.

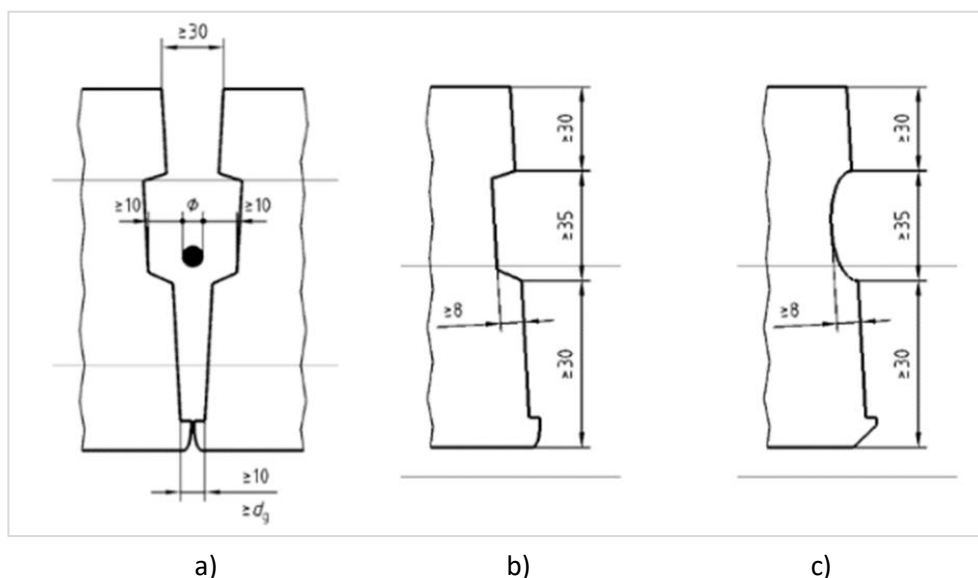
Aangezien het om een vloerveld gaat, treedt er ook in de transversale richting een doorbuiging op. Door de aanwezigheid van de afzonderlijke elementen in de transversale richting kan het vloerveld in die richting niet als één balk worden berekend. De controles van de spanningen in de transversale richting van het vloerveld zijn beschreven in de NBN EN 1168 [2].

2.4.5.1 Afschuifcapaciteit van de langsvoegen

Lastenspreiding naar een naburig element zorgt voor verticale dwarskrachten aan beide kanten van het element. De afschuifcapaciteit van de voeg is afhankelijk van de geometrie van de voeg. De afschuifcapaciteit v_{Rdj} , uitgedrukt als weerstand tegen lineaire belasting, is de kleinste waarde van de flensweerstand v'_{Rdj} of de voegweerstand v''_{Rdj} .

$$v'_{Rdj} = 0,25f_{ctd} \sum h_f \quad (2.7)$$

$$v''_{Rdj} = 0,15(f_{ctdj}h_j + f_{ctdt}h_t) \quad (2.8)$$



Figuur 19: Vormen van langsvoegen: a) voeg met een kettingwapening, b) trapeziumgroef, c) halfronde groef [2, p. 31]

2.4.5.2 Maximale geconcentreerde belastingen

Geconcentreerde belastingen veroorzaken dwarse buigmomenten. Aangezien de elementen geen dwarswapening bezitten, moeten de trekspanningen ten gevolge van deze buigende momenten worden beperkt zodat de scheurvorming en brosse breuk ook in de dwarse richting wordt vermeden. Indien een element wordt ontworpen zonder lastenspreiding is de grenswaarde van de trekspanning gelijk aan $f_{ctk0,05}$ in de bruikbaarheidsgrenstoestand. In dit geval wordt voor elementen zonder druklaag de maximale waarden voor geconcentreerde belastingen q_k en F_k als volgt berekend [2]:

- Voor een lijnlast niet op de rand van een vloerveld:

$$q_k = \frac{20 W_{lb} f_{ctk 0,05}}{l + 2b} \quad (2.9)$$

- Voor een lijnlast op de rand van een vloerveld:

$$q_k = \frac{10 W_{lt} f_{ctk 0,05}}{l + 2b} \quad (2.10)$$

- Voor een puntlast op eender welke locatie:

$$F_k = 3 W_l f_{ctk 0,05} \quad (2.11)$$

Als bij het ontwerp wordt uitgegaan van een spreiding van de belasting volgens de elasticiteitstheorie is f_{ctd} de grenswaarde van de trekspanning in de uiterste grenstoestand. De maximaal aangrijpende krachten q_d en F_d mogen met dezelfde formules worden berekend waarbij $f_{ctk 0,05}$ dus wordt vervangen door f_{ctd} [2].

2.4.5.3 Draagvermogen van elementen gesteund op drie randen

Door een vloerveld te ondersteunen aan een longitudinale rand ontstaan er ten gevolge van de ondersteuning torsiemomenten in de hoeken van het vloerveld. De resulterende oplegreactie die ontstaat ten gevolge van deze torsiemomenten mag worden verwaarloosd in uiterste grenstoestand. De schuifspanningen ten gevolge van deze torsiemomenten moeten in de bruikbaarheids-grenstoestand worden beperkt tot $\frac{2}{3} f_{ctk 0,05}$ [2].

Het maximale nuttige draagvermogen q_k in kN/m van een aan drie randen ondersteund vloerveld, is gelijk aan de maximale totale belasting verminderd met de belasting door het eigengewicht en wordt in bruikbaarheidsgrenstoestand berekend met [2]:

$$q_k = \frac{f_{ctk 0,05} W_t}{0,06 l^2} \quad (2.12)$$

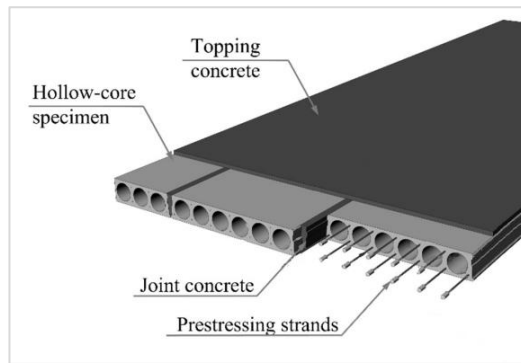
waarin W_t het minimum is van:

$$W_t = 2t(h - h_f)(b - b_w) \quad (2.13)$$

$$W_t = \frac{b^2 h}{\left(3 + \frac{1,8b}{h}\right)} \quad (2.14)$$

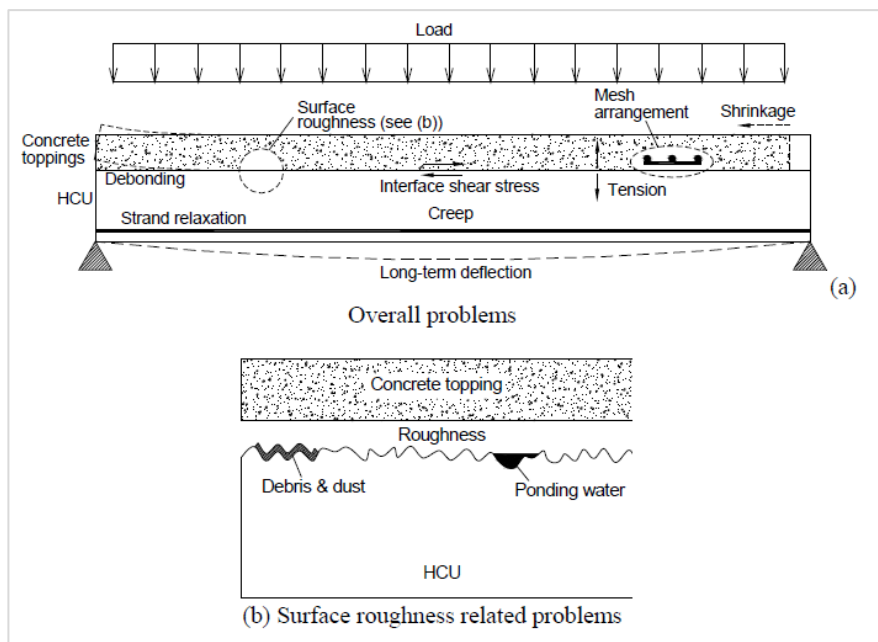
2.5 Druklaag

In praktijk worden holle welfsels vaak uitgevoerd in combinatie met een gewapende druklaag (Figuur 20). Deze betonnen toplaag zorgt ervoor dat het vloerveld werkt als een monolithisch geheel en dat er een optimale samenwerking tussen de elementen ontstaat. Eerder onderzoek toont aan dat het toepassen van een druklaag een positieve invloed heeft op: het draagvermogen, de stijfheid, de horizontale stabiliteit (diafragmawerking), de weerstand tegen negatieve momenten in de oplegzone, de brandweerstand en de akoestiek [13] [14]. Op basis van voorgaande voordelen wordt er daarom ook in de meeste gevallen standaard een druklaag aangebracht, welke meestal een dikte van ± 50 mm heeft.



Figuur 20: Druklaag

Door het toepassen van een druklaag ontstaat er een beton-beton verbindingvlak tussen de welfsels en de druklaag. Voor deze verbinding wordt er in de meeste gevallen geen extra mechanische verbindingmiddelen toegepast waardoor de sterkte van de verbinding volledig door de gebruikte materialen wordt bepaald [15]. Deze verbinding bestaat uit twee verschillende betontypes die elk in een andere fase worden verwezenlijkt. Prefabbeton wordt over het algemeen uitgevoerd met een betonsterkteklasse C45/55 of hoger terwijl er voor een druklaag gewoonlijk C25/30 of C30/37 gebruikt wordt. Ook is de verbinding tussen beide vlakken afhankelijk van de zuiverheid bij het storten en de ruwheid van de welfsels. Hoe ruwer hoe beter de druklaag zich aan de welfsels hecht. Daarnaast doen er zich tijdens de uitvoering nog een aantal fenomenen voor zoals krimp, niet-hechting, doorbuiging, scheurvorming, enzovoort [13]. Bijgevolg is het analyseren van deze verbinding een zeer complex gegeven. Een algemeen overzicht van de problemen die in werkelijkheid kunnen voorkomen zijn weergegeven in Figuur 21.



Figuur 21: Problemen bij de verbinding tussen welfsels en een druklaag [14, p. 262]

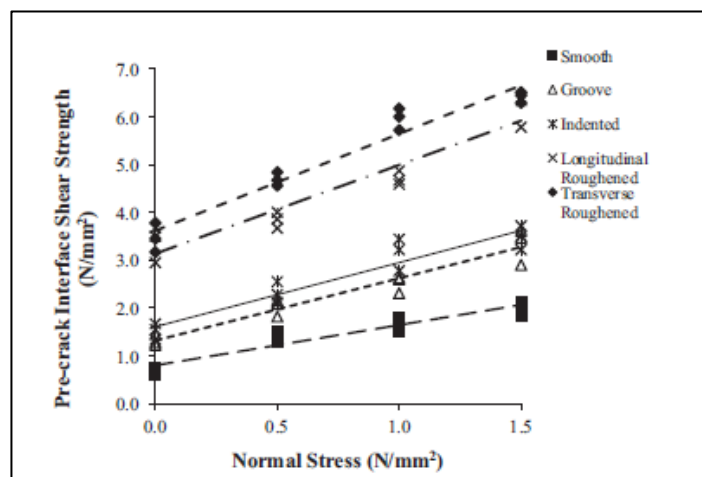
Wegens het grote aantal invloedsfactoren is het berekenen en modelleren van de verbindingen tussen welfsels en bijhorende druklaag zeer complex. De meest voorkomende benadering is een methode waarbij de weerstand wordt ontwikkeld door de cohesie en de wrijving tussen beide oppervlakken. Dit is ook de methode die in Eurocode 2 [12] en in de Model Code [16] wordt gehanteerd. Indien er

wapening wordt voorzien om extra afschuifweerstand te creëren, kan deze weestand ook worden bepaald. De cohesie wordt ontwikkeld door een chemische verbinding tussen het in situ gestorte beton en het prefabbeton en is afhankelijk van de betonsamenstellingen [13]. De grootte van de opgewekte wrijving is afhankelijk van de ruwheid van de welfsels, die wordt uitgedrukt in een algemene ruwheidwaarde R_{pm} . Deze waarde wordt bepaald op basis van het gemiddelde verschil tussen het hoogste en laagste punt van een (beton)oppervlak [14]. De totale afschuifweerstand τ_{Rd} tussen druklaag en welfsels wordt bepaald met formule 2.23 (wet van Mohr-Coulomb), welke wordt begrensd door de afschuifsterkte van beton.

$$\tau_{Rd} = c \cdot f_{ct} + \mu \cdot \sigma_n + \rho f_{yd} (\mu \cdot \sin \theta + \cos \theta) \leq 0,5v f_{cd} \quad (2.15)$$

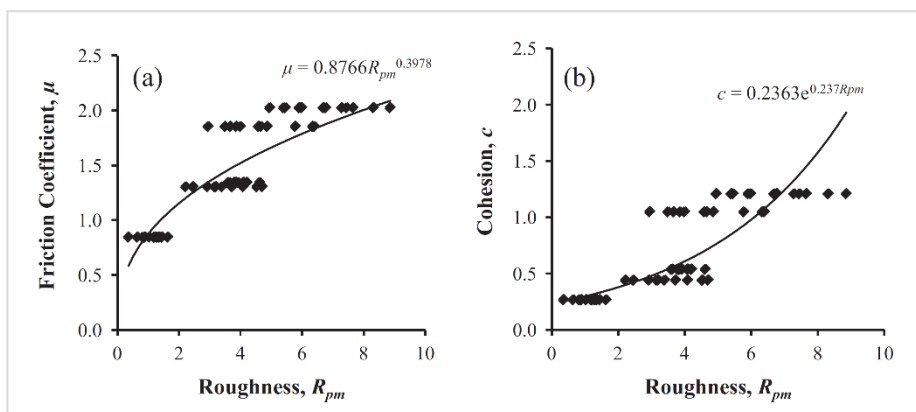
Een correlatie tussen cohesie- en wrijvingscoëfficiënten en de bijhorende afschuifsterkte van een grensoppervlak is experimenteel bepaald door verschillende normaalspanningen op het raakvlak aan te brengen en te toetsen met een afschuifproef. Deze testen zijn uitgevoerd voor betonoppervlakken met verschillende oppervlakteruwheden [14]. De cohesiecoëfficiënt c is berekend met: $c = \tau / f_{ct}$, waarin τ de minimale schuifspanning is die nodig is om de betonverbinding tussen de twee lagen te verbreken. Figuur 22 toont aan dat de afschuifspanning een lineaire correlatie heeft met zowel de normaalspanning als de oppervlakteruwheid.

De wrijvingscoëfficiënt μ is afgeleid uit de helling van de lineaire regressielijn per proefstuk. Een toename van de ruwheid leidt tot een toename van de wrijvingscoëfficiënt. Ten tweede veroorzaakt een toename van de normaalspanning loodrecht op het oppervlak eveneens een toename van de wrijvingscoëfficiënt. Wanneer er geen normaalspanning aanwezig is, is de afschuifweerstand gelijk aan de aanwezige cohesie.



Figuur 22: Afschuifsterkte net voor het afschuiven van het beton [14]

Indien de cohesie- en de wrijvingscoëfficiënt van beton worden geplott in functie van de gemiddelde oppervlakteruwheid (R_{pm}) van het beton, is zichtbaar dat er een duidelijke correlatie aanwezig is. Met de curves en formules in Figuur 23 wordt bijgevolg op basis van de oppervlakteruwheid een accurate indicatie gemaakt van de wrijving- en cohesiecoëfficiënt van een betonoppervlak.

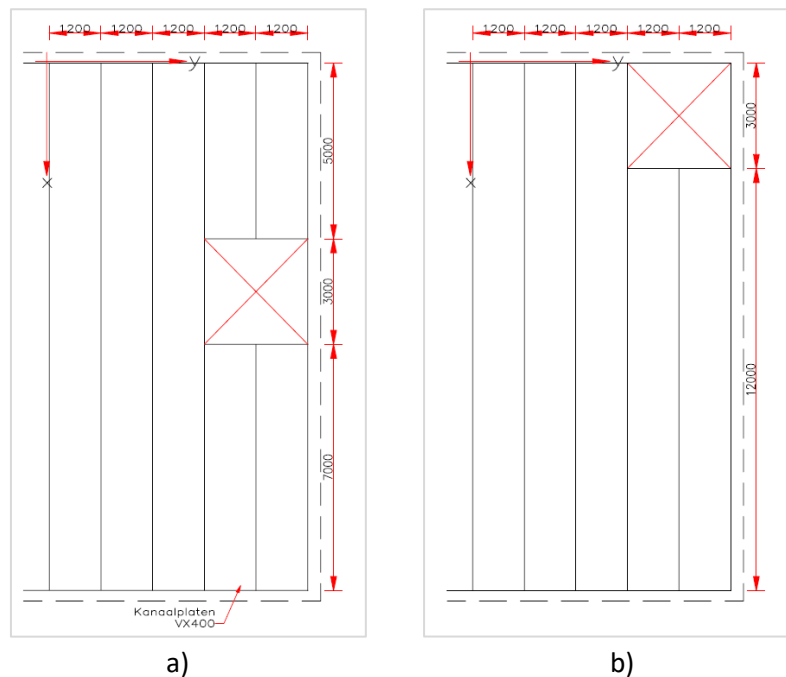


Figuur 23: Benadering van de cohesiecoëfficiënt (c) en de wrijvingscoëfficiënt (μ) [15, p. 11]

Binnen het topic circulair bouwen heeft de toepassing van een vloerveld zonder druklaag echter de voorkeur. Zo zorgt het vermijden van een druklaag ervoor dat de welfsels op een eenvoudige manier hergebruikt kunnen worden. Bijkomend wordt er met deze bouwmethode minder beton verbruikt, wat ecologisch gezien natuurlijk zeer positief is. Afhankelijk van de situatie wegen deze voordelen op tegen de meerwaarde die een druklaag met zich meebrengt. Door deze ontwikkelingen is er meer aandacht nodig voor de verbinding tussen de welfsels onderling. Met een goede uitvoering van de langsvogen en een optimalisatie van de voegweerstand is het mogelijk om vloervelden uit te voeren zonder druklaag. In deze masterthesis ligt de focus op het analyseren van dergelijke vloervelden en is de analyse van een druklaag volledig buiten beschouwing gelaten.

2.6 Openingen in vloervelden

In een vloerveld van holle welfsels zijn in de meeste gevallen grote en/of kleine openingen aanwezig. Deze openingen worden frequent vervaardigd met behulp van raveelijzers. Dit zijn hoekvormige elementen met aangepaste zijplaten die ervoor zorgen dat de niet-doorlopende welfsels kunnen afdragen op de doorlopende welfsels. Kleine openingen kunnen dienen voor het voorzien van kabels en leidingen voor technieken en worden verwaarloosd in de analyse van het vloerveld [17]. Grote openingen kunnen aanwezig zijn in de vorm van een trapgat, liftschacht en centrale techniekschachten. De aanwezigheid van een opening in een vloerveld heeft een belangrijke invloed op de krachtswerking in het vloerveld en moet daarom ook steeds worden bestudeerd, zeker wanneer het vloerveld grote belastingen of overspanningen heeft. In een onderzoek van de Technische Universiteit Delft [18] zijn twee voorbeelden beschreven waarin telkens een opening aanwezig is met een breedte gelijk aan twee keer de welfselbreedte (Figuur 24).

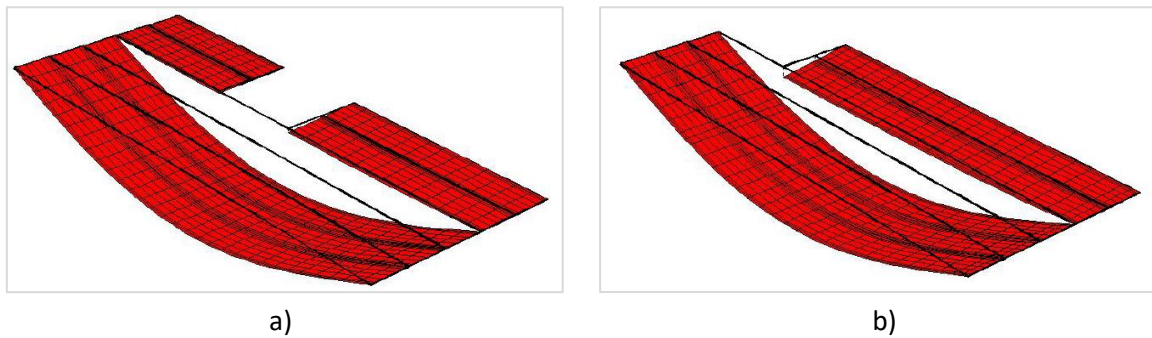


Figuur 24: Vloervelden met een grote opening a) situatie 1, b) situatie 2 [18, p. 42]

De openingen worden in beide situaties gemodelleerd met behulp van ondersteunende elementen (raveelijzers). Uit de modellering van beide vloervelden blijkt dat bij situatie 1 het verschil in dwarskracht tussen het doorlopende en het onderbroken welfsels positief is. Hieruit volgt dat er een negatieve reactiekracht aanwezig is [18], wat wil zeggen dat het doorlopend welfsel trekt aan de onderbroken platen, wat in de werkelijkheid onmogelijk is aangezien het raveelijzer afdraagt op de doorlopende welfsels. Dit komt doordat er in de modellering niet expliciet wordt meegegeven dat het raveelijzer afdraagt op de doorlopende platen. Door de grotere doorbuiging van de doorlopende welfsels denkt de software dat deze welfsels afsteunen op de onderbroken welfsels. Hierdoor ontstaat er dus een “negatieve reactie” en wordt net het tegenovergestelde bekomen van hetgeen in de realiteit wordt verwacht.

Daarentegen wordt er bij situatie 2 wel een positieve reactiekracht bekomen en draagt het raveelijzer wel af op de doorlopende welfsels. De verklaring waarom in deze situatie wel een realistisch resultaat wordt bekomen is in het onderzoek niet eenduidig gegeven. Vermoedelijk is de waarde van de negatieve component kleiner aangezien het verschil in doorbuiging afneemt naar de opleg toe en neemt de belasting op het raveelijzer toe. Hierdoor induceert de resultante wel een neerwaartse belasting.

Figuur 25 is bekomen door het intern scharnier tussen de doorlopende en onderbroken platen door te snijden (er worden dus geen dwarskrachten overgedragen), waardoor de doorbuigingen van de welfsels afzonderlijk zijn geplot. Hierin is duidelijk zichtbaar dat er een verschil in doorbuiging aanwezig is, indien er geen verbinding is tussen de elementen. Bijgevolg ontstaat er een trekkracht aan het raveelijzer, indien de verbinding er wel is. Voor het correct modelleren van raveelijzers moet er bijgevolg een gedetailleerder EEM-model worden opgesteld. Zo moeten de oplegpunten van de raveelijzer worden gedefinieerd als punten waar geen trek kan optreden. Ook wordt er best een fasering aangebracht in het model. De voegvulling wordt namelijk pas na het plaatsen van de welfsels aangebracht waardoor in eerste instantie de volledige belasting van het raveelijzer wordt afgedragen door het eerste doorlopende welfsel [18].



Figuur 25: Verschil in doorbuiging voor a) situatie 1, b) situatie 2 [18, pp. 49-50]

2.7 Types van plaattheorieën

Voor het modelleren van vloervelden kan er gebruik worden gemaakt van verschillende plaattheorieën. Veelvoorkomend zijn de plaattheorie van Kirchhoff en de plaattheorie van Mindlin. In dit hoofdstuk worden de kenmerken en de verschillen tussen beide theorieën beschreven.

Het grote verschil tussen de plaattheorie van Kirchhoff en de plaattheorie van Mindlin is het al dan niet in rekening brengen van de dwarskrachtvervorming. Bij het toepassen van de plaattheorie van Kirchhoff is deze vervorming niet in rekening gebracht, terwijl een Mindlin plaalement hier wel toe in staat is. Bijgevolg bevat de stijfheidsmatrix van een Mindlin plaalement twee extra termen, namelijk de stijfheid tegen deze dwarskrachtvervorming (in twee richtingen). Dit resulteert in een 8x8 stijfheidsmatrix in plaats van een 6x6 stijfheidsmatrix zoals verder wordt beschreven in sectie 2.8.

De plaattheorie van Kirchhoff mag worden toegepast voor dunne platen, de invloed van de vervorming ten gevolge van dwarskracht is hier namelijk zéér beperkt. De theorie van Kirchhoff is gebaseerd op volgende aannames [19]:

- een vlakke doorsnede blijft vlak na belasting;
- er is steeds een neutraal vlak aanwezig waar geen vervormingen en spanningen aanwezig zijn;
- de spanningen in de dikterichting zijn verwaarloosbaar ($\sigma_z \cong 0$);
- loodlijnen op het neutrale vlak blijven loodrecht op dit vlak na belasting (hypothese van Bernoulli).

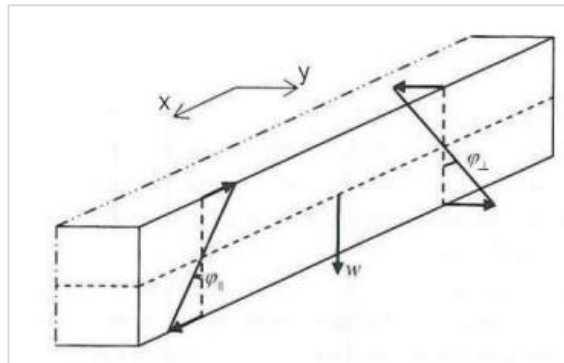
Om de plaattheorie van Kirchhoff op een correcte manier toe te passen moet het model voldoen aan een aantal geometrische voorwaarden zodat voorgaande aannames geldig zijn. Over het algemeen wordt gesteld dat de verhoudingen dikte/overspanning en doorbuiging/dikte kleiner moeten zijn dan 0,2 [19].

Bovenstaande vereisten zijn niet van toepassing voor de plaattheorie van Mindlin. Aangezien de dwarskrachtvervorming in rekening wordt gebracht, moeten de loodlijnen niet meer noodzakelijk loodrecht staan op het neutrale vlak. Hierdoor ontstaan er wel bijkomende spanningen γ_{xz} en γ_{yz} die in relatie staan met de twee extra stijfheidstermen. Het in rekening brengen van de dwarskrachtvervorming is vooral belangrijk bij het modelleren van 'dikke' plaalementen ($h/L > 0,2$). Hier is de dwarskrachtvervorming namelijk beduidend groter ten opzichte van de vervorming door buiging. Bij het modelleren met de plaattheorie van Mindlin bestaat de mogelijkheid om de dwarskrachtvervorming niet mee in rekening te brengen zodanig dat deze plaattheorie ook

aangewend kan worden voor dunne platen. Het wel in rekening brengen van de dwarskrachtvervorming bij slanke elementen leidt tot foute resultaten [19].

Een bijkomend verschil tussen beide plaattheorieën bevindt zich op de rand van een element. Bij Mindlin zijn er namelijk drie vrijheidsgraden aanwezig, zoals zichtbaar op Figuur 26:

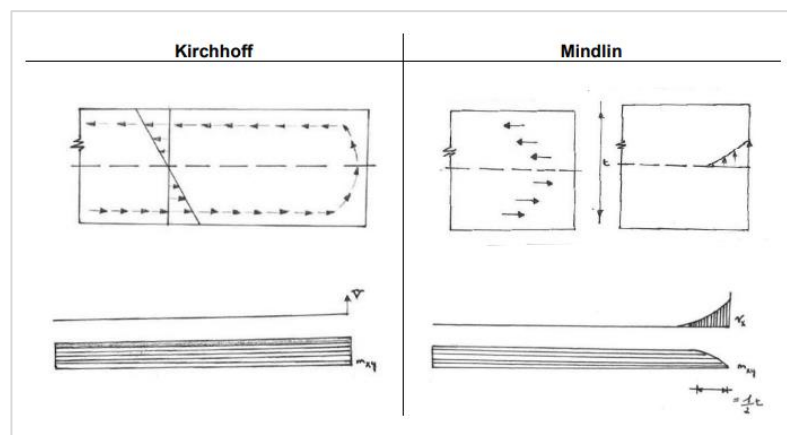
- doorbuiging van de plaat (w),
- rotatie rond de y -as ($\varphi_{||}$),
- rotatie rond de x -as (φ_{\perp}).



Figuur 26: Vrijheidsgraden Mindlin [18, p. 60]

In het geval van de plaattheorie van Kirchhoff is de rotatie rond de y -as niet aanwezig. Hierdoor wordt dwarskrachtvervorming niet in rekening gebracht waardoor er geen rotatie van de vlakken rond de y -as mogelijk is.

Figuur 27 geeft de krachtswerking van beide plaattheorieën weer nabij de rand van een element. Hierin is te zien dat het torsiemoment m_{xy} bij Mindlin naar nul evolueert wanneer het de rand nadert. Het verdwijnen van dit torsiemoment resulteert in het ontstaan van een piekgedrag van de dwarskracht v_x [19]. Dit piekgedrag spreidt zich over een afstand $t/2$, waarbij t de dikte van de plaat is. Bij het modelleren van dunne platen gebeurt dit dus over een zeer beperkte afstand waardoor bij het gebruik van een ‘grote’ mesh plots dwarskrachtpieken ontstaan. Het gebruik van een voldoende kleine mesh in de randzone is bij de plaattheorie van Mindlin dus van uiterst belang.



Figuur 27: Krachtswerking op de rand van een Kirchhoff en Mindlin plaat [20, p. 54]

Voor de modellering van dunne platen geeft de plaattheorie van Kirchhoff de beste resultaten. Voor de dikke platen is de plaattheorie van Mindlin dan weer een betere optie. In hoofdstuk 3 wordt het gebruik van beide plaattheorieën in de EEM-software SCIA Engineer toegelicht en wat het verschil is op vlak van modellering van holle welfsels.

2.8 Stijfheidsmatrix van holle welfsels

De analyses binnen deze masterthesis zijn uitgevoerd op basis van de EEM-software Buildsoft Diamonds en SCIA Engineer. Om welfsels correct te kunnen modelleren, dient het verband tussen krachten en vervormingen te worden beschreven. De matrixvergelijkingen 2.16 en 2.17 beschrijven respectievelijk de membraanwerking (normaalkrachten) en het gedrag op buiging (momenten) van een plaalement. Bijgevolg beschrijven de L -factoren (membraanstijfheidstermen) de normaalkrachtwerking in de welfsels en de D -factoren (buigstijfheidstermen) het gedrag met betrekking tot buiging [3]. Door beide vergelijkingen te combineren tot één globale stijfheidsmatrix wordt de stijfheidsmatrix $[K]$ zichtbaar in vergelijking 2.18 bekomen. Het is ook deze stijfheidsmatrix welke binnen EEM-software wordt weergegeven. Aangezien de plaattheorie van Kirchhoff wordt toegepast, bevinden er zich geen dwarskrachttermen in de stijfheidsmatrix.

$$\begin{bmatrix} n_{xx} \\ n_{zz} \\ n_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{xx} & L_v & 0 \\ L_v & L_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & L_{xz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xz} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$\begin{bmatrix} m_{xx} \\ m_{zz} \\ m_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{xx} & D_v & 0 \\ D_v & D_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & D_{xz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa_{xx} \\ \kappa_{zz} \\ \rho_{xz} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$\begin{bmatrix} n_{xx} \\ n_{zz} \\ n_{xz} \\ m_{xx} \\ m_{zz} \\ m_{xz} \end{bmatrix} = [K] \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \kappa_{xx} \\ \kappa_{zz} \\ \rho_{xz} \end{bmatrix} \quad \text{met} \quad [K] = \begin{bmatrix} L_{xx} & L_v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_v & L_{zz} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{xz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{xx} & D_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_v & D_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{xz} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Om de doorbuiging en de lastenspreiding van holle welfsels op een correcte manier te kunnen bepalen, is het juist bepalen van de D -factoren van uiterst belang. Buildsoft Diamonds beschikt over een module voor het modelleren van holle welfsels. Deze module berekend de stijfheidstermen automatisch op basis van de ingevoerde sectieparameters.

De stijfheidstermen kunnen ook handmatig worden berekend. Publicaties van de TU-Delft [18] en P.C.J. Hoogenboom [17] beschrijven formules die hiervoor toepasbaar zijn en op welke manier ze moeten worden geïnterpreteerd. Aangezien het om plaalementen gaat, wordt er in stijfheden per eenheidsbreedte gerekend. De formules zijn opgesteld uitgaande dat de xx -as evenwijdig is aan de overspanning, de zz -as dwars op de overspanning staat en de yy -as loodrecht staat op het vlak gevormd door de xx - en zz -as.

De gemiddelde elasticiteitsmodulus van beton [12]:

$$E = 22000 \cdot \left(\frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{0,3} \quad (2.19)$$

De gemiddelde schuifmodulus van beton:

$$G = \frac{E_{cm}}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (2.20)$$

met $\nu = 0,2$ voor beton

Het traagheidsmoment om de xx-as van een welfseldoorsnede met cirkelvormige kanalen:

$$I_{xx} = \frac{bh^3}{12} - 6 \cdot \frac{\pi d_h^4}{64} \quad (2.21)$$

De buigstijfheid om de xx-as:

$$D_{xx} = \frac{E_{cm} \cdot I_{xx}}{b} \quad (2.22)$$

De buigstijfheid om de zz-as:

$$D_{zz} \approx 0 \quad (2.23)$$

Door de afwezigheid van dwarse wapening wordt er niet gerekend op een stijfheid in de dwarse richting

De torsieconstante van een welfseldoorsnede:

$$i_w = \frac{t_1 t_2 (2h - t_1 - t_2)^2}{4(t_1 + t_2)} \quad (2.24)$$

De torsiestijfheid van een welfseldoorsnede:

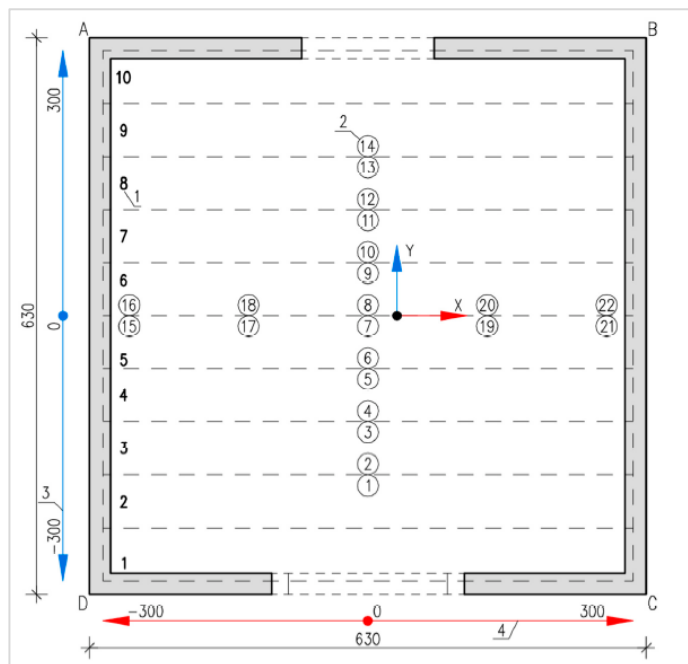
$$D_{xz} = G \cdot i_w \quad (2.25)$$

De invloed van dwarscontractie wordt in rekening gebracht door:

$$D_v = \min(\nu D_{xx}; \nu D_{zz}) \approx 0 \quad (2.26)$$

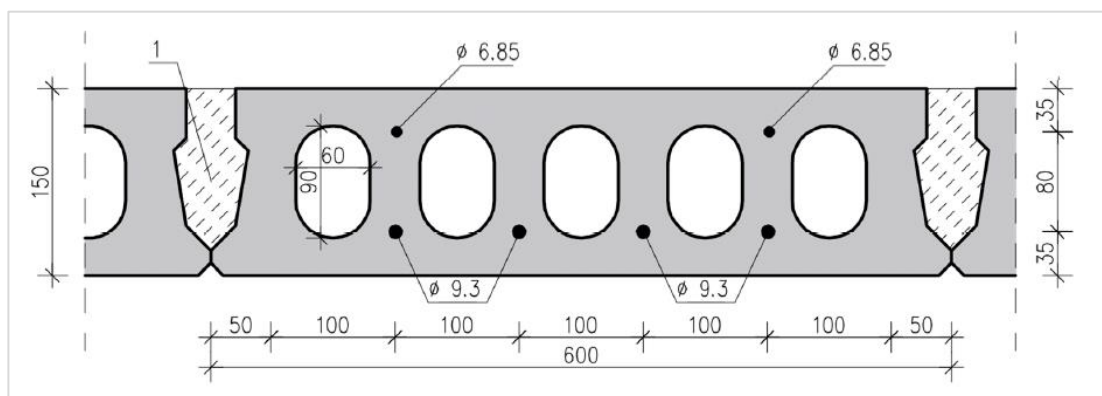
2.9 Eerder uitgevoerde in-situ proeven

Aan de Silesian University of Technology is in het verleden onderzoek gedaan naar het doorbuigingsgedrag van diverse vloervelden [21]. In dit onderzoek zijn mini-huisjes gebouwd waarop vervolgens een dakplaat is geplaatst. Er zijn huisjes gebouwd met een dakplaat bestaande uit breedplaten, vezelversterkte breedplaten, ribelementen en holle welfsels. De huisjes hebben een buitenafmeting van 6,30 x 6,30 m, de muren zijn 30 cm dik en het vloerveld heeft afmetingen van 6,00 x 6,00 m tussen de oplegpunten. Het vloerveld opgebouwd uit holle welfsels (HC) is binnen deze masterthesis van belang. Figuur 28 geeft de totale proefopstelling bestaande uit 10 welfsels weer. Het vloerveld is voorzien van de nodige meetinstrumenten om de doorbuiging van het vloerveld te kunnen monitoren tijdens het aanbrengen van een belasting.



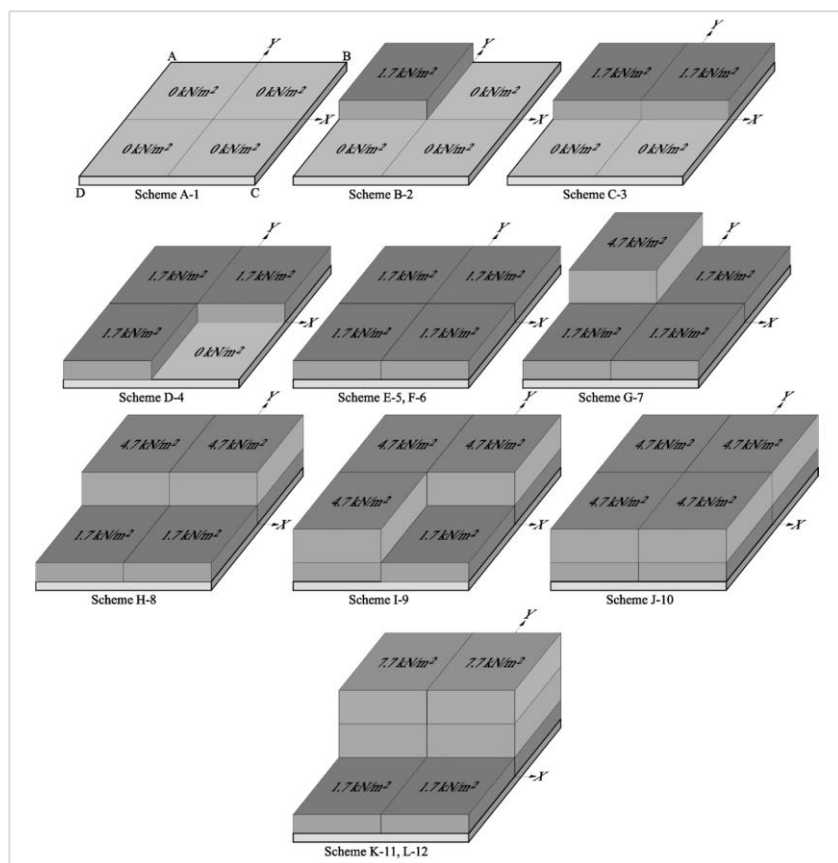
Figuur 28: Proefopstelling met holle welfsels [21, p. 9]

Het dwarsprofiel van de gebruikte welfsels is weergegeven op Figuur 29. Hierop is zichtbaar dat de welfsels 600 mm breed en 150 mm hoog zijn. Er zijn vijf kanalen aanwezig van 90 x 60 mm. In Figuur 29 is ook zichtbaar dat de voegen zijn opgevuld met een voegvulling en dat de vorm van de voegen conform zijn aan Figuur 19, wat dus wilt zeggen dat er op lastenspreiding mag worden gerekend. Fysisch gezien wordt er in deze situatie een drukschoor gevormd tussen de elementen. Opmerkelijk is dat er geen druklaag gebruikt is, iets wat in de meeste proeven wel het geval is. Aangezien binnen deze masterthesis ook geen druklaag in rekening wordt gebracht zijn deze proefresultaten zeer nuttig. Het eigengewicht van de welfsels is gelijk aan 265 kg/m² en ze zijn vervaardigd in betonsterkteklasse C55/67.



Figuur 29: Doorsnede van de gebruikte welfsels in de proefopstelling van Figuur 28 [21, p. 8]

Het vloerveld is vervolgens op verschillende manier belast. De samenvatting van alle belastingsgevallen is weergegeven in Figuur 30. Voor het belasten is gebruik gemaakt van passieve lasten zoals betonblokken, paletten, enzovoort.



Figuur 30: Toegepaste belastingsgevallen [21, p. 11]

Het vloerveld is onderworpen aan bovenstaande belastingsgevallen waarbij vervolgens met de geïnstalleerde meetapparatuur de doorbuiging is gemonitord. De doorbuiging is gedurende 365 dagen gemeten om ook het effect van kruip te kunnen bepalen. Binnen deze thesis is enkel de elastische (initiële) doorbuiging van belang. In Tabel 1 zijn de maximaal waargenomen doorbuigingen per belastingsgeval weergegeven. De doorbuiging ten gevolge van het eigengewicht is niet gemeten. De meetapparatuur kan namelijk pas geïnstalleerd worden vanaf dat de welfsels geplaatst zijn. Dit wil zeggen dat enkel de extra doorbuiging ten gevolge van een belasting wordt opgemeten.

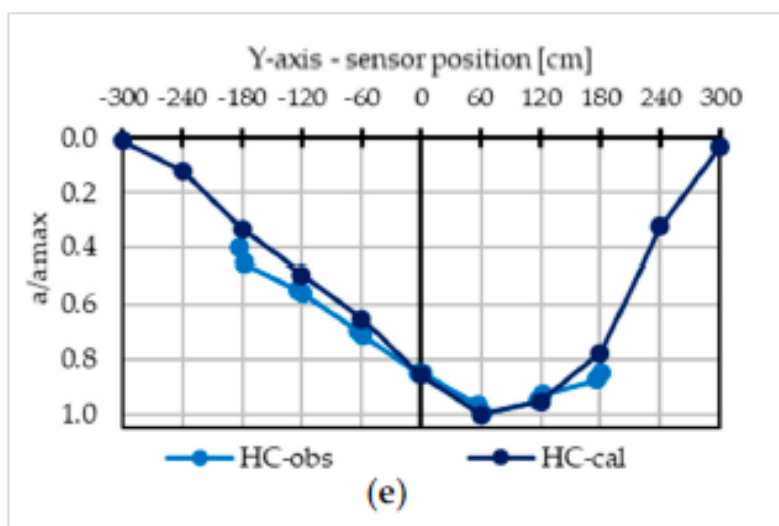
Tabel 1: Maximale doorbuigingen per belastingsgeval [21, p. 14]

Loading Sequence	Maximum Displacement of Slab (mm)
	HC
B-2	0.294
C-3	0.591
D-4	0.715
E-5	0.907
F-6	0.914
G-7	1.504
H-8	2.155
I-9	2.502
J-10	2.859
K-11	3.568
L-12	3.574

Binnen hetzelfde onderzoek zijn de proeven ook gemodelleerd met een EEM-software. Op deze manier is gekeken hoe accuraat EEM-software de werkelijkheid benadert. Het model dat is gebruikt, is opgebouwd zoals het in werkelijkheid was. De stijfheid van de welfsels is bepaald, maar is niet vermeld. De langsvogen zijn als scharnierend beschouwd, net zoals de NBN EN 1168 suggereert [21]. Alle bovenstaande belastingsgevallen zijn ingevoerd volgens Figuur 30. Vervolgens is het vloerveld onderworpen aan een lineair elastische analyse waarbij de meshgrootte is ingesteld op 10 cm. De invloed van het eigengewicht is in deze analyses verwaarloosd aangezien de doorbuiging in onbelaste toestand ook niet kan worden gemeten. De opbuiging ten gevolge van de voorspanning is ook verwaarloosd, het effectieve verschil van de doorbuiging voor belasting en na belasting is namelijk van belang.

Uit de resultaten van de EEM-analyses blijkt dat de EEM-software een overschatting geeft van de doorbuiging ten opzichte van werkelijkheid van gemiddeld zo'n 42%. Deze overschatting is behoorlijk aangezien de overige vloertypes zijn onderschat met zo'n 30 à 40%. Deze overschatting is waarschijnlijk te wijten aan de vereenvoudigingen die zijn doorgevoerd ten opzichte van de realiteit. Zo is elke aanwezige stijfheid tussen de elementen en in de oplegzones verwaarloosd en gemodelleerd als een scharnier [21].

Zowel voor de EEM-analyse als de gemeten toestand, is de relatieve bijkomende vervorming bepaald ten opzichte van de maximale optredende vervorming zichtbaar in Figuur 31. Hierin is zichtbaar dat er relatief gezien wel een gelijkaardig doorbuigingsverloop wordt bekomen, ongeacht dat de waardes uit de EEM-analyse 40% hoger zijn. Deze vaststelling is binnen deze masterthesis enorm interessant. Hieruit is besloten dat een benadering op basis van een EEM-model relatief gezien hetzelfde resultaat geeft als de werkelijkheid. In sectie 3.3 van deze thesis is het toegepaste model binnen dit onderzoek vergeleken met de resultaten die zijn bekomen met de beschreven in-situ testen.



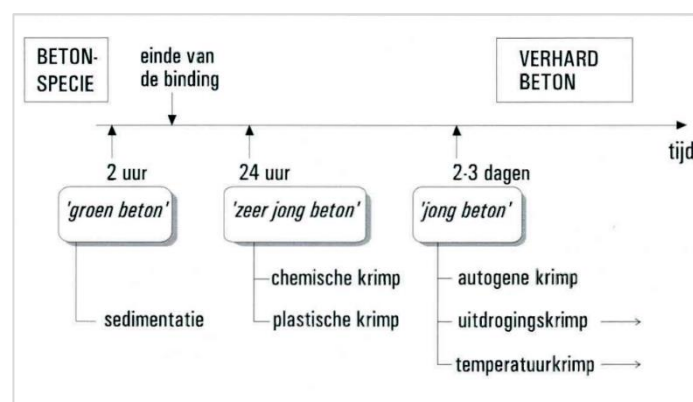
Figuur 31: Vergelijking van relatieve bijkomende vervorming ten opzichte van de maximale vervorming van EEM (HC-cal) en in-situ (HC-obs) [21]

2.10 Betonkrimp

Deze sectie geeft een algemene beschrijving van betonkrimp weer. Voor deze thesis is betonkrimp enkel van toepassing voor de betonspecie die wordt aangebracht in de langsvoeegen. Hierdoor zijn bepaalde fenomenen die verder worden besproken niet van toepassing binnen dit onderzoek.

2.10.1 Algemene beschrijving

Betonkrimp kan opgedeeld worden in twee tijdsintervallen. In de periode tot 24 uur (“zeer jong beton”) spreekt men van chemische en plastische krimp. In deze fase is de scheurgevoeligheid het grootst [22]. Na een aantal dagen (“verhard beton”) zijn er drie verschillende soorten krimp te onderscheiden: uitdrogingskrimp, autogene krimp en thermische krimp. Figuur 32 geeft een overzicht van de verschillende soorten krimp. De vermelde begrippen worden verder in dit hoofdstuk gedefinieerd.



Figuur 32: Schematisch overzicht van krimpfenomenen [22, p. 2]

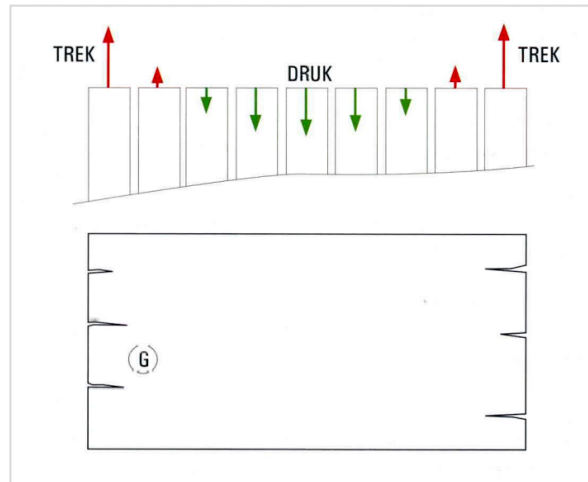
Vlak na het storten van het beton kan sedimentatie optreden waardoor het water in het beton naar boven wordt geduwd [22]. Dit heeft als gevolg dat er waterafscheiding oftewel ‘bleeding’ voorkomt aan het betonoppervlak en er scheuren kunnen optreden. Aangezien dit fenomeen geen krimp veroorzaakt is het verder ook niet van toepassing voor een krimpberekening.

Plastische krimp treedt op door de verdamping van het aanmaakwater uit het nog plastische beton. Met als gevolg dat het beton uitdroogt, het volume verminderd en er trekspanningen kunnen optreden. Dit fenomeen kan ook voorkomen wanneer het beton gestort wordt op een sterk absorberende laag waardoor het water weggezogen wordt. Beide gevallen hebben als gevolg dat er scheurvorming kan optreden aan het oppervlak. Wanneer dit proces verder gaat in het verharde beton, spreekt men van uitdrogingskrimp. Een belangrijke opmerking is dat plastische krimp 10 tot 20 maal groter kan zijn dan uitdrogingskrimp [22].

Chemische krimp ontstaat door de hydratatiereacties die plaatsvinden in het beton. Deze krimp heeft als gevolg dat er inwendig microscheurtjes ontstaan, maar uitwendig is er geen sprake van een noemenswaardige volumevermindering [22].

Bij beton met een lage w/c-factor en een hoog cementgehalte kan er ook autogene krimp optreden door een langdurige hydratatie. Het inwendige water wordt hierbij opgebruikt en het beton droogt uit waardoor er een merkbare uitwendige krimp kan optreden. [22]

Tot slot is er nog thermische krimp. Deze ontstaat door de warmte die vrijkomt bij de hydratatiereacties in het beton. Dit komt vooral voor bij massieve constructies omdat in bepaalde gevallen de warmte onvoldoende naar de omgeving wordt overgedragen [22]. De inwendige spanningen zorgen voor druk in het midden en trek aan de randen waardoor scheurvorming kan optreden. Dit fenomeen is zichtbaar op Figuur 33. Aangezien de langsvoeugen in dit onderzoek beperkt zijn van omvang, is thermische krimp hier niet van toepassing.



Figuur 33: Scheurvorming als gevolg van thermische krimp [22, p. 6]

2.10.2 Betonkrimp volgens Eurocode NBN EN 1992

Volgens Eurocode NBN EN 1992-1-1 [12] bestaat de totale krimpverkorting slechts uit twee componenten. Ten eerste de uitdrogingskrimp, die in functie staat van het restwater dat achterblijft in het verharde beton. De migratie van dit water naar de oppervlakte is een langzaam proces. Ten tweede is er de autogene krimpverkorting, die optreedt tijdens de verharding van het beton door middel van intern waterverbruik dat nog aanwezig is.

De totale krimpverkorting is gelijk aan de som van de twee componenten:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} \quad (2.27)$$

De uitdrogingskrimpverkorting in de tijd volgt uit:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} \quad (2.28)$$

waarin β_{ds} een tijdsafhankelijke factor is:

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0,04 \sqrt{h_0^3}} \quad (2.29)$$

met:

$h_0 = 2A_c/u$ de fictieve dikte van de dwarsdoorsnede;

k_h een coëfficiënt die afhangt van de fictieve dikte h_0 volgens Tabel 2.

Tabel 2: Waarden voor k_h

h_0	k_h
100	1,0
200	0,85
300	0,75
≥ 500	0,70

$\varepsilon_{cd,0}$ is de nominale onbelemmerde uitdrogingskrimpvorking en wordt bepaald als volgt:

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 \left[220 + 110 \cdot \alpha_{ds1} \right] \cdot \exp \left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cmo}} \right) \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} \quad (2.30)$$

met:

f_{cm} de gemiddelde druksterkte (MPa);

$f_{cmo} = 10$ MPa;

α_{ds1} een coëfficiënt die afhangt van de cementsoort;

= 3 voor cement van klasse S;

= 4 voor cement van klasse N;

= 6 voor cement van klasse R;

α_{ds2} een coëfficiënt die afhangt van de cementsoort;

= 0,13 voor cement van klasse S;

= 0,12 voor cement van klasse N;

= 0,11 voor cement van klasse R;

RH de relatieve vochtigheid van de omgeving (%);

$RH_0 = 100\%$;

$$\beta_{RH} = 1,55 \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right]. \quad (2.31)$$

De autogene krimpvorking in de tijd volgt uit:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca}(\infty) \quad (2.32)$$

waarin:

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5(f_{ck} - 10)10^{-6}; \quad (2.33)$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - e^{-0,2\sqrt{t}}; \quad (2.34)$$

Met t in dagen.

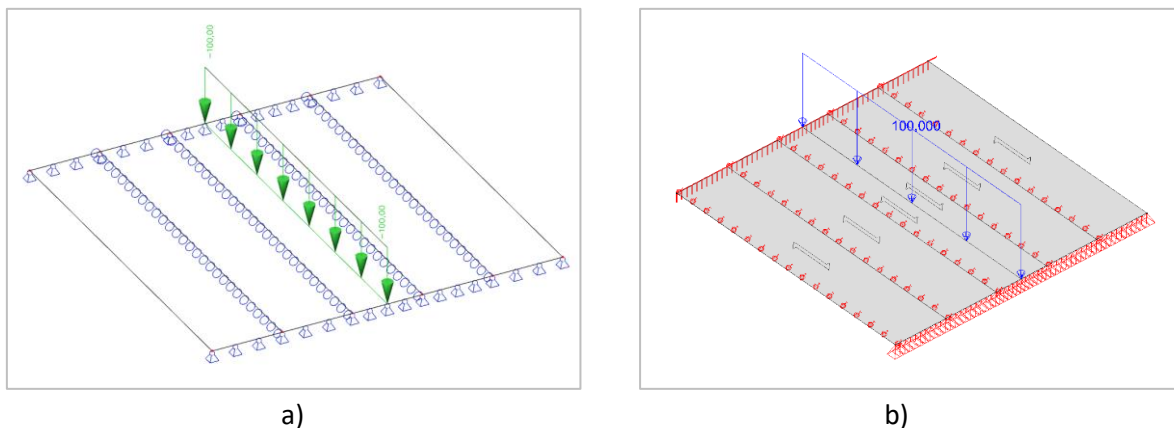
De gebruikte formules voor het berekenen van krimp zijn experimenteel bepaald op basis van 'grote' betonoppervlakken. In het geval van vloervelden zonder druklaag, worden enkel de langsvoegen gevuld met een voegspecie. De krimpscheuren kunnen optreden tussen de voegspecie en de randen van de holle welfsels. Aangezien de afmetingen van de langsvoegen relatief klein zijn ten opzichte van een volledig vloerveld, is de totale krimp in de voeg eerder beperkt [18].

3 EEM-modellen

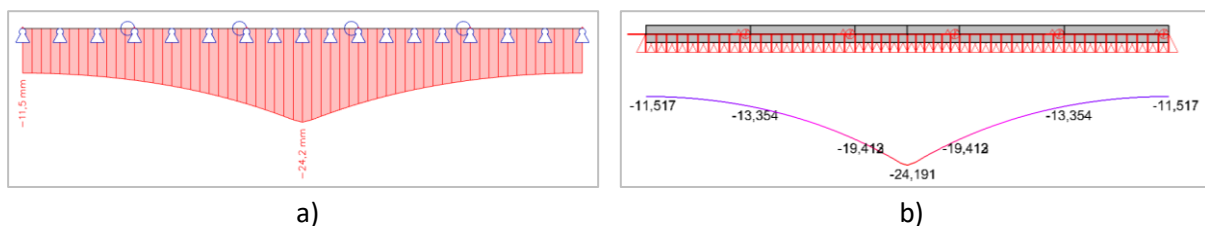
Om de lastenspreiding bij holle welfsels te analyseren zijn er EEM-modellen opgesteld. Dit hoofdstuk beschrijft de EEM-modellen die zijn toegepast binnen deze thesis en wat de invloed van de toegepaste plaattheorie is op de uiteindelijke resultaten. Ook is het model vergeleken met eerder uitgevoerde in-situ proeven om de accuraatheid te bestuderen. Tijdens het modelleren zijn er een aantal aandachtspunten opgemerkt die van pas kunnen komen voor het modelleren van vloervelden bestaande uit holle welfsels in toekomstige EEM-analyses.

3.1 Toegepaste EEM-modellen

Binnen deze masterthesis is gebruik gemaakt van twee EEM-softwarepakketten, meer bepaald de EEM-software Buildsoft Diamonds (versie 2021) en SCIA Engineer (versie 21.1). In beide EEM-programma's is hetzelfde vloerveld ingevoerd met dezelfde randvoorwaarden, zoals zichtbaar op Figuur 34. Vervolgens zijn beide EEM-software pakketten met elkaar vergeleken waaruit blijkt dat de softwareprogramma's dezelfde doorbuigingslijnen, momentenlijnen en reactiekrachten genereren zoals zichtbaar op Figuur 35. Bijgevolg zijn beide softwareprogramma's voor dezelfde analyses gebruikt. In deze masterthesis wordt er daarom ook regelmatig gewisseld tussen SCIA Engineer en Buildsoft Diamonds. Diamonds is naar modellering namelijk iets gebruiksvriendelijker dan SCIA waardoor die ook het meeste is toegepast. SCIA Engineer is dan weer iets uitgebreider qua mogelijkheden en geeft ook meer opties bij het analyseren van de resultaten.



Figuur 34: Visualisatie van het gemodelleerde vloerveld bestaande uit holle welfsels in a) SCIA Engineer en b) Buildsoft Diamonds



Figuur 35: Doorbuigingslijn ter hoogte van het midden van de overspanning in a) SCIA en b) Buildsoft Diamonds

De vloerelementen zijn in Diamonds gemodelleerd als welfsels met een dikte van 200 mm en een breedte van 1200 mm. In SCIA Engineer zijn deze welfsels gemodelleerd als volle plaelementen. De automatisch gegenereerde stijfheden van een volle plaat zijn vervolgens overschreven met de stijfheidstermen van de stijfheidsmatrix van een welfsel verkregen in Diamonds. Zoals beschreven in sectie 2.8, bestaat deze stijfheidsmatrix uit L - en D -factoren. Er is uitgegaan van een courante welfseldoorsnede, namelijk het type SP200 van FINGO. De stijfheidsmatrix $[K]$ stemt met deze doorsnede overeen.

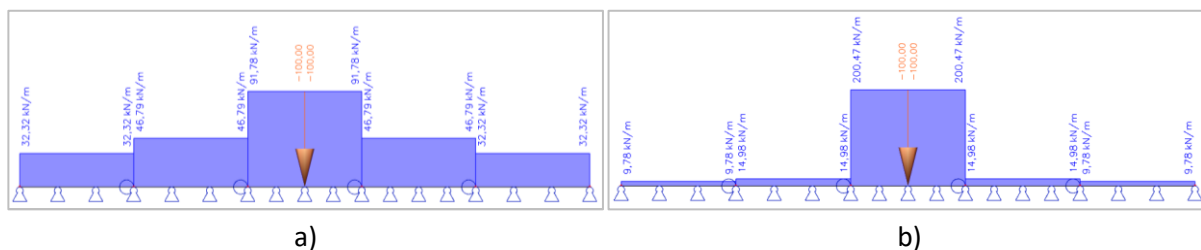
$$[K] = \begin{bmatrix} 3951 & 393 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 393 & 1967 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 787 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 18016 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5685 \end{bmatrix}$$

MN/m
 kNm

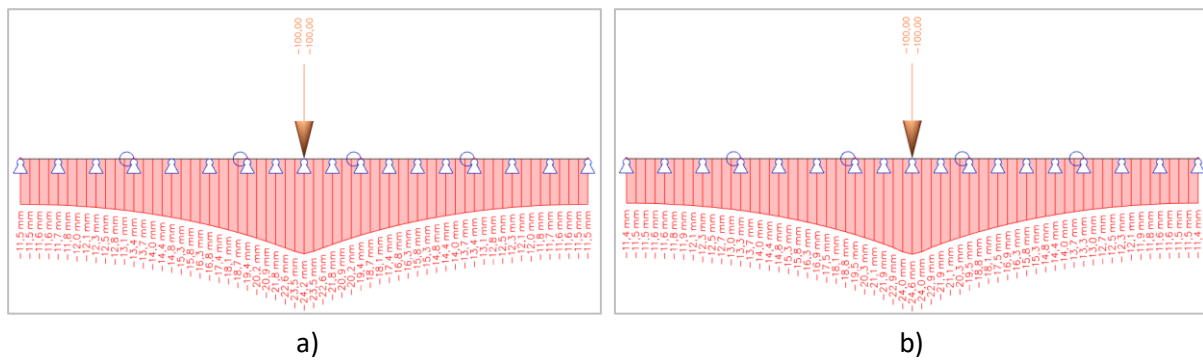
Het EEM-model is opgebouwd uit vijf welfsels, zoals eerder voorgesteld in Figuur 34. Voor de analyses binnen deze masterthesis zijn de verbindingen tussen de welfsels als scharnierend verondersteld waardoor enkel dwarskracht wordt overgedragen, dit is ook wat de NBN EN 1168 beschrijft. Deze vereenvoudiging is niet volledig in overeenstemming met de realiteit. In de realiteit is vaak een bepaalde hoeveelheid randwapening aanwezig. Hierdoor verschuiven de platen niet tijdens het roteren waardoor er toch een bepaald moment wordt overgedragen. Echter is dit moment niet eenduidig te bepalen waardoor er dus een veilige vereenvoudiging wordt gemaakt [17]. Verder variëren de overspanning van 4 tot 12 m en zijn de oplegpunten als scharnierend gemodelleerd.

3.2 Vergelijking plaattheorie van Kirchhoff en Mindlin in SCIA

In SCIA Engineer is het mogelijk om de modellering met zowel de plaattheorie van Kirchhoff als Mindlin uit te voeren. Indien eenzelfde vloerveld, zoals beschreven in sectie 3.1, afzonderlijk wordt gemodelleerd met beide plaattheorieën blijkt uit de vergelijking dat het verschil tussen de twee theorieën zich vooral situeert in de berekening van de reactiekrachten. Figuur 36b toont aan dat de theorie van Mindlin resulteert in een grote concentratie van reactiekracht in het belaste element, oftewel een lagere spreiding van reactiekrachten. Dit staat in contrast met de doorbuigingscurves op Figuur 37, die verwaarloosbare verschillen geven tussen de theorie van Mindlin en Kirchhoff. Voor beide analyses is er bij de berekeningen gebruik gemaakt van een meshgrootte van 0,1 m.



Figuur 36: Vergelijking reactiekrachten a) Kirchhoff en b) Mindlin



Figuur 37: Vergelijking doorbuigingslijn ter hoogte van het midden van de overspanning a) Kirchhoff en b) Mindlin

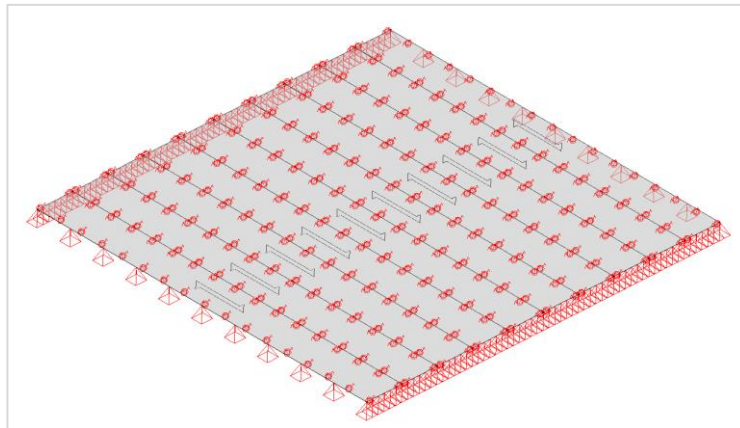
Uit sectie 2.7 blijkt dat bij het gebruik van de plaattheorie van Mindlin de reactiekrachten in de oplegzone een “piekgedrag” vertonen, dit is ook wat er in Figuur 36 zichtbaar is. Dergelijk gedrag aan de oplegzone wordt in de literatuur ook wel het “shear-locking” principe genoemd. Door de aanwezigheid van dwarskrachtvervorming is een doorsnede niet meer vlak na belasting en tredt er ook afschuiving op in plaats van enkel buiging. De elementen die zich aan de rand van de plaat bevinden kunnen niet vrij buigen wegens de lineaire analyse. Door deze lineariteit kan het model, in de randzone, niet de werkelijk optredende kromming van het materiaal modelleren. Bijgevolg ontstaat er op elementniveau een schuifspanning (die er in werkelijkheid niet is) om een evenwicht te bereiken. Deze schuifspanning veroorzaakt een verstijvingseffect in de randzone van de elementen. Aangezien het middelste element wegens zijn hogere belasting meer wil doorbuigen, treedt dit verstijvingseffect hier meer op dan bij de naastgelegen elementen. Dit zorgt er bijgevolg voor dat het belaste element stijver reageert in de oplegzone en meer krachten naar zich toe trekt, ook al hebben die in werkelijkheid dezelfde stijfheid. Bijgevolg ontstaat er een concentratie van dwarskracht en dus ook reactiekrachten in de oplegzone. Het uitvoeren van een tweede-orde analyse of het verkleinen van de mesh in de oplegzone kan dit probleem verhelpen. Dit is ook de reden dat de theorie van Mindlin voornamelijk wordt toegepast bij dikke platen. Hier is de buiging beperkt waardoor dit effect amper of niet aanwezig is. Aangezien de vervorming in dergelijke situaties voornamelijk ontstaat door de dwarskrachtvervorming, is het wel belangrijk om de theorie van Mindlin toe te passen.

Aangezien welfsels in de meeste situaties een hoge slankheid hebben, wordt er best gebruik gemaakt van de theorie van Kirchhoff. Deze theorie geeft zoals eerder aangehaald betere resultaten voor de modellering van dunne platen. Daarom is er in verdere analyses binnen deze masterproef gebruik gemaakt van de plaattheorie van Kirchhoff. Indien het toch wenselijk is een dunne plaat te modelleren met de plaattheorie van Mindlin kan in sommige EEM-software een maximale schuifspanning worden opgegeven. Op deze manier wordt een limiet bereikt, waarna de software vervolgens een nieuw evenwicht bepaald.

3.3 Validatie EEM-model

In de literatuurstudie is beschreven dat er aan de Silesian University of Technology in het verleden reeds doorbuigingsproeven zijn uitgevoerd op vloervelden met realistische afmetingen (overspanning van 6 m) [21]. Deze proeven gaven weer welk doorbuigingsgedrag een vloerveld opgebouwd uit holle welfsels in de wekelijkheid vertoont. In dat onderzoek is ook een nabootsing gedaan met EEM-software om de vergelijking tussen EEM-modellen en de werkelijkheid te kunnen maken.

De verschillende belastingsgevallen uit Figuur 30 die in het onderzoek zijn beproefd, zijn ook gemodelleerd in Diamonds. Op deze manier is het mogelijk om te bepalen of het model binnen deze masterthesis gelijkaardige of afwijkende resultaten geeft ten opzichte van het model dat in voorafgaand onderzoek is toegepast. De relevante informatie uit het voorafgaand onderzoek is gebruikt om een gelijkaardig model op te stellen. De stijfheidsmatrix is binnen Diamonds automatisch gegenereerd op basis van de ingegeven dwarsdoorsnede, welke identiek is aan die van Figuur 29. Het vloerveld is aan alle vier de zijden scharnierend gemodelleerd met een intern scharnier tussen elk welfsel. Het eigengewicht en de voorspanning zijn verwaarloosd om dezelfde reden als reeds is vermeld in sectie 2.9. Figuur 38 geeft het toegepaste model weer.



Figuur 38: Model dat is vergeleken met het onderzoek

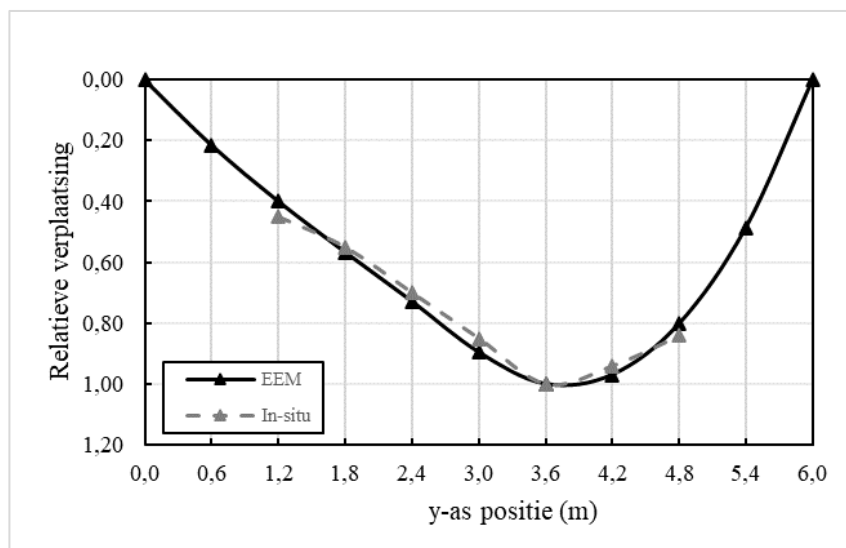
Tabel 3 geeft de doorbuigingswaarden per belastingsgeval weer voor zowel de proefresultaten [21] als de waarden uit het EEM-model. Er is zichtbaar dat het EEM-model de doorbuiging met gemiddeld 47% overschat ten opzichte van de doorbuigingen die bekomen zijn uit de in-situ proeven. Ook in het onderzoek van de Silesian University of Technology is vastgesteld dat de EEM-software een 42% overschatting geeft van de werkelijkheid. Opvallend aan de verkregen resultaten is dat wanneer het vloerveld voornamelijk aan één kant belast wordt, de overschatting zelfs toeneemt tot zo'n 60%. Bij een evenredige verdeling van de belasting over het vloerveld is de overschatting lager, namelijk zo'n 40%. Het modelleren van holle welfsels zorgt voor een significante overschatting van de vervormingen ten opzichte van de werkelijkheid.

Tabel 3: Vergelijking proeven met EEM-model

Belastingsgeval	$\delta_{in-situ}$ (mm)	δ_{EEM} (mm)	$\delta_{EEM}/\delta_{in-situ}$ (mm)
B-2	0,294	0,463	1,575
C-3	0,591	0,898	1,519
D-4	0,715	1,145	1,601
E-5	0,907	1,460	1,610
F-6	1,504	2,194	1,459
G-7	2,155	2,958	1,373
H-8	2,502	3,451	1,379
I-9	2,859	4,036	1,412
J-10	3,568	4,527	1,269
K-11	0,294	0,463	1,575
L-12	0,591	0,898	1,519

Gemiddeld	1,481
-----------	-------

De waardes zijn ook relatief ten opzichte van elkaar bekeken zoals zichtbaar in Figuur 39. Hierop is te zien dat het doorbuigingsverloop, relatief bekeken ten opzichte van de maximale doorbuiging, nagenoeg hetzelfde is. Aangezien de spreidingsfactoren ook relatieve waarden zijn, wordt besloten dat het berekenen van deze spreidingsfactoren met een EEM-programma een goed beeld geeft van hetgeen er in de werkelijkheid gebeurt. De 47% overschatting heeft dus geen invloed op de bepaling van de spreidingsfactoren en mag bijgevolg worden verwaarloosd. Indien het effectief gedrag van een vloerveld dient te worden gemodelleerd, wordt er door deze overschatting wel een vertekend beeld van de werkelijkheid bekomen. Een mogelijke oorzaak van deze overschatting zijn de conservatieve randvoorwaarden die worden gebruikt in het model zoals het verwaarlozen van de dwarse stijfheid.



Figuur 39: Relatieve vergelijking doorbuigingen EEM/in-situ

3.4 Aandachtspunten bij het modelleren van welfsels

Bij het modelleren van vloervelden bestaande uit holle welfsels zijn er een aantal zaken waar als ingenieur aandachtig mee moet worden omgegaan. Het niet juist instellen of toepassen van deze parameters/randvoorwaarden zorgt ervoor dat de verkregen resultaten een enorm vertekend beeld geven. Deze sectie dient als 'handleiding' voor het maken van toekomstige modellen in Buildsoft Diamonds en/of SCIA Engineer.

1. Door het gebruik van de lineair-elastische EEM-modellen is wegens lineariteit een oneindige spreiding aanwezig zoals verder wordt beschreven in sectie 4.1. Bij zeer grote vloervelden leidt dit tot een grotere spreiding dan dat er in wekelijkheid aanwezig is waardoor er bijgevolg een onderschatting gebeurt van de belasting die aangrijpt op het belaste element. Hierbij is dan ook het belangrijkste aandachtspunt dat het model slechts een benadering is van de werkelijkheid en niet gelijk is aan de werkelijkheid.
2. Voor gedetailleerde berekeningen moet een voldoende kleine meshgrootte worden toegepast. Resultaten kunnen sterk variëren naarmate de meshgrootte wordt aangepast. Een meshgrootte van 0,1 m is in de meeste gevallen voldoende. Een nog kleinere meshgrootte heeft slechts een beperkte invloed op de resultaten, maar zorgt wel voor een enorme toename in rekentijd.
3. Afhankelijk van de te modelleren plaat dient een aangepaste plaattheorie te worden toegepast. Over het algemeen wordt best de plaattheorie van Kirchhoff toegepast aangezien die ontwikkeld is voor dunne platen. Voor dikke platen wordt beter de plaattheorie van Mindlin toegepast, echter is dit minder van toepassing bij het modelleren van welfsels. Sectie 2.7 geeft in detail weer wat de verschillen tussen beide plaattheorieën zijn.
4. Voor de bepaling van de reactiekrachten van welfsels dient moet naar de gemiddelde waarde in de oplegging worden gekeken. Dit komt omdat er in de oplegzone piekwaardes ontstaan. Indien er lokaal wordt gekeken resulteert zo'n piek in een verkeerde waarde van de reactiekracht. De omvang van deze pieken varieert ook sterk naarmate de meshgrootte varieert.
5. Holle welfsels en langsvogen hebben slechts een zeer beperkte dwarse stijfheid. Deze stijfheid wordt bijgevolg ook niet in rekening gebracht in de stijfheidsmatrix van de welfsels. De langsvogen worden om die reden als scharnierend beschouwd. Het kan nuttig zijn om toch een bepaalde stijfheid in rekening te brengen in de dwarsrichting. Alleen moet men in dit geval zeer bewust zijn van de gevolgen en mag deze stijfheid zeker niet overschat worden. Proeven voor het bepalen van de dwarse stijfheid kunnen dus een meerwaarde bieden opdat deze stijfheid correct gemodelleerd kan worden.
6. Bij het invoeren van de stijfheidsmatrix is de nodige alertheid nodig. Elk softwarepakket kan namelijk een andere notatie hebben voor de stijfheidstermen van de stijfheidsmatrix. Ook kunnen de eenheden per softwarepakket verschillen waardoor matrices dus niet zomaar één op één mogen worden gekopieerd van het ene pakket naar het andere.
7. Het onderscheid maken tussen een lineaire en een niet-lineaire analyse is van groot belang. In dit onderzoek is een niet-lineaire analyse gebruikt voor de simulatie van krimp in de langsvogen (sectie 7.2). Wanneer er een bepaalde parameter op niet-lineair wordt gezet, krijgt men twee extra

variabelen: een algemene stijfheid en een niet-lineaire functie. Voor de lineaire analyse maakt de software steeds gebruik van de algemene stijfheidswaarde en voor de niet-lineaire analyse van de niet-lineaire functie.

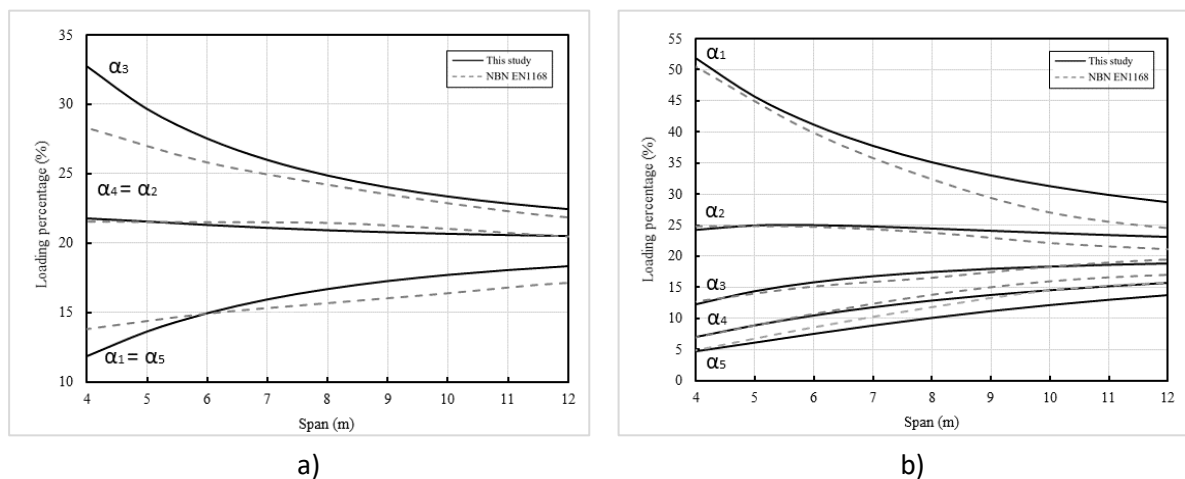
8. Voor het modelleren van openingen vervaardigd met raveelijzers moeten de bekomen resultaten met de nodige omzichtigheid worden geïnterpreteerd. Bij het verkeerd definiëren van de randvoorwaarden van het raveelijzer stemmen de resultaten niet overeen met de werkelijkheid. Een uitgebreide EEM-analyse of vereenvoudiging van het raveelijzer is nodig zoals blijkt uit sectie 2.6.

4 Moment- en doorbuigings spreiding

De NBN EN 1168 beschrijft, zoals aangehaald in sectie 2.4, de lastenspreiding voor één punt- of lijnlast op een rechthoekig vloerveld. In sommige gevallen doet een dergelijke situatie zich voor, maar vaak volstaat zo'n aanpak niet om de lastenspreiding van een vloerveld te analyseren. In de praktijk is er nood aan een veel uitgebreidere benadering, die toch snel toepasbaar moet blijven. Een volledige analyse op basis van EEM-software is vaak tijdrovend en overbodig.

Vloeren worden in de meeste gevallen door meerdere en verschillende lasten belast. Ook kunnen belastingen dwars over het vloerveld aangrijpen. Daarnaast zijn niet alle vloervelden rechthoekig. De lastenspreiding van holle welfsels voor diverse belastingen en geometrieën is niet eerder beschreven. Binnen dit hoofdstuk van deze masterthesis wordt er dieper ingegaan op zogenaamde 'hybride' belastingcombinaties. De bedoeling is om het gedrag van een vloerplaat belast door meerdere lasten te beschrijven op basis van de lastenspreiding van individuele punt- en lijnlast zoals in de NBN EN 1168 is beschreven.

In de bachelorscriptie: "Dwarse lastverdeling van holle welfsels" [1], geschreven in academiejaar 2020-2021, is al eerder onderzoek gedaan rond de NBN EN 1168 (bijlage C). Het onderzoek draaide voornamelijk rond het controleren en nabootsen van de spreidingsfactoren zoals ze in de NBN EN 1168 staan beschreven. Hier is verder niet ingegaan op de toepassing ervan, dit is ook niet expliciet in de norm beschreven. Figuur 40 geeft de spreidingsfactoren weer zoals ze in de NBN EN 1168 zijn beschreven, ook zijn de resultaten die uit de bachelorscriptie volgde zichtbaar.

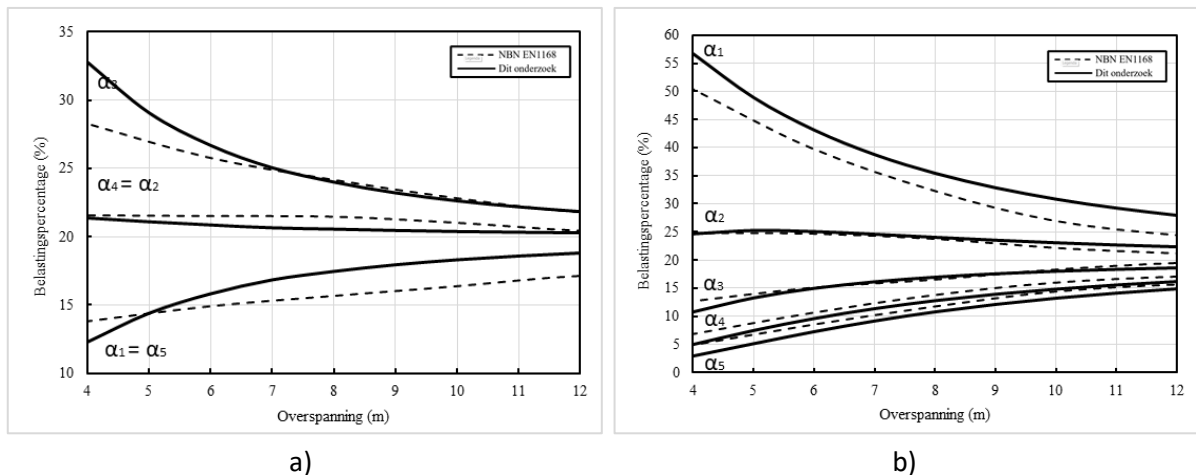


Figuur 40: Spreidingsfactoren uit de bachelorscriptie van 2020-2021 vergeleken met de NBN EN 1168 voor een lijnlast a) op de rand en b) in het midden van het vloerveld [1]

In de analyses van voorgaand onderzoek [1] is geconcludeerd dat het verschil van de spreidingsfactoren tussen punt- en lijnlasten zeer beperkt is. Daarom maakt deze thesis geen onderscheid tussen de spreidingsfactoren voor punt- en lijnlasten. Ook is steeds het eigengewicht van de elementen mee in rekening genomen. Deze keuze is gemaakt omdat het eigengewicht altijd aanwezig is en de verhouding tussen het eigengewicht en maximale belasting niet drastisch wijzigt naargelang het plaattype. Aangezien deze masterthesis zoekt naar een manier om verschillende belastingen te combineren zou er bij het optellen van equivalente belastingen het eigengewicht

meerdere malen in rekening worden gebracht. Dit is uiteraard niet het geval in werkelijkheid, het eigengewicht is maar één keer aanwezig. Daarom zijn de analyses van vorig academiejaar opnieuw uitgevoerd waarbij het eigengewicht buiten beschouwing is gelaten zodanig dat enkel de belastingen onderling kunnen worden opgeteld. De spreidingsfactoren (α -factoren) voor zowel lijn- als puntlasten waarbij het eigengewicht niet in rekening is gebracht zijn zichtbaar in Figuur 41. De exacte waarden van de factoren zijn zichtbaar in Bijlage 1. De waarde van α is berekend op basis van formule 4.1.

$$\alpha_i = \frac{\delta_i}{\sum_{i=1}^5 \delta_i} \cdot 100\% \quad (4.1)$$



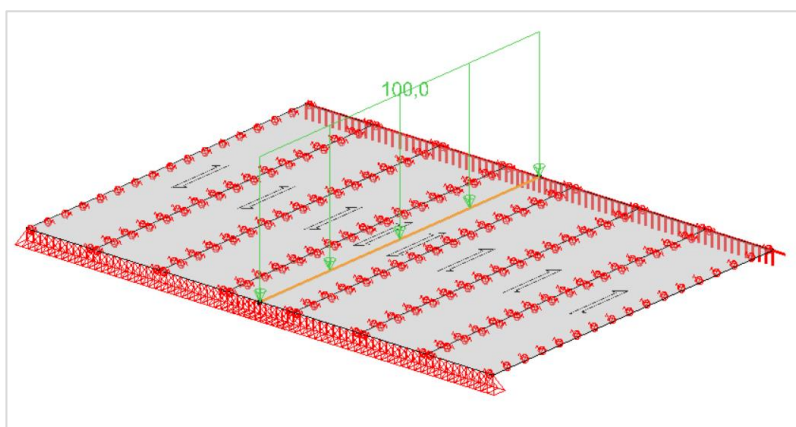
Figuur 41: Spreidingsfactoren voor a) centrale lasten en b) randlasten

Voordat er belastingen worden gecombineerd is het nuttig om te begrijpen hoe een individuele belasting zich gedraagt in een vloerveld. Vervolgens kunnen deze individuele belastingen gecombineerd worden.

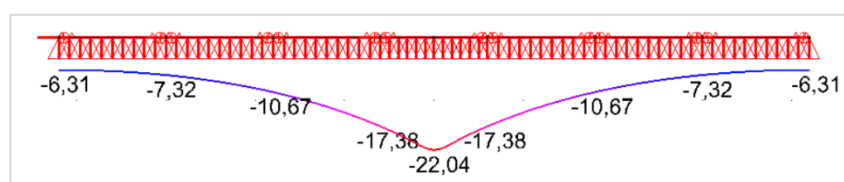
In verdere berekeningen wordt er steeds gerekend met de factoren die uit de EEM-analyses zijn bekomen en dus niet die uit de NBN EN 1168. Op deze manier wordt het vervolgens ook mogelijk om een duidelijke vergelijking te maken tussen de gedetailleerde EEM-analyse en de handberekening.

4.1 De spreidingsbreedte

Figuur 42 toont een vloerveld met een overspanning van 6 m belast met een lijnlast van 100 kN/m (zonder eigengewicht). Uit de resultaten van een EEM-analyse volgt het doorbuigingsprofiel zichtbaar in Figuur 43. In Buildsoft Diamonds is gekozen voor een beton van betonklasse C25/30 en is de welfseldoorsnede van het type FINGO FS200 ingegeven. De hiermee overeenstemmende elasticiteitsmodulus E (zie sectie 2.8) is gelijk aan 31476 N/mm² en het traagheidsmoment van de welfseldoorsnede I_{xx} is gelijk aan $6,8686 \cdot 10^8$ mm⁴. De keuze van betontype heeft in de analyses geen invloed op de resultaten doordat de wijziging van de stijfheid enkel leidt tot een verandering van doorbuiging. Deze vermeerdering of vermindering in stijfheid is in alle elementen aanwezig waardoor er relatief geen wijzigingen optreden en de lastenspreiding ook niet wijzigt.

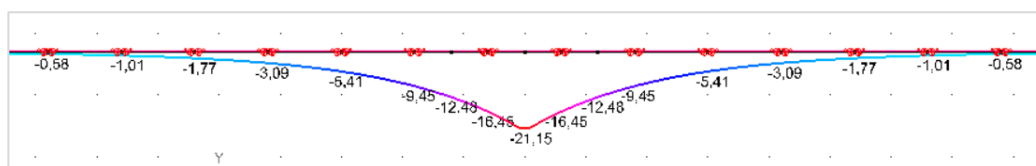


Figuur 42: Vloerveld van 6 m belast met een lijnlast



Figuur 43: Doorbuigingsprofiel in het midden van de overspanning van het vloerveld zichtbaar in Figuur 42

In de NBN EN 1168 wordt verondersteld dat de lastenspreiding van zowel punt- als lijnlasten plaatsvindt over een zone van vijf welfselementen, inclusief het belaste element. In Figuur 43 is zichtbaar dat er ook nog buiten deze zone van vijf elementen een doorbuiging waar te nemen is en dat er dus ook nog een bepaalde hoeveelheid van de belasting buiten deze vijf elementen voelbaar is. Om te weten hoeveel belasting er effectief binnen deze vijf elementen verdeeld wordt dient het probleem te worden geanalyseerd in een oneindig groot vloerveld zoals zichtbaar op Figuur 44.

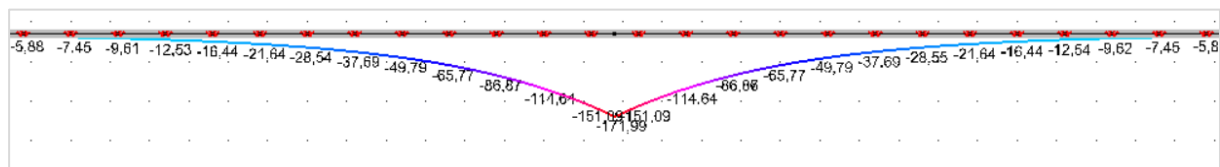


Figuur 44: Doorbuiging van een oneindig vloerveld ten gevolge van een lijnlast (overspanning van 6 m)

Uit Figuur 44 blijkt dat (bij een overspanning van 6 m) er zelfs tot elf welfsels een deel van de belasting voelen aangezien ook daar een doorbuiging veroorzaakt wordt. Door de oppervlakte onder de doorbuigingscurve te bepalen, blijkt dat slecht 78% van de belasting binnen het gebied van vijf welfsels aanwezig is, 89% binnen een gebied van zeven welfsels en 95% binnen een gebied van elf welfsels. Indien het vloerveld dus voldoende groot is en de belasting de mogelijkheid heeft om zichzelf te kunnen spreiden grijpt 22% van de belasting nog buiten deze vijf elementen aan waardoor bijgevolg de vijf middelste elementen minder belast worden.

Dezelfde analyse is uitgevoerd voor een vloerveld waarbij de overspanning gelijk is aan 12 m, zoals weergegeven op Figuur 45. In de doorbuigingscurve is zichtbaar dat hetzelfde fenomeen optreedt als

bij een overspanning van 6 m, maar dat het aantal welfsels toeneemt. Zo werken er volgens Diamonds in deze situatie 23 welfsels mee in de lastenspreiding, of met andere woorden is een belasting tot elf welfsels verwijderd van de belasting nog voelbaar. Ook wordt er vanuit deze doorbuigingscurve gesteld dat er eigenlijk maar een equivalent van $\pm 13\%$ van de belasting op het belaste element staat. Dit zorgt ervoor dat er $100/13 \approx 7,7$ keer meer belasting dan de maximale belasting van het welfsels zou mogen worden aangelegd zonder dat het belaste element zijn maximale doorbuiging overschrijdt.



Figuur 45: Doorbuiging van een vloerveld in het midden van de overspanning ten gevolge van een lijnlast bij een overspanning van 12 m

Op een gevoelsmatige wijze kunnen voorgaande ‘stellingen’ al in vraag worden getrokken, dit is namelijk nogal tegenstrijdig met hetgeen er in werkelijkheid verwacht wordt. Zoals besproken binnen hoofdstuk 3 zijn de langsvoeugen in dit model gemodelleerd als interne scharnieren. Hierdoor reageren deze voegen oneindig stijf op gebied van dwarskrachtoverdracht. In werkelijkheid is dit echter niet zo, aangezien er een bepaalde stijfheid aanwezig is. Ook sluit door de aanwezigheid van krimpscheurtjes de voeg niet 100% aan waardoor er al een bepaalde verplaatsing van het element nodig is vooraleer het naastgelegen element geactiveerd wordt (zie hoofdstuk 7). Ook voor deze verplaatsing is er een hoeveelheid energie/belasting nodig die daardoor niet wordt overgedragen naar de naburige welfsels.

Het vloerveld bestaat ook niet in elke situatie uit een groot aantal welfsels. Voorgaande spreiding treedt in dat geval niet op. Het aannemen van een lastenspreiding over vijf welfsels is vanuit stabiliteits-oogpunt niet slecht in een UGT-berekening. Doordat een spreiding van vijf welfsels wordt verondersteld, wordt er altijd een grotere belasting op deze vijf welfsels in rekening gebracht dan dat er in werkelijkheid optreedt. Dit zorgt voor een veilige benadering van het systeem. Ook zijn de welfsels in de buurt van de belasting meestal de bepalende welfsels waardoor het uitrekenen van verder gelegen welfsels geen meerwaarde geeft aan de berekening.

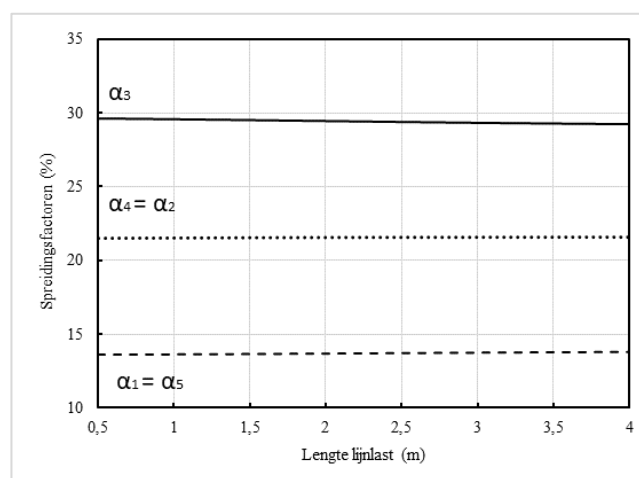
Het uitvoeren van een GGT-controle met de aanname dat de lastenspreiding plaatsvindt over vijf welfsels leidt tot een onderschatting van het systeem. Door deze beperking van de spreidingsbreedte wordt er verondersteld dat er geen spreiding plaatsvindt buiten deze welfsels. Zoals beschreven is het dus toch dat er een deel van de belasting buiten deze vijf elementen voelbaar is. Deze belasting is niet dominant voor de stabiliteit, maar beïnvloedt wel de doorbuiging, scheurvorming, enzovoort. Indien het toch belangrijk is om van alle elementen een juiste GGT-controle uit te voeren, wordt dit best bepaald met een EEM-berekening.

Om volledig correct te bepalen hoeveel belasting er naar elk element in een vloerveld gaat, moet er voor een vloerveld van vijf, zeven, negen, elf, ... welfsels de spreidingsfactoren worden bepaald. Dit zou leiden tot te veel verschillende factoren en bijgevolg ook veel meer berekeningen, hetgeen met deze methode juist vermeden dient te worden. Ook ontstaat er bij het in rekening brengen van een te groot aantal welfsels, zoals eerder gezegd, een grotere afwijking door de aanname van een scharnier in de langsvoeugen. Het benaderen van deze voegen op een correcte manier is dus cruciaal om een goed benaderende GGT-controle te kunnen uitvoeren.

4.2 Lijnlasten korter dan de overspanning

De NBN EN 1168 beschrijft de lastenspreiding voor lijnlasten die doorlopen over de volledige overspanning van de welfsels. Echter is het ook mogelijk dat een lijnlast aangrijpt over een gedeelte van de overspanning. In dit geval vermeldt de norm dat voor deze lijnlast dezelfde spreidingsfactoren worden gebruikt indien de resultante aangrijpt in het midden van de overspanning (zie sectie 2.4.3).

Aangezien al eerder is vastgesteld dat het verschil tussen punt- en lijnlasten zeer beperkt is, wordt verondersteld dat ook de lengte van de lijnlast weinig invloed heeft op de spreidingsfactoren. Om dit te bevestigen is een vloerveld van 6 m onderworpen aan verschillende lijnlasten van een lengte van 0,5 m; 1,0 m; 1,5 m; enzovoort. Voor al deze belastingen zijn vervolgens de spreidingsfactoren bepaald, zichtbaar op Figuur 46. Zoals verwacht is er weinig variatie naargelang de lengte van de lijnlast en blijft de spreiding nagenoeg constant. Hieruit wordt besloten dat de spreidingsfactoren voor elke lengte van lijnlast toepasbaar zijn.



Figuur 46: Invloed lengte van een lijnlast

4.3 Belastingen tussen de opleg en het midden van de overspanning

Volgens de NBN EN 1168 is, zoals besproken in sectie 2.4.3, de lastenspreiding in de zone $L/x \geq 20$ gelijk aan 0%, wat betekent dat de aangelegde belasting volledig moet worden weerstaan door het belaste element zelf. Iets wat vrij logisch is aangezien de belasting in deze zone rechtstreeks afdraagt naar het steunpunt, het welfsel moet dus in staat zijn om deze kracht af te leiden. Bijgevolg mag er voor een welfsel van 6 m vanaf 0,3 m van de opleg niet meer op lastenspreiding worden gerekend.

Indien doorbuigingsanalyses worden gedaan met belastingen waarvan de resultante tussen $L/x = 20$ en $L/x = 2$ aangrijpt blijkt dat de spreidingsfactoren nagenoeg onveranderd blijven. De grootte van de doorbuiging (waaruit de factoren worden afgeleid) is wel kleiner dan wanneer de belasting aangrijpt in het midden van de overspanning, maar de relatieve verhouding tussen de transversale doorbuigingswaardes blijft nagenoeg onveranderd. Hierdoor veranderen ook de spreidingsfactoren weinig, zoals zichtbaar in Tabel 4.

Het constant blijven van de spreidingsfactoren, doet blijken dat zelfs wanneer de belasting zéér dicht bij de opleg aangrijpt nog steeds alle welfsels evenveel belasting dragen tegenover wanneer de belasting in het midden van het vloerveld zou aangrijpen. Dit is echter niet het geval in de realiteit. De momenten en doorbuigingen die ontstaan zijn door de beperkte afstand tot het steunpunt kleiner, maar worden wel met dezelfde verhouding gespreid naar de overige elementen. Effectief gezien is de lastenspreiding dus kleiner aangezien de elementen minder geactiveerd worden op buiging, maar procentueel blijft de spreiding gelijk.

In Tabel 4 is zichtbaar dat de spreidingsfactoren licht variëren over de overspanning wanneer een belasting niet in het midden aangrijpt. Indien het gemiddelde wordt genomen van deze spreidingsfactoren over de volledige overspanning worden nagenoeg dezelfde factoren bekomen dan wanneer de belasting in het midden van de overspanning zou aangrijpen. Bijgevolg wordt in de bepaling van de spreidingsfactoren geen rekening gehouden met de afstand tussen de belasting en de opleg. De afstand tot het steunpunt wordt wel in rekening gebracht bij het berekenen van de veldmomenten en doorbuigingen aangezien dit hier wel een grote invloed op heeft.

De positie tussen de belasting en de opleg heeft dus wel een grote invloed op de krachten die ten gevolge van de belasting in het steunpunt aangrijpen. Belastingen kort bij het steunpunt hebben niet de mogelijkheid om uit te waaiëren over de andere steunpunten. Voor het bepalen van deze reactiekrachten wordt beroep gedaan op andere spreidingsfactoren aangezien die niet rechtstreeks overeenkomen met de spreidingsfactoren voor doorbuigingen en momenten van het vloerveld. Hierop wordt dieper ingegaan in hoofdstuk 5.

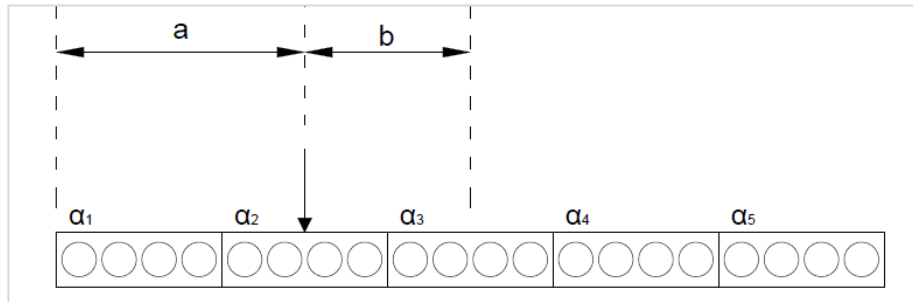
Tabel 4: Variatie van de spreidingsfactoren voor een belasting 1 m van het steunpunt

Afstand snedelij van opleg		2 m	4 m	6 m	8 m	10 m	Gemiddelde	Reguliere waarde ¹
Overspanning 6 m	α_1/α_5 (%)	14,1	15,2	16,0	16,5	16,7	15,7	15,8
	α_2/α_4 (%)	20,9	20,9	20,8	20,8	20,7	20,8	20,8
	α_3 (%)	30,0	27,7	26,3	25,5	25,1	26,9	26,7
Overspanning 12 m	α_1/α_5 (%)	17,8	18,5	19,0	19,1	19,2	18,7	18,8
	α_2/α_4 (%)	20,4	20,3	20,2	20,2	20,2	20,3	20,3
	α_3 (%)	23,6	22,3	21,6	21,4	21,3	22,0	21,9

4.4 Belastingen tussen de rand en het midden van het vloerveld

Voor belastingen die aangrijpen tussen de rand en het midden van het vloerveld worden de spreidingsfactoren bepaald door middel van interpolatie tussen de spreidingsfactoren van randlasten en centriscie lasten. Om deze methode te controleren is voor een vloerveld met een overspanning van 6 m een lijnlast geplaatst in het midden van het tweede welfsel (zie Figuur 47). Indien voor dit vloerveld een EEM-analyse wordt uitgevoerd en vervolgens hieruit de spreidingsfactoren worden afgeleid, worden de waardes in Tabel 5 bekomen. Deze waardes zijn dus de referentie waar de geïnterpoleerde factoren mee moeten overeenstemmen.

¹ Waarde die wordt bekomen als de belasting en snedelij in het midden van de overspanning staan (zie bijlage 1)



Figuur 47: Belasting op tweede element.

Tabel 5: Spreidingsfactoren belasting op tweede element (overspanning 6 m)

Spreidingsfactor	EEM-analyse
$\alpha_1(\%)$	26,54
$\alpha_2(\%)$	29,14
$\alpha_3(\%)$	20,84
$\alpha_4(\%)$	13,36
$\alpha_5(\%)$	10,12

Aangezien de spreiding wijzigt naargelang de positie van de belasting, wordt ook de interpolatie uitgevoerd op basis van de positie van de belasting. De afstanden a en b zijn respectievelijk de afstanden tot de rand en het midden van het vloerveld ten opzichte van de plaats waar de spreidingsfactoren gekend dienen te zijn (zie Figuur 47). Op deze manier wordt dus voor elke positie tussen de rand en het midden van het vloerveld de lastenspreiding bepaald. In ons voorbeeld is $a = 1,8$ m en $b = 1,2$ m waardoor de interpolatiefactoren $\frac{a}{a+b} = 0,6$ en $\frac{b}{a+b} = 0,4$ zijn. Door dit toe te passen op de spreidingsfactoren voor een centriscle last en een randlast (zie Bijlage 1) bij een overspanning van 6 m worden de factoren in Tabel 6 bekomen.

$$\alpha_{1,int.} = \frac{a}{a+b} \cdot \alpha_1(\text{bel. midden}) + \frac{b}{a+b} \cdot \alpha_1(\text{bel. rand})$$

$$\alpha_{2,int.} = \frac{a}{a+b} \cdot \alpha_2(\text{bel. midden}) + \frac{b}{a+b} \cdot \alpha_2(\text{bel. rand})$$

$$\vdots$$

Tabel 6: Geïnterpoleerde spreidingsfactoren voor een belasting op het tweede element (overspanning 6 m)

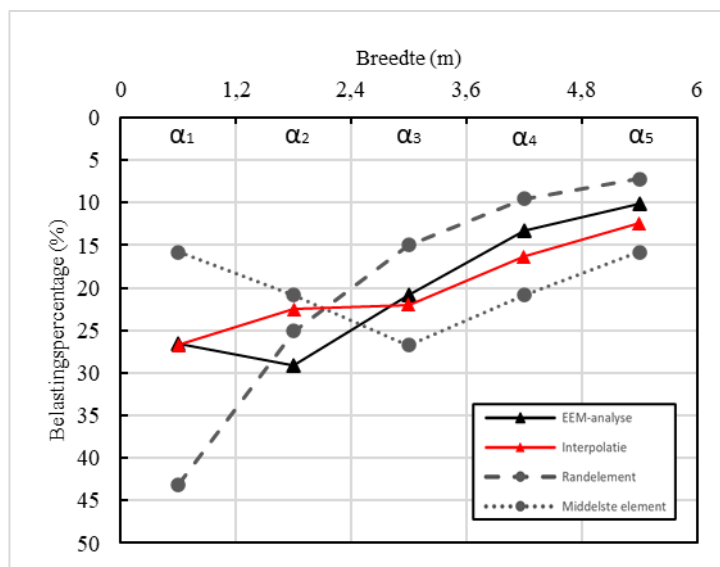
Spreidingsfactor	Interpolatie
$\alpha_1(\%)$	26,73
$\alpha_2(\%)$	22,54
$\alpha_3(\%)$	22,00
$\alpha_4(\%)$	16,32
$\alpha_5(\%)$	12,38

Indien nu Tabel 5 en Tabel 6 met elkaar worden vergeleken is zichtbaar dat voor α_1 , α_3 , α_4 en α_5 de spreidingsfactoren in goede overeenstemming zijn met de waarden die uit de EEM-analyse zijn bekomen. De waarde van α_2 vertoont dan weer een grotere afwijking in vergelijking met de andere

factoren. Om deze interpolatie visueel te maken is de grafiek in Figuur 48 opgesteld waarbij de spreidingsfactoren zijn geplot in functie van de breedte van het vloerveld. Elke maatstrep op de x-as stelt een voeg voor waardoor de zones tussen de maatstreepjes telkens één welfselbreedte voorstellen.

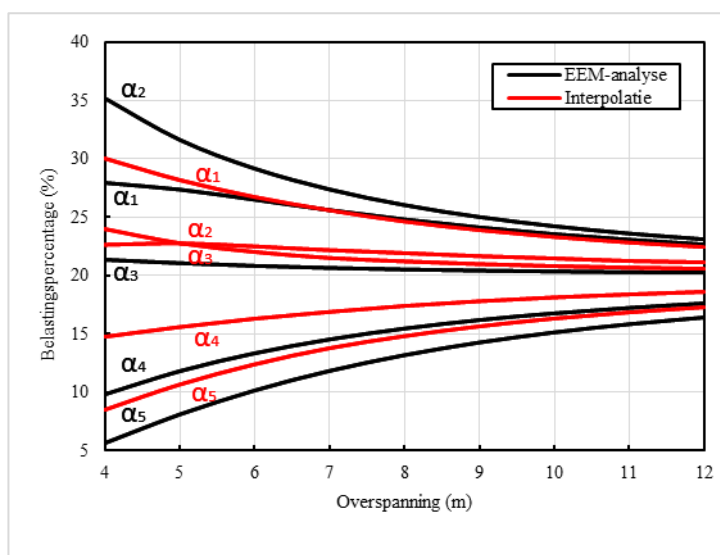
Aangezien er geïnterpoleerd wordt tussen een randlast en een centrische last vormen deze curves een 'afbakening' van het gebied waartussen de geïnterpoleerde spreidingsfactoren zich situeren. Dit is ook zichtbaar in de rode curve.

De zwarte curve geeft de lastenspreiding weer die uit de EEM-analyse is gekomen, hier is zichtbaar dat voor α_1 , α_3 , α_4 en α_5 de waarde inderdaad tussen die van een randlast en een centrische belasting ligt. Bij de factor van α_2 is dit niet het geval, hierdoor wordt er door middel van voorgaande interpolatie nooit een gelijkaardige waarde bereikt.



Figuur 48: Visuele weergave van de interpolatie

Opmerkelijk is dat deze methode in 4/5 gevallen goed toepasbaar is, maar dat ze net bij het belaste element niet toepasbaar is. Nochtans is dit belaste element in werkelijkheid het meest belast waardoor de bijhorende spreidingsfactor van uiterste belang is zodat de maximale belasting op een correcte manier wordt berekend. Figuur 49 geeft zowel de geïnterpoleerde factoren als de factoren uit de EEM-analyses weer. Hier is ook zichtbaar dat de interpolatie op deze manier minder accuraat is.



Figuur 49: Spreidingsfactoren belasting op tweede element

Een betere benadering van het belaste element wordt bereikt door te interpoleren tussen de spreidingsfactoren van de belaste elementen bij een randlast en een centrische belasting. Op deze manier wordt gesteld dat de maximale belasting gelegen is tussen de grootste waarden van de centrische last en de randlast. Dit leidt tot onderstaande formules, waarbij $\alpha_{2,int.}$ bepaald wordt op basis van α_1 en α_3 .

$$\alpha_{1,int.} = \frac{a}{a+b} \cdot \alpha_1(\text{bel. midden}) + \frac{b}{a+b} \alpha_1(\text{bel. rand}) \quad (4.2)$$

$$\alpha_{2,int.} = \frac{a}{a+b} \cdot \alpha_3(\text{bel. midden}) + \frac{b}{a+b} \alpha_1(\text{bel. rand}) \quad (4.3)$$

$$\alpha_{3,int.} = \frac{a}{a+b} \cdot \alpha_3(\text{bel. midden}) + \frac{b}{a+b} \alpha_3(\text{bel. rand}) \quad (4.4)$$

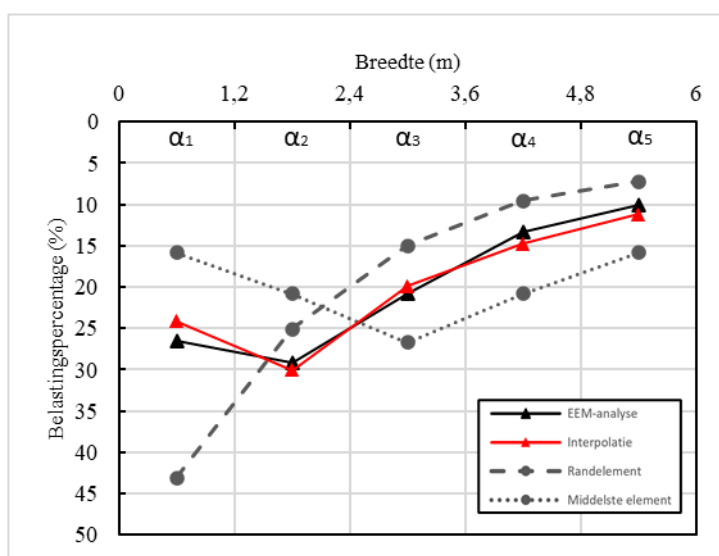
$$\alpha_{4,int.} = \frac{a}{a+b} \cdot \alpha_4(\text{bel. midden}) + \frac{b}{a+b} \alpha_4(\text{bel. rand}) \quad (4.5)$$

$$\alpha_{5,int.} = \frac{a}{a+b} \cdot \alpha_5(\text{bel. midden}) + \frac{b}{a+b} \alpha_5(\text{bel. rand}) \quad (4.6)$$

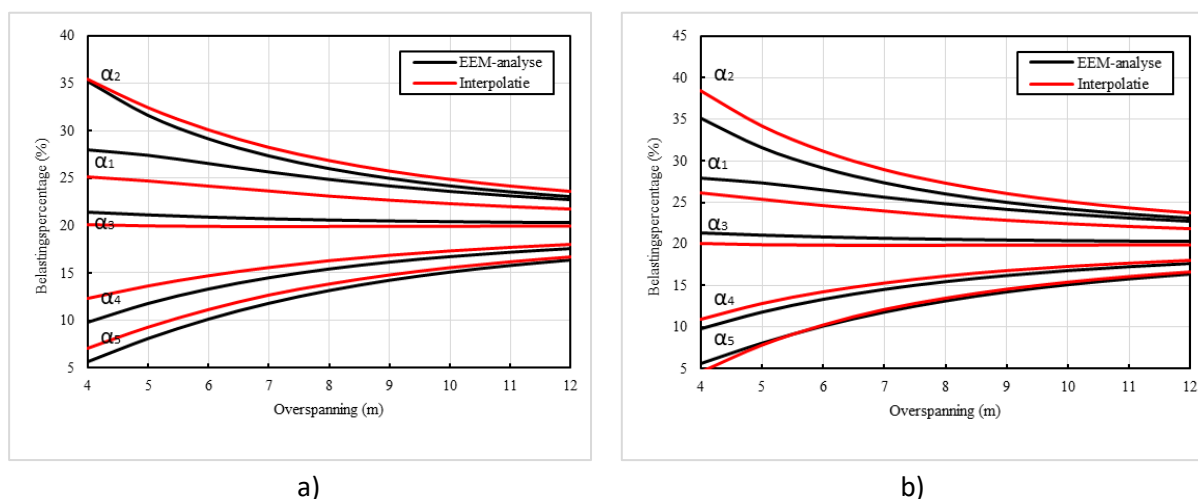
Indien dit wordt toegepast op het vloerveld van 6 m is door het interpoleren tussen de maximale waarden van een randlast en een centrische last de totale som van de spreidingsfactoren niet meer gelijk aan 100%. Om dit te corrigeren worden de factoren aangepast zodanig dat de totale som opnieuw gelijk is aan 100%. Dit kan door het teveel aan belasting ($=\sum \text{SOM} - 100\%$) in mindering te brengen bij alle factoren. Deze correctie wordt evenredig verdeeld over alle welfsels, of wordt verdeeld naargelang het percentage aan belasting. Beide methodes hebben een klein verschil in uiteindelijke uitkomst, zoals zichtbaar in Figuur 51. Het evenredig verdelen van deze correctie brengt minder rekenwerk met zich mee, maar is ook minder nauwkeurig.

Tabel 7: Geïnterpoleerde spreidingsfactoren voor een belasting op het tweede element (overspanning 6 m)

Spreidingsfactor	Interpolatie zonder correctie	Interpolatie met correctie
α_1 (%)	26,73	24,14
α_2 (%)	33,27	30,05
α_3 (%)	22,00	19,88
α_4 (%)	16,32	14,74
α_5 (%)	12,38	11,19
Σ SOM	110,73	100



Figuur 50: Visuele weergave van de interpolatie (met correctie naargelang het belastingspercentage)

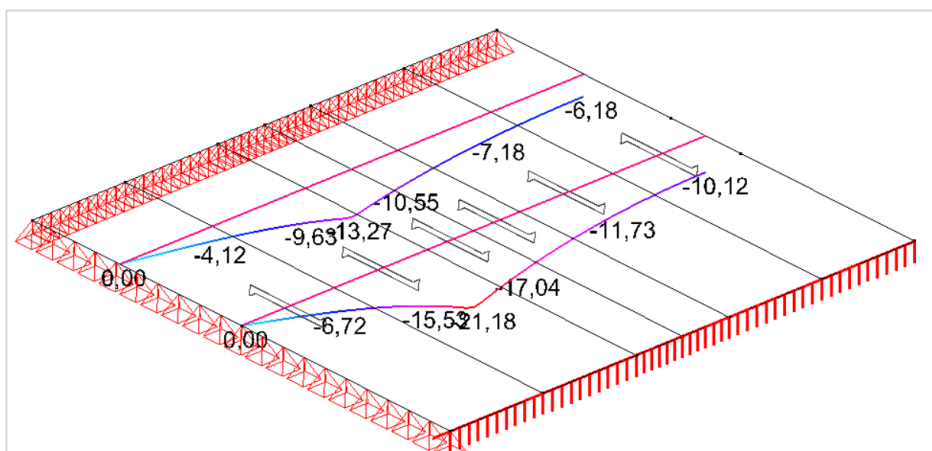


Figuur 51: Geïnterpoleerde spreidingsfactoren voor een belasting op het tweede element met a) een correctie naargelang het belastingspercentage en b) een evenredige correctie

Uit Figuur 50 en Figuur 51 wordt vastgesteld dat de lastenspreiding voor belastingen gelegen tussen de rand en het midden van het vloerveld door middel van voorgaande methode goed wordt benaderd.

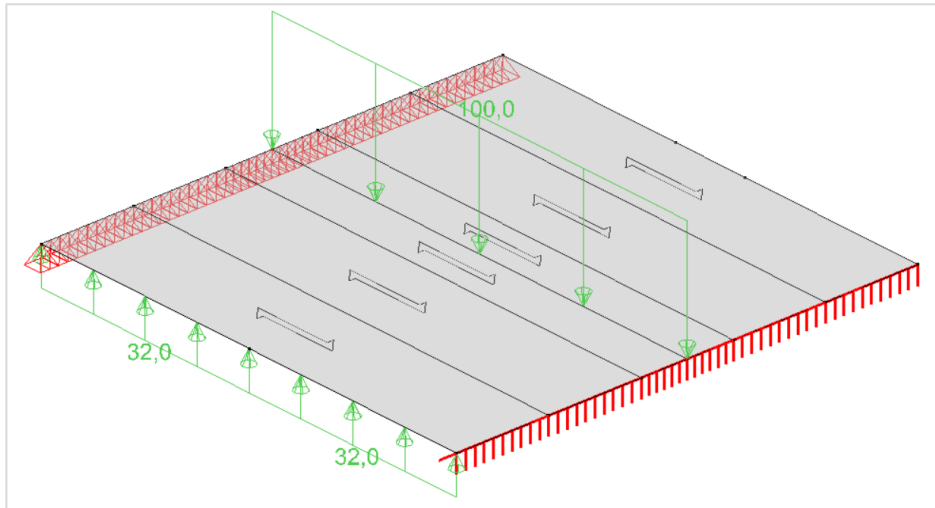
4.5 Longitudinale steunpunten

De aanwezigheid van longitudinale steunpunten leidt tot het ontstaan van reactiekrachten in deze steunpunten. De grootteorde van deze kracht wordt beschreven door de distributiefactor k , zoals beschreven in sectie 2.4.4. Dit steunpunt wordt volgens de NBN EN 1168 vervangen door de reactiekracht die aangrijpt in dit steunpunt, vervolgens wordt deze reactiekracht samen met de overige belastingen verdeeld aan de hand van de spreidingsfactoren voor randlasten en centrisc lasten. Dat de lastenspreiding van een belasting aan de rand van een vloerveld geldig is, is al eerder aangetoond, maar dat de ondersteuning mag worden vervangen door een reactiekracht is nog niet eerder gecontroleerd. Een vloerveld, aan drie randen ondersteund en bestaande uit 5 welfsels, belast met een doorlopende lijnlast van 100 kN/m op het middelste element geeft het doorbuigingsverloop zichtbaar in Figuur 52. In deze figuur zijn twee snedelijnen zichtbaar, één op 1,25 m van de opleg en één op 3 m van de opleg met bijhorende doorbuigingswaarden.

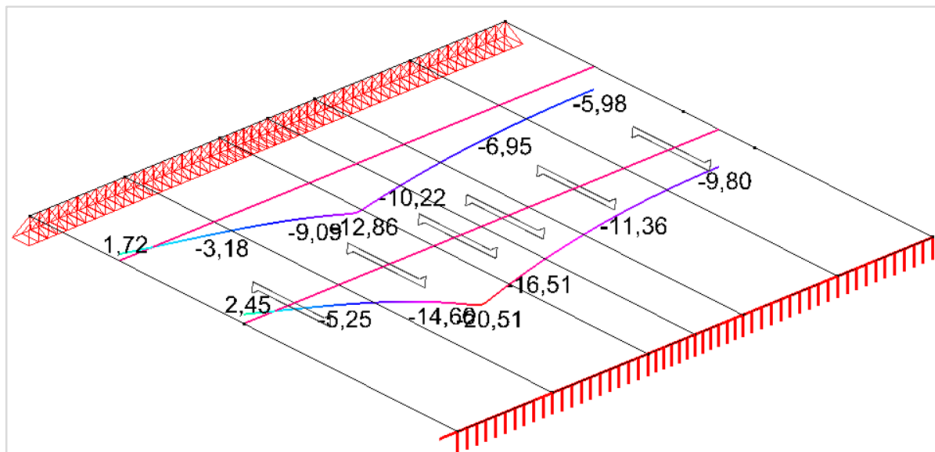


Figuur 52: Snedelijnen (doorbuiging) van een vloerveld met een lateraal steunpunt

Voor een vloerveld met een overspanning van 6 m belast met een lijnlast op het middelste element is de k -factor gelijk aan 0,32 (zie Bijlage 1). Hieruit volgt dat het lateraal steunpunt wordt vervangen door een lijnlast van $100 \text{ kN/m} \cdot 0,32 = 32 \text{ kN/m}$, zoals zichtbaar in Figuur 53. Door het uitrekenen van deze opstelling zou hetzelfde doorbuigingsverloop (zie Figuur 54) moeten worden verkregen als wanneer er een lateraal steunpunt aanwezig zou zijn. Indien beide figuren worden vergeleken is zichtbaar dat gelijkaardige resultaten worden bekomen. De methode in de NBN EN 1168 wordt hiermee bevestigd.



Figuur 53: Vervangende lijnlast voor het lateraal steunpunt



Figuur 54: Snedelijnen (doorbuiging) van een vloerveld met vervangende lijnlast

Voorgaande analyses zijn uitgevoerd in Buildsoft Diamonds, maar hetzelfde kan ook manueel worden uitgerekend door een superpositie van de reactiekracht en de belasting te maken. Voor het tweede element geeft dit:

$$\alpha_{2_{\text{rand}}} = 25,1\% \text{ (zie bijlage 1)}$$

$$\alpha_{2_{\text{midden}}} = 20,8\% \text{ (zie bijlage 1)}$$

$$\text{Resulterende belasting: } q = \left(100 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 0,208\right) - \left(32 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 0,251\right) = 12,77 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Maximale doorbuiging tweede element: } \delta_1 = \frac{5q_1 l^4}{384EI} = \frac{5}{384} \cdot \frac{12,77 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \cdot 6000 \text{ mm}^4}{31476 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 6,8686 \cdot 10^8 \text{ mm}^4} = 9,97 \text{ mm}$$

$$\text{Gemiddelde doorbuiging EEM: } \delta_{\text{EEM}} = \frac{5,25 + 14,66}{2} = 9,96 \text{ mm}$$

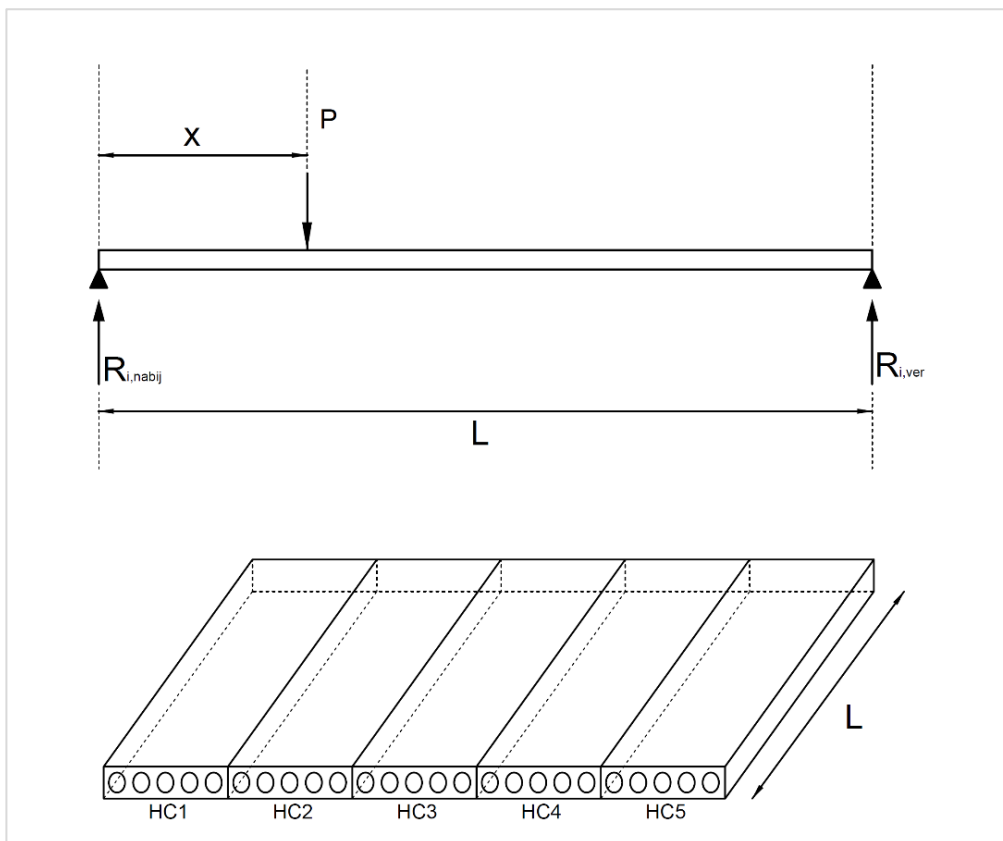
5 Reactiekrachten

De spreidingsfactoren voor reactiekrachten die bij een vloerveld bestaande uit holle welfsels ontstaan, zijn niet gelijk aan de spreidingsfactoren voor momenten en doorbuigingen (α -factoren). Voor het bepalen van de reactiekrachten wordt daarom een extra factor geïntroduceerd die het verband tussen de opgelegde belasting en de aanwezige reactiekrachten weergeeft, uitgedrukt als β .

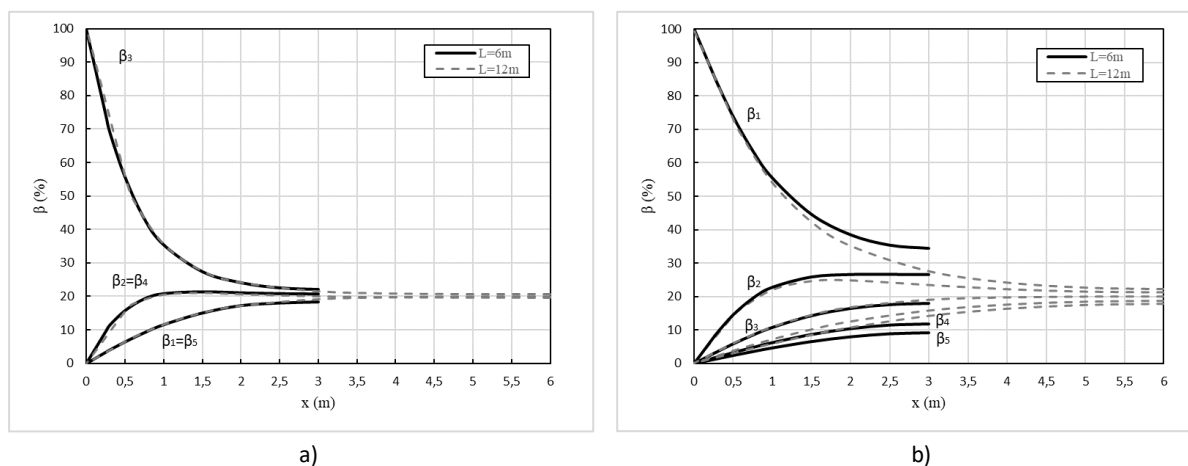
De grootte van een reactiekracht in een steunpunt is uiteraard afhankelijk van de afstand tussen de aangelegde belasting en het steunpunt. Hoe dicht een belasting aangrijpt bij een steunpunt, hoe groter de reactiekrachten in het steunpunt zijn. Hoe korter een belasting zich bij het steunpunt begeeft hoe minder ruimte er is voor deze belasting om zich te spreiden in het vloerveld. De belasting blijft dus meer geconcentreerd in de buurt van de oplegging, bijgevolg verhoudt de optredende reactiekracht per element zich niet langer lineair tot de afstand tot het steunpunt zoals dat wel het geval is bij balken.

5.1 Puntlasten

Om te bestuderen wat de invloed is van de afstand x tussen de belasting en het steunpunt op de aanwezige reactiekrachten is in Buildsoft Diamonds een puntlast geplaatst op verschillende afstanden van dat steunpunt, zoals geïllustreerd in Figuur 55. Voor verschillende posities van de belasting is bepaald welke reactiekracht $R = R_{i,nabij} + R_{i,ver}$ bij elk welfsels optreedt. Op basis hiervan wordt de reactiekrachtspreidingsfactor β bepaald: $\beta = R/P$. Deze analyse is uitgevoerd voor een belasting op het middelste element (HC3) en het buitenste element (HC1), zowel voor een overspanning van 6 m als een overspanning van 12 m. Bijhorende curves die het verloop van β voor het middelste en het buitenste element weergeven zijn respectievelijk zichtbaar in Figuur 56 a) en b).



Figuur 55: Weergave voor de bepaling van β

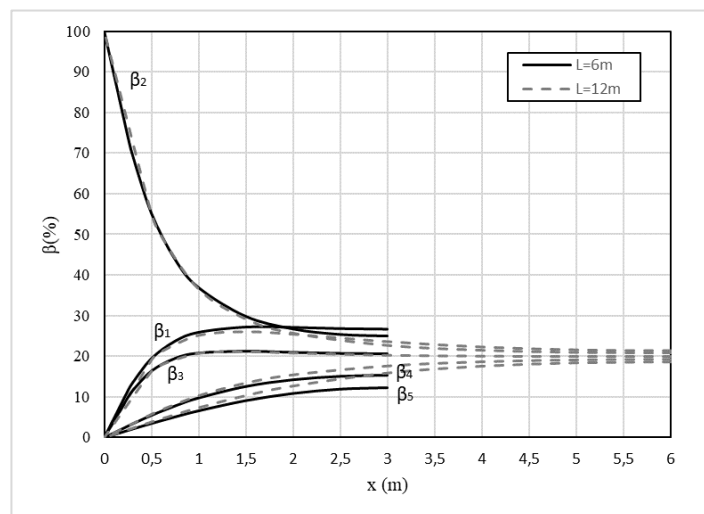


Figuur 56: β -factoren voor een puntlast op a) het middelste (HC3) en b) het buitenste welfsel (HC1)

Uit Figuur 56 a) blijkt dat voor een puntbelasting op het middelste element (HC3) voor zowel een overspanning van 6 m als 12 m dezelfde waarden worden bekomen voor β . Zichtbaar in de curves is dat wanneer een belasting aangrijpt binnen een zone verder dan ± 3 m van een steunpunt de afgedragen reactiekracht per element gelijk is en dat dus elk element 20% van de reactiekrachten voor zijn rekening neemt. Wanneer een belasting korter dan ± 3 m van een steunpunt aangrijpt is zichtbaar dat deze belasting niet meer evenredig gespreid wordt, maar dat de belasting meer geconcentreerd wordt afgedragen. Wanneer een belasting zeer kort bij het steunpunt aangrijpt, draagt het belaste element bijna de volledig belasting af.

Op Figuur 56 b) is zichtbaar dat er een gelijkaardig verband als in a) wordt bekomen. Daarentegen is zichtbaar dat de curves in dit geval niet convergeren op ± 3 m van het steunpunt, maar dat dit pas op een afstand van ± 4 m gebeurt. Dit is niet onlogisch aangezien dat de belasting ook verder moet spreiden dan wanneer de belasting op het middelste element aangrijpt. Deze toename aan invloedzone verklaart ook waarom de curve van $L = 6$ m in het middelste gebied niet meer samenvalt met die van $L = 12$ m. Bij een vloerveld van 6 m vindt er namelijk in het midden van de overspanning een interferentie plaats tussen de invloedzones van het verre en nabije steunpunt, waardoor er een groter aandeel van de belasting op het belaste element blijft staan. Eenzelfde gedrag wordt bekomen wanneer bij een centrische belasting een vloerveld van 4 m ($< 2 \cdot 3$ m) wordt geanalyseerd. Ook is het aandeel van de reactiekracht in het verste steunpunt bij een overspanning van 6 m groter dan bij een overspanning van 12 m, dit wordt verder beschreven. Over het algemeen heeft deze interferentie een beperkte invloed op de eindresultaten waardoor die ook niet verder in rekening wordt gebracht. Bij vloervelden met $L < 4$ m heeft deze interferentie een grotere invloed, daarom wordt er in dit geval best een EEM-berekening toegepast.

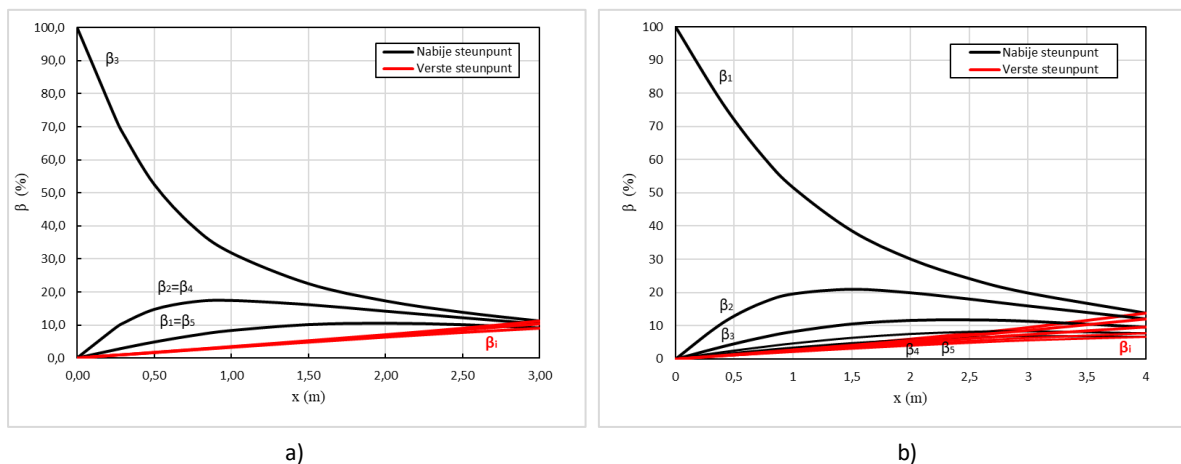
Wanneer een belasting op het tweede element (HC2) wordt geplaatst, worden de β -factoren van Figuur 57 bekomen. De bekomen curves in deze figuur bevinden zich tussen de twee voorgaande gevallen in, analoog aan hetgeen bij de doorbuiging- en momentspreidingsfactoren waargenomen is. Echter wordt er bij de β -factoren geen lineair verband gevonden in relatie met de curves van HC1 en HC3. Hierdoor kan er geen lineaire interpolatie worden toegepast om de curve van HC2 te bepalen. De curve in Figuur 57 is daarom louter de curve van de resultaten uit Diamonds.



Figuur 57: β -factoren voor een puntlast op het tweede welfsel (HC2)

Uit de curves in Figuur 56 en Figuur 57 wordt bepaald welk percentage aan reactiekracht door elk welfsel wordt afdragen. Uit dit percentage is nog niet duidelijk wat de waarden van de effectieve reactiekrachten $R_{i,nabij}$ en $R_{i,ver}$ zijn. Figuur 68 geeft de β -factoren afzonderlijk voor het nabije en verre steunpunt. Hierin is zichtbaar dat het exponentieel verloop van voorgaande curves voornamelijk afkomstig is van het steunpunt dat zich het meest nabij de belasting bevindt, terwijl het andere steunpunt een nagenoeg lineair verloop vertoont vanuit het midden van de overspanning. Doordat de belasting steeds meer naar het steunpunt toe beweegt, is het andere steunpunt steeds verder van de belasting verwijderd. Het aandeel aan belasting dat wordt gedragen door dit steunpunt wordt hierdoor volledig gespreid waardoor het exponentieel verloop verdwijnt en enkel het lineaire deel overblijft.

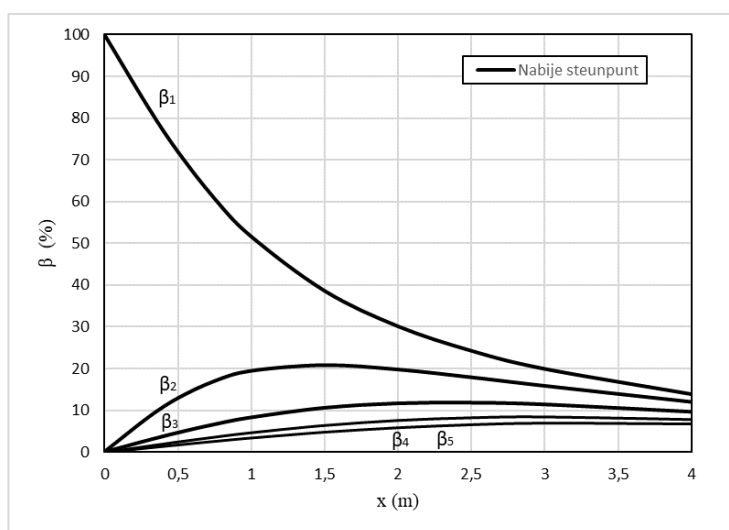
De reactiekracht in het verst gelegen steunpunt is dus omgekeerd evenredig met de afstand tussen de belasting en het nabije steunpunt, zoals dit eveneens het geval is in de balkentheorie.



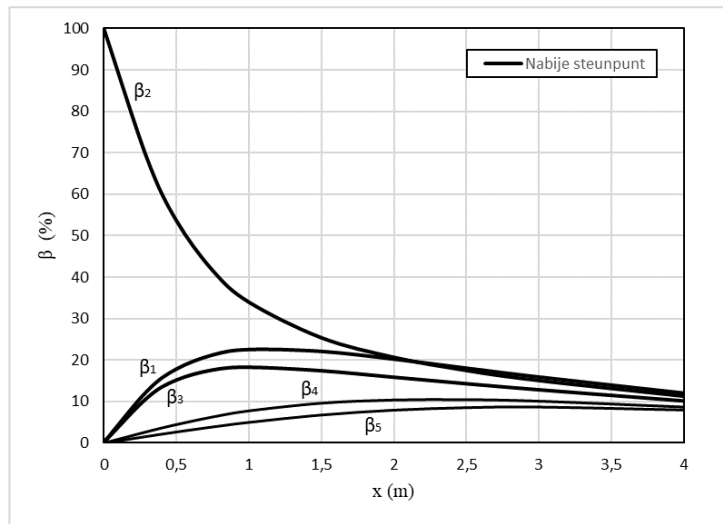
Figuur 58: β -factoren voor het nabije en verre steunpunt ten gevolge van een puntlast op a) het middelste (HC3) en b) het buitenste welfsel (HC1)

Aangezien enkel het nabije steunpunt een niet-lineair verloop heeft, heeft het geen meerwaarde om de totale reactiekracht per element uit te drukken met β -factoren (zoals in Figuur 56, Figuur 57 en Figuur 58). De reactiekrachten in het verst gelegen steunpunt kunnen namelijk eenvoudig worden afgeleid vanuit de spreidingsfactoren die geldig zijn voor een belasting in het midden van de overspanning. De β -factoren die de verhouding tussen de reactiekracht in het nabije steunpunt en de afstand tussen belasting en dit steunpunt uitdrukken zijn weergegeven in Figuur 59, Figuur 60 en Figuur 61. De effectieve waarden van deze β -factoren zijn met tabellen weergegeven in Bijlage 2. De vernieuwde definitie van β_i is dus bijgevolg:

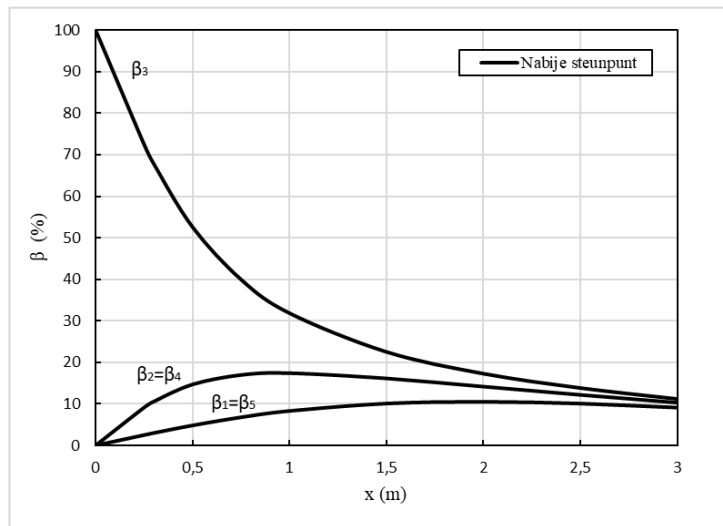
$$\beta_i = \frac{R_{i,nabij}}{P} \cdot 100\% \quad (5.1)$$



Figuur 59: β -factoren voor een puntlast op HC1



Figuur 60: β -factoren voor een puntlast op HC2



Figuur 61: β -factoren voor een puntlast op HC3

De reactiekracht in het nabije steunpunt R_{nabij} wordt bijgevolg eenvoudig bepaald door van elk element de β -factor uit te curve (of Bijlage 2) af te lezen en te vermenigvuldigen met de opgelegde belasting P . Vervolgens wordt bepaald welke $\beta_i(L/2)$ aanwezig is indien de belasting in het midden van het vloerveld zou aangrijpen. Hieruit wordt dan lineair (met 'de regel van 3') bepaald wat de reactiekracht van het verst gelegen steunpunt is. Hierbij dient te worden opgemerkt dat de som van alle $\beta_i(L/2)$ gelijk moet zijn aan 50%, in het midden van de overspanning moet namelijk elk steunpunt evenveel afdragen. Bij overspanningen korter dan $2 \cdot l_{\text{invl}}$ moeten de waardes van $\beta_i(L/2)$ bijgevolg worden gecorrigeerd.

$$R_{i,\text{nabij}} = \frac{\beta_i(x) \cdot P}{100\%} \quad (5.2)$$

$$R_{i,\text{ver}} = P \cdot \frac{\beta_i(L/2)}{100\%} \cdot \frac{x}{L/2} \quad (5.3)$$

5.2 Lijnlasten

In de curves voor het bepalen van de β -factoren van puntlasten is zichtbaar dat de reactiekracht veroorzaakt door een puntlast zeer afhankelijk is van de plaats waar de puntlast aangrijpt. Indien een lijnlast aangrijpt op een vloerveld is bijgevolg niet de volledige lijnlast aan dezelfde spreiding onderhevig waardoor de β -waarde ook niet eenduidig kan worden bepaald. De waarde van β is namelijk afhankelijk van de lengte die aanwezig is in de invloedszone (4 m van het steunpunt voor een belasting op HC1/HC2 en 3 m voor een belasting op HC3), maar ook van de positie in de invloedszone.

Indien een lijnlast aangrijpt over de volledige invloedszone van een steunpunt, is de steunpuntsreactie van deze lijnlast gelijk aan:

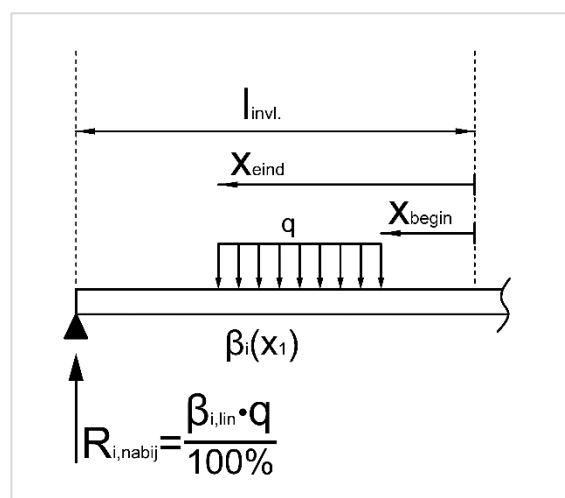
$$R_{i,nabij} = \frac{\beta_i(x) \cdot P}{100\%} = \frac{\beta_i(x) \cdot q \cdot l_{invl.}}{100\%} = \frac{q}{100\%} \cdot \int_0^{l_{invl.}} \beta_i(x) dx = \frac{q}{100\%} \cdot \beta_{i,lin} \quad (5.4)$$

Door het integreren van de curves in Figuur 59, Figuur 60 en Figuur 61 over de lengte van de lijnlast wordt de equivalente $\beta_{i,lin}$ bekomen voor de lijnlast die het verband tussen q en de steunpuntsreactie geeft. Hierbij dient te worden opgemerkt dat de reactiekracht dus bepaald wordt als zijnde $\beta_{i,lin} \cdot q$ en niet $\beta_{i,lin} \cdot q \cdot L$, de lengte van de belasting zit namelijk al in $\beta_{i,lin}$ ten gevolge van de integratie.

Bijgevolg kan voor eender welke vorm van lijnlast met een beginpunt en eindpunt in de invloedszone de equivalente $\beta_{i,lin}$ worden bepaald door integratie van de curves voor puntlasten.

$$R_{i,nabij} = \frac{q}{100\%} \cdot \int_{x_{begin}}^{x_{eind}} \beta_i(x) dx = \frac{q}{100\%} \cdot \left(\int_0^{x_{eind}} \beta_i(x) dx - \int_0^{x_{begin}} \beta_i(x) dx \right) \quad (5.5)$$

Indien q afhankelijk is van de locatie (zoals bijvoorbeeld bij een driehoeklast) kan de aanwezige reactiekracht met vergelijking 5.5 worden bepaald, q dient in dit geval te worden uitgedrukt in functie van x . Vervolgens moet q dan ook worden geïntegreerd over het beschouwde domein $[x_{begin}; x_{eind}]$. Aangezien er binnen de NBN EN 1168 enkel wordt gesproken over lijn- en puntlasten worden ook enkel die beschouwd.



Figuur 62: Berekening van een lijnlast in de invloedszone van een steunpunt

Hieruit volgt dat elke mogelijke lijnlast kan worden bepaald met een combinatie van integralen $\int_0^x \beta_i(y) dy$, waarin x de afstand vanaf het begin van de invloedzone is. Bijgevolg is voor de curves in Figuur 59, Figuur 60 en Figuur 61 de integraal berekend vanuit het beginpunt van de invloedzone. De functies die zijn geïntegreerd, zijn diegene die bekomen zijn binnen Excel met een trendlijn. De term x is variabel ingesteld en is steeds verhoogd met 25 cm zodat $\beta_{i,\text{lin}}$ voor elke mogelijke lijnlast berekend kan worden. Aangezien dit voor zowel HC1, HC2 als HC3 dient te worden berekend, is dit best tijdrovend om handmatig te doen. Daarom is een MATLAB-code opgesteld om dit eenvoudig te kunnen berekenen. De integralen zijn hieronder weergegeven.

Voor een belasting op HC1:

$$\beta_{1,\text{lin}} = \int_{4-x}^4 0,2133y^4 - 3,6008y^3 + 22,429y^2 - 67,373y + 100 dy$$

$$\beta_{2,\text{lin}} = \int_{4-x}^4 -0,348y^4 + 4,3825y^3 - 20,079y^2 + 35,534y dy$$

$$\beta_{3,\text{lin}} = \int_{4-x}^4 0,0689y^4 - 0,259y^3 - 2,1093y^2 + 10,607y dy$$

$$\beta_{4,\text{lin}} = \int_{4-x}^4 0,0425y^4 - 0,3123y^3 - 0,232y^2 + 5,1408y dy$$

$$\beta_{5,\text{lin}} = \int_{4-x}^4 0,023y^4 - 0,2063y^3 - 0,0242y^2 + 3,6076y dy$$

Voor een belasting op HC2:

$$\beta_{1,\text{lin}} = \int_{4-x}^4 0,2997y^5 - 3,8704y^4 + 19,59y^3 - 48,686y^2 + 55,267y dy$$

$$\beta_{2,\text{lin}} = \int_{4-x}^4 -0,5926y^5 + 7,599y^4 - 38,39y^3 + 97,399y^2 - 132,17y + 100 dy$$

$$\beta_{3,\text{lin}} = \int_{4-x}^4 0,3591y^5 - 4,4159y^4 + 20,935y^3 - 47,743y^2 + 49,221y dy$$

$$\beta_{4,\text{lin}} = \int_{4-x}^4 0,0198y^4 + 0,1788y^3 - 3,1671y^2 + 10,738y dy$$

$$\beta_{5,\text{lin}} = \int_{4-x}^4 0,0437y^4 - 0,2997y^3 - 0,4012y^2 + 5,5737y dy$$

Voor een belasting op HC3:

$$\beta_{1,\text{lin}} = \beta_{5,\text{lin}} = \int_{3-x}^3 0,17y^4 - 0,6479y^3 - 2,249y^2 + 11,047y dy$$

$$\beta_{2,\text{lin}} = \beta_{4,\text{lin}} = \int_{3-x}^3 -1,7439y^4 + 14,03y^3 - 40,549y^2 + 45,867y dy$$

$$\beta_{3,\text{lin}} = \int_{3-x}^3 3,1666y^4 - 26,896y^3 + 85,903y^2 - 130,74y + 100 dy$$

De toegepaste MATLAB-code:

```

1. clear all           %geheugen resetten
2. clear clc          %geheugen resetten
3. fun = @(y) 0.023*y.^4 - 0.2063*y.^3 - 0.0242*y.^2 + 3.6076*y ; %curve
4.
5. for i=1:16         %berekenen integraal per 25 cm
6.     q(i)=integral(fun,i*0.25-0.25,4) ;
7. end
8.
9. q=transpose(q./10.^14) ; %transponeren van gegevens → Excel

```

De bekomen waarden voor $\beta_{i,lin}$ van deze berekening zijn weergegeven in Tabel 8, Tabel 9 en Tabel 10.

Tabel 8: $\beta_{i,lin}$ waarden voor een lijnlast op HC1

x - afstand vanaf begin invloedzone (m)	Belasting op HC1				
	$\beta_{1,lin}$ (%)	$\beta_{2,lin}$ (%)	$\beta_{3,lin}$ (%)	$\beta_{4,lin}$ (%)	$\beta_{5,lin}$ (%)
4	152,73	65,13	37,39	24,89	19,85
3,75	129,73	64,12	37,07	24,73	19,74
3,5	110,28	61,46	36,16	24,27	19,40
3,25	93,80	57,63	34,72	23,50	18,86
3	79,80	53,03	32,84	22,47	18,10
2,75	67,83	47,98	30,59	21,19	17,16
2,5	57,53	42,72	28,06	19,70	16,05
2,25	48,57	37,46	25,30	18,03	14,78
2	40,71	32,30	22,40	16,21	13,38
1,75	33,72	27,36	19,42	14,27	11,87
1,5	27,45	22,66	16,41	12,26	10,27
1,25	21,78	18,25	13,44	10,19	8,60
1	16,60	14,10	10,54	8,11	6,90
0,75	11,86	10,23	7,74	6,03	5,16
0,5	7,53	6,59	5,05	3,97	3,42
0,25	3,57	3,18	2,48	1,96	1,70
0	0	0	0	0	0

Tabel 9: $\beta_{i,lin}$ waarden voor een lijnlast op HC2

x - afstand vanaf begin invloedzone (m)	Belasting op HC2				
	$\beta_{1,lin}$ (%)	$\beta_{2,lin}$ (%)	$\beta_{3,lin}$ (%)	$\beta_{4,lin}$ (%)	$\beta_{5,lin}$ (%)
4	69,20	115,25	55,86	33,84	25,80
3,75	67,71	93,91	54,55	33,52	25,63
3,5	64,04	78,27	51,40	32,62	25,12
3,25	59,13	66,42	47,27	31,25	24,31
3	53,62	57,05	42,75	29,48	23,21
2,75	47,93	49,27	38,18	27,39	21,86
2,5	42,31	42,54	33,73	25,06	20,29
2,25	36,88	36,54	29,47	22,57	18,54
2	31,71	31,11	25,42	19,97	16,64
1,75	26,80	26,14	21,57	17,31	14,63
1,5	22,15	21,59	17,90	14,64	12,54
1,25	17,77	17,41	14,40	12,01	10,42
1	13,66	13,51	11,10	9,44	8,27
0,75	9,84	9,85	8,01	6,94	6,14
0,5	6,30	6,36	5,16	4,54	4,05
0,25	3,04	3,04	2,52	2,23	2,00
0	0	0	0	0	0

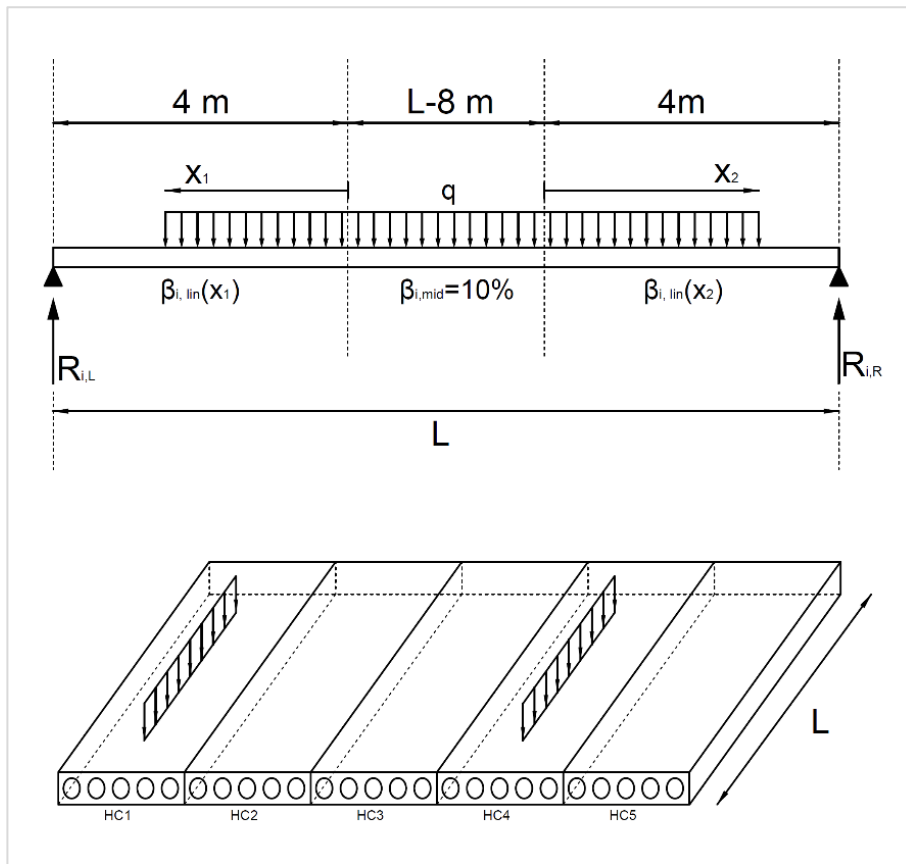
Tabel 10: $\beta_{i,lin}$ waarden voor een lijnlast op HC3

x - afstand vanaf begin invloedzone (m)	Belasting op HC3				
	$\beta_{1,lin}$ (%)	$\beta_{2,lin}$ (%)	$\beta_{3,lin}$ (%)	$\beta_{4,lin}$ (%)	$\beta_{5,lin}$ (%)
3	24,61	40,81	94,05	40,81	24,61
2,75	24,28	39,58	72,71	39,58	24,28
2,5	23,33	36,56	57,21	36,56	23,33
2,25	21,87	32,59	45,72	32,59	21,87
2	19,97	28,24	36,88	28,24	19,97
1,75	17,74	23,88	29,75	23,88	17,74
1,5	15,28	19,72	23,72	19,72	15,28
1,25	12,68	15,85	18,45	15,85	12,68
1	10,02	12,25	13,77	12,25	10,02
0,75	7,38	8,89	9,63	8,89	7,38
0,5	4,81	5,72	6,01	5,72	4,81
0,25	2,35	2,73	2,85	2,73	2,35
0	0	0	0	0	0

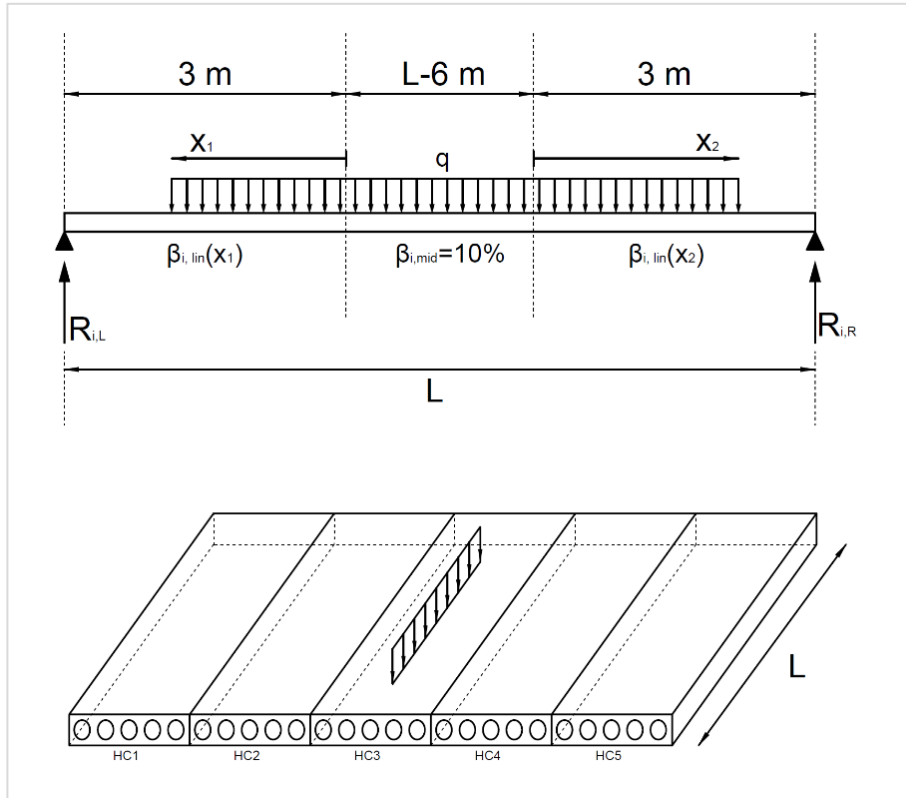
Met voorgaande waarden voor $\beta_{i,lin}$ kan vervolgens voor elke mogelijke lijnlast de optredende reactiekrachten worden berekend. Een schematische uitleg is voor een belasting op HC1/HC2 (of HC4/HC5) en HC3 respectievelijk weergegeven in Figuur 63 en Figuur 64. Het gedeelte dat niet aangrijpt in de invloedzone wordt evenredig over de tien steunpunten verdeeld waardoor $\beta_{i,mid} = 10\%$. Voor het deel van de lijnlast dat aangrijpt in de invloedzone dient de bijhorende $\beta_{i,lin}$ te worden bepaald. Hierbij moet worden opgemerkt dat bij het berekenen van de reactiekracht $R_{1,L}$ niet alleen het aandeel van x_1 en het middenstuk in rekening moet worden gebracht, maar dat er ook nog een deel van x_2 in deze zone gevoeld wordt. Dit aandeel wordt, zoals bij puntlasten beschreven, lineair berekend (met 'de regel van drie'). Voor deze berekening is de lokale $\beta_i(L/2)$ nodig (voor puntlasten) aangezien het midden een discreet punt is. In formulevorm geeft dit:

$$R_{i,L} = \frac{\beta_{i,lin}(x_1)}{100\%} \cdot q + \frac{10\%}{100\%} \cdot q \cdot (L - 2 \cdot l_{invl.}) + q \cdot x_2 \cdot \frac{\beta_i(L/2)}{100\%} \cdot \frac{(l_{invl.} - x_2/2)}{L/2} \quad (5.6)$$

$$R_{i,R} = \frac{\beta_{i,lin}(x_2)}{100\%} \cdot q + \frac{10\%}{100\%} \cdot q \cdot (L - 2 \cdot l_{invl.}) + q \cdot x_1 \cdot \frac{\beta_i(L/2)}{100\%} \cdot \frac{(l_{invl.} - x_1/2)}{L/2} \quad (5.7)$$



Figuur 63: Schematische weergave berekening lijnlast op HC1/HC4



Figuur 64: Schematische weergave berekening lijnlast op HC3

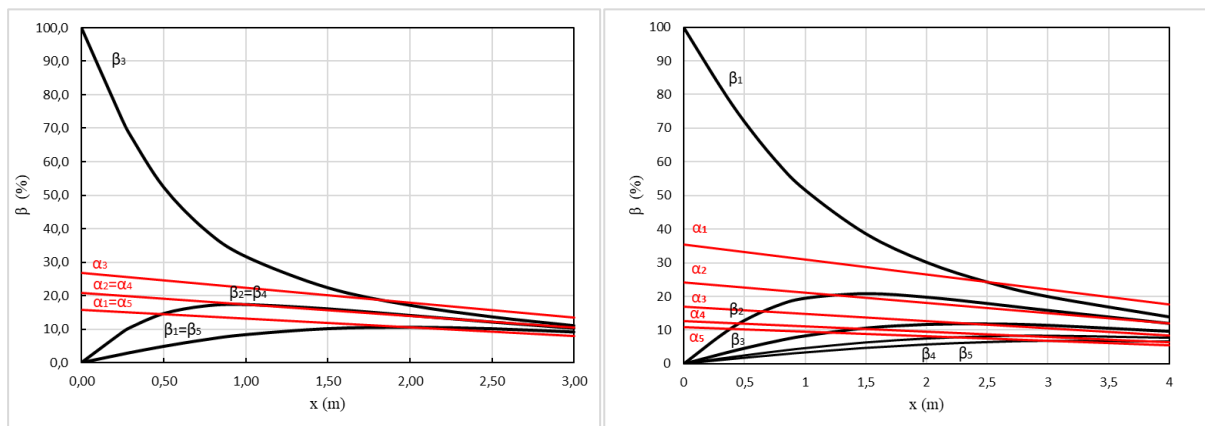
5.3 Vergelijking tussen α -factoren en β -factoren

Sectie 5.1 en 5.2 beschrijven de bepaling van de optredende reactiekrachten op basis van de geïntroduceerde β -factor. Indien de optredende reactiekracht $R_{i,nabij}$ in het vloerveld wordt bepaald op basis van de α -factoren, wordt een afwijking ten opzichte van het verloop in Figuur 59, Figuur 60 en Figuur 61 bekomen.

Ter illustratie is de reactiekracht $R_{i,nabij}$ bepaald op basis van α -factoren waarbij er bij de bepaling van α geen rekening wordt gehouden met de afstand tot het steunpunt (x). De afstand tot het steunpunt wordt in dit geval enkel in rekening gebracht bij het verticale evenwicht (formule 5.8).

$$R_{i,nabij} = \alpha_i \cdot P \cdot \frac{L - x}{L} \quad (5.8)$$

Door de vergelijking tussen de α -factor en de β -factor te maken met Figuur 65, wordt zichtbaar wat het verschil is tussen beide factoren. De β -factoren beschrijven het ondervonden gedrag van het EEM-model, waarin een niet-lineariteit plaatsvindt kort bij het steunpunt. De α -factoren daarentegen geven enkel het lineaire gedrag van het verticale evenwicht weer. Opvallend hieraan is dat de α -factoren en de β -factoren in het middelste deel van de overspanning hetzelfde verloop vertonen. Pas vanaf een afstand van 1,5 m en 2 m van het steunpunt, voor respectievelijk een belasting op het middelste en buitenste welfsel, is er een opmerkelijk verschil tussen α en β waarneembaar. Dit is verschillend van de eerder aangehaalde 3 m en 4 m, de afstand die nodig was om een nagenoeg evenredige spreiding te hebben.



Figuur 65: Vergelijking α -factor en β -factor voor een belasting op a) het middelste welfsel (HC3) en b) het buitenste welfsel (HC1)

Hieruit kan bijgevolg worden besloten dat het bepalen van de reactiekrachten op basis van de β -factor in principe alleen nodig is indien er belastingen nabij (1,5 m voor belastingen op HC3 en 2 m voor belastingen op HC1 en HC2) het steunpunt aangrijpen. Indien de belastingen dus verder dan 1,5 m en 2 m van het steunpunt aangrijpen is het ook mogelijk om de optredende reactiekracht te bepalen op basis van de α -factoren door een verticaal evenwicht op te stellen.

5.4 Dwarskrachtenlijn

Sectie 5.3 beschrijft dat bij de bepaling van de reactiekrachten er een niet-lineariteit ontstaat in de zone rond de opleg van de welfsels. Door het in rekening brengen van deze niet-lineariteit met de β -factor is de som van de reactiekrachten groter dan de opgelegde equivalente belastingen ($= \alpha_i \cdot P$). Bijgevolg ontstaat er een onevenwicht in het dwarskrachtverloop voor belastingen dicht bij de oplegzone en is $\sum V_y \neq 0$. Hetzelfde is zichtbaar in de curves in Figuur 65, hier is in de randzone zichtbaar dat $\beta \neq \alpha$, wat dus opnieuw op datzelfde onevenwicht duidt.

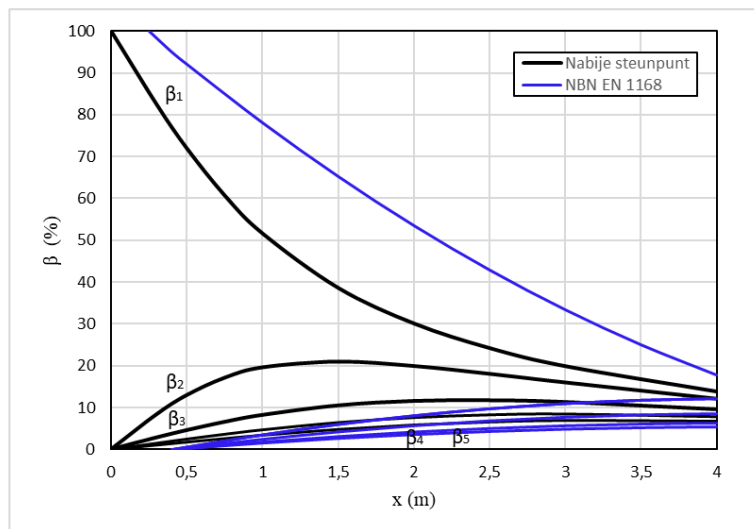
Een onevenwicht in dwarskracht is fysisch uiteraard niet mogelijk. Hoe dit onevenwicht tot stand komt, of hoe er mee moet worden omgegaan in het ontwerp, kon binnen deze masterthesis niet eenduidig worden bepaald. Bijgevolg moet dit dus ook meer in detail worden geanalyseerd binnen een vervolgonderzoek.

Figuur 65, laat daarentegen wel zien dat α en β in het “veld” van het vloerveld dezelfde waarde aannemen. Bijgevolg zal, wanneer belastingen in deze zone aangrijpen, er geen onevenwicht ontstaan ten gevolge van de steunpunten en zijn de dwarskrachten wel in evenwicht. Het is in dit geval dus wel mogelijk om een dwarskrachtenlijn van het systeem op te stellen.

5.5 Vergelijking met NBN EN 1168

De NBN EN 1168 vermeldt naast de berekening van het doorbuiging- en momentenverloop, geen berekening van de reactiekrachten in de oplegzones. Het is daarom ook niet duidelijk of de methode binnen de NBN EN 1168 toepasbaar is voor het bepalen van reactiekrachten. Wel beschrijft de NBN EN 1168 dat, zoals eerder vermeld in sectie 2.4.3, de lastenspreiding van het belaste element bij $L/x = 20$ gelijk is aan 100% en de overige elementen gelijk zijn aan 0% [2]. Tussen $L/x = 2$ en $L/x = 20$ evolueren de lastenspreidingsfactoren lineair.

In Figuur 66 is, bij een vloerveld met een overspanning van 8 m, de vergelijking gemaakt tussen voorgaande EEM-analyses (β -factoren) en de methode zoals beschreven in de NBN EN 1168. De spreidingsfactoren die met de methode van de NBN EN 1168 worden bekomen, vertonen globaal gezien een “gelijkaardig” verloop in vergelijking met de β -factoren. De resultaten uit de EEM-analyse geven echter lagere spreidingsfactoren voor het belaste element en hogere spreidingsfactoren voor de overige elementen in vergelijking met de methode van de NBN EN 1168. Dit wil zeggen dat de methode in de NBN EN 1168 een hogere belasting in rekening brengt voor het belaste element en een lagere belasting voor de overige elementen tegenover de voorgestelde methode binnen deze masterthesis.



Figuur 66: EEM-analyse reactiekrachten vergeleken met methode NBN EN 1168

Het lijkt alsof de NBN EN 1168 met het beschreven lineaire verband tussen $L/x = 2$ en $L/x = 20$ de invloed van de afstand tot het steunpunt (x) in rekening probeert te brengen. Dit is binnen de context van de reactiekrachten correct, maar zorgt er bij de bepaling van momenten en doorbuigingen voor dat ook daar grotere belastingen in rekening worden gebracht.

Op deze manier laat de norm blijken dat de optredende reactiekrachten rechtstreeks in verband staan met de spreidingsfactoren voor doorbuigingen en momenten. De EEM-analyses tonen aan dat dit niet het geval is nabij de oplegzone. Voor een gedetailleerde berekening van de reactiekrachten dient er dus te worden overgestapt naar een EEM-analyse of een berekening op basis van alternatieve spreidingsfactoren (β -factoren).

Om te kunnen besluiten welke methode het beste aansluit bij de werkelijkheid moeten er proeven worden uitgevoerd. Enkel op basis van een EEM-analyse kan er niet geconcludeerd worden welke methode de werkelijkheid het best benaderd.

6 Rekenmethode

Dit hoofdstuk beschrijft een algemene rekenmethode waarop de moment- en doorbuigingsverspreiding en de reactiekrachtsverspreiding uit voorgaande hoofdstukken worden toegepast. Sectie 6.1 beschrijft het algemeen principe van de rekenmethode voor één belasting. Vervolgens wordt er in sectie 6.2 beschreven hoe de lastenspreiding in een vloerveld met verschillende belastingen moet worden berekend. Door gebruik te maken van de distributiefactoren, die zijn afgeleid op basis van het EEM-model in Diamonds, zijn de bekomen resultaten uit de handberekening vergeleken met de resultaten uit het EEM-model. Het toepassen van de methode in een concreet rekenvoorbeeld is beschreven in sectie 6.3.

6.1 Algemeen principe

Stap 1: Bepalen van de spreidingsfactoren

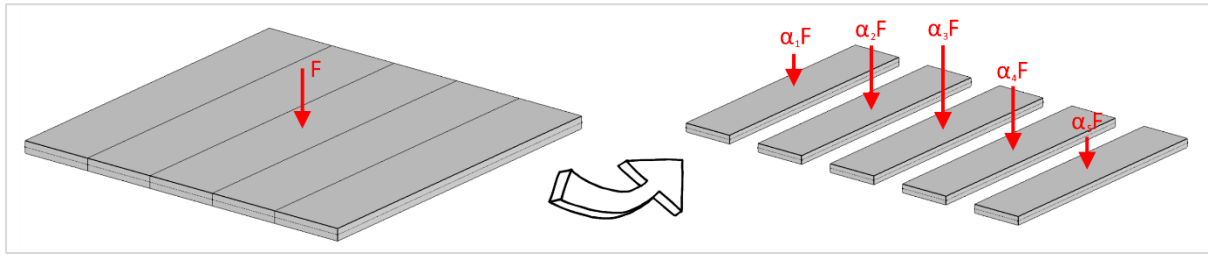
In Bijlage 1 kunnen de verdeelfactoren voor een centrische last en een randlast worden gevonden voor overspanningen van 4 tot 12 m. Er wordt geen onderscheid gemaakt voor punt- en lijnlasten aangezien de spreidingsfactoren amper verschillend zijn. Het juist bepalen van deze factoren is zeer belangrijk om een goed benaderend resultaat te verkrijgen. Het berekenen van alle factoren neemt behoorlijk wat tijd in beslag. Het automatiseren van deze berekening heeft in praktische situaties een meerwaarde.

Indien de belasting in het midden of aan de rand van het vloerveld is gelegen, kunnen de spreidingsfactoren rechtstreeks worden afgelezen uit de tabellen in Bijlage 1. Voor belastingen gelegen tussen de rand en het midden dienen de factoren worden bepaald met de interpolatiemethode zoals beschreven in sectie 4.4.

Indien er één of twee longitudinale steunpunten aanwezig zijn, dient eerst de reactie in deze steun(en) te worden bepaald door middel van de k -factoren. Deze reactiekracht wordt vervolgens als negatieve belasting aangebracht ter vervanging van de ondersteuning. Aangezien deze reactiekracht dan werkt als negatieve randlast mag die vervolgens worden gespreid op basis van de spreidingsfactoren voor randlasten.

Stap 2: Verdelen van de belastingen

Als de spreidingsfactoren van de belasting (en eventuele longitudinale reactiekracht) gekend zijn, is het mogelijk om de aanrijpende belasting te verdelen over de omliggende elementen. De gediscritiseerde equivalente belastingen worden bekomen door de opgelegde kracht te vermenigvuldigen met de bijhorende spreidingsfactor, zoals zichtbaar op Figuur 67. Het eigengewicht en overige eenparig verdeelde oppervlaktebelastingen dienen ook nog als belasting te worden aangebracht op de welfsels. Vervolgens kunnen alle welfsels afzonderlijk worden beschouwd als een element waarop een deel van de belasting aangrijpt. Aangezien de welfsels dragend zijn in één richting kunnen de afzonderlijke elementen worden beschouwd als een balk opgelegd op twee steunpunten waardoor het toepassen van de balkentheorie mogelijk is.



Figuur 67: Verdeling van de belastingen

Stap 3: Berekenen van de doorbuigingen en momenten

Vervolgens worden de doorbuiging en het momentenverloop van elk element berekend (in longitudinale richting). Dit kan door het toepassen van de balkentheorie met balkformules of het gebruik van een eenvoudig rekenprogramma. Hierbij moet wel worden opgemerkt dat de spreidingsfactoren zijn bepaald op basis van de gemiddelde doorbuiging van de elementen. Bijgevolg zijn de berekende waarden van doorbuiging en momenten ook gemiddelde waarden. Deze waarden zijn meestal gelijk aan de doorbuiging in het midden van het beschouwde element. Enkel bij platen waar een maximum/minimum aan doorbuiging of moment wordt bekomen, wijkt de berekende waarde iets meer af van die in het midden van het element. Dit komt omdat de waarde in het midden iets groter of kleiner is dan de gemiddelde waarde.

Stap 4: Berekenen van de reactiekrachten

Het bepalen van de reactiekrachten die voortkomen uit een vloerveld is belangrijk om de elementen waarop de welfsels afdragen te kunnen dimensioneren. De eventuele reactiekrachten in longitudinale steunpunten worden bepaald door middel van de opgelegde belastingen te vermenigvuldigen met de k -factoren, zoals beschreven in sectie 4.5. Voor het bepalen van de reactiekrachten in de oplegzone van de welfsels wordt het iets uitgebreider. Zoals beschreven in hoofdstuk 5, komen in de buurt van de oplegging de spreidingsfactoren van de reactiekrachten niet overeen met de eerder berekende spreidingsfactoren voor momenten en doorbuigingen. De β -factoren voor een lijnlast en puntlast kunnen worden afgelezen uit de tabellen in Bijlage 2. Voor het berekenen van de reactiekrachten kunnen de formules voor punt- en lijnlasten van Bijlage 2 worden toegepast. Door deze formules voor elke belasting in te vullen wordt de kracht ten gevolge van elke belasting in elk steunpunt bepaald. Door vervolgens per steunpunt de som van alle reactiekrachten te maken wordt de maximale reactiekracht bekomen. Dit is namelijk de kracht waarop het steunpunt gedimensioneerd wordt. Voor deze berekening is de enige wijzigende variabele β_i waardoor deze berekening eenvoudig in Excel kan worden geïmplementeerd.

Met het bepalen van de reactiekrachten zijn alle belastingen en reacties van het vloerveld gekend. Het is vervolgens mogelijk om de dwarskrachtenlijnen van de welfsels op te stellen, mits aan de voorwaarde van sectie 5.4 is voldaan.

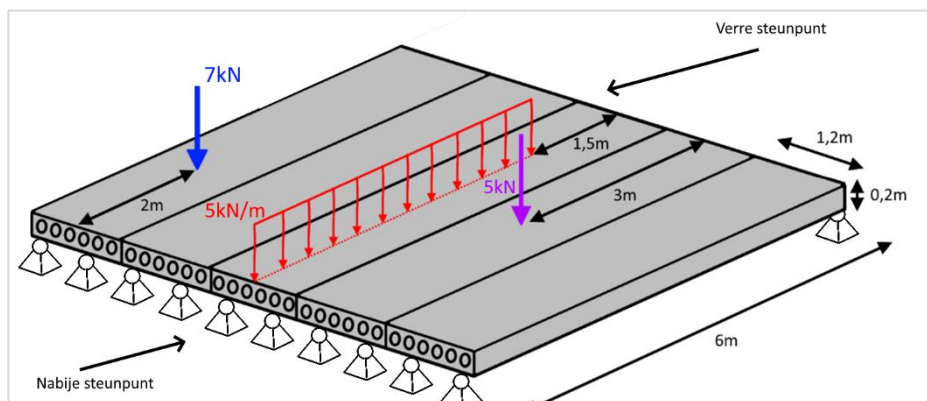
6.2 Meerdere belastingen

Het combineren van belastingen dient te gebeuren wanneer dat er meerdere belastingen in de buurt van elkaar gelegen zijn, hiermee wordt bedoeld dat de spreidingszones van de individuele belastingen elkaar overlappen. Het combineren van belastingen in een vloerveld gebeurt door alle belastingen individueel te spreiden zoals in sectie 6.1 is toegelicht. Dit komt overeen met de EEM-theorie van P.C.J.

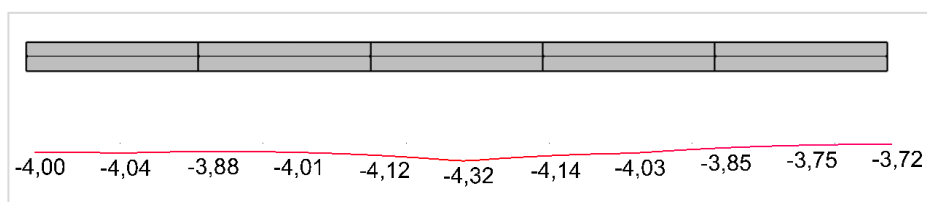
Hoogenboom [17]. Vervolgens wordt de totale belasting op alle elementen bepaald door de gespreide belastingen per element op te tellen en het beschouwde element te berekenen op basis van de balkentheorie. Verder in deze sectie is een voorbeeldoefening uitgewerkt die het algemeen principe van de rekenmethode verduidelijkt.

6.3 Algemeen voorbeeld

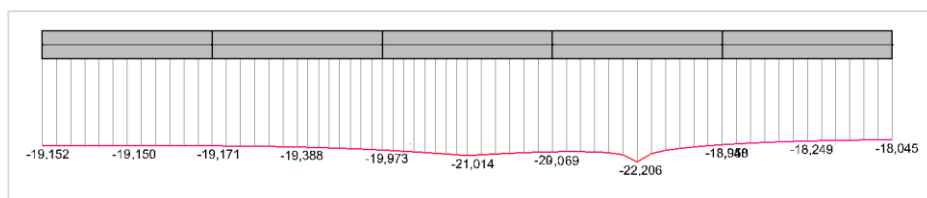
Als voorbeeld wordt er gebruik gemaakt van een opstelling met een lijnlast en twee puntlasten zoals zichtbaar in Figuur 68. De welfsels worden beschouwd als opgelegd op de uiteinden en vrij aan de longitudinale randen. Het eigengewicht is gelijk aan $3,1 \text{ kN/m}^2$. Indien voor deze opstelling een snedelijc wordt gemaakt in het midden van de overspanning wordt een doorbuigingsprofiel en momentenverloop verkregen zoals respectievelijk zichtbaar in Figuur 69 en Figuur 70 (partiële factoren zijn niet in rekening gebracht). Het doel van dit voorbeeld is om op basis van handberekeningen een goede benadering van deze momentenlijn en doorbuigingslijn te krijgen.



Figuur 68: Vloerveld belast op een lijnlast en twee puntlasten



Figuur 69: Doorbuigingslijn (mm) in het midden van de overspanning van het vloerveld in Figuur 68



Figuur 70: Momentenlijn (kNm) in het midden van de overspanning van het vloerveld in Figuur 68

Als eerste stap in de berekening worden de spreidingsfactoren van elke belasting bepaald. Voor de lijnlast kunnen de spreidingsfactoren eenvoudig worden overgehaald vanuit de tabellen in Bijlage 1, die zijn gelijk aan de factoren voor een belasting op het middelste element.

Tabel 11: Spreidingsfactoren voor een vloerveld met overspanning 6 m

	$\alpha_1(\%)$	$\alpha_2(\%)$	$\alpha_3(\%)$	$\alpha_4(\%)$	$\alpha_5(\%)$
Last in het midden	15,8	20,8	26,7	20,8	15,8
Last op de linkerrand	43,1	25,1	15,0	9,6	7,2
Last op de rechterrand	7,2	9,6	15,0	25,1	43,1

Voor puntlasten gelden dezelfde spreidingsfactoren als voor de lijnlasten, maar aangezien de puntlasten niet aangrijpen op het middelste element dienen de spreidingsfactoren op basis van interpolatie te worden bepaald. De interpolatie gebeurt tussen de factoren voor een centrische belasting en een randlast (zie Tabel 11). De toegepaste interpolatiemethode is voorgesteld in sectie 4.4.

Puntlast van 5 kN (grijpt aan op $a = 1,8$ m van de rechterrand):

$$\alpha_{1,5\text{kN}} = \frac{a}{a+b} \cdot \alpha_{1\text{mid}} + \frac{b}{a+b} \cdot \alpha_{1\text{RRand}} = \frac{1,8}{1,8+1,2} \cdot 15,8\% + \frac{1,2}{1,8+1,2} \cdot 7,2\% = 12,4\%$$

$$\alpha_{2,5\text{kN}} = \frac{a}{a+b} \cdot \alpha_{2\text{mid}} + \frac{b}{a+b} \cdot \alpha_{2\text{RRand}} = \frac{1,8}{1,8+1,2} \cdot 20,8\% + \frac{1,2}{1,8+1,2} \cdot 9,6\% = 16,3\%$$

$$\alpha_{3,5\text{kN}} = \frac{a}{a+b} \cdot \alpha_{3\text{mid}} + \frac{b}{a+b} \cdot \alpha_{3\text{RRand}} = \frac{1,8}{1,8+1,2} \cdot 26,7\% + \frac{1,2}{1,8+1,2} \cdot 15,0\% = 22,0\%$$

$$\alpha_{4,5\text{kN}} = \frac{a}{a+b} \cdot \alpha_{3\text{mid}} + \frac{b}{a+b} \cdot \alpha_{5\text{RRand}} = \frac{1,8}{1,8+1,2} \cdot 26,7\% + \frac{1,2}{1,8+1,2} \cdot 43,1\% = 33,3\%$$

$$\alpha_{5,5\text{kN}} = \frac{a}{a+b} \cdot \alpha_{5\text{mid}} + \frac{b}{a+b} \cdot \alpha_{5\text{RRand}} = \frac{1,8}{1,8+1,2} \cdot 15,8\% + \frac{1,2}{1,8+1,2} \cdot 43,1\% = 26,7\%$$

De som van bovenstaande factoren is gelijk aan 110,7%, dit is meer dan 100%, wat niet mogelijk is. De overschrijding met 10,7% wordt evenredig gecorrigeerd waardoor de factoren in Tabel 12 worden bekomen.

Puntlast van 7 kN (grijpt aan op $a = 0,6$ m van de linkerrand):

$$\alpha_{1,7\text{kN}} = \frac{a}{a+b} \cdot \alpha_{3\text{mid}} + \frac{b}{a+b} \cdot \alpha_{1\text{Lrand}} = \frac{0,6}{0,6+2,4} \cdot 26,7\% + \frac{2,4}{0,6+2,4} \cdot 43,1\% = 39,8\%$$

$$\alpha_{2,7\text{kN}} = \frac{a}{a+b} \cdot \alpha_{2\text{mid}} + \frac{b}{a+b} \cdot \alpha_{2\text{Lrand}} = \frac{0,6}{0,6+2,4} \cdot 20,8\% + \frac{2,4}{0,6+2,4} \cdot 25,1\% = 24,2\%$$

$$\alpha_{3,7\text{kN}} = \frac{a}{a+b} \cdot \alpha_{3\text{mid}} + \frac{b}{a+b} \cdot \alpha_{3\text{Lrand}} = \frac{0,6}{0,6+2,4} \cdot 26,7\% + \frac{2,4}{0,6+2,4} \cdot 15,0\% = 17,3\%$$

$$\alpha_{4,7\text{kN}} = \frac{a}{a+b} \cdot \alpha_{4\text{mid}} + \frac{b}{a+b} \cdot \alpha_{4\text{Lrand}} = \frac{0,6}{0,6+2,4} \cdot 20,8\% + \frac{2,4}{0,6+2,4} \cdot 9,6\% = 11,8\%$$

$$\alpha_{5,7\text{kN}} = \frac{a}{a+b} \cdot \alpha_{5\text{mid}} + \frac{b}{a+b} \cdot \alpha_{5\text{Lrand}} = \frac{0,6}{0,6+2,4} \cdot 15,8\% + \frac{2,4}{0,6+2,4} \cdot 7,2\% = 8,9\%$$

De som van bovenstaande factoren is gelijk aan 102%, dit is meer dan 100%, wat niet mogelijk is. De overschrijding met 2% wordt evenredig gecorrigeerd waardoor de factoren in Tabel 12 worden bekomen.

Tabel 12: Samenvatting spreidingsfactoren belastingen

	$\alpha_1(\%)$	$\alpha_2(\%)$	$\alpha_3(\%)$	$\alpha_4(\%)$	$\alpha_5(\%)$
Lijnlast 5 kN/m	15,8	20,8	26,7	20,8	15,8
Puntlast 5 kN	10,3	14,2	19,8	31,2	24,6
Puntlast 7 kN	39,4	24,0	17,1	11,4	8,5

Met de verkregen factoren in Tabel 12 is het mogelijk om de opgelegde belastingen te verdelen naar de omliggende elementen om op deze manier equivalente belastingen te krijgen. Alle aanwezige belastingen per element zijn weergegeven in Tabel 13.

Tabel 13: Samenvatting belastingen

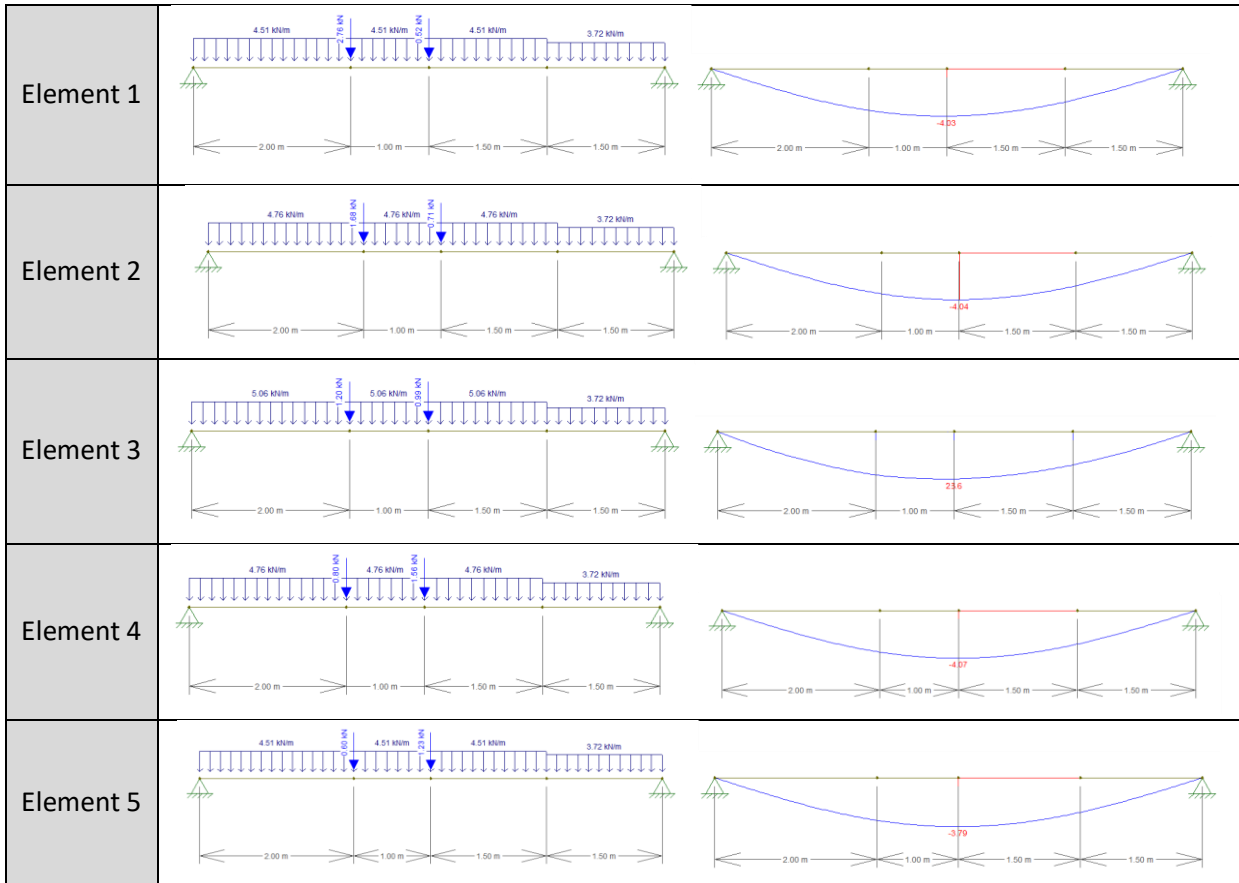
Element	HC1	HC2	HC3	HC4	HC5
Verdeling Lijnlast 5 kN/m (kN/m)	0,79	1,04	1,34	1,04	0,79
Verdeling Puntlast 5 kN (kN)	0,52	0,71	0,99	1,56	1,23
Verdeling Puntlast 7 kN (kN)	2,76	1,68	1,20	0,80	0,60
Eigengewicht (kN/m ²)	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1

Voor het eigengewicht dient de belasting nog te worden vermenigvuldigd met de breedte:

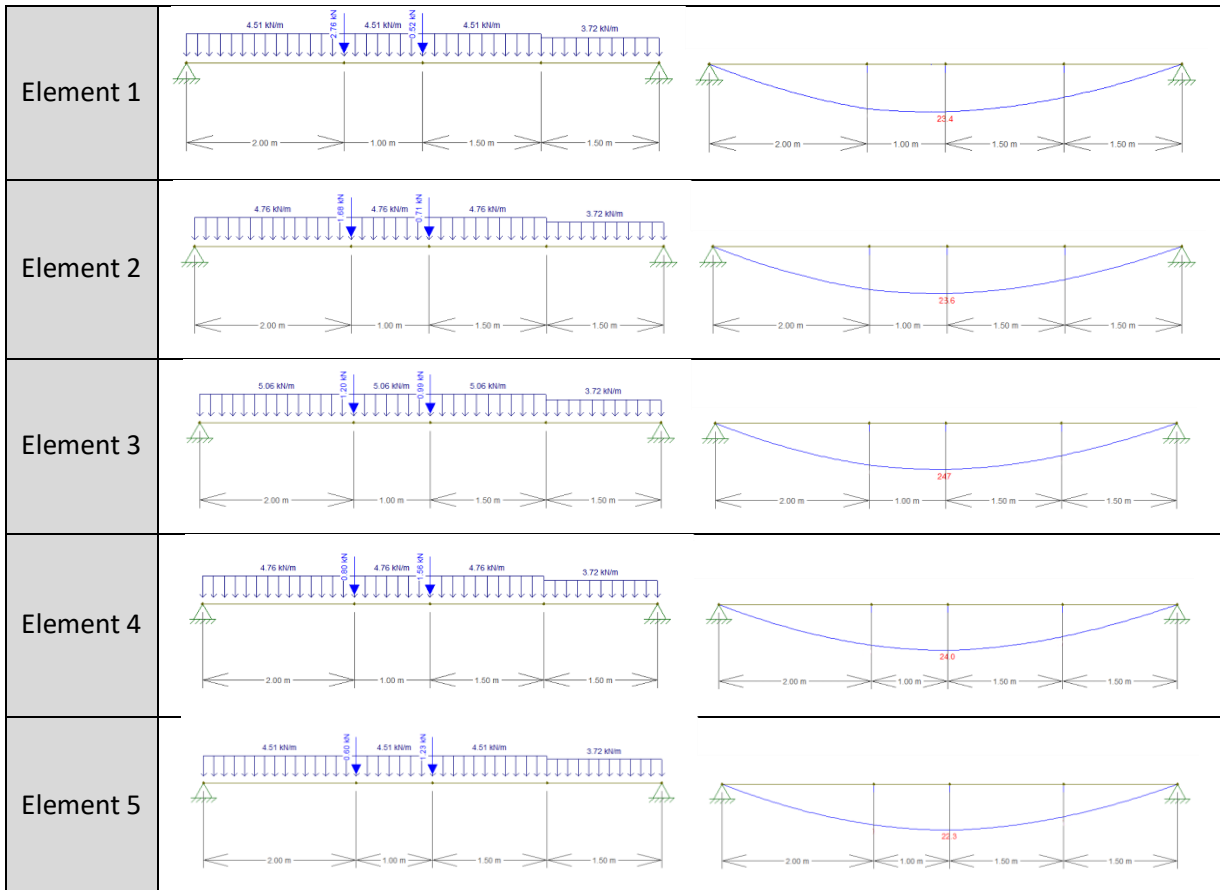
$$1,2 \cdot 3,1 \text{ kN/m}^2 = 3,72 \text{ kN/m}$$

Met de belastingen in Tabel 13 kunnen vervolgens equivalente balkelementen worden opgesteld. Voor het berekenen van elk element is F-tool gebruikt [23]. Een manuele berekening van de momenten- en doorbuigingslijn is binnen deze context overbodig. De elasticiteitsmodulus en het traagheidsmoment is gelijkgesteld aan die in de EEM-software en zijn respectievelijk gelijk aan 31476 MPa en $6,8686 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$.

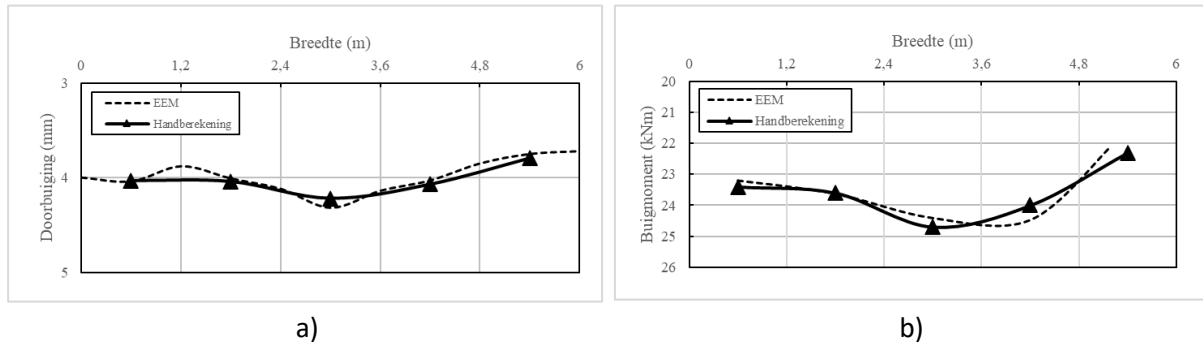
Doorbuiging:



Momenten:



De resultaten zijn vervolgens vergeleken met de resultaten uit de doorbuiging- en momentenlijn van Figuur 69 en Figuur 70. Deze vergelijking is in Figuur 71 a) en b) weergegeven. Hierin is duidelijk dat zowel de momentenlijn als doorbuigingslijn in transversale richting goed worden benaderd met voorgaande berekeningsmethode. Voor de momentenlijn dient er te worden opgemerkt dat de waarden in Figuur 70 de buigmomenten in kNm/m zijn, deze waarden worden daarom vermenigvuldigd met 1,2 om een vergelijking met de handberekening mogelijk te maken.



Figuur 71: Vergelijking doorbuiging- en momentenlijn handberekening vs. EEM

Reactiekrachten:

Tot slot zijn de reactiekrachten in de oplegzone bepaald met de nodige β -factoren, welke zijn terug te vinden in Bijlage 2. Hier dient louter te worden bepaald welke β -waarden van toepassing zijn, vervolgens kunnen eenvoudig de formules van hoofdstuk 5 worden toegepast. Binnen dit voorbeeld zijn de beide steunpunten van een element gedefinieerd als het “nabije” en het “verre” steunpunt conform Figuur 68. Per belasting is afzonderlijk de bijdrage per steunpunt bepaald.

Voor de lijnlast van 5 kN/m geldt:

Tabel 14: β -factoren lijnlast 5 kN/m

x - afstand vanaf begin invloedzone (m)	Lijnlast 5 kN/m				
	β_{1lin} (%)	β_{2lin} (%)	β_{3lin} (%)	β_{4lin} (%)	β_{5lin} (%)
3,0	24,6	40,8	94,0	40,8	24,6
1,5	15,3	19,7	23,7	19,7	15,3

Tabel 15: β -factoren puntlast midden op HC3

x - afstand vanaf begin invloedzone (m)	Puntlast op HC3 $\rightarrow \beta_i(L/2)$				
	β_1 (%)	β_2 (%)	β_3 (%)	β_4 (%)	β_5 (%)
3,0	10,0	10,0	10,0	10,0	10,0

$$R_{i,nabij} = \frac{\beta_{i,lin}(x_1)}{100\%} \cdot q + \frac{10\%}{100\%} \cdot q \cdot (L - 2 \cdot l_{invl.}) + q \cdot x_2 \cdot \frac{\beta_i(L/2)}{100\%} \cdot \frac{(l_{invl.} - x_2/2)}{L/2}$$

$$= \frac{\beta_{i,lin}(3,0)}{100\%} \cdot 5,0 \frac{kN}{m} + 5,0 \frac{kN}{m} \cdot 1,5 \cdot \frac{\beta_i(3,0)}{100\%} \cdot \frac{(3,0 - \frac{1,5}{2})}{3,0}$$

$$R_{i,ver} = \frac{\beta_{i,lin}(x_2)}{100\%} \cdot q + \frac{10\%}{100\%} \cdot q \cdot (L - 2 \cdot l_{invl.}) + q \cdot x_1 \cdot \frac{\beta_i(L/2)}{100\%} \cdot \frac{(l_{invl.} - x_1/2)}{L/2}$$

$$= \frac{\beta_{i,lin}(1,5)}{100\%} \cdot 5,0 \frac{kN}{m} + 5,0 \frac{kN}{m} \cdot 3,0 \cdot \frac{\beta_i(3,0)}{100\%} \cdot \frac{(3,0 - 3,0/2)}{3,0}$$

Voor de puntlast van 7 kN geldt:

Tabel 16: β -factoren puntlast 7 kN

x - afstand vanaf begin invloedzone (m)	Puntlast 7 kN				
	$\beta 1$ (%)	$\beta 2$ (%)	$\beta 3$ (%)	$\beta 4$ (%)	$\beta 5$ (%)
2,0	30,1	19,9	11,7	7,5	5,8
3,0	19,9	15,9	11,4	8,4	6,9
3,0 (gecorrigeerd)	15,9	12,7	9,1	6,7	5,5

De som van de β -factoren is bij 3,0 m gelijk aan 62,5%. Aangezien dit het midden van het vloerveld is dient de som gelijk te zijn aan 50%. Bijgevolg wordt elke factor vermenigvuldigd met 50/62,5.

$$R_{i,nabij} = \frac{\beta_i(x) \cdot P}{100\%}$$

$$= \frac{\beta_i(2,0) \cdot 7}{100\%}$$

$$R_{i,ver} = P \cdot \frac{\beta_i(L/2)}{100\%} \cdot \frac{x}{L/2}$$

$$= 7 \cdot \frac{\beta_i(3,0)}{100\%} \cdot \frac{2,0}{3,0}$$

Voor de puntlast van 5 kN geldt:

Tabel 17: β -factoren puntlast 5 kN

x - afstand vanaf begin invloedzone (m)	Puntlast 5 kN				
	$\beta 1$ (%)	$\beta 2$ (%)	$\beta 3$ (%)	$\beta 4$ (%)	$\beta 5$ (%)
3,0	15,9	15,1	12,8	10,1	8,6
3,0 (gecorrigeerd)	12,7	12,1	10,2	8,1	6,9

De som van de β -factoren is bij 3,0 m opnieuw gelijk aan 62,5%. Bijgevolg wordt elke factor vermenigvuldigd met 50/62,5.

$$R_{i,nabij} = R_{i,voor} = \frac{\beta_i(x) \cdot P}{100\%}$$

$$= \frac{\beta_i(3,0) \cdot 5}{100\%}$$

Aangezien in bovenstaande formules enkel de β -factoren variëren per element, zijn de formules ingevoerd in Excel en is eenvoudig de som van de reactiekrachten bepaald. De resultaten zijn weergegeven in Tabel 18 en Tabel 19, hierin is zichtbaar dat het verschil tussen de handberekening en Diamonds beperkt is.

Tabel 18: Resultaten voor het nabije steunpunt

	$q = 5 \text{ kN/m}$	$P = 5 \text{ kN}$	$P = 7 \text{ kN}$	Eigengewicht	SOM	EEM	Afwijking (%)
$R_{1,nabij}$	1,79	0,34	2,11	11,16	15,40	15,03	2,5
$R_{2,nabij}$	2,60	0,40	1,39	11,16	15,56	15,36	1,3
$R_{3,nabij}$	5,26	0,51	0,82	11,16	17,76	17,63	0,7
$R_{4,nabij}$	2,60	0,60	0,53	11,16	14,89	14,77	0,8
$R_{5,nabij}$	1,79	0,64	0,41	11,16	14,00	13,80	1,4

Tabel 19: Resultaten voor het verre steunpunt

	$q = 5 \text{ kN/m}$	$P = 5 \text{ kN}$	$P = 7 \text{ kN}$	Eigengewicht	SOM	EEM	Afwijking (%)
$R_{1,ver}$	1,52	0,34	0,74	11,16	13,76	13,56	1,5
$R_{2,ver}$	1,74	0,40	0,59	11,16	13,89	13,79	0,7
$R_{3,ver}$	1,94	0,51	0,43	11,16	14,03	14,00	0,2
$R_{4,ver}$	1,74	0,60	0,26	11,16	13,76	13,79	0,2
$R_{5,ver}$	1,52	0,64	0,26	11,16	13,57	13,47	0,7

6.4 Realistische situaties

Het voorbeeld in sectie 6.3 geeft weer hoe de lastenspreiding van een algemeen vloerveld wordt bepaald en hoe op basis van deze lastenspreiding de optredende momenten, doorbuigingen en reactiekrachten kunnen worden bepaald. In werkelijkheid is niet elk vloerveld rechthoekig, zijn er in de meeste gevallen openingen aanwezig en grijpen niet alle lijnlasten evenwijdig met de draagricting aan. Het is belangrijk dat ook deze situaties berekend kunnen worden. Met een EEM-model kan elke mogelijke situatie in detail worden geanalyseerd. Daarom dat een EEM-model voor complexe situaties nog steeds het beste resultaat geeft. Voor complexe vloervelden is een handmatige rekenmethode niet meer efficiënt. Zo moeten er diverse spreidingsfactoren worden bepaald, moet er meerdere malen worden geïnterpoleerd en moeten afstanden worden bepaald en verschaald. De tijd die nodig is om enkel de juiste spreidingsfactoren te bepalen vergt in dergelijke gevallen al meer tijd dan het simpelweg modelleren van het vloerveld in een EEM-software. Voor enkele veelvoorkomende situaties is het wel mogelijk om die manueel uit te rekenen. Daarom zijn verder in dit hoofdstuk enkele gevallen besproken met een interpretatie van de lastenspreiding. Deze realistische gevallen worden telkens herleid naar een situatie die kan worden opgelost volgens sectie 6.3.

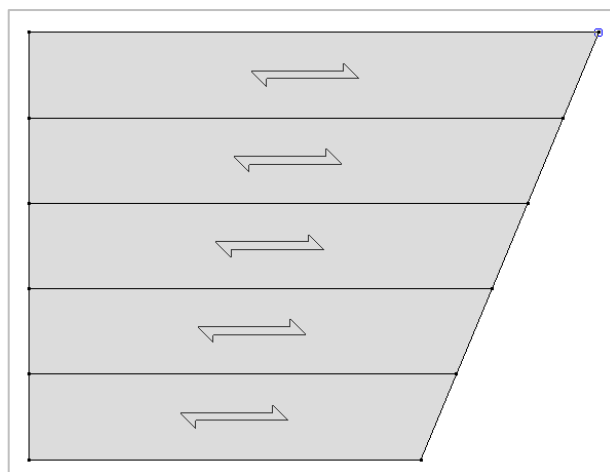
6.4.1 Schuine opleg

Een vloerveld is aan één of twee zijden schuin opgelegd zoals zichtbaar op Figuur 72. In dergelijke gevallen is er meer rekenwerk nodig om de optreden doorbuigingen en momenten te bepalen. De spreidingsfactor van ieder element mag worden bepaald op basis van de lengte van het belaste element. Na het spreiden van de belasting moeten de elementen één voor één worden uitgerekend, echter hebben deze elementen in dergelijke gevallen steeds een andere overspanning. Lengtes moeten in dit geval relatief constant worden gehouden. Indien een element van 8 m belast wordt met een lijnlast met een lengte van 5 m, dan is de lengte van de gespreide lijnlast op een element van 6 m slecht gelijk aan $5 \cdot \frac{6}{8} = 3,75$ m. Hetzelfde geldt voor tussenliggende afstanden en afstanden tot het steunpunt. Doordat de lengtes van lijnlasten korter worden, wordt voor lijnlasten de belasting per meter groter naargelang de lijnlasten korter worden. Er kan namelijk geen hoeveelheid aan belasting “verdwijnen”. De in rekening te brengen waarde van de lijnlast is bijgevolg gelijk aan:

$$q_i = \alpha_i q \cdot \frac{\text{Lengte opgelegde belasting}}{\text{Lengte gespreide belasting } i}$$

Voor puntlasten verandert er niets, $P_i = \alpha_i P$. De uiteindelijk optredende doorbuigingen en momenten worden bepaald met de werkelijke lengte van de elementen.

Het bepalen van reactiekrachten is in dergelijke gevallen enorm complex en praktisch niet meer mogelijk met een handberekening. Door het schuine steunpunt varieert de afstand tot het steunpunt element per element. Zoals in sectie 5.1 is beschreven doet er zich een niet-lineariteit voor afhankelijk van de afstand tot het steunpunt. Doordat deze afstand nu ook nog eens afhankelijk is van de schuinite van de opleg zijn de eerder bepaalde β -factoren niet meer rechtstreeks toepasbaar. Daarom wordt er in dergelijke gevallen, indien de reactiekrachten van belang zijn, best overgeschakeld naar een EEM-modellering.

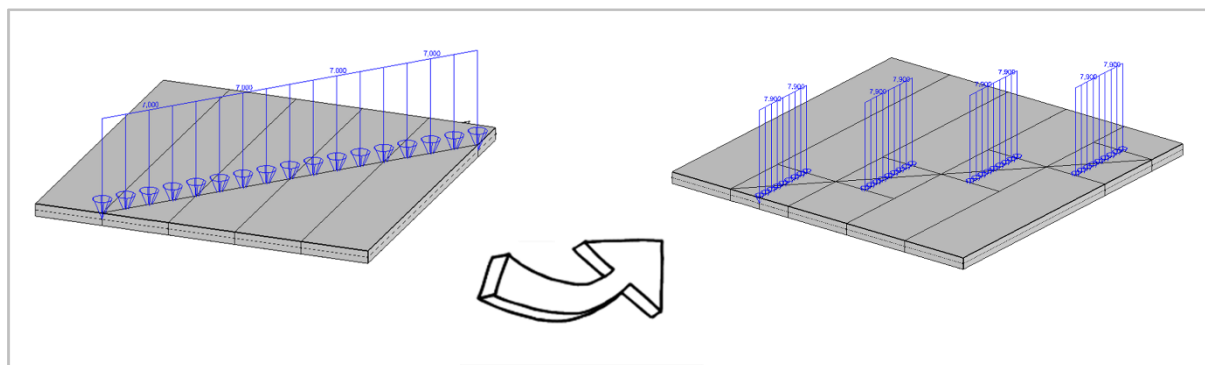


Figuur 72: Vloerveld met schuine opleg

6.4.2 Lijnlasten niet evenwijdig met de overspanning

Indien een lijnlast niet evenwijdig met de overspanning aangrijpt, wordt deze lijnlast evenwijdig met de draagricting geprojecteerd op de welfsels zoals zichtbaar op Figuur 73. Met deze situatie wordt dan weer dezelfde methode als in het algemeen voorbeeld toegepast. Opnieuw is het hierbij belangrijk dat er geen belasting verloren gaat, bijgevolg is:

$$q_{\parallel} = q \cdot \frac{\text{oorspronkelijke lengte}}{\text{lengte evenwijdig met overspanning}}$$



Figuur 73: Lijnlast niet evenwijdig met de overspanning

6.4.3 Openingen

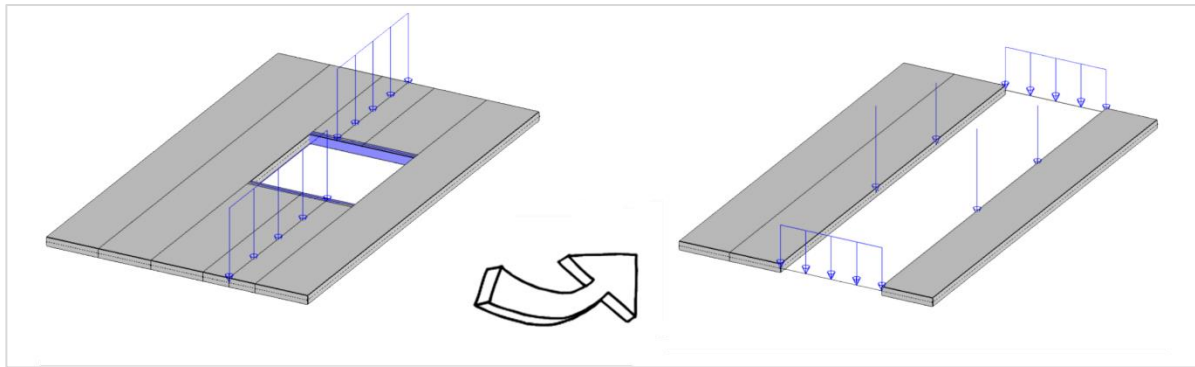
Zoals eerder vermeld in sectie 2.6 kunnen er grote openingen aanwezig zijn in een vloerveld. Uit eerder onderzoek [18] (zie sectie 2.6) blijkt dat het modelleren van deze openingen met eenvoudige EEM-modellen in dit geval niet overeenstemt met hetgeen er in werkelijkheid verwacht wordt. Er ontstaat namelijk trek in de oplegpunten van de raveelijzers, wat fysisch niet mogelijk is. Indien dergelijke openingen in Diamonds of SCIA worden gemodelleerd, wordt hetzelfde gedrag waargenomen waardoor het bijgevolg niet mogelijk is om met de toegepaste modellen te analyseren wat er nu effectief gebeurt bij deze openingen. Deze thesis geeft daarom een voorstel om deze openingen toch op een veilige manier in rekening te brengen voor de dimensionering van een vloerveld.

De niet-doorlopende welfsels worden om veiligheidsredenen best verwaarloosd in de lastenspreiding. Bijgevolg wordt er niet gerekend op een dwarskrachtoverdracht langs de voegen tussen de doorlopende en onderbroken welfsels. Hierdoor worden de doorlopende welfsels berekend alsof die ook het aandeel van de onderbroken welfsels dragen. Dit is in werkelijkheid ook het geval aangezien de raveelijzers op de doorlopende welfsels afdragen.

Wanneer een lijn- of puntlast aangrijpt op de onderbroken welfsels worden deze welfsels als individuele elementen beschouwd, zonder lastenspreiding. Hierdoor worden zowel de welfsels als de raveelijzers gedimensioneerd voor de maximale optredende belasting. Het is ook belangrijk dat de oplegpunten van de raveelijzers worden gecontroleerd op pons, zoals beschreven in de NBN EN 1168 [2]. Vervolgens worden de doorlopende welfsels aan beide zijden van de opening als aparte vloervelden beschouwd. Hierop wordt vervolgens het algemene principe van de lastenspreiding toegepast. De opleggingen van de raveelijzers worden hierin vervangen door puntlasten die aangrijpen

aan de rand van het vloerveld. De waarde van deze puntlasten wordt bepaald op basis van de aangrijpende belastingen en de dimensies van de niet-doorlopende welfsels.

Deze methode is een vereenvoudigde methode en is niet gebaseerd op data uit een experimentele analyse. Doordat er op deze manier geen lastenspreiding in rekening wordt gebracht (voor de onderbroken welfsels) maakt deze methode steeds een overschatting van de werkelijk optredende belastingen, wat vanuit veiligheidsoogpunt positief is.



Figuur 74: In rekening brengen van openingen

7 Krimp in de langsvoeegen

Uit sectie 2.10 van de literatuurstudie blijkt dat er betonkrimp kan optreden in de langsvoeegen tussen holle welfsels. Door het krimpen van de voegvulling komt de voegvulling (zeer beperkt) los van de naastliggende welfsels. De “speling” tussen de voegvulling en de welfsels is gelijk aan de grote van de krimpscheur die in de voegvulling kan ontstaan tijdens het uitharden. Door de aanwezigheid van deze krimp moet er eerst een krimpscheur worden overwonnen vooraleer er contact tussen de voeg en het welfsels gemaakt wordt. Het is net dit contact dat nodig is om op lastenspreiding te mogen rekenen. Er moet namelijk een drukschoor in de voeg worden gevormd opdat het belaste element de naburige elementen aanspreekt en een deel van zijn belasting doorgeeft langs de voeg. Voor de modellering van dit effect moet eerst een realistische waarde van de optredende krimpscheur worden berekend. Dit wordt gedaan aan de hand van formules uit Eurocode 2 [12] .

7.1 Krimpberekening

De krimpberekening van de voegvulling in de langsvoeegen is gebaseerd op de formules uit NBN EN 1992-1-1 [12], eerder vermeld in sectie 2.10. Voor de berekening zijn de volgende gegevens aangenomen:

- De voegvulling heeft een karakteristieke druksterkte van 25 MPa;
- De relatieve vochtigheid van de omgeving is gelijk aan 40%;
- Er wordt gebruik gemaakt van cementklasse N;
- De voegvulling is 28 dagen oud op het beschouwde tijdstip t ;
- De voegvulling is 1 dag oud aan het begin van de uitdrogingskrimp t_s .

De uitdrogingskrimpverkortung:

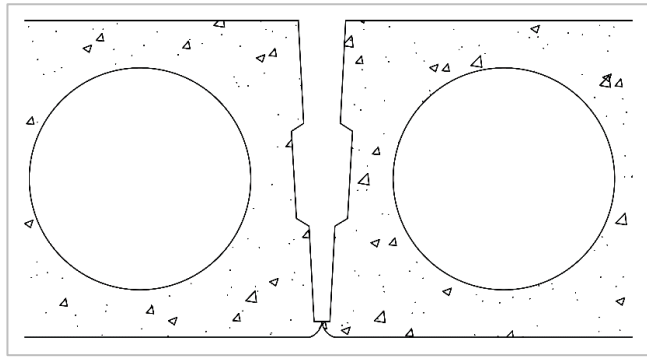
De grootteorde van de uitdrogingskrimpverkortung wordt bepaald als volgt:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}$$

Met:

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0,04 \sqrt{h_0^3}}$$

h_0 wordt berekend op basis van de doorsnede van de voeg (zichtbaar op Figuur 75). Door het intekenen van de voeg in AutoCAD is een doorsnede bekomen gelijk aan 4750 mm² en een omtrek, waarlangs vocht uit het beton kan verdwijnen, gelijk aan 440 mm. Hierbij is zichtbaar dat de oppervlakte van de dwarsdoorsnede relatief groot is ten opzichte van de omtrek die blootgesteld is aan uitdroging, bijgevolg heeft h_0 een kleine waarde.



Figuur 75: Geometrie van langsvoeg

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 \cdot 4750}{440} = 21,6 \text{ mm}$$

Uit Tabel 2 volgt dat k_h gelijk is aan de maximale waarde: $k_h = 1,0$.

$$\Rightarrow \beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(28 - 1)}{(28 - 1) + 0,04 \sqrt{21,6^3}} = 0,87$$

De waarde van de nominale onbelemmerde uitdrogingskrimpvorkorting is gelijk aan:

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 \left[220 + 110 \cdot \alpha_{ds1} \right] \cdot \exp \left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right) \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH}$$

Met:

$$\beta_{RH} = 1,55 \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] = 1,55 \left[1 - \left(\frac{40}{100} \right)^3 \right] = 1,45$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{cd,0} = 0,85 \left[220 + 110 \cdot 4 \right] \cdot \exp \left(-0,12 \cdot \frac{33}{10} \right) \cdot 10^{-6} \cdot 1,45 = 5,48 \cdot 10^{-4}$$

De grootte van de uitdrogingskrimpvorkorting is bijgevolg gelijk aan:

$$\Rightarrow \varepsilon_{cd}(t) = 0,87 \cdot 1,0 \cdot 5,48 \cdot 10^{-4} = 4,77 \cdot 10^{-4}$$

De autogene krimpvorkorting:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca}(\infty)$$

Met:

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5(f_{ck} - 10)10^{-6} = 2,5(25 - 10)10^{-6} = 3,75 \cdot 10^{-5}$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2t^{0,5}) = 1 - \exp(-0,2 \cdot 28^{0,5}) = 0,65$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{ca}(t) = 0,65 \cdot 3,75 \cdot 10^{-5} = 2,45 \cdot 10^{-5}$$

De totale krimpvorkorting:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} = 4,77 \cdot 10^{-4} + 2,45 \cdot 10^{-5} = 5,01 \cdot 10^{-4}$$

De voeg heeft een maximale hoogte van 200 mm, bijgevolg is de maximale een effectieve krimp ΔL :

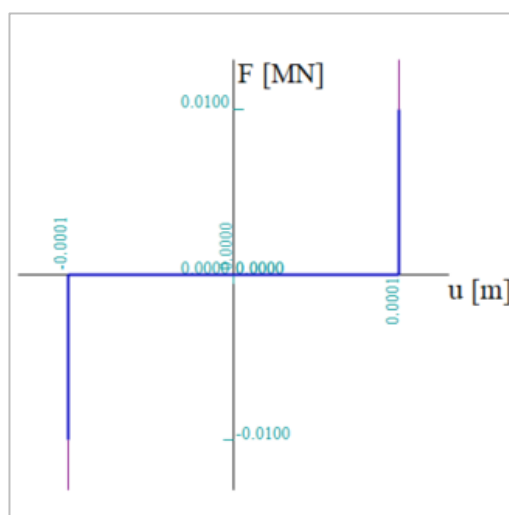
$$\varepsilon_{cs} = \frac{\Delta L}{L} \rightarrow \Delta L = 5,01 \cdot 10^{-4} \cdot 200 = 0,10 \text{ mm}$$

7.2 Stijfheidsfunctie voeg

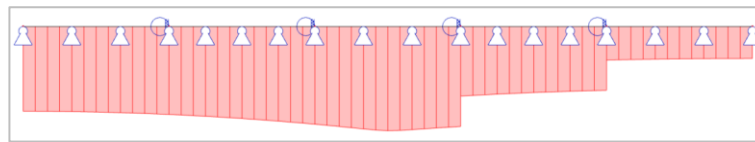
Voor de modellering van de krimp in de langsvogen is gebruikt gemaakt van SCIA Engineer. Het modelleren van de aanwezige krimpseur wordt gedaan door een niet-lineaire stijfheidsfunctie te definiëren en die vervolgens toe te kennen aan de interne scharnieren. Deze stijfheidsfunctie beschrijft het stijfheidsverloop dat aanwezig is in de langsvoeg. De krimpseur zorgt ervoor dat er eerst een verplaatsing moet worden overwonnen voordat de voeg contact maakt met het naastgelegen welfsel. Er is aangenomen dat er een sprong van geen stijfheid tot oneindige stijfheid plaatsvindt na een verplaatsing gelijk aan de grootte van de krimpseur. Om deze stijfheidsfunctie te implementeren in de analyse van het vloerveld dient het vloerveld te worden geanalyseerd met een niet-lineaire analyse. Een lineaire analyse houdt immers geen rekening met een niet-lineaire stijfheidsfunctie.

De niet-lineaire functie is zichtbaar in Figuur 76 en heeft een positieve en een negatieve tak. Het definiëren van een positieve en negatieve tak is noodzakelijk aangezien het model, indien enkel een positieve tak wordt gedefinieerd, zich niet meer symmetrisch gedraagt. In Figuur 77 a) is zichtbaar dat, indien enkel een positieve tak wordt gedefinieerd, enkel de rechtste voegen sprongen vertonen en dat de linkse voegen nog steeds volledig stijf reageren. In het linkse deel van het vloerveld neemt de doorbuiging toe naar het midden. Bijgevolg is (bij een centrische belasting) de doorbuiging van element 1 kleiner dan die van element 2, welke dan weer kleiner is dan die van element 3. Bij het berekenen van het verschil in doorbuiging (u) is het verschil een negatieve waarde ($u = \delta_{el.2} - \delta_{el.1} < 0$). Hierdoor spreekt SCIA de negatieve tak van de stijfheidsfunctie aan, welke niet aanwezig is, en bijgevolg als “vast” wordt beschouwd. Om dit probleem te verhelpen is ook de negatieve kant van de stijfheidsfunctie toegevoegd. De vergelijking tussen beide gevallen is zichtbaar op Figuur 77, hierbij is wel een overdreven u -waarde van 5 mm ingesteld voor een betere visualisatie van het probleem.

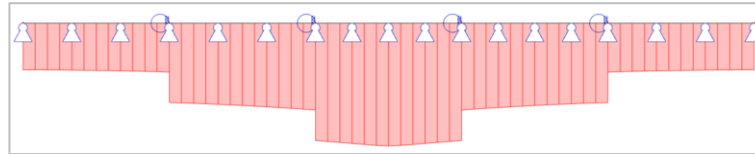
Voor de effectieve modellering is de ingestelde afstand u in de functie gelijk aan 0,1 mm wat overeenstemt met de effectieve krimpverkortung berekend in sectie 7.1. Vanaf het punt dat de verplaatsing van 0,1 mm is overwonnen, is de over te dragen kracht F oneindig. Bijgevolg reageert de voeg oneindig stijf (op dwarskrachten) vanaf het moment dat deze verplaatsing bereikt is.



Figuur 76: Niet-lineaire functie langsvoeg



a)



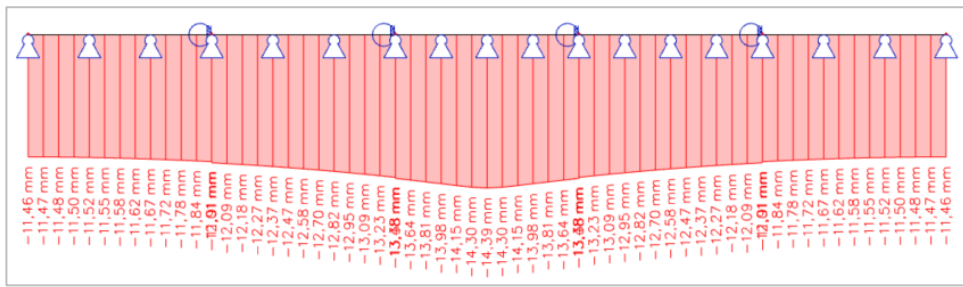
b)

Figuur 77: Verschil tussen niet-lineaire functie met a) één tak; b) twee takken ($u=5$ mm)

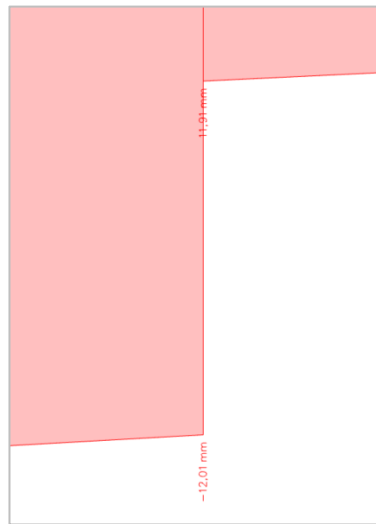
Een belangrijk aandachtspunt bij het modelleren van deze krimpseur is de grootteorde van de ingevoerde krimpseur. Aangezien het hier gaat om een beperkt volume aan voegspecie is ook de grootte van de krimpseur beperkt. Tijdens de modellering in SCIA zijn er in eerste instantie grote afwijkingen merkbaar wanneer er een u -waarde kleiner dan 1 mm wordt ingegeven. De software is namelijk ontworpen voor het modelleren van grote constructies waarbij zeer kleine verplaatsingen zoals deze geen rol spelen. Hierdoor staat de nauwkeurigheidsratio van de solver standaard ingesteld op 1. Door de nauwkeurigheidsratio te verhogen, wordt een kleinere tolerantiewaarde ingesteld wat zorgt voor een hogere nauwkeurigheid [24]. Zo zorgt een solver nauwkeurigheidsratio van 10 er voor dat alle tolerantiewaardes tienmaal kleiner moeten zijn dan de standaardwaardes. Bijkomend moet voor het bereiken van deze nauwkeurigheid een verhoging van het aantal iteraties worden doorgevoerd. Door het aanpassen van de nauwkeurigheid en het aantal iteraties wordt het voor SCIA wel mogelijk om dergelijke stijfheidsfuncties te implementeren in de analyse waardoor het probleem is verholpen. Het nadeel hiervan is dat deze instellingswijzigingen zorgen voor een aanzienlijke toename in rekentijd.

7.3 Gedrag op vloerniveau

Figuur 78 geeft de doorbuigingslijn die volgt uit een niet-lineaire analyse uitgevoerd met de stijfheidsfunctie van Figuur 76. Ter hoogte van de interne scharnieren is er telkens een 'kleine' sprong waar te nemen. Zoals zichtbaar op Figuur 79, is deze sprong gelijk aan 0,10 mm, wat dus gelijk is aan de ingevoerde verplaatsing in de stijfheidsfunctie. De verplaatsingen ter hoogte van de scharnieren zijn dus bijgevolg zeer klein ten opzichte van de totale doorbuiging. Wanneer met deze doorbuigingscurves de spreidingsfactoren worden berekend, gaat deze sprong een verwaarloosbare invloed hebben. Het PCI-manual voor het ontwerp van holle welfsels [18] geeft dezelfde conclusie. In normale omstandigheden gaat deze krimpseur dus al overwonnen worden door een zeer kleine belasting, waardoor er bij het aanbrengen van overige belastingen onmiddellijk op de eerder bepaalde lastenspreiding kan worden gerekend.



Figuur 78: Doorbuigingslijn van niet-lineaire analyse



Figuur 79: Uitvergroting van sprong in doorbuigingslijn

Op de werf bestaat de mogelijkheid dat water wordt toegevoegd om de verwerkbaarheid te verhogen. Dit is in principe verboden, maar indien het toch gebeurt, verhoogt hierdoor de w/c- factor van de voegvulling, wat ook het risico op krimp verhoogt.

8 Conclusie

Het hoofddoel van deze masterthesis bestond eruit om op basis van EEM-modellen een rekenmethode te ontwikkelen die het mogelijk maakt om met enkele eenvoudige berekeningen een goede inschatting te maken van de optredende doorbuigingen, momenten en reactiekrachten. De huidige manier van modelleren resulteert in een overschatting van de vervormingen in het vloerveld met 40% of meer in vergelijking met experimentele data. Ondanks deze overschatting is de relatieve verhouding van de resultaten uit een EEM-analyse en experimentele resultaten wel gelijk, wat wil zeggen dat een commerciële EEM-software gebruikt kan worden voor het analyseren van de lastenspreiding. De gebruikte softwarepakketten SCIA Engineer en Buildsoft Diamonds bekomen dezelfde resultaten waardoor de resultaten onafhankelijk zijn van de toegepaste software. Een vergelijking van de plaattheorie van Kirchhoff met de plaattheorie van Mindlin toont aan dat de plaattheorie van Kirchhoff de beste resultaten geeft voor de modellering van holle welfsels. Een belangrijke opmerking blijft dat een EEM-model slechts een benadering is van de werkelijkheid. Het modelleren van grote openingen gemaakt met raveelijzers is in het kader van deze thesis niet verder onderzocht aangezien het met eenvoudige modellen niet mogelijk is om de juiste randvoorwaarden te definiëren.

De optredende lastenspreiding voor de momenten en doorbuigingen (α -factoren) is afhankelijk van de grootte van het beschouwde vloerveld. Door de lineariteit in het EEM-model treedt er een oneindige spreiding op. Het werkelijk aantal elementen dat meewerkt kan niet eenduidig worden bepaald waardoor de spreidingsbreedte beperkt is tot vijf welfsels. Indien een belasting aangrijpt tussen de rand en het midden van het vloerveld wordt de optredende spreiding bepaald door lineaire interpolatie. De interpolatiemethode zoals beschreven in de NBN EN 1168 geeft echter resultaten die afwijken van de resultaten bekomen met de EEM-modellen. Belastingen tussen het midden van de overspanning en de opleg van de welfsels vertonen dezelfde spreiding als centrische lasten. De afstand tot de opleg heeft bijgevolg geen invloed op de waarde van de optredende spreiding voor momenten en doorbuigingen.

De afstand tot de opleg beïnvloedt wel de waarde van de optredende reactiekrachten. Hoe dichter een belasting bij de opleg staat hoe groter de reactiekracht in deze opleg is. Doordat er bij plaalementen een dwarse spreiding optreedt ontstaat er een niet-lineariteit die afhangt van de afstand tot de opleg. Er is vastgesteld dat voor belastingen op het middelste en buitenste element er respectievelijk een zone van ± 3 m en ± 4 m is waarin deze niet-lineariteit optreedt. Deze niet-lineariteit is beschreven op basis van β -factoren waarin wel een onderscheid is gemaakt voor punt- en lijnlasten. Op basis van deze β -factoren is het mogelijk om een goede inschatting van de optredende reactiekrachten te maken waarna ook de dwarskrachtenlijn kan worden afgeleid. Door het in rekening brengen van deze niet-lineariteit met de β -factor ontstaat er een onevenwicht in het dwarskrachtverloop voor elementen waar de belastingen dicht bij de oplegzone aangrijpen. De oorzaak van dit onevenwicht kon binnen deze masterthesis niet worden gevonden en vergt verder onderzoek.

In de NBN EN 1168 wordt er geen onderscheid gemaakt tussen enerzijds momenten en doorbuigingen en anderzijds reactiekrachten waardoor het ook niet duidelijk is of de methode van de NBN EN 1168 wel toepasbaar is. Door de methode van de NBN EN 1168 toe te passen wordt er, in vergelijking met de EEM-analyses, steeds een overschatting van het belaste element gemaakt en een onderschatting

van de niet-belaste elementen. Met deze methode van de NBN EN 1168 wordt wel een gelijkaardig verloop bekomen als de curves van de β -factoren.

Op basis van de α -factoren, de β -factoren en het toepassen van superpositie is het mogelijk om met een 'eenvoudige' handberekening een goede benadering van de optredende doorbuigingen, momenten en reactiekrachten in een vloerveld te bekomen. Een vergelijking van deze handberekeningen met de resultaten uit de EEM-modellen toont aan dat de resultaten een goede benadering zijn. Het bepalen van de spreidingsfactoren neemt behoorlijk wat tijd in beslag, maar de methode is vrij eenvoudig en repetitief wat het automatiseren van deze stap mogelijk maakt. In de praktijk komen vloervelden en de bijbehorende belastingen niet altijd overeen met die uit de beschreven methode. Zo kan er een schuine oplegging of schuine belasting aanwezig zijn en bevat een vloerveld in de meeste gevallen openingen. Om zo'n situatie te analyseren/berekenen, wordt er een vereenvoudiging doorgevoerd waardoor er een situatie wordt bekomen die wel eenvoudig kan worden berekend. Zéér complexe vloervelden worden het beste met een EEM-modellering geanalyseerd aangezien er anders te veel aannames nodig zijn en de berekening te omslachtig wordt, waardoor ze niet meer efficiënt is tegenover een modellering. Aandachtspunten bij het modelleren van welfsels zijn beschreven in sectie 3.4

Afhankelijk van de toegepaste voegvulling treedt er betonkrimp op in de langsvoegen. Deze krimp zorgt voor een krimpscheur tussen de voegvulling en de welfsels. Hierdoor moet er eerst een verplaatsing worden overwonnen vooraleer er op lastenspreiding wordt gerekend. Aangezien de grootte van de langsvoeg beperkt is, is ook het volume aan voegvulling beperkt. Hierdoor is ook de krimpscheurbreedte beperkt. Bijgevolg is de invloed van deze krimpscheur zeer beperkt waardoor de krimp in de langsvoegen weinig tot geen invloed heeft. De optredende krimp wordt daarom verwaarloosd in de berekening.

Tijdens deze thesis was vooral het gebrek aan experimentele data een probleem voor de verificatie van de EEM-modellen. De beschikbare tijd voor het uitvoeren van grootschalige proeven in het labo was gedurende dit onderzoek niet beschikbaar. Hierdoor is er vervolgonderzoek nodig waarin experimenten worden uitgevoerd op volwaardige vloervelden bestaande uit holle welfsels voorzien van de nodige meetapparatuur. Door deze experimenten vervolgens terug te koppelen naar EEM-modelleringen en door effectieve stijfheidstermen van zowel de welfsels als de voegen te bepalen wordt het mogelijk om een gedetailleerd model op te stellen dat dichter aanleunt bij de werkelijkheid.

Literatuurlijst

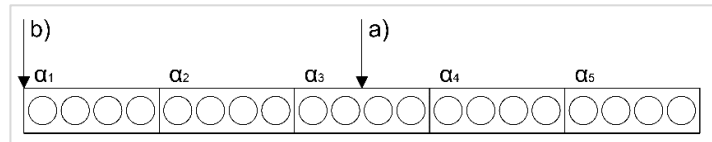
- [1] N. Corstjens, B. Bynens en K. Geuens, „Transverse load distribution factors in hollow-core floors: comparison between the NBN EN 1168 standard and finite element models,” Universiteit Hasselt, 2021.
- [2] „NBN EN1168 Geprefabriceerde betonproducten - Holle vloerplaten,” Bureau voor Normalisatie, Brussel, 2011.
- [3] „BuildSoft Support,” BuildSoft, [Online]. Beschikbaar: <https://buildsoftsupport.com/>. [Geraadpleeg op 22 december 2021].
- [4] „SCIA Support,” Nemetschek, [Online]. Beschikbaar: <https://www.scia.net/nl/support>. [Geraadpleeg op 5 april 2022].
- [5] „Hollowcore Floors & Concrete Products - Bison Precast Flooring,” Bison Precast, [Online]. Beschikbaar: <https://www.bison.co.uk/products/hollowcore-floors/>. [Geraadpleeg op 22 december 2021].
- [6] Livios, „Betonnen welfsels,” [Online]. Beschikbaar: <https://www.livios.be/nl/bouwinformatie/ruwbouw/fundering-en-kelder/welfsels/betonnen-welfsels/>. [Geraadpleeg op 4 november 2021].
- [7] „Echo Precast Engineering,” [Online]. Beschikbaar: <https://www.echoprecast.com/nl/>. [Geraadpleeg op 12 mei 2022].
- [8] „Prensoland,” [Online]. Beschikbaar: <https://www.prensoland.com/>. [Geraadpleeg op 16 mei 2022].
- [9] J. F. Stanton, „Response of Hollow-Core Slab,” University of Washington, July-August 1992.
- [10] M. Pajari, „Pure torsion tests on single hollow core slabs,” 2004.
- [11] S. Jong-Young, E. Kim S, L. Ho en K. Hyo-Gyoung, „Load Distribution Factors for Hollow Core Slabs with,” 2009.
- [12] „NBN EN 1992: Eurocode 2 : Ontwerp en berekening van betonconstructies,” 2005.
- [13] D. Wit en S. Mateusz, „Composite action of precast hollow core slabs,” Cracow University of Technology, 2015.
- [14] M. Mohamad, I. Ibrahim, R. Abdullah, A. A. Rahman, A. Kueh en J. USMAN, „Friction and cohesion coefficients of composite concrete-to-concrete,” 2014.
- [15] I. S. Ibrahim, K. S. Elliott en S. Copeland, „Bending capacity of precast prestressed hollow core slabs,” *Malaysian Journal of Civil Engineering*, vol. 2008, pp. 260-283, 2008.
- [16] C. E.-I. d. beton, „CEB-FIP Model Code 1990,” Thomas Thelford.
- [17] P. Hoogenboom, „Analysis of hollow-core slab floors,” Delft University, 2005.
- [18] L. Span, „Grote openingen in kanaalplaatvloeren,” Technische Universiteit Delft, 2002.
- [19] I. Nemeč, V. Kolar, I. Sevcik, V. Zbynek, J. Blauwerdraad en J. Bucek, „Finite element analysis of structures” 2010.
- [20] SCIA nv, „Advanced concept training FEM,” 2015.
- [21] J. Zajač, L. Drobiec, R. Jasiński, M. Wieczorek, W. Mazur, K. Grzyb en A. Kisiolek, „The Behaviour of Half-Slabs and Hollow-Core Slab in Four-Edge Supported Conditions,” *Applied Sciences*, pp. 1-28, 4 november 2021.
- [22] K. Verhoeven, „Krimp in jong verhardend beton,” J.P. Jacobs, Brussel, 2001.
- [23] „Ftool - A Graphical-Interactive Program for Teaching Structural Behavior,” [Online]. Beschikbaar: <https://www.ftool.com.br/Ftool/>. [Geraadpleeg op 2 maart 2022].
- [24] „Hoe kan u de solver nauwkeurigheid wijzigen?,” SCIA Engineer, [Online]. Beschikbaar: <https://www.scia.net/nl/support/faq/calculation-non-linear-dynamics/hoe-kunt-u-de-solver-nauwkeurigheid-wijzigen>. [Geraadpleeg op 12 april 2022].

Bijlagenlijst

Bijlage 1: Exacte spreidingsfactoren (α -factoren).....	105
Bijlage 2: Exacte reactiekrachtfactoren (β -factoren).....	109

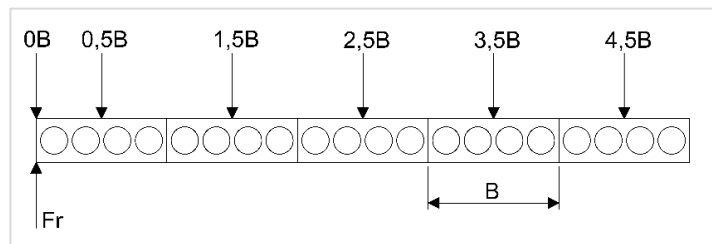
Bijlage 1: Exacte spreidingsfactoren (α -factoren)

De waarde van de lastenspreidingsfactoren α_i variëren naargelang de locatie waar de belasting aangrijpt (in dwarse zin). Figuur 1.1 geeft de twee uiterste gevallen weer, voor beide gevallen zijn de spreidingsfactoren weergegeven in Figuur 1.3 en 1.4. De exacte waarden zijn respectievelijk weergegeven in Tabel 1.1 en 1.2



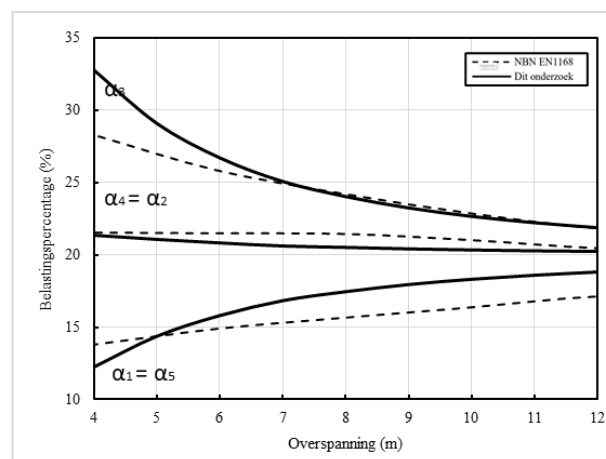
Figuur B1.1: a) een belasting op het middelste element en b) een belasting op de rand van het vloerveld

De reactiekracht ($F_r = k \cdot F$) in een lateraal steunpunt (indien aanwezig) wordt uitgedrukt in functie van de spreidingsfactor k . De waarde van k varieert naargelang de afstand tussen de belasting en het desbetreffende steunpunt. Figuur 1.2 geeft de verschillende geanalyseerde locaties weer van $0B$ tot $4,5B$. Voor voorgaande gevallen zijn de spreidingsfactoren weergegeven in Figuur 1.5. De exacte waarden zijn weergegeven in Tabel 1.3



Figuur B1.2: a) Schematisering van de spreidingsfactor k

Spreidingsfactoren voor een belasting op het middelste element:

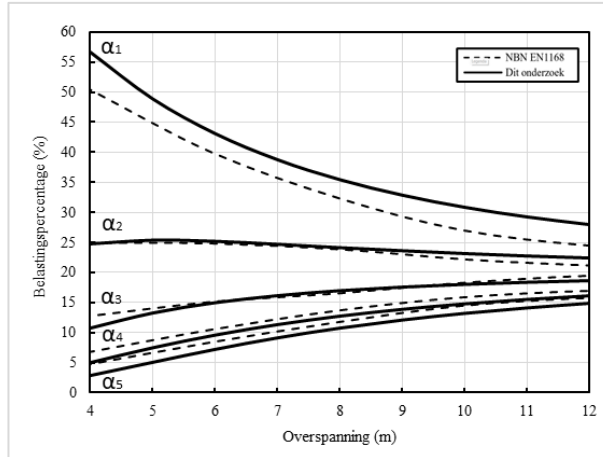


Figuur B1.3: Spreidingsfactoren voor een belasting op het middelste element (%)

Tabel B1.1: Exacte waarden van de spreidingsfactoren voor een belasting op het middelste element (%)

	Overspanning								
	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	11 m	12 m
α_1	12,3	14,4	15,8	16,8	17,5	17,9	18,3	18,6	18,8
α_2	21,3	21,1	20,8	20,6	20,5	20,4	20,4	20,3	20,3
α_3	32,8	29,1	26,7	25,1	24,0	23,2	22,7	22,2	21,9
α_4	21,3	21,1	20,8	20,6	20,5	20,4	20,4	20,3	20,3
α_5	12,3	14,4	15,8	16,8	17,5	17,9	18,3	18,6	18,8

Spreidingsfactoren voor een belasting op de rand van het vloerveld:

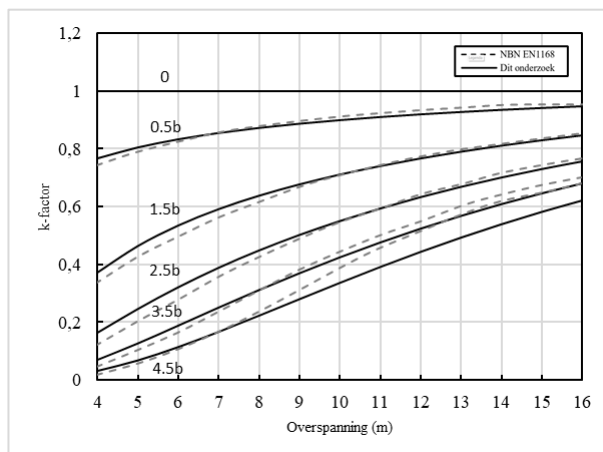


Figuur B1.4: Spreidingsfactoren voor een belasting op de rand van een vloerveld (%)

Tabel B1.2: Exacte waarden van de spreidingsfactoren voor een belasting op de rand van een vloerveld (%)

	Overspanning								
	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	11 m	12 m
α_1	56,7	48,9	43,1	38,8	35,4	32,9	30,9	29,3	28,0
α_2	24,7	25,3	25,1	24,6	24,1	23,6	23,1	22,7	22,4
α_3	10,8	13,3	15,0	16,1	16,9	17,5	18,0	18,3	18,5
α_4	5,0	7,5	9,6	11,3	12,7	13,9	14,8	15,5	16,1
α_5	2,9	5,1	7,2	9,2	10,8	12,2	13,3	14,2	15,0

Spreidingsfactor k voor belastingen van 0B tot 4,5B:



Figuur B1.5: Spreidingsfactor k voor belastingen van 0B tot 4,5B

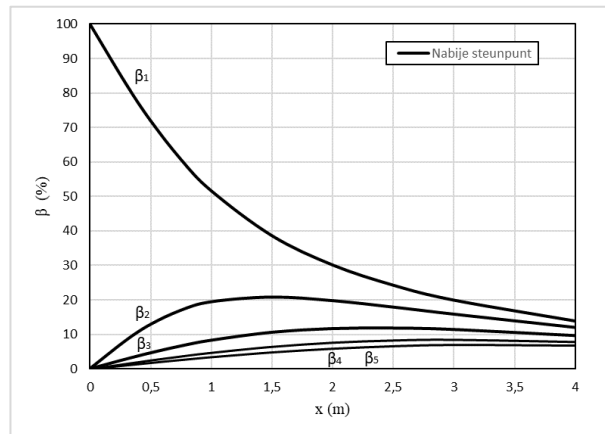
Tabel B1.3: Exacte waarden van de spreidingsfactor k

	Overspanning												
	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	11 m	12 m	13 m	14 m	15 m	16 m
0B	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,5B	0,76	0,80	0,83	0,86	0,87	0,89	0,90	0,91	0,92	0,93	0,94	0,94	0,95
1,5B	0,37	0,46	0,53	0,59	0,64	0,68	0,71	0,74	0,77	0,79	0,81	0,83	0,85
2,5B	0,16	0,24	0,32	0,39	0,45	0,50	0,55	0,59	0,63	0,67	0,70	0,73	0,76
3,5B	0,07	0,13	0,19	0,25	0,31	0,37	0,42	0,47	0,52	0,57	0,61	0,65	0,68
4,5B	0,03	0,07	0,11	0,17	0,22	0,28	0,33	0,39	0,44	0,49	0,54	0,58	0,62

Bijlage 2: Exacte reactiekrachtfactoren (β -factoren)

Deze bijlage geeft een algemene samenvatting van de β -factoren voor het bepalen van de reactiekrachten. Het gebruik van indexen in deze bijlage is afgestemd op Figuur 2.4, 2.5 en 2.6. Meer informatie rond te toepassing en bepaling van deze factoren is beschreven in hoofdstuk 5.

Reactiekrachtfactoren β_i en $\beta_{i,lin}$ voor belastingen op HC1:



Figuur B2.1: β -factoren voor een puntlast op HC1

Tabel B2.1: Exacte waarden van de β -factoren voor een puntlast op HC1

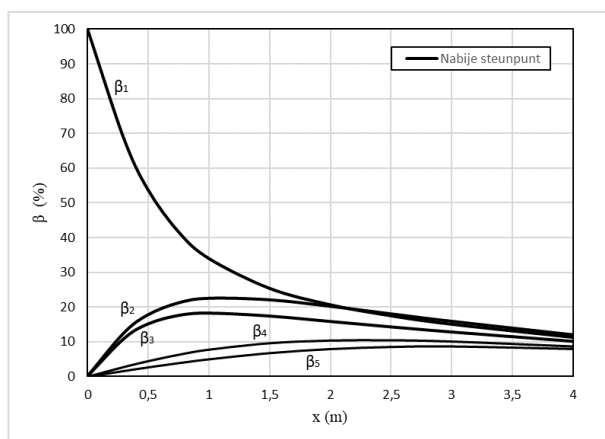
Afstand tot steunpunt (m)	4,00	3,50	3,00	2,50	2,00	1,50	1,00	0,75	0,50	0,30	0,25
β_1 (%)	10,0	16,9	19,9	24,2	30,1	38,6	51,6	60,7	72,0	84,8	100,0
β_2 (%)	10,0	13,9	15,9	18,0	19,9	20,9	19,5	17,1	12,9	7,5	0,0
β_3 (%)	10,0	10,5	11,4	11,9	11,7	10,6	8,3	6,7	4,6	2,5	0,0
β_4 (%)	10,0	8,1	8,4	8,2	7,5	6,4	4,6	3,6	2,5	1,3	0,0
β_5 (%)	10,0	6,9	6,9	6,5	5,8	4,8	3,4	2,6	1,8	0,9	0,0

Tabel B2.2: Exacte waarden van de β_{lin} -factoren voor een lijnlast in de invloedzone van HC1

x - afstand vanaf begin invloedzone (m)	Belasting op HC1				
	$\beta_{1,lin}$ (%)	$\beta_{2,lin}$ (%)	$\beta_{3,lin}$ (%)	$\beta_{4,lin}$ (%)	$\beta_{5,lin}$ (%)
4,00	152,7	65,1	37,4	24,9	19,9
3,75	129,7	64,1	37,1	24,7	19,7
3,50	110,3	61,5	36,2	24,3	19,4
3,25	93,8	57,6	34,7	23,5	18,9
3,00	79,8	53,0	32,8	22,5	18,1
2,75	67,8	48,0	30,6	21,2	17,2
2,50	57,5	42,7	28,1	19,7	16,0
2,25	48,6	37,5	25,3	18,0	14,8
2,00	40,7	32,3	22,4	16,2	13,4
1,75	33,7	27,4	19,4	14,3	11,9

1,50	27,5	22,7	16,4	12,3	10,3
1,25	21,8	18,2	13,4	10,2	8,6
1,00	16,6	14,1	10,5	8,1	6,9
0,75	11,9	10,2	7,7	6,0	5,2
0,50	7,5	6,6	5,0	4,0	3,4
0,25	3,6	3,2	2,5	2,0	1,7
0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Reactiekrachtfactoren β_i en $\beta_{i,lin}$ voor belastingen op HC2:



Figuur B2.2: β -factoren voor een puntlast op HC2

Tabel B2.3: Exacte waarden van de β -factoren voor een puntlast op HC2

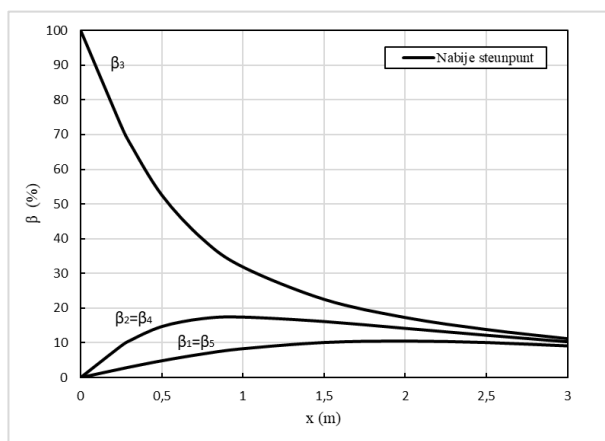
Afstand tot steunpunt (m)	4,00	3,50	3,00	2,50	2,00	1,50	1,00	0,75	0,50	0,30	0,25
β_1 (%)	10,0	13,5	15,9	18,0	20,2	22,1	22,5	21,2	17,8	11,0	0,0
β_2 (%)	10,0	13,7	15,1	17,6	20,7	25,4	34,0	41,7	53,7	72,5	100,0
β_3 (%)	10,0	10,9	12,8	14,3	15,8	17,4	18,3	17,6	15,1	9,6	0,0
β_4 (%)	10,0	3,4	10,1	10,5	10,4	9,7	7,8	6,3	4,5	2,4	0,0
β_5 (%)	10,0	8,3	8,6	8,4	7,8	6,7	4,9	3,8	2,6	1,4	0,0

Tabel B2.4: Exacte waarden van de β_{lin} -factoren voor een lijnlast in de invloedzone van HC2

x - afstand vanaf begin invloedzone (m)	Belasting op HC2				
	$\beta_{1,lin}$ (%)	$\beta_{2,lin}$ (%)	$\beta_{3,lin}$ (%)	$\beta_{4,lin}$ (%)	$\beta_{5,lin}$ (%)
4,00	69,2	115,3	55,9	33,8	25,8
3,75	67,7	93,9	54,6	33,5	25,6
3,50	64,0	78,3	51,4	32,6	25,1
3,25	59,1	66,4	47,3	31,2	24,3
3,00	53,6	57,0	42,8	29,5	23,2
2,75	47,9	49,3	38,2	27,4	21,9
2,50	42,3	42,5	33,7	25,1	20,3
2,25	36,9	36,5	29,5	22,6	18,5
2,00	31,7	31,1	25,4	20,0	16,6
1,75	26,8	26,1	21,6	17,3	14,6

1,50	22,2	21,6	17,9	14,6	12,5
1,25	17,8	17,4	14,4	12,0	10,4
1,00	13,7	13,5	11,1	9,4	8,3
0,75	9,8	9,8	8,0	6,9	6,1
0,50	6,3	6,4	5,2	4,5	4,0
0,25	3,0	3,0	2,5	2,2	2,0
0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Reactiekrachtfactoren β_i en $\beta_{i,lin}$ voor belastingen op HC3:



Figuur B2.3: β -factoren voor een puntlast op HC3

Tabel B2.5: Exacte waarden van de β -factoren voor een puntlast op HC3

Afstand tot steunpunt (m)	3,00	2,50	2,00	1,50	1,00	0,75	0,50	0,25	0,00
β_1 (%)	10,0	10,1	10,5	10,1	8,3	6,8	4,8	2,5	0,00
β_2 (%)	10,0	12,2	14,2	16,1	17,4	17,0	14,7	9,1	0,00
β_3 (%)	10,0	13,8	17,2	22,5	31,8	39,9	52,5	72,4	100,00
β_4 (%)	10,0	12,2	14,2	16,1	17,4	17,0	14,7	9,1	0,00
β_5 (%)	10,0	10,1	10,5	10,1	8,3	6,8	4,8	2,5	0,00

Tabel B2.6: Exacte waarden van de β_{lin} -factoren voor een lijnlast in de invloedzone van HC3

x - afstand vanaf begin invloedzone (m)	Belasting op HC3				
	$\beta_{1,lin}$ (%)	$\beta_{2,lin}$ (%)	$\beta_{3,lin}$ (%)	$\beta_{4,lin}$ (%)	$\beta_{5,lin}$ (%)
3,00	24,6	40,8	94,0	40,8	24,6
2,75	24,3	39,6	72,7	39,6	24,3
2,50	23,3	36,6	57,2	36,6	23,3
2,25	21,9	32,6	45,7	32,6	21,9
2,00	20,0	28,2	36,9	28,2	20,0
1,75	17,7	23,9	29,7	23,9	17,7
1,50	15,3	19,7	23,7	19,7	15,3
1,25	12,7	15,8	18,5	15,8	12,7
1,00	10,0	12,3	13,8	12,3	10,0
0,75	7,4	8,9	9,6	8,9	7,4

0,50	4,8	5,7	6,0	5,7	4,8
0,25	2,3	2,7	2,9	2,7	2,3
0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Formules nodig voor het berekenen van de reactiekrachten:

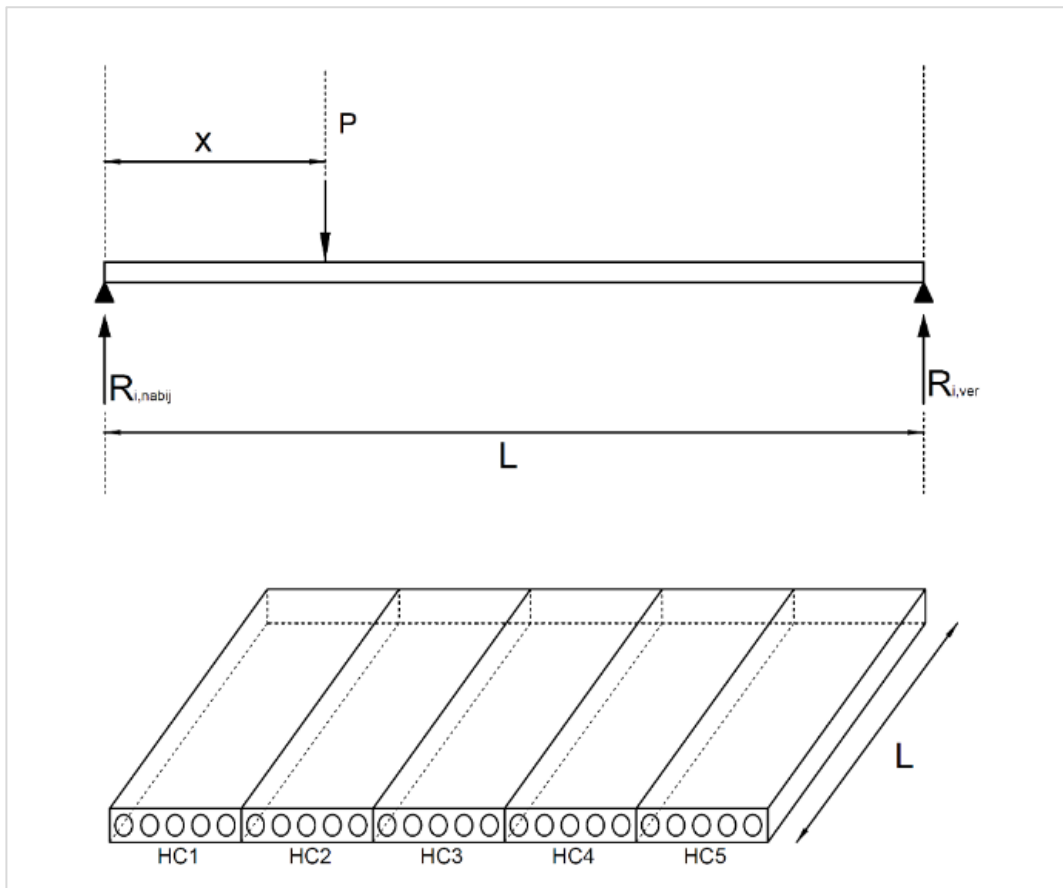
Voor een puntlast:

$$R_{i,nabij} = \frac{\beta_i(x) \cdot P}{100\%}$$

waarin: $\beta_i(x)$ bepaald is uit Tabel 1, Tabel 3 of Tabel 5;
 P de opgelegde puntlast is.

$$R_{i,ver} = P \cdot \frac{\beta_i(L/2)}{100\%} \cdot \frac{x}{L/2}$$

waarin: $\beta_i(L/2)$ bepaald is uit Tabel 1, Tabel 3 of Tabel 5;
 P de opgelegde puntlast is;
 L de overspanning is.



Figuur B2.4: Schematische weergave berekening reactiekracht ten gevolge van een puntlast

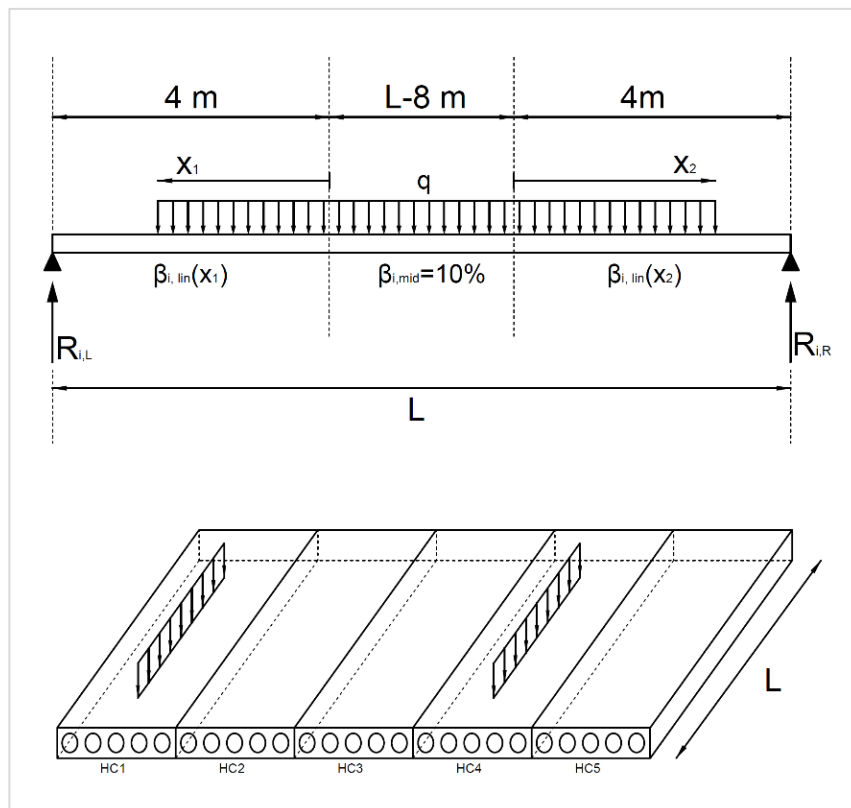
Voor een lijnlast:

$$R_{i,L} = \frac{\beta_{i,\text{lin}}(x_1)}{100\%} \cdot q + \frac{10\%}{100\%} \cdot q \cdot (L - 2 \cdot l_{\text{invl.}}) + q \cdot x_2 \cdot \frac{\beta_i\left(\frac{L}{2}\right)}{100\%} \cdot \frac{(l_{\text{invl.}} - \frac{x_2}{2})}{L/2}$$

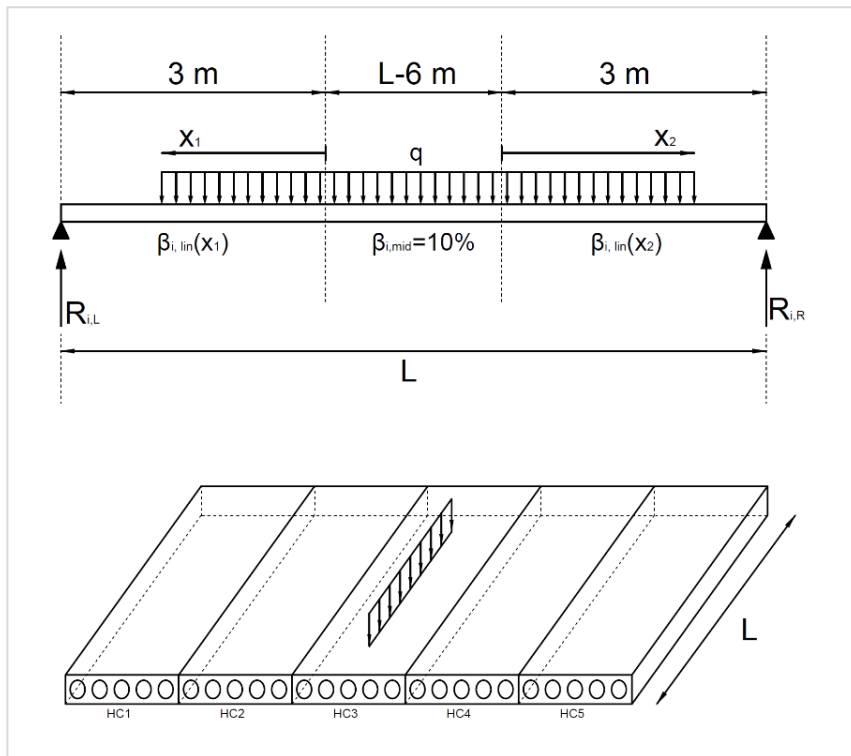
waarin: $\beta_{i,\text{lin}}(x_1)$ bepaald is uit Tabel 2, Tabel 4 of Tabel 6;
 x_1 de lengte van de lijnlast in invloedzone 1;
 x_2 de lengte van de lijnlast in invloedzone 2;
 q de waarde van opgelegde lijnlast is;
 L de overspanning van het vloerveld is;
 $\beta_i(L/2)$ bepaald is uit Tabel 1, Tabel 3 of Tabel 5;
 $l_{\text{invl.}}$ de invloedlengte is, voor een belasting op HC1 of HC2 is deze; gelijk aan 4 m, voor een belasting op HC3 is deze gelijk aan 3 m.

$$R_{i,R} = \frac{\beta_{i,\text{lin}}(x_2)}{100\%} \cdot q + \frac{10\%}{100\%} \cdot q \cdot (L - 2 \cdot l_{\text{invl.}}) + q \cdot x_1 \cdot \frac{\beta_i(L/2)}{100\%} \cdot \frac{(l_{\text{invl.}} - x_1/2)}{L/2}$$

waarin: $\beta_{i,\text{lin}}(x_1)$ bepaald is uit Tabel 2, Tabel 4 of Tabel 6;
 x_1 de lengte van de lijnlast in invloedzone 1;
 x_2 de lengte van de lijnlast in invloedzone 2;
 q de waarde van opgelegde lijnlast is;
 L de overspanning van het vloerveld is;
 $\beta_i(L/2)$ bepaald is uit Tabel 1, Tabel 3 of Tabel 5;
 $l_{\text{invl.}}$ de invloedlengte is, voor een belasting op HC1 of HC2 is deze; gelijk aan 4 m, voor een belasting op HC3 is deze gelijk aan 3 m.



Figuur B2.4: Schematische weergave berekening reactiekracht ten gevolge van een lijnlast op HC1/HC2



Figuur B2.5: Schematische weergave berekening reactiekracht ten gevolge van een lijnlast op HC3