

# Dwarse lastverdeling bij holle welfsels: bepaling van doorbuigingen, momenten en reactiekrachten

Neel Corstjens

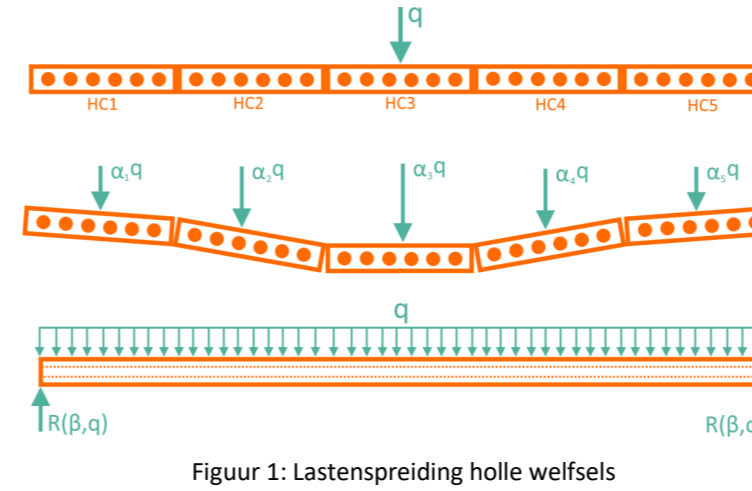
Master IIW bouwkunde

Stef Smolders

Master IIW bouwkunde

## 1. INTRODUCTIE

Deze masterproef onderzoekt de **dwarse lastenspreiding** (Figuur 1) van punt- en lijnlasten in een vloerveld opgebouwd uit **holle welfsels**. Het doel is om op basis van **eindig-elementenmodellering** (EEM-modellering) een **rekenmethode** te ontwikkelen die het mogelijk maakt om met een eenvoudige berekening een goede inschatting te maken van de optredende **momenten**, **doorbuigingen** en **reactiekrachten**. De bekomen resultaten werden vergeleken met de resultaten die voortvloeien uit de werkwijze beschreven in de **NBN EN 1168** [1], het referentiedocument voor het ontwerp van holle welfsels. Ook is onderzocht wat de invloed is van betonkrimp in de langsvoeegen op de lastenspreiding.

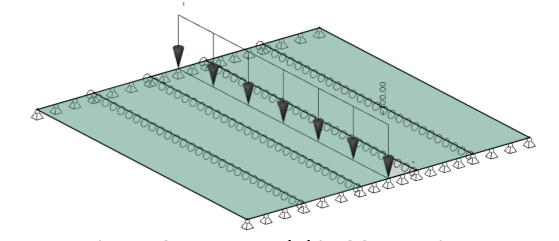


Figuur 1: Lastenspreiding holle welfsels

## 2. EEM-MODELLERING

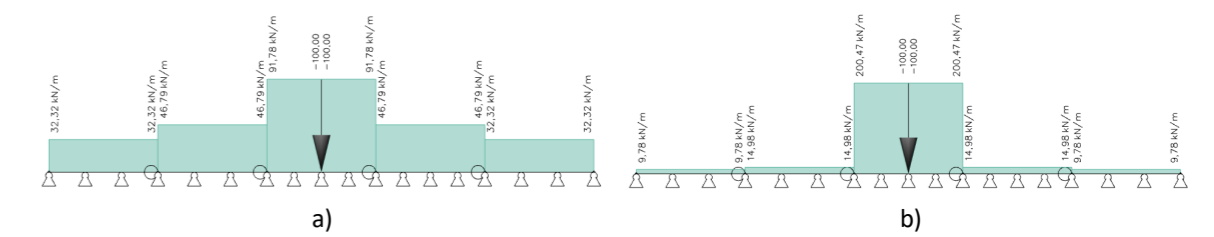
Voor de modellering van holle welfsels is er gebruik gemaakt van twee softwarepakketten: **Buildsoft Diamonds** [2] en **SCIA Engineer** [3]. Beide softwarepakketten zijn met een identiek EEM-model (Figuur 2) met elkaar vergeleken. Er werd een vergelijking gedaan van de bekomen:

- doorbuigingen,
- momenten,
- reactiekrachten,
- toegepaste plaattheorie.



Figuur 2: EEM-model in SCIA Engineer

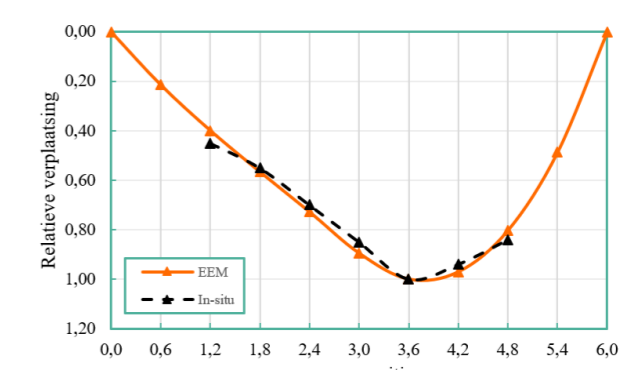
De doorbuigingen, momenten en reactiekrachten zijn **onafhankelijk van de toegepaste software**, maar **afhankelijk van de gekozen plaattheorie** (Kirchhoff of Mindlin). Figuur 3 toont dat de theorie van Mindlin resulteert in een mindere spreiding van reactiekrachten. Aangezien deze theorie ontwikkeld is voor dikke platen, is de theorie van **Kirchhoff** toegepast voor de analyses.



Figuur 3: Verschil in reactiekrachten tussen a) Kirchhoff plaattheorie en b) Mindlin plaattheorie

De resultaten zijn **vergeleken met het werkelijke doorbuigingsgedrag** van een vloerveld van eerder uitgevoerde in-situ proeven [4]. Uit de analyse bleek dat een EEM-modellering van een vloerveld leidt tot:

- een overschatting van de absolute doorbuiging met **40%** tegenover de werkelijke doorbuiging;
- een goede overeenstemming van de relatieve doorbuiging ( $\delta/\delta_{max}$ ), zoals zichtbaar in Figuur 4.



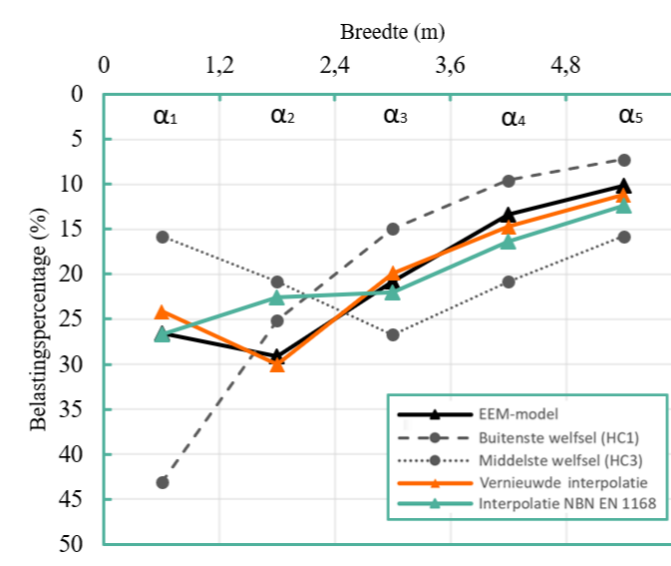
Figuur 4: Vergelijking EEM-modellering met in-situ proeven

## 3a. MOMENTEN EN DOORBUIGINGEN

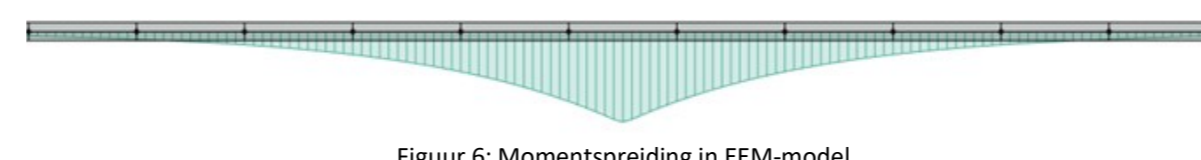
De lineariteit in het EEM-model zorgt voor een **oneindige spreiding** (Figuur 6). Aangezien dit in werkelijkheid niet het geval is, is een lastenspreiding over **vijf welfsels** aangenomen. De spreidingsfactoren (**α-factoren**) zijn bepaald voor belastingen op het middelste welfsel en op het randwelfsel. Deze spreidingsfactoren zijn **identiek voor momenten en doorbuigingen**.

De spreidingsfactoren voor een belasting op het tweede welfsel ( $\alpha_2$ ) worden bepaald met een **vernieuwde interpolatiemethode**, welke een betere benadering geeft dan de methodiek van de NBN EN1168 (Figuur 5).

Het soort belasting (punt- of lijnlast), de lengte van de lijnlast en de locatie van de belasting in longitudinale richting hebben **geen invloed** op spreidingsfactoren voor de bepaling van momenten en doorbuigingen.



Figuur 5: Vergelijking interpolatiemethodes



Figuur 6: Momentspreiding in EEM-model

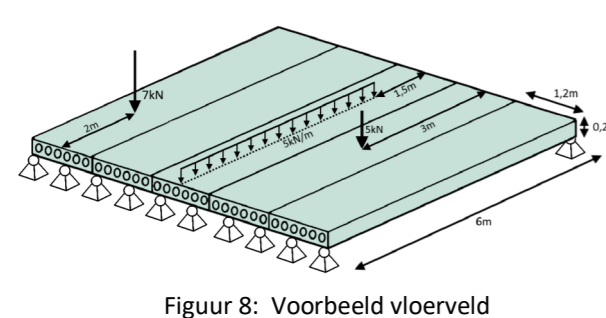
## 4. REKENMETHODE

Met de algemene rekenmethode kunnen de optredende momenten, doorbuigingen en reactiekrachten in een vloerveld worden berekend. Het principe is voor iedere belasting hetzelfde, wat **superpositie** mogelijk maakt. De methode bestaat uit volgende stappen:

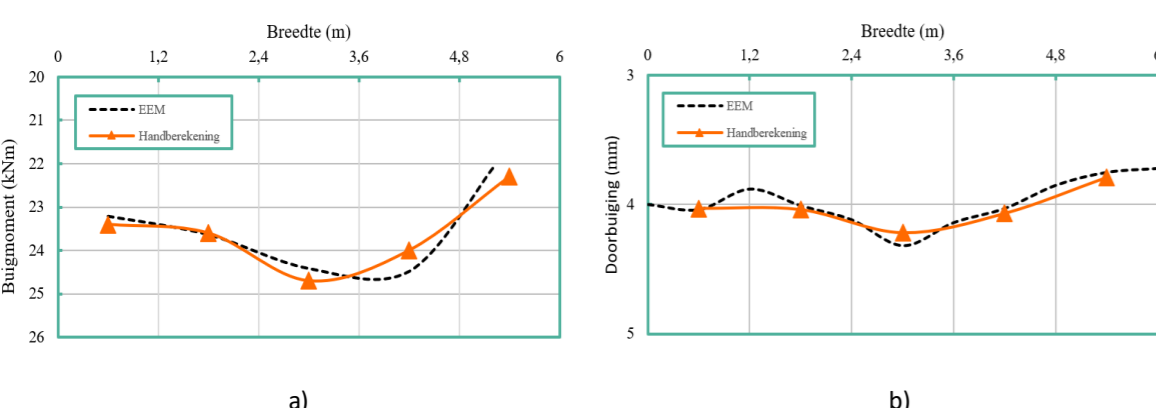
- 1) Bepalen van de nodige spreidingsfactoren ( $\alpha_i$  en  $\beta_i$ )
- 2) Bepalen van de equivalente belastingen ( $\alpha_i \cdot q$  en  $\beta_i \cdot q$ )
- 3) Berekening van momenten en doorbuigingen d.m.v. de balkentheorie
- 4) Berekenen van de reactiekrachten

Deze methode is toegepast op het vloerveld in Figuur 8 waaruit de resultaten in Figuur 9 en Tabel 1 zijn bekomen. Tussen de resultaten en het EEM-model is duidelijk een **goede overeenstemming** zichtbaar.

	Berekend (kN)	EEM (kN)	Afwijking (%)
HC1	15,40	15,03	2,5
HC2	15,56	15,36	1,3
HC3	17,76	17,63	0,7
HC4	14,89	14,77	0,8
	14,00	13,80	1,4



Figuur 8: Voorbeeld vloerveld



Figuur 9: Berekende a) momenten en b) doorbuigingen in het midden van de overspanning

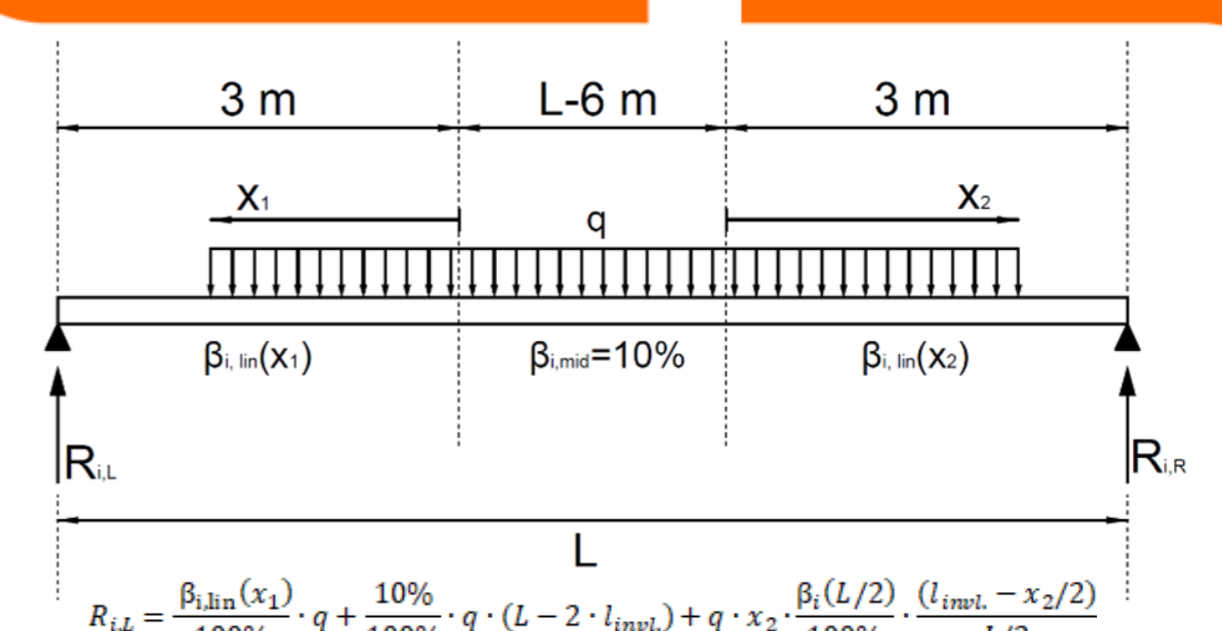
Door het beperkte volume aan voegvulling in de langsvoeegen is de **krimpscheur verwaarloosbaar** in vergelijking met de globale vervormingen van het vloerveld. Betonkrimp heeft bijgevolg geen invloed op de krachtswerking van het vloerveld en wordt hierdoor niet opgenomen in de rekenmethode.

## 3b. REACTIEKRACHTEN

Uit de analyses blijkt dat de optredende spreiding van **reactiekrachten** niet overeenstemt met deze van momenten en doorbuigingen ( $\alpha$ -factoren). De NBN EN 1168 vermeldt daarentegen niet dat deze verschillend zijn.

Hoe kleiner de afstand  $x$  tussen de aangelegde belasting en het steunpunt, hoe minder de belasting spreidt in de buurt van de oplegging. De optredende reactiekracht per element is niet meer lineair in relatie met de afstand tot het steunpunt, zoals dat het geval is bij balken. Deze **niet-lineariteit** wordt in rekening gebracht door de introductie van een **β-factor** zichtbaar in Figuur 7.

De NBN EN 1168 brengt deze niet-lineariteit niet in rekening, wat tot een overschatting van het belaste element leidt.



$$R_{i,L} = \frac{\beta_{i,lin}(x_1)}{100\%} \cdot q + \frac{10\%}{100\%} \cdot q \cdot (L - 2 \cdot l_{emv1}) + q \cdot x_2 \cdot \frac{\beta_{i,lin}(L/2)}{100\%} \cdot \frac{(l_{emv1} - x_2/2)}{L/2}$$

Figuur 7: Bepaling reactiekracht van een lijnlast

## 5. CONCLUSIE

De optredende lastenspreiding is onafhankelijk van de toegepaste softwarepakketten Buildsoft Diamonds en SCIA Engineer. De plaattheorie van **Kirchhoff geeft de beste resultaten** voor de modellering van holle welfsels.

Indien een belasting aangrijpt op het tweede element van het vloerveld wordt de moment- en doorbuigings spreiding bepaald door **lineaire interpolatie**. De toegepaste interpolatiemethode geeft afwijkende resultaten in vergelijking met de NBN EN 1168.

De dwarse spreiding bij plaat-elementen zorgt voor een **niet-lineariteit** van de **reactiekrachten** die in verband staat met de afstand tot de opleg. Deze niet-lineariteit is beschreven op basis van **β-factoren**, die het mogelijk maken om een goede inschatting van de optredende reactiekrachten te maken.

**Betonkrimp** in de langsvoeegen heeft **geen invloed** op de lastenspreiding en wordt daardoor niet opgenomen in de berekening.

[1] „NBN EN1168 Geprefabriceerde betonproducten - Holle vloerplaten,” Bureau voor Normalisatie, Brussel, 2011.

[2] 'Diamonds'. <https://www.buildsoft.eu/nl/product/diamonds> (geraadpleegd 2 mei 2022).

[3] 'SCIA Engineer', SCIA Structural Design and Analysis Software. <https://www.scia.net/nl/software/scia-engineer> (geraadpleegd 2 mei 2022).

[4] J. Zajac, L. Drobiec, R. Jasinski, M. Wiczorek, W. Mazur, K. Grzyb en A. Kisiolek, „The Behaviour of Half-Slabs and Hollow-Core Slab in Four-Edge Supported Conditions,” Applied Sciences, pp. 1-28, 4 november 2021.