



UHASSELT

KNOWLEDGE IN ACTION

Faculteit Bedrijfseconomische Wetenschappen

master handelsingenieur

Masterthesis

Electric vehicle routing problems: hoe omspringen met beperkte batterijcapaciteit

Omar El Habti

Scriptie ingediend tot het behalen van de graad van master handelsingenieur, afstudeerrichting operationeel management en logistiek

PROMOTOR :

Prof. dr. Kris BRAEKERS

BEGELEIDER :

dr. Ruben D'HAEN



UHASSELT

KNOWLEDGE IN ACTION

www.uhasselt.be
Universiteit Hasselt
Campus Hasselt:
Martelarenlaan 42 | 3500 Hasselt
Campus Diepenbeek:
Agoralaan Gebouw D | 3590 Diepenbeek

2023
2024



Faculteit Bedrijfseconomische Wetenschappen

master handelsingenieur

Masterthesis

Electric vehicle routing problems: hoe omspringen met beperkte batterijcapaciteit

Omar El Habti

Scriptie ingediend tot het behalen van de graad van master handelsingenieur, afstudeerrichting operationeel management en logistiek

PROMOTOR :

Prof. dr. Kris BRAEKERS

BEGELEIDER :

dr. Ruben D'HAEN

Woord vooraf

Het voorliggende werk vormt het sluitstuk van mijn opleiding Handelsingenieur aan de Universiteit Hasselt, met als afstudeerrichting 'Operationeel Management en Logistiek'. Het uitwerken van deze masterproef was uitdagend, maar desalniettemin een leerrijk en boeiend proces. Daarbij zou deze masterproef niet tot stand zijn gekomen zonder de steun en begeleiding van verschillende mensen, die ik graag in dit woord vooraf wil bedanken.

Allereerst wil ik mijn promotor, prof. dr. Kris Braekers, hartelijk bedanken voor zijn deskundige begeleiding, waardevolle feedback en voortdurende steun gedurende het onderzoeksproces. Zijn expertise en kritische blik hebben een grote bijdrage geleverd aan de kwaliteit van deze masterproef. Daarnaast ben ik dr. Ruben D'Haen zeer dankbaar voor zijn nauwgezette begeleiding en adviezen, die mij geholpen hebben om mijn onderzoek naar een hoger niveau te tillen.

Mijn dank gaat ook uit naar mijn ouders, voor de onvermoeibare steun en de kans die zij mij hebben gegeven om te studeren aan de UHasselt. Hun vertrouwen en aanmoediging hebben mij de motivatie gegeven om door te zetten, zelfs in moeilijke tijden. Ik wil ook mijn broers bedanken, wiens gezelschap en steun hebben bijgedragen aan het behoud van mijn evenwicht en welzijn tijdens deze periode.

Ten slotte wil ik mijn verloofde bedanken. Haar geduld, begrip en bereidheid om mijn werk na te lezen en te voorzien van waardevolle opmerkingen hebben mij enorm geholpen.

Ik hoop dat de resultaten en inzichten die in deze masterproef worden gepresenteerd u iets bijleert.

Omar El Habti
Houthalen, juni 2024

Samenvatting

Inleiding

De klimaatverandering vormt een ernstige bedreiging voor onze planeet, met gevolgen zoals een stijgende zeespiegel en extreme weersomstandigheden. Volgens Bayar et al. (2023) zullen alle klimaatzones tegen het einde van de 21^{ste} eeuw aanzienlijk opwarmen, vooral in Europa, Noord-Amerika en Azië. Een belangrijke oorzaak van klimaatverandering is de uitstoot van broeikasgassen, waarbij de transportsector een grote rol speelt. In de VS is de transportsector verantwoordelijk voor 28% van de broeikasgasemissies en in de EU is de sector verantwoordelijk voor 30% van de emissie (Anagnostopoulou et al., 2014). De EU streeft naar een vermindering van de uitstoot met 55% tegen 2030 ten opzichte van 1990 en wil tegen 2050 het eerste klimaat-neutrale continent worden om de strijd tegen klimaatsverandering aan te gaan (Delivering the European Green Deal, 2021).

Elektrische voertuigen (EV) zijn een potentiële oplossing om de CO₂-uitstoot in de transportsector te verminderen. Bedrijven zoals DHL, UPS, FedEx en Coca-Cola gebruiken al EV voor stedelijke leveringen vanwege voordelen zoals verminderde geluidsoverlast en geen lokale uitstoot (Erdelić & Carić, 2019). Ondanks de verscheidene voordelen brengen EV ook enkele moeilijkheden met zich mee. Hieronder vallen bijvoorbeeld het lager rijbereik, dat bijna de helft van conventionele voertuigen (CV) is, en de lange oplaadbeurten die 30 minuten tot enkele uren duren. Dit zal natuurlijk invloed hebben op de manier waarop rittenplanningen worden opgesteld. Het optimalisatieprobleem dat zich bezighoudt met het bepalen van de meest optimale routes om verschillende klanten te bezoeken wordt het *vehicle routing problem* (VRP) genoemd. Wanneer deze voertuigen EV zijn wordt het probleem het *electric vehicle routing problem* (EVRP) genoemd. Bij het EVRP moet rekening worden gehouden met extra beperkingen waaronder het beperkte rijbereik en de laadbeurten. Het optimaliseren van (E)VRP kan de transportsector efficiënter maken door de bezettingsgraad van voertuigen te verhogen en de afgelegde afstand te verminderen. Dit resulteert in lagere kosten en CO₂-uitstoot (Toth & Vigo, 2014). Het EVRP is het thema dat deze masterproef zal behandelen.

Zoals eerder aangegeven, zijn er nog steeds bepaalde moeilijkheden met EV die de volledige vervanging van CV belemmeren. Veel variabelen spelen hierbij een rol. Deze masterproef richt zich op een minder vaak onderzocht aspect: de invloed van pauzes en de rij- en rusttijden van bestuurders (Küçükoğlu et al., 2021). Dit aspect kan een effect hebben op de optimale routeplanning en de competitiviteit van EV in logistieke processen. De centrale onderzoeksvraag van deze masterproef luidt dan ook: "Welk effect hebben pauzes en rij- en rusttijden op het EVRP binnen de Europese context?" Hierbij wordt specifiek gekeken naar het verschil in competitiviteit tussen EV en CV, rekening houdend met de rij- en rusttijden van de bestuurders.

Om een antwoord te formuleren wordt eerst een literatuurstudie uitgevoerd van twee onderzoeksdomeinen: het EVRP en rij- en rusttijden binnen het VRP. De literatuurstudie wordt dan gevolgd door een praktijkgedeelte waar een EVRP model opgesteld wordt dat de pauzebeperking van bestuurders integreert.

EVRP

Het eerste deel van de literatuurstudie brengt de belangrijkste literatuur omtrent het EVRP in kaart. Het hoofdstuk is opgedeeld in vier onderdelen. Het eerste onderdeel bespreekt kort de ontwikkelingen binnen de literatuur. De literatuur rond het EVRP was namelijk tot voor kort niet erg uitgebreid en is recent sterk gegroeid, met belangrijke bijdragen zoals de introductie van het probleem door Conrad en Figlizzio (2011) en het concept van speciale oplaadknooppunten door Erdoğan en Miller-Hooks (2012).

Het tweede onderdeel begint met het definiëren van het probleem. Het EVRP wordt in de literatuur beschreven als een gerichte graaf bestaande uit verschillende knooppunten die klanten, laadstations (LS) of het depot voorstellen. Het depot is het punt waaruit alle EV moeten vertrekken en eindigen. Daarnaast worden de knooppunten verbonden aan de hand van zijden. Ook enkele basisassumpties worden in dit deel beschreven waaronder het feit dat elk klantknooppunt maar door één EV bediend wordt en dat LS door meer dan één EV bezocht mogen worden en zelfs meerdere keren door hetzelfde EV. Vervolgens wordt ook de doelfunctie besproken. De doelfunctie is een (wiskundige) expressie die geoptimaliseerd moet worden om een efficiënte oplossing voor het probleem te vinden. In de literatuur zijn er veel varianten opgedoken waaronder het minimaliseren van het aantal gebruikte voertuigen, rijafstand, totale kosten, oplaadkosten, energieconsumptie, reistijd en aantal oplaadstations. Verder moet het EVRP voldoen aan bepaalde beperkingen die het probleem realistischer maken. De beperkingen die van invloed zijn op EV zijn in twee categorieën in te delen: de batterij en de LS. Met betrekking tot de batterij worden de batterijcapaciteit, het energieconsumptiemodel en de herlaadprocedure besproken. Voor de LS wordt gekeken naar beschikbare laadtechnologieën en het dupliceren van de LS aan de hand van dummy LS. Dit wordt gedaan zodanig dat meerdere bezoeken aan een LS mogelijk zijn (Erdoğan & Miller-Hooks, 2012; Felipe et al., 2014; Schneider et al., 2014). Ten slotte worden ook het gebruik van tijdvensters, de vraag van klanten, voertuigvloot en gewichtscapaciteit besproken.

Het derde onderdeel bespreekt de mogelijke oplossingsmethode om het probleem op te lossen. Oplossingsmethodes voor het VRP, en daarmee ook het EVRP, kunnen worden onderverdeeld in exacte methodes en (meta)heuristieken. Exacte methodes zoeken optimale oplossingen met wiskundige modellen, maar zijn tijdsintensief voor grote problemen, terwijl heuristieken en metaheuristieken sneller werken voor complexere scenario's, zonder optimale oplossingen te garanderen (Xiao et al., 2021; Erdelić & Carić, 2019).

In het laatste onderdeel wordt de wiskundige notatie van het EVRP besproken, met als doel inzicht te krijgen in de meest voorkomende notaties in de literatuur. Hiervoor worden vooral de studies van Küçükoğlu et al. (2021) en Thymianis et al. (2022) geraadpleegd.

Rij- en rusttijden binnen het VRP

Het tweede deel van de literatuurstudie biedt een diepgaande analyse van de rij- en rusttijden binnen het VRP context. Eerst wordt, net als bij het EVRP, de belangrijkste ontwikkelingen samengevat. Daarnaast wordt de Europese wetgeving wat betreft rij- en rusttijden uitvoerig besproken. Deze omvat voornamelijk twee wetgevingshandelingen: Regulation (EC) No. 561/2006 en Directive

2002/15/EC. Regulation (EC) No. 561/2006 beperkt de rijtijden van personen die betrokken zijn bij wegvervoer, en Directive 2002/15/EC legt beperkingen op aan de werktijden van chauffeurs (Kok et al., 2010). De belangrijkste regel die ook wordt opgenomen in het opgestelde model is het feit dat een ononderbroken rijperiode niet langer dan 4,5 u mag duren. Hierna moet een pauze van minstens 45 min worden ingepland. Daarnaast mag de dagelijkse rijtijd niet meer dan 9 u bedragen (Prescott-Gagnon et al., 2010).

Ten slotte wordt in dit hoofdstuk ook besproken hoe de beperkingen worden voorgesteld. In de literatuur zijn er twee grote stromingen te onderscheiden. Enerzijds zijn er artikels die proberen de Europese richtlijnen als beperkingen op te nemen. Kok et al. (2010), Goel (2010), Sartori (2023) en Prescott-Gagnon et al. (2010) zijn hier enkele voorbeelden van. Anderzijds zijn er artikels die een simpelere aanpak gebruiken door simpelweg een vaste pauze in de route van een voertuig te plannen binnen een bepaald interval. Dit is de methode die Coelho et al. (2016), Sahoo et al. (2005) en Buhrkal et al. (2012) bijvoorbeeld toepassen. Voor deze masterproef volstond het om de tweede werkwijze te hanteren aangezien de opgestelde routes op dagniveau geanalyseerd worden. Deze vorm van het probleem staat in de literatuur ook bekend als het *vehicle routing problem with lunch break* (VRP-LB).

Praktijkgedeelte

Voor het praktijkgedeelte van deze masterproef wordt een EVRP-LB model opgesteld. Dit gebeurt aan de hand van de inzichten die verworven zijn uit de literatuurstudie. Vervolgens worden de resultaten ervan bestudeerd om een antwoord op de onderzoeksvraag te formuleren.

Volgende aanpak werd hiervoor gehanteerd. Eerst wordt het model in woorden gedefinieerd. Het EVRP-LB omvat een gerichte graaf met klant- en LS-knooppunten, waarbij dummy-knooppunten worden gebruikt om meerdere bezoeken aan LS mogelijk te maken. Beslissingsvariabelen omvatten informatie over welke zijden gebruikt worden, aankomsttijden, batterijniveaus, ladingen en pauzes, terwijl de oplossingen moeten voldoen aan diverse beperkingen, zoals het bedienen van elke klant en het respecteren van rij- en rusttijden. Het doel is het minimaliseren van transportkosten, die bestaan uit rij-, laad- en arbeidskosten. Als volgende stap wordt een wiskundige formulering van het EVRP met pauzebeperkingen ontwikkeld. Hierbij worden vergelijkingen en ongelijkheden opgesteld die het probleem kwantificeren, inclusief de doelfunctie en de beperkingen. Deze formulering dient als fundament voor het testen van de correctheid van het model. Vervolgens wordt het probleem in een optimalisatiesoftware, Lingo, ingediend die dan een oplossing berekent.

Verschillende netwerken werden gecreëerd om het model te testen, waarbij knooppunten zowel klanten, laadstations en het depot vertegenwoordigen. De coördinaten van deze knooppunten werden willekeurig gegenereerd, en afstands- en tijdsmatrices werden opgesteld om de afstanden en reistijden tussen de knooppunten te berekenen, met behulp van de programmeertaal R. In totaal werden zes netwerken gecreëerd, waarvan drie om het model te testen en drie om analyses mee uit te voeren. Het aantal klanten varieert van vijf tot negen.

Om de onderzoeksvraag te beantwoorden, worden zes verschillende scenario's geanalyseerd voor elk probleem: twee scenario's met EV en verplichte pauzes, twee scenario's met EV zonder pauzes,

een scenario met CV en verplichte pauzes (VRP-LB), en ten slotte een scenario met CV zonder pauzes (VRP). Het eerste scenario met EV en pauzes maakt gebruik van pauzes die in het model geïntegreerd zijn (EVRP-LB). Waar de pauzes genomen worden, wordt dus in de oplossing berekend. Het eerste scenario met EV zonder pauzes (EVRP) berekent de routes zonder rekening te houden met rustpauzes voor de chauffeurs. Het tweede scenario maakt gebruik van pauzes die achteraf worden toegevoegd aan de gevonden routes van het EVRP (Alt EVRP-LB). Ten slotte wordt voor het Alt EVRP uit de oplossing van het EVRP-LB de pauzes weggehaald. Het effect van de pauzes wordt geanalyseerd door het verschil in kosten tussen de scenario's met en zonder pauzes te onderzoeken.

Een oplossing werd na ongeveer 1 u rekentijd verkregen voor netwerk 4. Voor netwerk 5 bedroeg de rekentijd ongeveer 5,5 u. Voor netwerk 6 werd zelfs na 8 u rekentijd geen oplossing gevonden. De analyse van de kosten van verschillende modellen biedt inzicht in de prestaties van EVRP-LB en EVRP. Over het algemeen presteerde de EVRP-LB modellen beter op het vlak van kosten dan het EVRP. De laagste kosten werden echter verkregen bij het Alt EVRP-LB model, waarbij de oplossing van het EVRP werd omgevormd tot een EVRP-LB door hier pauzes aan toe te voegen. Tussen het VRP-LB en het VRP waren er geen verschillen in kosten.

Conclusie en discussie

De studie toont aan dat wanneer rekening wordt gehouden met pauzes, deze vaak samenvielen met de oplaadbeurten bij LS. Het inplannen van pauzes bij LS verlaagt de kosten, omdat er minder arbeidsuren worden aangerekend. Dit leidt tot een competitievere oplossing dan wanneer pauzes niet worden meegenomen. De beste resultaten werden behaald met een alternatief model, dat de oplossingen van het EVRP overnam en hier achteraf pauzes aan toevoegde. Dit wordt in de literatuur beschreven als de *two-phase approach* (Prescott-Gagnon et al., 2010).

De masterproef draagt bij aan de academische literatuur over het operationeel onderzoek van het *Electric Vehicle Routing Problem* (EVRP), door rij- en rusttijdenbeperkingen te integreren, een aspect dat tot nu toe niet grondig onderzocht is binnen het EVRP. Door een literatuuroverzicht te bieden en een nieuw model te introduceren dat pauzes integreert, biedt deze studie een unieke benadering. Er zijn echter beperkingen zoals het niet volledig correct modelleren van arbeidskosten in de doelfunctie en het testen van een simplistisch model met een beperkt aantal scenario's.

Aanbevelingen voor toekomstig onderzoek omvatten het testen van het model op grotere netwerken en het uitvoeren van sensitiviteitsanalyses om de impact van verschillende parameters te onderzoeken. Verder moeten de doelfunctie en de kosten realistischer worden opgesteld, bijvoorbeeld door rekening te houden met tankbeurten en het minimaliseren van exacte arbeidskosten. Ten slotte wordt aanbevolen om het model uit te breiden met realistischere beperkingen, zoals het gebruik van niet-lineaire herlaadfuncties en het optimaliseren van pauzetijden zonder de rij- en rusttijdregelgeving te schenden.

Inhoudstafel

Woord vooraf	I
Samenvatting	III
Lijst van figuren	IX
Lijst van tabellen.....	XI
1 Inleiding.....	1
1.1 Praktijkrelevantie	1
1.1.1 Klimaatverandering en de transportsector	1
1.1.2 (Electric) vehicle routing problem	2
1.1.3 Rij- en rusttijden	3
1.2 Onderzoeksvraag.....	4
1.2.1 Centrale onderzoeksvraag.....	4
1.2.2 Deelvragen	4
1.3 Onderzoeksmethodologie.....	5
1.3.1 Zoek- en selectiestrategie	5
1.3.2 Analysedimensies	6
1.3.3 Praktijkgedeelte.....	7
2 EVRP.....	9
2.1 Ontwikkelingen binnen het EVRP	9
2.2 Basisassumpties en modelomschrijving	9
2.2.1 Model.....	9
2.2.2 Doelfunctie	12
2.2.3 Beperkingen.....	13
2.2.4 Laadstations.....	16
2.3 Oplossingsmethode.....	17
2.3.1 Exacte procedures	18
2.3.2 Heuristieken en metaheuristieken	19
2.4 Wiskundige notatie	21
2.4.1 VRP wiskundige notatie	21
2.4.2 Beslissingsvariabelen EVRP	23
2.4.3 Doelfuncties EVRP.....	24
2.4.4 Beperkingen EVPR	26

3	Rij- en rusttijden binnen het VRP	31
3.1	Ontwikkeling en belang rij- en rusttijden binnen het VRP	31
3.2	Definitie rij- en rusttijden	32
3.3	Voorstelling van de beperking	35
3.4	Oplossingsmethode	38
3.5	Wiskundige notatie	39
4	Praktijkgedeelte	43
4.1	Beschrijving modellen	43
4.2	Wiskundige formulering modellen	46
4.3	Opstelling gebruikte netwerken	52
4.4	Resultaten	53
4.4.1	Betrouwbaarheid resultaten	53
4.4.2	Analyse resultaten	59
5	Conclusie	75
6	Discussie	77
6.1	Bijdrage van dit onderzoek	77
6.2	Beperkingen van dit onderzoek	77
6.3	Aanbevelingen vervolg onderzoek	78
7	Referentielijst:	79
8	Bijlage	85
8.1	Lingo code	85
8.2	Gegevens routes netwerk 5	96
8.3	Coördinaten en afstandsmatrices	98

Lijst van figuren

Figuur 1 Onderzoekskader (Xiao et al., 2021)	11
Figuur 2 Voorbeeld EVRP	12
Figuur 3 Voorbeeld LS bezoek (Xiao et al., 2021)	17
Figuur 4 Branching tree voorbeeld (Hillier & Lieberman, 2005)	18
Figuur 5 Beperking (5) energieconsumptie	27
Figuur 6 Verschillende tijdshorizonten (Kok et al., 2010)	34
Figuur 7 Dummy variabele Sahoo et al.	36
Figuur 8 Positie van de pauze	37
Figuur 9 Oplossing netwerk 1	54
Figuur 10 Oplossing netwerk 2	55
Figuur 11 Oplossing netwerk 3 1,5u	56
Figuur 12 Aangepaste service tijd netwerk 1	57
Figuur 13 Aangepaste batterijcapaciteit netwerk 1	58
Figuur 14 Optimality gap	59
Figuur 15 Oplossing netwerk 4 EVRP-LB	61
Figuur 16 Oplossing netwerk 4 EVRP	63
Figuur 17 Oplossing netwerk 4 VRP(-LB)	65
Figuur 18 Kostenstructuur modellen netwerk 4	67
Figuur 19 Oplossing netwerk 5 EVRP-LB	69
Figuur 20 Oplossing netwerk 5 EVRP	69
Figuur 21 Kostenstructuur modellen netwerk 5	71
Figuur 22 Kosten modellen netwerk 4	72
Figuur 23 Kosten modellen netwerk 5	73
Figuur 24 Kostenstructuur gemiddelde	74

Lijst van tabellen

Tabel 1	Beslissingsvariabelen EVRP (Küçükoğlu et al., 2021)	23
Tabel 2	Samenvatting wiskundige notatie doelfuncties	24
Tabel 3	Oplossingsmethodes VRP-LB	38
Tabel 4	(Beslissings)variabelen VRPTW Bazirha (2023)	42
Tabel 5	Variabelen en parameters EVRP-LB	46
Tabel 6	Samenvatting gebruikte beperkingen en parameters EVRP-LB	51
Tabel 7	Opgestelde netwerken	53
Tabel 8	Parameters netwerk 1	53
Tabel 9	Parameters netwerk 4	60
Tabel 10	Resultaten netwerk 4 EVRP-LB	61
Tabel 11	Kosten netwerk 4 EVRP-LB	62
Tabel 12	Resultaten netwerk 4 EVRP	63
Tabel 13	Kosten netwerk 4 EVRP	64
Tabel 14	Kosten netwerk 4 Alt EVRP(-LB)	65
Tabel 15	Resultaten netwerk 4 VRP-LB	66
Tabel 16	Resultaten netwerk 4 VRP	66
Tabel 17	Kosten netwerk 4 VRP(-LB)	66
Tabel 18	Parameters netwerk 5	68
Tabel 19	Kosten netwerk 5 EVRP(-LB)	70
Tabel 20	Kosten netwerk 5 Alt EVRP(-LB)	70
Tabel 21	Kosten netwerk 5 VRP(-LB)	70
Tabel 22	Gemiddelde rekentijd per model	74

1 Inleiding

In dit hoofdstuk zal het onderzoeksplan van deze masterproef aan bod komen. Eerst volgt een korte uitleg over het belang van het onderzoek. Daarna volgt een concrete toelichting van de onderzoeksvraag. Ten slotte wordt de onderzoeksmethodologie besproken.

1.1 Praktijkrelevantie

1.1.1 Klimaatverandering en de transportsector

De klimaatverandering versnelt in een alarmerend tempo en dit vormt een groeiende bedreiging voor onze planeet. De zeespiegelstijging en extreme weersomstandigheden zoals droogte en overstromingen zijn enkele van de verscheidene problemen die het veroorzaakt heeft. Bayar et al. (2023) hebben historische en toekomstige scenario's van temperatuursveranderingen gesimuleerd. Gekoppeld aan de *Köppen-Geiger climate classification* bleek uit de resultaten dat alle klimaatzones naar verwachting aanzienlijk zullen opwarmen tegen het einde van de 21^{ste} eeuw. De grootste veranderingen zullen plaatsvinden in Europa, Noord-Amerika en Azië. Het is daarom van cruciaal belang dat er dringend naar oplossingen wordt gezocht om de klimaatverandering tegen te gaan.

Een belangrijke oorzaak van de klimaatverandering is de uitstoot van broeikasgassen. De transportsector wordt beschouwd als een van de belangrijkste boosdoeners, vooral op het gebied van CO₂-uitstoot. (Verenigde Naties, z.d.). In 2021 was de transportsector verantwoordelijk voor 28% van de uitstoot van broeikasgassen in de Verenigde Staten (*Sources of greenhouse gas emissions | US EPA*, 2023). In de Europese Unie (EU) is de transportsector verantwoordelijk voor 30% van de CO₂- uitstoot (Anagnostopoulou et al., 2014). Van die uitstoot wordt 72% veroorzaakt door wegvervoer (*Klimaatverandering in Europa: Feiten en Cijfers*, 2023). Om de strijd tegen de opwarming van de aarde aan te gaan, heeft de EU een Milieuactieprogramma voorgesteld. Een van de prioriteiten van dit programma is de uitstoot tegen 2030 met 55% verminderen ten opzichte van de uitstoot in 1990. Bovendien streeft Europa ernaar om tegen 2050 het eerste "klimaat-neutrale" continent te worden. Daarbij spelen duurzamere transportmiddelen een cruciale rol (Delivering the European Green Deal, 2021).

Het gebruik van elektrische voertuigen (EV) kan een belangrijke oplossing zijn om de CO₂-uitstoot in de transportsector te verminderen. EV worden beschouwd als de meest milieuvriendelijke voertuigen die bedrijven kunnen inzetten (Moghdani et al., 2021). Intussen worden EV al door verschillende ondernemingen gebruikt. Zo gebruiken DHL, UPS, FedEx, en Coca-Cola EV voor *last-mile deliveries*. Ook voor andere korte leveringen en in stedelijke gebieden worden meer en meer EV gebruikt (Erdelić & Carić, 2019). Dit doen bedrijven vooral omdat EV in deze gebieden effectiever zijn dan conventionele voertuigen (CV). Enkele redenen hiervoor omvatten een verminderde geluidsbelasting, het ontbreken van lokale uitstoot van broeikasgassen ter ondersteuning van milieudoelen en het versterken van een milieuvriendelijk imago bij consumenten. Ook het profiteren van diverse financiële prikkels die door overheden worden aangeboden speelt een rol (Dammak et al., 2019). Bij extreem korte leveringen kan het voorkomen dat een voertuig tijdens de rit niet eens opgeladen hoeft te worden. Het voertuig kan eenvoudigweg wachten tot het terugkeert naar het depot om op

te laden. Een voorbeeld hiervan is FedEx, waar de gemiddelde afstand per rit 68 km bedraagt (Erdelić & Carić, 2019).

Het gebruik van EV brengt nieuwe uitdagingen met zich mee. Een daarvan bevindt zich in het veld van *vehicle routing problems* (VRP) of rittenplanning. Het VRP is een complex optimalisatieprobleem dat zich bezig houdt met het bepalen van de meest optimale routes om verschillende klanten te bezoeken. Ondanks de complexiteit van het VRP is het optimaal en efficiënt oplossen van het probleem zeer voordelig voor de transportsector. Het zorgt ervoor dat er meer gehaald kan worden uit de bestaande capaciteit door de bezettingsgraad van voertuigen te vergroten en de afgelegde afstand te reduceren. Hierdoor kunnen zowel de totale kosten als de reistijd worden verminderd, wat resulteert in een afname van de CO₂-uitstoot (Göbel, z.d.). Het VRP zal verder toegelicht worden in sectie 1.1.2.

Enkele struikelblokken van EV zijn de beperkte batterijcapaciteit, de tijdrovende laadbeurten (t.o.v. CV), het tekort aan laadstations, enzovoort. Om meer licht op dit probleem te schijnen zal deze masterproef het *electric vehicle routing problem* (EVRP) bestuderen. Omdat de literatuur over dit onderwerp uitgebreid is, zal het onderwerp in sectie 1.2 verder worden afgebakend om uiteindelijk een specifiek probleem te behandelen.

1.1.2 (Electric) vehicle routing problem

Het VRP is een heel bekend optimalisatieprobleem. Het probleem bevindt zich in het domein van operationeel onderzoek dat zich richt op het vinden van de optimale manier om activiteiten binnen een organisatie te coördineren (Hillier & Lieberman, 2005). Het probleem werd in 1959 geïntroduceerd door Dantzig en Ramser. Clarke en Wright waren de eerste die een heuristiek ontwikkelden die de Dantzig-Ramser methode verbeterde in 1964 (Toth & Vigo, 2014).

Rittenplanning speelt een essentiële rol in zowel particuliere als publieke ondernemingen. Routes moeten worden gepland in zeer uiteenlopende sectoren, niet alleen in de logistieke en transportsector, maar in vrijwel alle industriële sectoren die fysieke goederen produceren. Variaties van het VRP komen voor in een breed scala aan commerciële en niet-commerciële toepassingen: van afvalinzameling tot detailhandelsdistributie, van bouwmaterialenlevering tot post- en pakketbezorging, en van grondstoftransport tot distributie van eindproducten. Daarnaast is VRP relevant voor thuiszorg, ziekenhuisoperaties, transportnetwerkoptimalisatie, third-party logistics (3PL) en personenvervoer. Daarom is rittenplanning, en bij uitbreiding het VRP, cruciaal voor logistieke efficiëntie in de industrie, de publieke sector en de samenleving in het algemeen. De hoge complexiteit van het VRP maakt puur menselijke planning ontoereikend voor de meeste toepassingen. Meestal hebben handgemaakte plannen een groot potentieel voor verbetering. Bovendien nemen handgemaakte plannen waardevolle menselijke middelen in beslag. Daarom zijn hoogwaardige softwaretools voor beslissingsondersteuning bij het VRP cruciaal voor effectieve en efficiënte planning in vele sectoren van de samenleving (Toth & Vigo, 2014).

Het VRP kan gezien worden als een extensie van het traveling salesman problem (TSP). Bij een TSP wordt een rittenplan opgesteld voor een transporteur om alle knooppunten (die vaak klanten zijn) in één route te bezoeken. De voorgestelde route moet een hoofddoel vervullen en tegelijkertijd ook aan bepaalde voorwaarden voldoen. Het hoofddoel is meestal het minimaliseren van de gemaakte kosten.

Een VRP heeft hetzelfde doel als een TSP. Het verschil is dat bij het VRP een route wordt bepaald voor een vloot voertuigen in plaats van slechts één voertuig.

In het VRP wordt het hoofddoel in de doelfunctie weerspiegeld en de voorwaarden worden ook wel beperkingen genoemd. Doordat het VRP een veelvuldig onderzocht probleem is, zijn er doorheen de tijd enorm veel varianten ontwikkeld. Verschillende studies definiëren andere doelfuncties en beperkingen afhankelijk van hun noden en wat ze precies willen onderzoeken (Abid et al., 2022).

De meest gebruikelijke doelfuncties die in de literatuur voorkomen hebben betrekking op het minimaliseren van de totale reiskosten. Hoe de totale reiskosten gedefinieerd worden hangt af van de assumpties die de auteurs maken. Zo kijken sommige studies naar het totaal aantal gebruikte voertuigen, de totale afgelegde afstand of de totale reistijd voor het bepalen van de kosten (Küçükoğlu et al., 2021).

De grootste uitdaging van het VRP zit onder andere bij het toevoegen van het aantal knooppunten wat het probleem complexer maakt. Bij het vergroten van de omvang van het probleem zal de tijd die nodig is voor het genereren van een oplossing aanzienlijk toenemen (Analytics, 2021). Dit kan omzeild worden door gebruik te maken van heuristieken, maar dan wordt niet de optimale oplossing gevonden. Een heuristiek geeft enkel een benadering van de optimale oplossing. Daarnaast vormen ook de opgelegde beperkingen bij het oplossen van een VRP een moeilijkheid. Beperkingen zijn de condities waaraan de oplossing moet voldoen om als acceptabel (*feasible*) beschouwd te worden. Aan de hand van beperkingen kunnen verschillende parameters in rekening genomen worden om het probleem realistischer te maken. De meest gebruikelijke parameters in de literatuur zijn het werken met tijdsintervallen, voertuigcapaciteit en gelimiteerde routelengtes. De verklaring voor de gelimiteerde routelengtes is dat door de gelimiteerde voertuigcapaciteit meerdere trips uitgevoerd worden. Hierdoor stijgen zowel de afgelegde afstand als de benodigde tijd (Abid et al., 2022).

Een van de varianten van het VRP is het EVRP. EVRPs worden gebruikt om rittenplanningen te maken in situaties waarin EV worden ingezet. Dit heeft logischerwijs een effect op de formulering en de uiteindelijke uitkomst van het probleem. De twee grootste uitdagingen voor het gebruiken van EV zijn het gelimiteerd rijbereik en de lange oplaadbeurten (Abid et al., 2022). Ook is de beperkte oplaadinfrastructuur een probleem. Dit wordt vooral veroorzaakt door een gebrek aan publieke laadstations (LS) (Erdelić & Carić, 2019). Deze uitdagingen komen dan ook voor als typische EVRP-beperkingen.

1.1.3 Rij- en rusttijden

Vrachtwagens veroorzaken in absolute zin minder ongelukken dan andere wegtransportmiddelen omdat ze in totaal minder kilometers afleggen. Echter, relatief gezien zijn vrachtwagens verantwoordelijk voor de meeste ernstige ongelukken. Dit komt onder andere door het gewicht van het voertuig, waardoor remmen veel langer duurt (Lee & Jeong, 2016; Poulter et al., 2008). Slapeloosheid en vermoeidheid zijn ook serieuze problemen die tot deze ongelukken kunnen leiden. Zo bleek uit een Australische enquête van vrachtwagenbestuurders dat 14% wel eens in slaap viel tijdens het werk en 16% gaf toe dat ze af en toe nipt een ongeluk ontwijken (Dorrian et al., 2010). Om verkeersveiligheid te garanderen, is het dus van groot belang dat rekening wordt gehouden met de pauzes en rust van bestuurders.

Het *Driver scheduling problem* (DSP) is binnen het domein van operationeel onderzoek ook een bekend probleem. Bij het DSP wordt werk onder bestuurders verdeeld op basis van verschillende beperkingen zoals tijdsvensters, werkregels, enzovoort (Salvendy, 2001). In deze masterproef zal vooral rekening gehouden worden met de pauzes van bestuurders. De minimale pauzes die bestuurders wettelijk moeten nemen worden rij- en rusttijden genoemd. Deze zullen een effect hebben op de uiteindelijke rittenplanning aangezien er rekening gehouden moet worden met de verplichte rusttijden van een bestuurder. Dit is vooral belangrijk voor routes met lange reistijden: hoe langer een bestuurder op de weg is, hoe meer pauzes moeten worden ingepland.

Afhankelijk van de geografische regio zullen de voorschriften met betrekking tot rij- en rusttijden variëren. In deze masterproef zullen de Europese regels in rekening genomen worden, aangezien de Europese Unie een grotere nadruk legt op de elektrificatie van voertuigen. Deze keuze is ook gerechtvaardigd gezien het feit dat de masterproef wordt uitgevoerd aan een Europese universiteit.

1.2 Onderzoeksvraag

Wat volgt is een toelichting van de hoofdonderzoeksvraag waarop deze thesis zal verderbouwen. Deze centrale onderzoeksvraag zal nog eens in kleinere deelvragen onderverdeeld worden.

1.2.1 Centrale onderzoeksvraag

Binnen het EVRP is er een ruim aanbod aan varianten aanwezig in de literatuur. Een EVRP-model kan werken met verschillende soorten oplaadbeleid (*full of partial recharge*), heterogene of homogene voertuigvloot, lineaire of non-lineaire oplaadfuncties, één of meerdere depots, enzovoort. In deze masterproef zal de focus liggen op een aspect dat nog niet vaak onderzocht is. De meeste studies houden namelijk geen rekening met de pauzes en de rij- en rusttijden van de bestuurders (Küçükoğlu et al., 2021). Dit kan echter een effect hebben op de optimale route van een probleem. Ook de competitiviteit van EV in logistieke processen kan hierdoor variëren. De centrale onderzoeksvraag van deze thesis luidt als volgt:

“Welk effect hebben pauzes en rij- en rusttijden op het EVRP binnen de Europese context?”

Het effect waarop de onderzoeksvraag doelt is het verschil in competitiviteit van EV ten opzichte van CV rekening houdend met de rij- en rusttijden. Dit wordt in de methodologie verder uitgewerkt. Rusttijden en pauzes zijn wel al onderzocht in het domein van het VRP. Dit zal dus als startpunt dienen binnen de literatuurstudie en voor het uiteindelijk praktijkonderzoek.

1.2.2 Deelvragen

Om een antwoord te formuleren op de centrale vraag wordt de onderzoeksvraag verder opgedeeld in deelvragen. Een eerste reeks deelvragen zal betrekking hebben op het EVRP en de rij- en rusttijden. Het beantwoorden van deze vragen zal het mogelijk maken om het probleem adequaat te formuleren:

- Welke doelfuncties zijn relevant voor dit specifiek probleem?
- Welke EVRP beperkingen zijn er? Welke zijn relevant voor dit onderzoek?
 - Welk bereik hebben EV gemiddeld binnen goederentransport?

- Welke batterijtechnologie (in EV) kan voor dit probleem best worden gebruikt?
- Welke oplaadtechnologie (in LS) kan voor dit probleem best worden gebruikt?
- Wat is de wetgeving in de EU betreffende pauzes voor bestuurders?
- Hoe worden rij- en rusttijden binnen de VRP literatuur geformuleerd?

Om uiteindelijk een oplossing te formuleren zijn volgende vragen van belang:

- Welke oplossingsmethoden kunnen worden gebruikt om het EVRP op te lossen?
 - Welke exacte methode kan gebruikt worden?
 - Welke heuristieken kunnen gebruikt worden?
- Welke dataset(s) kunnen gebruikt worden?

Ten slotte zijn nog enkele deelvragen nodig om een concreet antwoord te formuleren op de centrale onderzoeksvraag:

- Hoe veranderen routeplannen rekening houdend met pauzes?
- Zijn EV meer of minder competitief t.o.v. CV wanneer pauzes worden toegevoegd?

1.3 Onderzoeksmethodologie

Dit deel van het onderzoeksplan licht kort toe welke zoek- en selectiestrategieën gehanteerd worden om relevante literatuur te verkrijgen. Vervolgens zullen ook de verschillende analysedimensies worden verduidelijkt. Om een diepgaande literatuurstudie uit te voeren zijn deze aspecten van belang. Ze dienen als richtlijn voor het onderzoek en ter argumentatie van gemaakte keuzes. Tot slot wordt de methodologie van het praktijkgedeelte besproken.

1.3.1 Zoek- en selectiestrategie

De informatiebronnen voor de literatuurstudie zullen wetenschappelijke bronnen zijn zoals wetenschappelijke artikels, tijdschriften en boeken. Omdat er een ruim aanbod aan literatuur beschikbaar is over dit onderwerp zal er slechts één database gebruikt worden, namelijk Web of Science. Deze database heeft een gevestigde reputatie waardoor papers met een gebrek aan peer review makkelijker worden uitgesloten.

Om relevante artikels te bekomen voor dit onderzoek zullen twee onderzoeksdomeinen geanalyseerd worden. Een onderzoeksdomein dat betrekking heeft op het EVRP en een onderzoeksdomein over rusttijden binnen het VRP. Aangezien ook een praktijkgedeelte zal volgen, valt een systematische literatuurstudie buiten de scope van dit onderzoek. In de plaats daarvan wordt geopteerd voor een literatuurstudie waarin enkel literatuur besproken wordt die relevant is voor het opstellen van het praktijkgedeelte.

Voor het onderzoeksdomein van het EVRP zal vooral gewerkt worden met *citation chaining*. Vertrekkende vanuit literatuurstudies worden interessante papers die erin voorkomen geselecteerd. Dit wordt *backward searching* genoemd. Ook kan *forward searching* gebruikt worden door papers te onderzoeken die de literatuurstudies hebben geciteerd. Volgende zoekterm zal als startpunt gebruikt worden voor dit gedeelte: ((*electric vehicle routing problem*) OR "EVRP") AND "literature review".

Het eerste gedeelte van de zoekterm garandeert de inclusie van alle mogelijke combinaties en schrijfwijzen van het probleem, terwijl het tweede deel fungeert als een filter voor literatuurstudies. Met behulp van de bevindingen die hieruit voortkomen, kunnen relevante papers worden geselecteerd. Ook kunnen andere zoektermen gebruikt worden. Deze zullen tijdens het onderzoek worden bijgehouden net zoals de papers die hieruit geselecteerd zijn.

Binnen het onderzoeksdomein van het VRP worden rij- en rusttijden op verschillende manieren omschreven. Mogelijke benamingen zijn *rest time*, *break*, *driver scheduling*, *hours of service regulations*, *working hour regulation*, enzovoort. Voor de rusttijden zal eerst gezocht worden naar bestaande papers over het EVRP met rij- en rusttijden. Voor resterende relevante literatuur over rusttijden zal op dezelfde manier als bij het EVRP gewerkt worden met *citation chaining*.

Deze zoektermen zullen toegepast worden op de titel en het abstract van de papers. Niet alle literatuur die uit het zoekresultaat voortkomt zal even belangrijk zijn. Daarom zullen extra stappen genomen worden om de relevantie van elke bron te toetsen. Het is vooral van belang dat de bronnen voldoen aan de inclusie- en exclusiecriteria. Daarop wordt gecontroleerd door gebruik te maken van de filters van de database. De inclusiecriteria zijn (1) dat de bron wetenschappelijke literatuur bevat en (2) dat de bron betrekking heeft op het EVRP of rusttijden binnen het VRP. De exclusiecriteria zijn (1) dat de bron geen volledige tekst bevat of (2) de bron niet Engelstalig (of Nederlandstalig) is. Nadat de bronnen gefilterd zijn op basis van de inclusie- en exclusiecriteria zal aan de hand van de titel en het abstract van de resterende bronnen de relevantie bepaald worden. Er zal ook gekeken worden naar de hoeveelheid citaties. De geselecteerde papers worden uiteindelijk bijgehouden in Zotero, een digitale referentiemanager.

1.3.2 Analysedimensies

Om op een gestructureerde manier informatie uit de te verwerken papers te halen, zullen analysedimensies worden gebruikt. Analysedimensies zijn overkoepelende termen waarop een onderzoeker zich focust bij het analyseren van bronnen. Deze kunnen uiteindelijk ook als tussentitels fungeren. De dimensies kunnen onderverdeeld worden in beschrijvende kenmerken en thema-specifieke dimensies. De titel, de auteurs en het publicatiejaar zullen als beschrijvende kenmerken worden bijgehouden van elke paper. De thema-specifieke dimensies hebben betrekking op het onderwerp zelf. De hoofddimensies bij het gedeelte over het EVRP zijn: de beschrijving van het model, de doelfunctie, de algemene beperkingen, de wiskundige notatie, de oplossingsmethode, batterijtechnologie, oplaadtechnologie en rusttijden. Daarnaast zijn er ook enkele subcategorieën. Bij de beperkingen maken we een onderscheid tussen de verschillende typen beperkingen zoals de energieconsumptie, het oplaadbeleid, de oplaadtechnologie, het volume/gewicht, tijdsvensters, het vloottype, de batterijcapaciteit, de vaste kosten en een categorie extra beperkingen. De oplossingsmethode wordt ook onderverdeeld in exacte methodes en heuristieken. Bij het deel over het VRP met rusttijden zal gekeken worden naar het soort VRP, de genomen assumpties, de doelfunctie, de beperking van rusttijden en de gebruikte oplossingsmethode. Doorheen het onderzoek kunnen de analysedimensies verder aangevuld worden.

1.3.3 Praktijkgedeelte

Voor het praktijkgedeelte van deze masterproef wordt een EVRP model opgesteld dat de pauzebeperking van bestuurders zal integreren. Dit zal gebeuren met de inzichten die verworven zijn uit de literatuurstudie. Vervolgens zullen de resultaten hiervan bestudeerd worden om een antwoord op de onderzoeksvraag te formuleren.

Volgende aanpak wordt hiervoor gehanteerd. Eerst wordt het model in woorden gedefinieerd. Deze fase vormt de basis voor het opstellen van het model. Het omvat de selectie van de benodigde parameters en variabelen van zowel het EVRP als de pauzebeperkingen. Als volgende stap wordt een wiskundige formulering van het EVRP met pauzebeperkingen ontwikkeld. Hierbij worden vergelijkingen en ongelijkheden opgesteld die het probleem kwantificeren, inclusief de doelfunctie en de beperkingen. Deze formulering dient als fundament voor het testen van de correctheid van het model. Vervolgens wordt het probleem in een optimalisatiesoftware, Lingo, ingediend die dan een oplossing berekent. Het model zal op een kleine schaal getest worden om de rekentijd zo laag mogelijk te houden. Ten slotte volgt een analyse en bespreking van de resultaten.

Omdat de onderzoeksvraag de competitiviteit tussen EV en CV wil vergelijken zullen vier varianties van het model gemaakt worden. Aan de ene kant zullen twee modellen worden gecreëerd waarbij rekening wordt gehouden met pauzes: één voor de EV en één voor de CV. Aan de andere kant zullen twee modellen worden gemaakt waarbij de pauzes niet worden opgenomen, ook weer één voor de EV en één voor de CV.

2 EVRP

In dit hoofdstuk wordt de belangrijkste literatuur binnen het domein van het EVRP bestudeerd. Die inzichten zullen gebruikt worden om het probleem in het praktijkgedeelte te kunnen definiëren. Eerst zullen de ontwikkelingen binnen het EVRP besproken worden. Daarna wordt het EVRP model toegelicht. Vervolgens zal worden ingezoomd op mogelijke doelfuncties en de verschillende beperkingen die het probleem definiëren. Er zullen ook verschillende mogelijke oplossingsmethoden worden beschreven. Ten slotte worden wiskundige notaties van het probleem uit de literatuur besproken. Voor elk deel zal eerst worden besproken welke mogelijkheden in de literatuur te vinden zijn. Vervolgens zullen alle elementen die in dit onderzoek worden opgenomen, verder toegelicht worden.

2.1 Ontwikkelingen binnen het EVRP

Tot voor kort was de literatuur rond het EVRP niet erg uitgebreid. De populariteit is echter doorheen de jaren fors gestegen. Een eerste introductie van het probleem wordt gegeven door Conrad en Figlizzio in 2011 (Felipe et al., 2014; Dammak et al., 2019). In hun paper stelden ze een *recharging vehicle routing problem* (RVRP) voor waarbij voertuigen met een korte rijbereik klanten moeten bedienen. Daarbij bestaat enkel bij bepaalde klantknooppunten een mogelijkheid om op te laden (Felipe et al., 2014; Dammak et al., 2019). Erdoğan en Miller-Hooks (2012) introduceerden als eerst het concept van speciale knooppunten waar EV kunnen opladen. Sindsdien zijn LS een belangrijk studiegebied binnen het EVRP (Xiao et al., 2021 ; Felipe et al., 2014 ; Lin et al., 2016). Een alternatieve doelfunctie werd door Barco et al. (2017) voorgesteld waarbij ze de totaal gebruikte energie minimaliseerden. Het *electric vehicle routing problem with time windows and recharge stations* werd dan weer door Schneider et al. (2014) voorgesteld. De afgelopen jaren zijn er enorm veel varianten opgedoken. Xiao et al. (2021) hebben een uitgebreide literatuurstudie uitgevoerd. Hierin gaven zij een overzicht van mogelijke varianten van de belangrijkste beperkingen en oplossingsmethodes. Figuur 1 geeft een beeld van het onderzoekskader van deze literatuurstudie.

2.2 Basisassumpties en modelomschrijving

2.2.1 Model

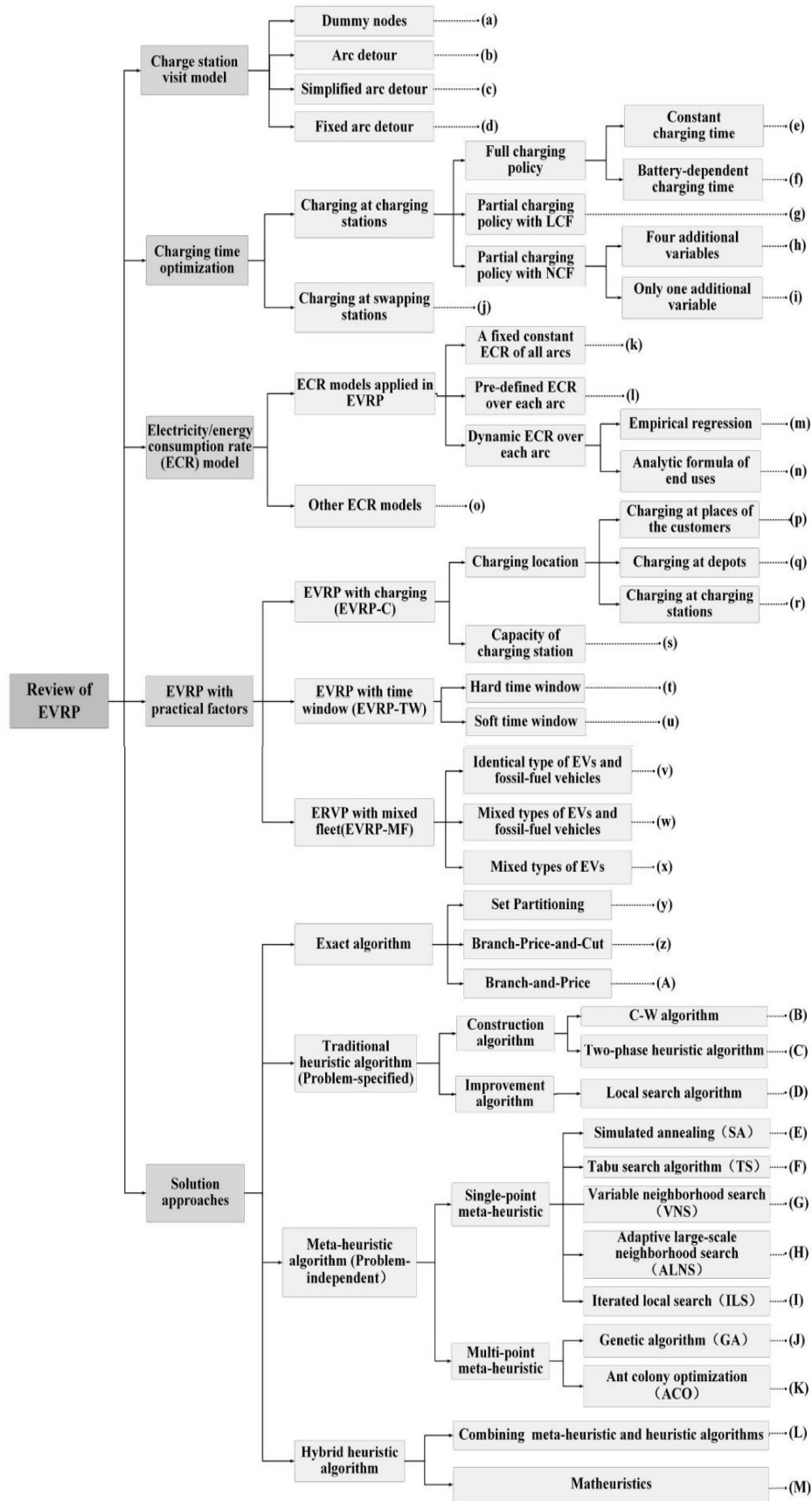
Het EVRP wordt in de literatuur beschreven als een gerichte graaf $G = (N \cup F, A)$ bestaande uit verschillende knooppunten. N is de verzameling van klantenknooppunten en F is de verzameling van LS-knooppunten. $A = \{(i,j), \forall i,j \in N \cup F, i \neq j\}$ is een verzameling van zijden die de verschillende knooppunten verbinden (Lin et al., 2016; Felipe et al., 2014). In tegenstelling tot het klassieke VRP verbinden de zijden bij het EVRP niet enkel de klantenknooppunten met elkaar. Ook de LS-knooppunten worden verbonden. Het probleem bestaat ook uit een depot. Het depot is het punt waaruit alle EV moeten vertrekken. Alle EV moeten ook hun route in dit punt eindigen. Afhankelijk van het type EVRP kan een depot binnen de verzameling N van klantenknooppunten vallen (Lin et al., 2016). Het kan echter ook gezien worden als een speciaal LS en dus tot de verzameling F van LS-knooppunten behoren (Felipe et al., 2014). De zijden kunnen ook gewogen zijn door elke zijde te

associëren met een bepaalde waarde. Deze kunnen de afstand, de reisduur, de energieconsumptie, het energieniveau van de accu, de snelheid die een voertuig kan afleggen, enzovoort zijn (Erdelić & Carić, 2019). In deze masterproef zal bij elke zijde (i,j) een bepaalde afstand d_{ij} gegeven worden. Ook een gemiddelde snelheid over de zijde v_{ij} wordt gegeven. De reisduur t_{ij} wordt vervolgens bepaald door de afstand te delen door de gemiddelde snelheid (Cortés-Murcia et al., 2019).

Verder bestaat een EVRP uit enkele basisassumpties die in elk onderzoek worden gebruikt. Küçükoğlu et al. (2021) vatten in hun literatuurstudie de basisassumpties mooi samen:

- Elke route begint en eindigt bij het depotknooppunt.
- Elk klantknooppunt moet worden bediend door precies één EV.
- EV kunnen een LS bezoeken om op te laden tussen twee willekeurige klanten.
- Elk LS kan door meer dan één EV worden bezocht.
- De locaties van de LS en de reisafstand van elk knooppunt naar elk LS zijn bekend.
- Het batterijniveau van een EV moet altijd tussen 0 en de batterijcapaciteit liggen.
- De accu van een voertuig is altijd volledig opgeladen na een bezoek aan een laadstation.

De laatste basisassumptie is minder relevant gezien een aanzienlijk aantal studies met partieel opladen werkt. Sectie 2.2.3 gaat hier verder op in. Om het probleem te illustreren werd figuur 2 gemaakt. Elke route geeft ook een ander type gewogen zijde weer.

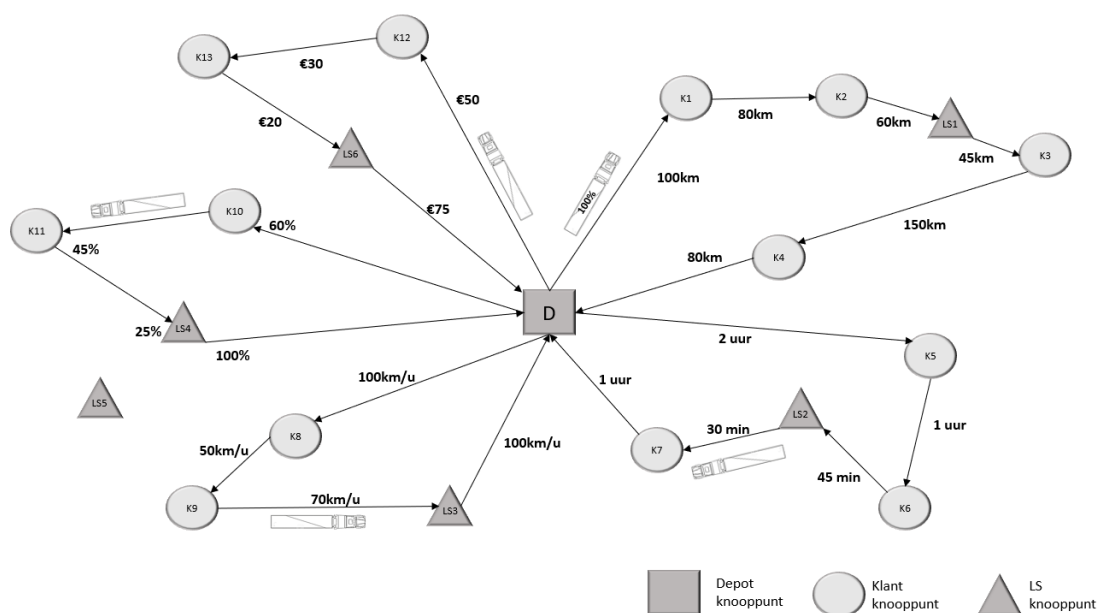


Figuur 1 Onderzoekskader (Xiao et al., 2021)

2.2.2 Doelfunctie

De doelfunctie is een (wiskundige) expressie die geoptimaliseerd moet worden om een efficiënte oplossing voor het probleem te vinden. In de literatuur zijn er veel varianten opgedoken. Zo zijn er studies die proberen om het aantal gebruikte EV te minimaliseren. Het grootste voordeel hiervan is dat het automatisch leidt tot een daling in de kosten omdat eenzelfde resultaat behaald kan worden met minder voertuigen. Hierdoor dalen de aanschafkosten en ook de arbeidskosten (Erdelić & Carić, 2019). Andere mogelijkheden zijn het minimaliseren van de totale rijafstand (Goeke & Schneider, 2015), de totale kosten (Zuo et al., 2019), de totale oplaadkosten (Felipe et al., 2014; Abdulaal et al., 2017) en de totale energieconsumptie (Barco et al., 2017). Ook het minimaliseren van de totale reistijd en het aantal gebruikte LS komen in de literatuur voor (Küçükoğlu et al., 2021). Sommige studies bestuderen slechts één doelfunctie terwijl andere verschillende alternatieven uitwerken (Goeke & Schneider, 2015). Weer andere maken gebruik van een *bi-* of *multiobjective* functie. Dit zijn speciale doelfuncties die meerdere variabelen tegelijk aanpakken. Dit zorgt voor een zeer specifieke oplossing, maar leidt ook tot een grote stijging in rekentijd (Abdulaal et al., 2017).

Omdat in dit onderzoek de competitiviteit van EV wordt afgetoetst ten opzichte van CV zal de nadruk gelegd worden op de kosten. Dit zou ook meteen de meest praktijkgerichte doelfunctie zijn omdat de meeste bedrijven geïnteresseerd zijn in de *bottom line*. De doelfunctie kan dan opgesplitst worden in twee delen. De belangrijkste kosten bestaan uit arbeidskosten van de bestuurders en tank/oplaadkosten. De arbeidskosten zullen berekend worden per uur dat een bestuurder moet rijden. Volgens Blauwens et al. (2020) bedragen de arbeidskosten inclusief premies gemiddeld €20,02 per uur. De tank/oplaadkosten hangen af van het aantal tank/oplaadbeurten. De kost ervan wordt berekend op basis van de prijs per liter/kWh. Ze kunnen echter ook berekend worden aan de hand van de afgelegde afstand. De kost per kilometer voor een vrachtwagen bedraagt gemiddeld €0,5, waarvan €0,4 aan brandstofkosten (Blauwens et al., 2020). Daarnaast kan ook een vaste kost toegeschreven worden. Vooral de aanschafkosten van de voertuigen spelen een grote rol. Dit komt omdat EV vaak een hogere aanschafkost hebben dan vergelijkbare CV (Hiermann et al., 2016).



Figuur 2 Voorbeeld EVRP

2.2.3 Beperkingen

Een belangrijk onderdeel van het formuleren van een EVRP is het definiëren van de beperkingen. Naast de basisassumpties die nodig waren om het model te beschrijven kunnen nog andere beperkingen bepaald worden. Deze hebben dan voornamelijk betrekking op het realistischer maken van het probleem. Voor deze masterproef is het de bedoeling om vooral de beperkingen betreffende tijd verder uit te werken. Voor de resterende beperkingen wordt gekozen om de eenvoudigste opzet aan te nemen. De beperkingen die van invloed zijn op EV zijn in twee hoofdcategorieën onderverdeeld: de batterij en de LS. Een gedetailleerde analyse van deze beperkingen biedt inzicht in de complexiteit van het EVRP. Hieronder worden de specifieke beperkingen besproken die in aanmerking worden genomen.

Allereerst is er de kritieke factor van de batterijcapaciteit, die wordt uitgedrukt in de maximale rijafstand van het EV of in kilowattuur (kWh). Dit beïnvloedt rechtstreeks het rijbereik en daarmee de frequentie van het opladen. Het rijbereik van *delivery* EV met een volledig opgeladen batterij bedraagt 160-240 km (onder 30 kWh) en voor een CV bedraagt deze 480-650 km (Erdelić & Carić, 2019). Zo gebruiken Felipe et al. (2014) in hun paper een batterijcapaciteit van 20 kWh. Dit is equivalent aan een rijafstand van 160 km met een volledig opgeladen batterij. Lin et al. (2016) hanteren een batterijcapaciteit van 25 kWh. Volgens de paper van Schneider et al. (2014) is het maximaal rijbereik tussen 161 km en 241,5 km. Er zijn ook studies die aanzienlijk hogere of lagere waarden aannemen, zoals Froger et al. (2019) die met een capaciteit van 10 kWh werken en Goeke & Schneider (2015) die met een capaciteit van 80 kWh werken. In deze masterproef wordt een conservatieve batterijcapaciteit voor de EV gehanteerd, waarbij de waarden uit het onderzoek van Erdelić & Carić (2019) worden overgenomen. Dit komt neer op een batterijcapaciteit van 20 kWh voor het EV, wat resulteert in een rijbereik van 160 km. Voor de CV wordt een rijbereik gehanteerd dat voldoende groot is om een rit te vervolledigen zonder te tanken.

Voor het energieconsumptiemodel worden in de literatuur drie types gedefinieerd: lineair deterministische functies, niet-lineair deterministische functies en stochastische functies (Küçükoğlu et al., 2021). Bij lineair deterministische functies wordt de energieconsumptie gezien als omgekeerd evenredig met een bepaalde variabele. Zo kan het afhangen van de afgelegde afstand, de snelheid, de lading van het voertuig of de helling van het wegdek. Zo wordt door Felipe et al. (2014) verondersteld dat de energieconsumptie proportioneel is met de afgelegde afstand met een gegeven coëfficiënt. Deze bedraagt 0.125 kWh/km volgens deze studie.

Daarentegen gebruiken Lin et al. (2016) een energieconsumptie functie die lineair afhankelijk is van het gewicht van het voertuig en een kwadratische vorm van de snelheid. Een andere mogelijkheid is het gebruiken van een niet-lineaire deterministische energieconsumptie functie zoals het model dat is vastgesteld door Goeke & Schneider (2015). Dit betreft een procedure om een niet-lineaire functie op te stellen die afhangt van 3 grote factoren: het gewicht van het voertuig, de snelheid en de helling van het terrein. Deze kunnen voor elke zijde op voorhand bepaald worden waarbij gemiddeldes worden gehanteerd. Ook Zuo et al. (2019) hanteren een niet-lineaire deterministische functie. Bovendien is het mogelijk om een stochastisch energieconsumptiemodel te gebruiken. In het onderzoek van Basso et al. (2021) wordt bijvoorbeeld machine learning toegepast om een probabilistisch model te ontwikkelen dat een voorspelling doet van de distributie van

energieconsumptie. Soysal et al. (2020) maken eveneens gebruik van een stochastisch model voor batterij-uitputting in een *one-to-one pickup and delivery problem*. Deze masterproef zal gebruik maken van een lineair deterministisch energieconsumptiemodel dat de afgelegde afstand als basis neemt voor de berekening van de energieconsumptie.

De herlaadprocedure wordt in de literatuur op verschillende manieren aangepakt. Allereerst zijn er twee onderzoeksdomeinen die gebruik maken van verschillende types van LS. Enerzijds zijn er de 'conventionelere' LS waar een EV wordt opgeladen door het aan het netstroom te verbinden. Anderzijds kan men ook gebruik maken van *battery swapping stations* (BSS). Bij een BSS wordt de batterij van het te laden EV volledig vervangen door een nieuwe opgeladen batterij (Küçükoğlu et al., 2021). Een van de voordelen van deze aanpak is dat het veel minder tijd in beslag neemt en bijna even snel is als het tanken van CV. Ten slotte zijn er ook studies die beide types in hun onderzoek gebruiken zoals Paz et al. (2018). Omdat de BSS veel minder vaak voorkomen zal de focus in deze thesis liggen op de 'conventionele' LS.

Een ander belangrijk onderscheid dat gemaakt kan worden is dat tussen partieel en volledig opladen. Bij het volledig oplaadbeleid wordt een EV dat bij een LS aankomt volledig opgeladen, ongeacht het batterijniveau en de oplaadtijd. Er wordt geen rekening gehouden met de hoeveelheid energie die nodig is om de route af te maken. Dit kan echter tijdconsumerend zijn omdat er geen rekening gehouden wordt met het huidige batterijniveau, de laadtechnologie en de batterijcapaciteit die gebruikt wordt. Hierdoor kan het opladen variëren tussen vijf minuten en acht uur (Erdelić & Carić, 2019). Sommige papers hanteren een constante oplaadtijd voor alle EV die aan een LS komen laden (Erdoğan & Miller-Hooks, 2012) terwijl andere wel rekening houden met het batterij niveau bij de start van het opladen (Hiermann et al., 2016). Nog andere studies gebruiken partieel opladen. Dit type oplaadbeleid sluit al dichter aan bij de realiteit aangezien een bestuurder kan kiezen tot hoever hij het EV wilt opladen. Indien hij slechts 20% nodig heeft om zijn route af te maken heeft het geen nut om tot 100% op te laden. Er wordt dus ook rekening gehouden met de oplaadtijd (Xiao et al., 2021). Binnen het partiële oplaadbeleid kan gebruik gemaakt worden van een lineaire oplaadfunctie of er kan gebruik gemaakt worden van een concave niet-lineaire functie zoals gedefinieerd in Zuo et al. (2019). Er zal opnieuw gekozen worden voor de eenvoudigste opstelling, dus een partieel oplaadbeleid met een lineaire oplaadfunctie wordt gebruikt.

Ook kan een onderscheid gemaakt worden in de laadtechnologieën die gebruikt worden. Volgens het onderzoek van Erdelić & Carić (2019) zijn er tegenwoordig drie types van laadtechnologieën beschikbaar voor bestelwagens. Eerst zijn er de trage opladers die laden aan 3 kW wat equivalent is aan 6 tot 8 u opladen voor een batterijcapaciteit van ongeveer 20 kWh. Dan zijn er de snelle opladers die een snelheid van 7-43 kW hanteren oftewel 1 tot 2 u laden. Ten slotte zijn er de super snelle opladers. Deze laden aan een snelheid van 50-250 kW oftewel 5 tot 30 min. Volgens andere studies kan met een super snelle oplader in 30 min ongeveer 80% van de batterij geladen worden (Cortés-Murcia et al., 2019). Aan de verschillende technologieën kan ook een kost gekoppeld worden. Dit wordt bijvoorbeeld gedaan door Felipe et al. (2014). Zij hanteren 3 verschillende technologieën: traag, middelmatig en snel opladen. Traag opladen gebeurt aan een kost van 0.160 €/kWh, middelmatig aan 0.176 €/kWh en snel aan 0.192 €/kWh. Verschillende laadtechnologieën worden toegepast, waarbij het depot langzaam opladen ondergaat, terwijl klanten en LS snel opladen. Lin et

al. (2016) hanteren daarentegen één globale kost die 0.12 €/kWh bedraagt. Goeke & Schneider (2015) hanteren een iets lagere kost van 0.1106 €/kWh.

De LS kunnen oneindig vaak bezocht worden en ook meerdere keren door eenzelfde voertuig. Om dit te modelleren kan gebruik gemaakt worden van dummy knooppunten. Het gebruiken van dummy knooppunten voor LS werd als eerst door Erdoğan & Miller-Hooks (2012) geïntroduceerd. Andere methodes zijn ook in de literatuur terug te vinden. Zo definiëren Koç & Karaoglan (2016) de *arc detour method*. Door de complexiteit ervan werd weer de *simplified arc detour method* ontwikkeld door Zuo et al. (2019). Nog een alternatief wordt door Xiao et al. (2021) voorgesteld waarbij gebruik wordt gemaakt van de *fixed arc detour* techniek. Voor elke zijde tussen twee klanten wordt op voorhand bepaald welke LS best bezocht kan worden indien er tussen deze klanten een oplaadmoment gepland wordt. Slechts één binaire variabele is dan nodig om aan te duiden of de dichtstbijzijnde LS bezocht zal worden of niet. Er zal eerst gewerkt worden met dummy knooppunten om het probleem te definiëren. Daarna kan het model uitgebreid worden om de fixed arc detour methode te toetsen. Hoe LS precies gemodelleerd worden wordt verder uitgewerkt in sectie 2.2.4 en sectie 2.4.4.

Binnen het kader van het EVRP worden ook tijdsvensters toegepast. Deze tijdsvensters vereisen dat activiteiten plaatsvinden tussen de shifts van werknemers en binnen de openingstijden van klanten. Niet alleen klanten, maar ook LS en het depot zelf kunnen beperkingen hebben wat betreft het aantal operationele uren. In deze masterproef moet ook rekening worden gehouden met de maximale tijd die een EV achtereenvolgens mag rijden. Er zijn twee soorten tijdsvensters: harde tijdsvensters en zachte tijdsvensters. Bij harde tijdsvensters wordt een oplossing als onmogelijk beschouwd als enig tijdsvenster wordt overschreden (Xiao et al., 2021). De studies van Schneider et al. (2014), Hiermann et al. (2016), en Zuo et al. (2019) passen deze methode toe. Bij zachte tijdsvensters worden kosten in rekening gebracht als het tijdsvenster wordt overschreden (Xiao et al., 2021). Een oplossing zal weliswaar worden gevonden, maar door de hoge kosten wordt deze waarschijnlijk niet als optimaal beschouwd. Iqbal et al. (2015) passen deze methode toe in hun paper. In deze masterproef zal in eerste instantie alleen rekening gehouden worden met de rij- en rusttijden van de bestuurders, waarbij harde tijdsvensters worden gebruikt. Vervolgens kunnen aan de klanten ook tijdsvensters worden toegewezen, waarbij zachte tijdsvensters worden toegepast. De reden voor het kiezen van zachte tijdsvensters is dat het in de praktijk mogelijk is om wat uitstel te krijgen bij een levering. Er kan bijvoorbeeld een geleidelijk stijgende boete worden toegekend, waarbij hoe later de levering, hoe hoger de kosten oplopen van de desbetreffende oplossing.

Verder zijn er nog een aantal factoren waar in bepaalde studies rekening mee wordt gehouden. Zo wordt de vraag van de klant opgedeeld in drie verschillende diensten: ophaling, levering of beide (Küçükoğlu et al., 2021). Aan elk van de opties kan een andere servicetijd worden gekoppeld. Verder heeft het ook een invloed op het maximale laadvermogen van de EV. In eerste instantie zal in deze thesis enkel gesproken worden van leveringen met een vaste servicetijd.

Ook de voertuigvloot kan in twee soorten opgesplitst worden: de homogene en de heterogene vloot (Küçükoğlu et al., 2021). De homogene vloot bestaat uit verschillende voertuigen van hetzelfde type, terwijl bij de heterogene vloot er verschillende type voertuigen zijn. Dit kan een effect hebben op het laadvermogen, de batterijcapaciteit, de herlaadsnelheid, enzovoort. De meeste studies hanteren

een homogene vloot omdat deze problemen gemakkelijker op te lossen zijn. Het voordeel van een heterogene vloot aan de andere kant is dat het de totale transport kosten en energieconsumptie kan verlagen door het selecteren van het passend voertuigtype (Küçükoğlu et al., 2021). Een heterogene voertuigvloot kan bestaan uit verschillende EV, maar kan ook uit een mix van EV en CV bestaan (Erdelić & Carić, 2019). Door deze opzet kan een realistischer model gesimuleerd worden aangezien veel bedrijven gradueel nieuwe EV aan hun bestaande CV vloot gaan toevoegen (Goeke & Schneider, 2015). Aangezien deze thesis als doel heeft een vergelijking te maken tussen EV en CV zal gewerkt worden met twee aparte homogene vloten, volledig bestaande uit EV of CV.

Er zal één depot beschikbaar zijn waar voertuigen zowel uit vertrekken als moeten aankomen. Er zijn ook studies die een multidepot probleem formuleren. Er zijn dan verschillende depots waar voertuigen zowel uit kunnen vertrekken als in kunnen arriveren (Paz et al., 2018). Ten slotte zal de gewichtscapaciteit uniform zijn over alle voertuigen, zowel bij EV als CV. Ook de gemiddelde snelheid per zijde en de afstand per zijde zullen vast staan.

Deze beperkingen leggen de basis voor een grondige analyse en optimalisatie van het EVRP, en dienen als leidraad voor het ontwikkelen van effectieve oplossingsmethoden voor *real-world* toepassingen.

2.2.4 Laadstations

Om een beter begrip te krijgen van de modelleringstechniek van LS is het belangrijk om de karakteristieken van LS-knooppunten onder de loep te nemen. Deze worden door Xiao et al. (2021) samengevat. Een LS-knooppunt hoeft niet bezocht te worden door een voertuig in tegenstelling tot een klant-knooppunt. Een LS kan ook meerdere keren door verschillende voertuigen bezocht worden terwijl een klant slechts door één voertuig en slechts één keer bezocht mag worden. Verder bevat elk LS een beperkte capaciteit. Er kunnen dus wachtrijen ontstaan. Ten slotte kan ook de efficiëntie van de oplossing gereduceerd worden door de grote hoeveelheid aan LS-knooppunten.

Om LS bezoeken te modelleren gebruiken veel studies dummy knooppunten (Erdoğan & Miller-Hooks, 2012; Felipe et al., 2014; Schneider et al., 2014). Om meerdere bezoeken toe te laten wordt een verhoogde graaf gebruikt $G' = (N \cup F', A')$. Hierbij wordt de set van LS-knooppunten aangevuld met dummy knooppunten. Elk dummy knooppunt geeft dan een bezoek bij een LS weer. Door het aantal artificieel te vermeerderen is het mogelijk om een LS vaker te bezoeken. Bij het definiëren van het aantal dummy knooppunten moet een balans gezocht worden tussen de grootte van het netwerk en het toelaten van voldoende bezoeken naar een LS (Erdoğan & Miller-Hooks, 2012).

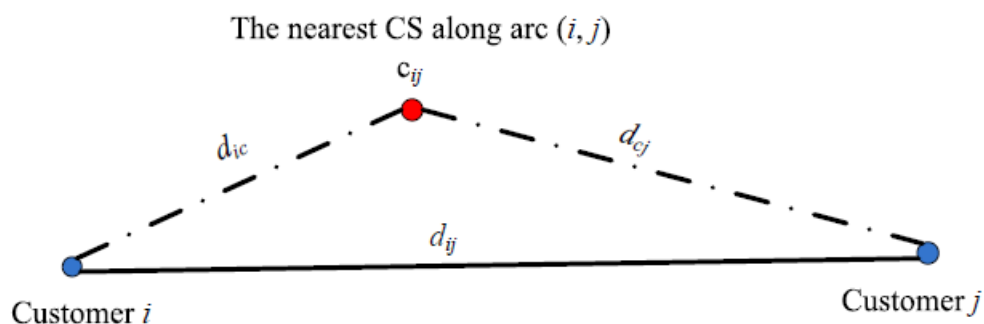
Er zijn echter nadelen bij het gebruiken van deze methode. Eerst en vooral kan op voorhand nooit met zekerheid het aantal bezoeken per LS worden berekend. Hierdoor zouden LS zo vaak mogelijk gedupliceerd moeten worden om zeker te zijn dat een optimale oplossing behaald wordt. Ook is een driedimensionale variabele nodig waarbij wordt aangegeven of een EV een LS heeft bezocht in de route tussen twee klanten. Hierdoor wordt de rekentijd enorm verhoogd (Xiao et al., 2021).

Daarom stellen Xiao et al. (2021) een nieuwe formulering voor het bezoeken van LS voor. Indien nodig zal een elektrisch voertuig (EV) tussen de levering aan klanten i en j een LS c bezoeken om de batterij op te laden. In dat geval kan de totale afstand tussen de twee klanten worden berekend door

de afstand van klant i naar c op te tellen bij de afstand van c naar j . Aangezien alle afstanden van tevoren bekend zijn, kan altijd de LS met de kortste afstand tussen twee klanten worden bepaald. De totale afstand tussen twee klanten kan in dat geval eenvoudig worden berekend op basis van de volgende formule:

$$d_{ij}(1 - y_{ij}) + D_{ij}y_{ij}$$

Hierbij staat d_{ij} voor de directe afstand tussen klant i en j . D_{ij} is de afstand van i naar c opgeteld met de afstand van c naar j en y_{ij} is de binaire variabele die aangeeft of het dichtstbijzijnde LS bezocht wordt of niet. Ter illustratie kan men figuur 3 raadplegen. Er kunnen ten slotte ook twee energieconsumptie variabelen gedefinieerd worden waarbij één de energieconsumptie geeft wanneer LS niet bezocht wordt en de andere wanneer het wel bezocht wordt.



Figuur 3 Voorbeeld LS bezoek (Xiao et al., 2021)

2.3 Oplossingsmethode

Nu er een uitgebreid beeld geschetst is van het probleem is het uiteraard belangrijk om de mogelijke oplossingsmethodes in kaart te brengen. Voor het oplossen van het VRP, en bij extensie het EVRP, zijn er in de literatuur talrijke procedures en algoritmes ontwikkeld. De verschillende algoritmes kunnen in categorieën worden onderverdeeld. Hoe de onderverdeling eruit ziet hangt af van studie tot studie, maar in het algemeen vallen er twee soorten te onderscheiden: exacte procedures en (meta)heuristieken (Küçükoğlu et al., 2021; Xiao et al., 2021; Erdelić & Carić, 2019).

Exacte methodes trachten een optimale oplossing te vinden door gebruik te maken van wiskundige modellen of datastructuren. Het oplossen van problemen met exacte methodes wordt exponentieel tijdsintensiever bij het lineair vergroten van de probleemgrootte (Xiao et al., 2021). Aangezien het VRP een NP-hard probleem is en het EVRP een extensie is van dit probleem kan bijgevolg het EVRP als NP-hard worden beschouwd (Küçükoğlu et al., 2021). Een probleem wordt als NP-hard beschouwd wanneer er geen efficiënt oplossingsalgoritme voor is gevonden. Een algoritme is efficiënt indien het een oplossing kan vinden in polynomiale tijd (Kleinberg & Tardos, 2006). Het oplossen van kleinere problemen kan wel uitgevoerd worden met exacte procedures. Voor het *Capacitated* VRP (CVRP) houdt dit problemen met maximaal 360 klanten in en voor het VRP met tijdsvensters (VRPTW) maximaal 100 klanten (Erdelić & Carić, 2019).

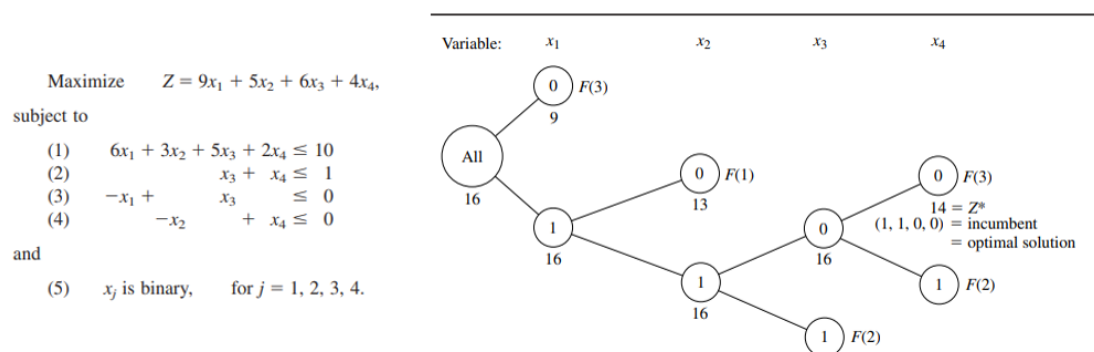
Het oplossen van complexere problemen of *real-life* scenario's zou te veel rekenvermogen vergen wat in de huidige context niet haalbaar is. Om deze problemen op te lossen kan best gebruik gemaakt worden van heuristieken en metaheuristieken (Erdelić & Carić, 2019). Heuristieken trachten de optimale oplossing te benaderen, maar geven geen garantie dat deze behaald wordt. Doordat ze veel minder tijdsintensief zijn, zorgen ze ervoor dat op een relatief korte tijd een oplossing gevonden kan worden. Heuristieken hebben echter het nadeel soms vast te zitten in lokale optima. Om dit te omzeilen kunnen metaheuristieken gebruikt worden. Dit doen ze door soms verslechtingen te accepteren om zo een globaal optimum te bereiken (Erdelić & Carić, 2019). In wat volgt zullen enkele belangrijke algoritmes besproken worden.

2.3.1 Exacte procedures

Binnen de exacte oplossingsalgoritmes zijn er verschillende mogelijkheden. Zo spreken Küçükoğlu et al. (2021) van de *branch-and-bound*, *branch-and-cut*, *branch-price-and-cut*, *branch-and-cut-and-price*, en *branch-and-price*. Deze worden gebruikt in verschillende studies waaronder Tahami et al. (2020), Desaulniers et al. (2016) en Lee (2020). Xiao et al. (2021) spreken ook van *set partitioning* als mogelijkheid. Het *Dynamic Programming* (DP) en *Mixed Integer Programming* (MIP) worden nog door Erdelić & Carić (2019) aangehaald.

Ter illustratie wordt de *branch-and-bound* methode toegelicht. Het onderliggend idee van deze methode is *to divide and conquer*. Het origineel probleem, dat te groot is om meteen op te lossen, wordt opgesplitst in kleinere deelproblemen. Het verdelen (*branching*) bestaat uit het verdelen van een set van *feasible* oplossingen in steeds kleinere stukken. Het 'heersen' (*fathoming*) wordt deels uitgevoerd door het begrenzen (*bounding*) van hoe goed de beste oplossing in de subset kan zijn en het negeren van een subset indien blijkt uit zijn begrenzing dat het geen optimale oplossing bevat. Een *branching tree* kan ter visualisatie dienen van het probleem. Per iteratie groeien de zogenaamde takken totdat er geen vertakking meer mogelijk is (Hillier & Lieberman, 2005). Figuur 4 geeft een voorbeeld van een probleem en de bijhorende branching tree.

Daarnaast kunnen commerciële tools zoals CPLEX en GUROBI worden toegepast. Paz et al. (2018) en Lin et al. (2016) maken gebruik van CPLEX terwijl onder andere Chen et al. (2016) en Froger et al. (2019) gebruik maken van GUROBI. Ook Lingo is een voorbeeld van een optimalisatiesoftware die exacte oplossingen zoekt.



2.3.2 Heuristieken en metaheuristieken

Het verschil tussen heuristieken en metaheuristieken werd in de inleiding besproken. De klassieke heuristieken worden in de literatuur ook beschreven als probleemgespecificeerde methodes, omdat ze oplossingen bieden voor specifieke probleemstructuren (Hillier & Lieberman, 2005; Erdelić & Carić, 2019). Het zijn de basisoplossingsmethoden en volgen het principe van iteratief zoeken naar betere oplossingen in buurtoplossingen van een startoplossing. In de literatuur worden heuristieken nog eens opgesplitst in twee categorieën: constructieve heuristieken en verbeteringsheuristieken (Erdelić & Carić, 2019; Xiao et al., 2021).

Constructieve heuristieken beginnen vanuit niets en bouwen stapsgewijs een oplossing op (Xiao et al., 2021). Enkele bekende methoden hiervoor zijn het *modified savings method of Clarke and Wright* (MCWS) gecombineerd met het toevoegen van LS (Erdelić & Carić, 2019). De procedure begint met het creëren van routes voor klanten, waarna LS op een kostenefficiënte wijze worden toegevoegd. Uiteindelijk worden de meest spaarzame routes samengevoegd, en dit proces herhaalt zich totdat alle klanten bediend zijn. Het *Sweep algorithm* voegt klanten op een cirkelvormige manier toe (Erdelić & Carić, 2019). Klanten worden gesorteerd op basis van de waarde van de poolhoek tussen het depot en een willekeurig gekozen punt. Vervolgens wordt telkens een klant toegevoegd aan de actieve route totdat een beperking wordt geschonden, waarna een nieuwe route wordt geopend. De *Nearest Neighbor Heuristic* (NNH) begint bij het depot en voegt iteratief de klant met de minste kosten toe, totdat bepaalde beperkingen geschonden worden (Erdelić & Carić, 2019). Bij de '*Route-first cluster-second*'-methode worden enorme, niet-haalbare TSP-tours gecreëerd, die vervolgens worden opgesplitst in meerdere routes. Bij de '*Cluster-first route-second*'-methode worden klanten verdeeld in clusters, waarbij elke cluster wordt opgelost als een subrouting probleem. Een voorbeeld hiervan is het *Density-based Clustering Algorithm* (DBCA), dat gebaseerd is op dichtheid, zodat elke klant minimaal een vooraf bepaald aantal klanten binnen een bepaalde straal heeft (Erdogan & Miller-Hooks, 2012).

Verbeteringsheuristieken beginnen daarentegen vanuit een haalbare oplossing en voeren iteratief verbeteringen uit totdat aan bepaalde terminatievoorwaarden wordt voldaan (Xiao et al., 2021). Dit wordt ook een *local search* genoemd. Om dit te bereiken wordt gebruik gemaakt van *neighborhood* operatoren. De meeste klassieke VRP *neighborhood* operators worden ook gebruikt voor het EVRP. Er zijn echter ook additionele operatoren ontwikkeld. Enkele veel gebruikte zijn het *2-Opt*, *2-Opt**, *4-Opt*, *Or-Opt*, *Exchange (Swap)*, *FacilityInsertion* en *StationInsertion*, *RechargeRelocation*, *Relocate*, *CrossExchange*, *Resize/ RelocateAndResize / X-OptWithModeChange* en *VehicleSwap*, en ten slotte het *StationInRe* (Erdelić & Carić, 2019). De volgorde van de gebruikte operatoren beïnvloedt de kwaliteit en de rekentijd van de gevonden oplossing. Ook bestaat er de vraag of het beter is om de eerste verbetering te nemen of de beste verbetering. De *Neighborhood* operatoren verkennen enkel de plaats rond de huidige oplossing. Om een groter gebied te onderzoeken kan de *large neighborhood search* (LNS) gebruikt worden (Erdelić & Carić, 2019).

Het grootste probleem met heuristieken is dat bij elk nieuw probleem een nieuwe heuristiek ontwikkeld moet worden. Hier is verandering in gekomen met de introductie van metaheuristieken. Een metaheuristiek is een algemene oplossingsmethode die een structuur en strategie biedt voor een bepaald soort probleem (Hillier & Lieberman, 2005). Het kan dus voor een groot aantal

problemen gebruikt worden. Ook voor metaheuristieken worden verschillende onderverdelingen gebruikt in de literatuur. Zo maken Erdelić & Carić (2019) een onderscheid tussen *neighborhood oriented* metaheuristieken en populatie metaheuristieken terwijl Thymianis et al. (2022) een onderscheid maken tussen klassieke metaheuristieken en *nature-inspired* methodes. Voor de eenvoud zal gekozen worden dieper in te gaan op de onderverdeling van Erdelić & Carić (2019).

Neighborhood oriented metaheuristieken zoeken iteratief naar betere oplossingen in de buurt van de huidige oplossing. Enkele voorbeelden zijn *Simulated annealing*, *Tabu search*, *Variable neighborhood*, *Iterated local search* en *Adaptive large neighborhood search*. *Simulated Annealing* (SA) gebruikt een temperatuurparameter om de zoektocht te sturen, waarbij het de kans op het accepteren van slechtere oplossingen verhoogt bij hogere temperaturen, waardoor het lokale optima kunnen vermeden worden.

De *Tabu Search* (TS) is een bekende metaheuristiek die geheugen gebruikt om heronderzoek van reeds verkende ruimte te vermijden. Het ontsnapt aan lokale optima door een slechtere oplossing te accepteren als deze de beste is binnen de onderzochte ruimte, waarbij verboden bewegingen tijdelijk worden opgeslagen in een tabu-lijst (Erdelić & Carić, 2019). *Variable Neighborhood Search* (VNS) is een metaheuristiek die systematisch de buurt verandert wanneer er geen verbetering is in de lokale zoekfase, met gebruik van vooraf gedefinieerde buurtstructuren. Schneider et al. (2014) pasten het succesvol toe in het EVRPTW. *Iterated Local Search* (ILS) herhaalt lokale zoekoperaties op de huidige oplossing en past een verstoring toe om lokale optimalisaties te vermijden. Effectiviteit hangt sterk af van de gebruikte lokale zoekoperaties. Enkele voorbeelden zijn combinaties met het VNS, *Large Neighborhood Search* (LNS), en TB voor intensivering en verstoring (Erdelić & Carić, 2019).

Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS) is een uitbreiding van de LNS-heuristiek die tijdens het zoekproces vernietigings- en reparatieprocedures adaptief selecteert op basis van hun prestaties. Het doel is om veelzijdige operatoren te hebben om lokale optimalisaties te vermijden, waarbij de gewichten en scores van de operatoren adaptief worden verhoogd voor diversificatie van de zoektocht. Deze methode is veel gebruikt bij het oplossen van het EVRP en gerelateerde problemen, waarbij verschillende vernietigings- en reparatieoperatoren worden toegepast. Acceptatiecriteria zoals de *Cauchy-functie* (CA) en het *record-to-record* (RR) principe worden gebruikt om lokale optimalisaties te vermijden bij het evalueren van oplossingen in het EVRP-veld (Erdelić & Carić, 2019).

Populatie metaheuristieken zijn gebaseerd op natuurlijke selectie en het evolueren van een populatie. Een voorbeeld hiervan is het genetisch algoritme. Het genetisch algoritme bestaat uit een set individuen die een populatie worden genoemd. De populatie gaat door een proces van evolutie door het evalueren van individuen, de selectie van ouders, mutaties, crossovers en het vervangen van de oude populatie met een nieuwe. *Ant colony* (AC) algoritme is gebaseerd op het gedrag van mieren wanneer deze opzoek zijn naar voedsel. Hierbij laten ze een spoor van feromonen achter wat leidt tot een duidelijk veel gebruikt pad dat de rest kan volgen. *Particle swarm optimization* bootst het gedrag van organismen zoals vissen die in scholen zwemmen of vogels die in groepen vliegen na. De fysieke beweging van elk individu (deeltje) in de zwerm wordt gevolgd, en gebalanceerde bewegingen worden toegepast om het individu aan te passen aan zowel de globale als lokale verkenning. Elk deeltje heeft een positie in de zwerm en een bijbehorende snelheid om het probleem

te optimaliseren op basis van de persoonlijk beste oplossing en de globaal beste oplossing (Erdelić & Carić, 2019).

Ten slotte is er ook de differentiële evolutie methode. Barco et al. (2017) pasten differentiële evolutie toe om het EVRP en laadschema's op te lossen. De procedure omvat een initiële populatie van individuen die routetoewijzingen en laadprofielen vertegenwoordigen. Mutatie wordt toegepast op drie willekeurig gekozen individuen met behulp van OR- en XOR-operatoren, wat resulteert in een nieuw individu. Kruising wordt uitgevoerd via een willekeurige 2-puntskruising tussen het doelindividu en het nieuwe individu, waarbij selectie de keuze bepaalt. De individuen worden voorgesteld als tweedimensionale binaire arrays, met rijen voor routes en kolommen voor LS. Na kruising en mutatie wordt lokale zoekoptimalisatie toegepast op de resulterende oplossing. Deze differentiële evolutiemethode wordt gebruikt voor het optimaliseren van EV routes en laadplannen (Erdelić & Carić, 2019). Natuurlijk is een combinatie van de verschillende metaheuristieken ook mogelijk en ook kan een exacte oplossingsmethode gecombineerd worden met een (meta)heuristiek (Küçükoğlu et al., 2021; Erdelić & Carić, 2019).

Het probleem met metaheuristieken is dat er soms te snel voor wordt gekozen, terwijl er mogelijk een minder intuïtieve heuristiek beschikbaar is die beter aansluit bij het specifieke probleem (Hillier & Lieberman, 2005).

2.4 Wiskundige notatie

In deze sectie wordt de wiskundige notatie van het EVRP behandeld. Er zijn veel verschillende varianten in de literatuur te vinden afhankelijk van het soort EVRP. Het doel van dit hoofdstuk is om meer inzicht te verwerven in hoe de wiskundige notatie eruitziet en welke de meest voorkomende zijn. Om dit te bereiken worden twee literatuurstudies in bijzonder geraadpleegd: Küçükoğlu et al. (2021) en Thymianis et al. (2022). De sectie is als volgt opgesplitst. Eerst wordt de formulering van een simpel VRP besproken. Daarna worden de beslissingsvariabelen die nodig zijn voor een EVRP behandeld. Vervolgens komen de doelfunctie en de beperkingen respectievelijk aan bod.

2.4.1 VRP wiskundige notatie

Het VRP is een uitbreiding van het TSP. Zoals in sectie 1.1.2 uitgelegd wordt, is het doel van een VRP om een rittenplan op te stellen voor verschillende transporteurs om alle klanten te bezoeken. De voorgestelde route moet een hoofddoel vervullen en tegelijkertijd ook aan bepaalde voorwaarden voldoen. Veronderstel een gerichte graaf $G = (V, A)$ bestaande uit verschillende knooppunten. V is de verzameling van klantenknooppunten en $A = \{(i,j), \forall i,j \in V, i \neq j\}$ is de verzameling van zijden. Ten slotte wordt het depot voorgesteld als knooppunt 0 (Thymianis et al., 2022). Om het in wiskundige termen uit te drukken moeten enkele variabelen gedefinieerd worden. Laat d_{ij} de totale afstand van knooppunt i naar j voorstellen en laat x_{ij} een binaire variabele zijn zodanig dat:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Indien de zijde van } i \text{ naar } j \text{ in de oplossing gebruikt wordt} \\ 0 & \text{Indien niet} \end{cases}$$

K is het aantal beschikbare voertuigen. Het VRP kan dan als volgt voorgesteld worden:

$$\min \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Subject to:

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (3)$$

$$\sum_{j \in V \setminus \{0\}} x_{0j} = 2K \quad (4)$$

$$\sum_{\substack{i \in S \\ j \in S \\ i < j}} x_{ij} \leq |S| - l(S), \quad \forall S \subset V \setminus \{0\} \text{ with } 2 \leq |S| \leq |V| - 2 \quad (5)$$

De doelfunctie (1) minimaliseert de totaal afgelegde afstand. Beperkingen (2) en (3) garanderen dat er vanuit elke klantknooppunt slechts één inkomende en één uitgaande zijde zijn. Dit is logisch aangezien elke klant door slechts één voertuig mag bedient worden. Beperking (4) zorgt ervoor dat elk voertuig dat vanuit het depot vertrekt ook naar het depot terugkeert. Ten slotte is er beperking (5). Deze beperking elimineert subtours binnen de oplossing. Subtours zijn verbroken routes die niet met elkaar verbonden zijn. Om deze suboptimale routes te elimineren kunnen verschillende beperkingen gebruikt worden. Eén daarvan is beperking (5) die door Achuthan et al. (1996) zijn ontwikkeld. Deze beperking zorgt ervoor dat voor alle subtours waar het depot geen deel van uitmaakt het aantal toegelaten zijden kleiner of gelijk is aan het aantal knooppunten binnen een subset vermindert met het minimum aantal voertuigen nodig om alle klanten binnen de subset te bedienen. Het aantal knooppunten binnen een subtour moet groter zijn dan 2 en kleiner dan het totaal aantal knooppunten. Van het totaal moet natuurlijk het depot worden afgehouden. De bovenstaande notatie komt uit het opleidingsonderdeel 'Gevorderde technieken in operationeel onderzoek'.

Thymianis et al. (2022) gebruiken een gelijkaardige notatie, maar minimaliseren in de doelfunctie de totale kosten in plaats van de afgelegde afstand. Een kost c_{ij} wordt hiervoor gedefinieerd, die de transportkost voorstelt om van knooppunt i naar j te gaan. In de doelfunctie zou enkel d_{ij} vervangen moeten worden door c_{ij} . Volgende doelfunctie wordt door Thymianis et al. (2022) gebruikt:

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij}$$

Beide voorstellingen geven natuurlijk de simpelste vorm van het VRP weer. Afhankelijk van de uitbreidingen moeten meer variabelen en beperkingen gedefinieerd worden. Ook de doelfunctie kan verschillende vormen aannemen.

2.4.2 Beslissingsvariabelen EVRP

Vooraleer te beginnen aan de formulering van het probleem is het best om alle nodige variabelen op te sommen. Het grootste verschil is dat er bij het EVRP ook LS-knooppunten worden toegevoegd aan het probleem. Daarnaast moet de batterijcapaciteit gedefinieerd en bijgehouden worden in de loop van de route. Bij de beslissingsvariabelen wordt daarom y^k_i toegevoegd. Deze variabele houdt bij wat het batterijniveau is van een voertuig k wanneer het arriveert in knooppunt i . Hoe dit berekend wordt hangt af van het soort energieconsumptiemodel dat gebruikt wordt. Küçükoğlu et al. (2021) voegen aan verschillende beslissingsvariabelen ook de index k toe. Deze index dient om individuele voertuigen te identificeren. Dit is vooral handig in het geval van een heterogene voertuigvloot. Dit gaat in mijn model echter niet voorkomen.

Afhankelijk van de variant van het EVRP dat gemodelleerd moet worden, kunnen extra variabelen worden toegevoegd of variabelen worden weggelaten. In tabel 1 staan enkele varianten en de nodige beslissingsvariabelen ook opgelijst (Küçükoğlu et al., 2021).

Tabel 1 Beslissingsvariabelen EVRP (Küçükoğlu et al., 2021)

Variabele	Uitleg
Basis model	
$0, N+1$	Depot knooppunten
F	Set van laadstations
F'	Set van dummy knooppunten zodat meerdere bezoeken mogelijk zijn aan de LS
V	Set van klanten; $V = \{1, 2, \dots, N\}$
V_0, V_{N+1}	Set van klanten en depot knooppunten; $V_0 = V \cup \{0\}$, $V_{N+1} = V \cup \{N+1\}$
V'	Set van klanten, laadstations en depot; $V'_0 = V' \cup \{0\}$, $V'_{N+1} = V' \cup \{N+1\}$, $V'_{0,N+1} = V' \cup \{0\} \cup \{N+1\}$
K	Set van voertuigen
d_{ij}	Rijafstand van knooppunt i naar j ; $\forall i, j \in V'_{0,N+1}$
h	Energieconsumptiesnelheid per afstand
Q	Batterijcapaciteit van de voertuigen
x^k_{ij}	Binaire variabele die gelijk is aan 1 indien voertuig k reist van knooppunt i naar j en is 0 in andere gevallen; $\forall i, j \in V'_{0,N+1}$, $i \neq j$, $d_{ij} > 0$, $\forall k \in K$
y^k_i	Beslissingsvariabele die het batterijniveau bijhoudt van voertuig k bij het arriveren in knooppunt i ; $\forall i \in V'_0$, $\forall k \in K$
Partial charging policy	
Y_i	Beslissingsvariabele die bijhoudt wat het batterijniveau is van een voertuig voor het verlaten van een knooppunt i ; $\forall i \in F' \cup \{0\}$
Capacitated EVRP	
C	Maximale gewicht/lading capaciteit
q_i	De vraag van klant i ; $\forall i \in V$

Time windows	
t_{ij}	Beslissingsvariabele die de rijtijd tussen knooppunt i en j bijhoudt; $\forall i, j \in V'_{0,N+1}$
$[e_i, l_i]$	Beslissingsvariabele die het tijdsvenster bij klant i voorstelt; $\forall i \in V'_{0,N+1}$
s_i	Beslissingsvariabele die de servicetijd weergeeft voor klant i ; $\forall i \in V'_0$
g	Beslissingsvariabele die de rechargingrate bijhoudt
p_i	Beslissingsvariabele die de service starttijd bijhoudt bij klant i ; $\forall i \in V'_{0,N+1}$

2.4.3 Doelfuncties EVRP

In de literatuur worden zoals in sectie 2.2.2 uitgelegd werd verschillende doelfuncties gebruikt. In tabel 2 kan ook een overzicht teruggevonden worden van de studies die besproken zullen worden en welke doelfunctie er gebruikt wordt.

Tabel 2 Samenvatting wiskundige notatie doelfuncties

Studie	Doelfunctie minimaliseert
Küçükoğlu et al. (2021)	De totale afgelegde afstand d_{ij}
Thymianis et al. (2022)	De totale transportkost gesimplificeerd c_{ij}
Hiermann et al. (2016)	De aanschafwaarde f^k en de transportkosten c_{ij}
Lin et al. (2016)	De batterij oplaadkosten Z_e , de transportkosten Z_{tt} , en de batterij oplaad-wachtijdskosten Z_r
Zuo et al. (2019)	De vaste kosten, de variabele elektriciteitsverbruik, de transportkosten en de levertijdskosten
Davis & Figliozzi (2013)	De transportkosten onderverdeeld in verschillende variabelen

De meest intuïtieve en eenvoudige doelfunctie is het minimaliseren van de totale afstand. Dit wordt onder andere gebruikt door Küçükoğlu et al. (2021), Schneider et al. (2014), Paz et al. (2018) en Erdoğan & Miller-Hooks (2012). De studies hanteren wel andere notaties, maar deze verschillen zijn miniem en hebben vooral betrekking op hoe de sommatietekens uitgeschreven worden. Uiteindelijk komt het op de volgende doelfunctie neer:

$$\min \sum_{\substack{i \in V'_0 \\ j \in V'_{N+1} \\ i \neq j}} \sum_{k \in K} d_{ij} x_{ij}^k \quad (1)$$

Het eerste sommatieteken van doelfunctie (1) heeft betrekking op de verschillende knooppunten in ons model. Het tweede sommatieteken wordt door Küçükoğlu et al. (2021) gebruikt en zorgt ervoor dat de doelfunctie wordt geminimaliseerd voor alle voertuigen. Andere studies laten deze index en sommatie weg in het geval van een homogene vloot.

Een tweede veelvoorkomende doelfunctie is het minimaliseren van de totale kosten. Hier is wel veel variatie te zien in de literatuur. Thymianis et al. (2022) vatten de kosten samen in één variabele c_{ij}

die de totale kost beschrijft om van knooppunt i naar knooppunt j te rijden. Dit komt neer op de volgende wiskundige notatie:

$$\min \sum_{i \in V'_{i_0}} \sum_{j \in V'_{i_0}} c_{ij} x_{ij} \quad (2)$$

Dit is natuurlijk een simplificatie omdat hier niet uit afgeleid kan worden hoe de kost precies berekend wordt. Vaak wordt er enkel naar de afstand gerelateerde kosten gekeken, waarbij de assumptie wordt genomen dat deze kost proportioneel is met de afgelegde afstand. Hiermann et al. (2016) definiëren ook een doelfunctie die de kosten minimaliseert, maar zij pakken het anders aan:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{j \in V'} f^k x_{0j}^k + \sum_{k \in K} \sum_{\substack{i \in V'_{i_0} \\ j \in V'_{N+1} \\ i \neq j}} c_{ij}^k x_{ij}^k \quad (3)$$

In doelfunctie (3) wordt een nieuwe variabele f^k geïntroduceerd. Deze variabele wordt gebruikt om de aankoopwaarde van voertuig(type) k voor te stellen. De doelfunctie is opgesplitst in twee delen. Het eerste gedeelte is de som van de kost van alle voertuigen die gebruikt zijn. Het tweede gedeelte is de totale reiskost voor elk voertuig. Hiermann et al. (2016) gebruiken hiervoor gewoonweg de totale afgelegde afstand $c_{ij} = d_{ij}$. Ze gaan er dus vanuit dat de reiskosten evenredig zijn met de afgelegde afstand.

Lin et al. (2016) gebruiken weer een andere indeling van de kosten. Zij splitsen de totale kosten op in drie termen: batterij oplaadkosten Z_e , reiskosten Z_{tt} , en batterij oplaad-wachttijdskosten Z_r .

$$\sum_{i \in F, j \in G} \sum_{m \in M} Z_e x_{imj} + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{m \in M} Z_{tt} x_{ijm} + \sum_{i \in G, j \in F} \sum_{m \in M} Z_r x_{ijm} \quad (4)$$

De batterij oplaadkosten Z_e zijn gelijk aan de geconsumeerde energie vermenigvuldigd met de kost van de geconsumeerde energie op een bepaalde zijde. Deze kost wordt voorgesteld met een nieuwe variabele b_{ij} . De batterij oplaadkosten Z_e kunnen daarom herschreven worden naar volgende functie:

$$\sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} C_e b_{ij} x_{ij}^k \quad (5)$$

De variabele C_e in functie (5) stelt de monetaire oplaadsnelheid van de batterij als functie van het energieverbruik (dollars/joules) voor. De reiskosten Z_{tt} kunnen ook uitgebreid worden naar het loon van de bestuurders (C_{tt}) vermenigvuldigd met de afgelegde afstand d_{ij} . De batterij oplaad-wachttijdskosten Z_r zijn dan weer afhankelijk van de herlaadtijd onderweg. Gebaseerd op deze feiten beschrijven Lin et al. (2016) de doelfunctie als volgt:

$$\sum_{(i,j) \in A} \sum_{m \in M} C_e b_{ij} x_{ijm} + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{m \in M} C_{tt} t_{ij} x_{ijm} + \sum_{i \in G, j \in F} \sum_{m \in M} C_{tt} \frac{C_m - y_{ijm}}{r} x_{ijm} \quad (6)$$

In de paper gaan de auteurs veel verder en maken ze gebruik van fysische grootheden om de energiekosten per zijde te berekenen. Voor de doeleinden van deze thesis is een dergelijke specificatie echter overbodig. Daarom zal hier niet verder op ingegaan worden.

Zuo et al. (2019) splitsen hun doelfunctie op in vier componenten: (1) de vaste kosten voor gebruikte en ingezette voertuigen en bestuurders; (2) de variabele kosten van verbruikte elektriciteit; (3) de variabele kosten in verband met de totale reisafstand; en (4) de variabele kosten in verband met de totale levertijd. Tenslotte hebben ook Davis & Figliozzi (2013) gebruik gemaakt van een doelfunctie die de totale kost minimaliseert. Ook zij gebruiken een aantal unieke variabelen om de kost te berekenen. Wat uit al deze gevallen af te leiden valt is dat elke studie een andere definitie van totale kosten hanteert. Verder kan het van enorm simpele tot zeer complexe modelleringen gaan.

Natuurlijk worden in de literatuur ook andere soorten doelfuncties gebruikt. Goeke & Schneider (2015) definiëren in hun werk zelfs drie verschillende doelfuncties waarvan de eerste twee over de rijafstand en totale kosten gaan. Félipo et al. (2014) gebruiken een doelfunctie die de totale oplaadkosten minimaliseert. Daarbij verdelen ze de kosten in drie categorieën: De eerste categorie vertegenwoordigt de kosten van de energie die 's nachts bij het depot wordt opgeladen, de tweede categorie de kosten van de energie die gedurende de dag bij alle stations (inclusief het depot) wordt opgeladen, en de derde categorie de vaste kosten in verband met de batterijcycli. Barco et al. (2017) minimaliseren dan weer de totale energieconsumptie over alle routes.

2.4.4 Beperkingen EVPR

In het algemeen kunnen beperkingen in twee categorieën onderverdeeld worden: basis- en geavanceerde beperkingen. Küçükoğlu et al. (2021) vatten de basis beperkingen samen in hun literatuurstudie.

Subject to:

$$\sum_{j \in V'_{N+1}} \sum_{k \in K} x_{ij}^k = 1, \quad \forall i \in V \quad (1)$$

$$\sum_{j \in V'_{N+1}} \sum_{k \in K} x_{ij}^k \leq 1, \quad \forall i \in F' \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V'} x_{0j}^k \leq 1, \quad \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{i \in V'_0} x_{ij}^k = \sum_{i \in V'_{N+1}} x_{ji}^k, \forall j \in V', \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$y_j^k \leq y_i^k - (h \times d_{ij})x_{ij}^k + Q(1 - x_{ij}^k), \quad \forall i \in V, \forall j \in V'_{N+1}, \forall k \in K \quad (5)$$

$$y_j^k \leq Q - (h \times d_{ij})x_{ij}^k, \quad \forall i \in F' \cup 0, \forall j \in V'_{N+1}, \forall k \in K \quad (6)$$

$$y_0^k \leq Q, \quad \forall k \in K \quad (7)$$

Beperking (1) zorgt ervoor dat voor alle klantknooppunten één en slechts één uitgaande zijde bestaat. Indien er verschillende knooppunten verbonden zijn aan klant i , dan zou de som van alle zijden gelijk moeten zijn aan één, niet meer en niet minder. De reden dat het één moet zijn is uiteraard omdat alle klanten bediend moeten worden. Beperking (2) zorgt ervoor dat elke dummyvariabele maximaal één keer bezocht kan worden. Het is echter niet verplicht om een LS te

bezoeken. Beperking (3) zorgt ervoor dat elk voertuig maar één keer gebruikt kan worden. Dit wordt gedaan door ervoor te zorgen dat voor elk voertuig slechts één zijde vertrekt vanuit het startdepot knooppunt. Beperking (4) garandeert dat het aantal uitgaande en ingaande zijden gelijk zijn voor elk klant- en LS-knooppunt. Beperkingen (5)-(7) volgen het batterijniveau van de elektrische voertuigen en hun batterijstatus na het opladen bij oplaadstations volgens een volledig oplaadbeleid.

Beperking (5) berekent het batterijniveau van een voertuig indien het van knooppunt i naar j gaat. Het batterijniveau in knooppunt j is kleiner dan of gelijk aan het batterijniveau in i verminderd met de energieconsumptiesnelheid vermenigvuldigd met de afstand van i naar j . De beperking zorgt er ook voor dat deze vergelijking enkel geldt indien het voertuig de weg van i naar j heeft afgelegd. Figuur 5 kan geraadpleegd worden om de beperking wat beter te begrijpen. Beperking (6) zorgt ervoor dat het batterijniveau in knooppunt j maximaal is aan de volledige batterijcapaciteit verminderd met de consumptie over de afstand tussen i en j , indien i een LS of het startdepot is. De laatste beperking (7) laat toe dat alle voertuigen in het depot beginnen met een batterijniveau kleiner of gelijk aan de maximale batterijcapaciteit.

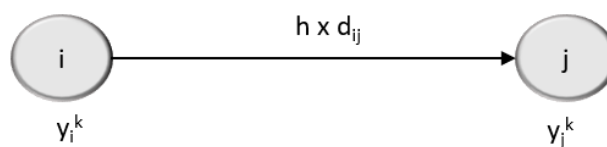
Küçükoğlu et al. (2021) bespreken in hun literatuurstudie ook enkele geavanceerde beperkingen. Deze zullen hieronder behandeld worden. Specifiek gaat het om vier uitbreidingen van het standaard probleem: (1) het gebruik van partieel opladen in plaats van het volledig opladen; (2) het toevoegen van gewichtsbeperkingen; (3) het toevoegen van tijdsvensters en ten slotte (4) het gebruiken van een heterogene vloot in plaats van een homogene vloot.

Om partieel opladen mogelijk te maken moeten beperkingen (6) en (7) lichtjes aangepast worden. Zoals in tabel 1 ook te zien staat wordt een nieuwe beslissingsvariabele toegevoegd Y_i .

$$y_i^k \leq Y_i \leq Q, \quad \forall i \in F' \cup 0 \quad (8)$$

$$y_j^k \leq Y_i - (h \times d_{ij})x_{ij}^k + Q(1 - x_{ij}^k), \quad \forall i \in F' \cup 0, \forall j \in V_N + 1', \forall k \in K \quad (9)$$

Volgens beperking (8) kan het batterijniveau van een voertuig na het bezoeken van een LS of het begindepot gelijk zijn aan de maximale batterijcapaciteit of lager. Het voertuig hoeft dus niet meer volledig opgeladen te worden. Beperking (9) berekent het batterijniveau van een voertuig bij het aankomen in een knooppunt net na het bezoeken van een LS of het begindepot.



Indien van i naar j :

$$y_j^k \leq y_i^k - (h \times d_{ij})$$

Indien niet van i naar j :

$$y_j^k \leq y_i^k + Q$$

Figuur 5 Beperking (5) energieconsumptie

De gewichtscapaciteit van de EV en vraag van klanten kunnen eenvoudig worden toegevoegd. Er moeten wel twee nieuwe parameters gedefinieerd worden één om de maximale capaciteit van de voertuigen en één om de vraag van de klanten te definiëren. Uiteindelijk komt het neer op het toevoegen van volgende beperking:

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V'_{N+1}} q_i x_{ij}^k \leq C, \quad \forall k \in K \quad (10)$$

Het toevoegen van tijdsvensters is complexer. Ten eerste moeten er zes nieuwe beslissingsvariabelen voor gedefinieerd worden. Daarnaast worden drie nieuwe beperkingen toegevoegd.

$$p_i + (t_{ij} + s_i) \sum_{k \in K} x_{ij}^k \leq p_j + l_0 \left(1 - \sum_{k \in K} x_{ij}^k \right), \quad \forall i \in V_0, \forall j \in V'_{N+1} \quad (11)$$

$$p_i + t_{ij} x_{ij}^k + g(Q - y_i^k) \leq p_j + (l_0 + g \times Q)(1 - x_{ij}^k), \quad \forall i \in F', \forall j \in V'_{N+1}, \forall k \in K \quad (12)$$

$$e_i \leq p_i \leq l_i, \quad \forall i \in V'_{0,N+1} \quad (13)$$

Beperkingen (11)-(13) volgen de tijdsintervallen tussen de knooppunten, bepalen de laadtijden bij de laadstations volgens een volledig laadbeleid, en waarborgen haalbaarheid met betrekking tot de tijdsvensters. Met name garanderen beperkingen (11) en (12) de tijdhaalbaarheid van de trajecten die vertrekken vanaf de klanten (en het depotknooppunt) en de laadstations, respectievelijk. Beperkingen (13) leggen de tijdsvensters van de knooppunten op. In geval van gedeeltelijk opladen moet beperking (12) worden vervangen door beperking (14), waarbij de eerste Q in een Y_i veranderd wordt.

$$p_i + t_{ij} x_{ij}^k + g(Y_i - y_i^k) \leq p_j + (l_0 + g \times Q)(1 - x_{ij}^k), \quad \forall i \in F', \forall j \in V'_{N+1}, \forall k \in K \quad (14)$$

Verder wordt door Küçükoğlu et al. (2021) uitgelegd hoe deze beperkingen aangepast kunnen worden om een heterogene vloot te vertegenwoordigen. Het komt erop neer de parameters Q , C , h en g aan te passen naar Q^k , C^k , h^k en g^k . Daarna zouden beperkingen (5)-(7), (9)-(10), (10), (12) en (14) aangepast kunnen worden. Aangezien er in deze thesis geen gebruik van wordt gemaakt, zal hier niet dieper op worden ingegaan. In het voorbeeld van Küçükoğlu et al. (2021) worden subtours niet direct, maar indirect aangepakt. Door het toevoegen van de tijdsvensters en het bijhouden van de aankomsttijden in de knooppunten worden subtours automatisch geëlimineerd.

Thymianis et al. (2022) gebruiken ongeveer dezelfde notatie maar pakken de gewichtscapaciteit anders aan. In plaats van de totale capaciteit van een voertuig te vergelijken met de som van de vraag van de klanten zoals in (10), gebruiken ze een beslissingsvariabele u_i die de lading in elk voertuig bijhoudt. Daarna gebruiken ze een gelijkaardige notatie als in beperking (5). Deze notatie heeft ook als voordeel subtours in de oplossing te elimineren. Ook beperkingen (11)-(13)/(14) kunnen hiervoor gebruikt worden.

$$0 \leq u_j \leq u_i - q_i x_{ij} + Q(1 - x_{ij}), \quad \forall i \in V, \forall j \in V'_{N+1} \quad (15)$$

$$0 \leq u_0 \leq Q, \quad \forall k \in K \quad (16)$$

Ook Hiermann et al. (2016) gebruikt een gelijkaardige notatie als beperking (15) en (16). Wat de andere studies ook als beperking opnemen is dat de binaire variabelen expliciet worden benoemd. Dit is iets wat mist in de literatuurstudies. De resterende beperkingen in Hiermann et al. (2016) zijn hetzelfde.

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in V'_0, \forall j \in V'_{N+1}, i \neq j, \forall k \in K \quad (17)$$

Lin et al. (2016) definiëren in hun paper een beperking die de totale werktijd, bestaande uit rijtijd, wachttijden en oplaadtijden, beperkt tot 8 u. Hiervoor gebruiken ze volgende notatie. De variabele H geeft de maximale dagelijkse arbeidstijd weer wat een constante is.

$$\sum_{(i,j) \in A} t_{ij} x_{ij}^k + \sum_{\substack{i \in V' \\ j \in V}} h_j x_{ij}^k + \sum_{\substack{i \in V' \\ j \in F}} \frac{C_m - y_{ij}^k}{g} \leq H, \quad \forall k \in K \quad (18)$$

3 Rij- en rusttijden binnen het VRP

Dit hoofdstuk biedt een diepgaande analyse van de rij- en rusttijden. De relevante literatuur wordt geraadpleegd om waardevolle inzichten te verkrijgen die essentieel zijn voor de ontwikkeling van een EVRP met rusttijden binnen de Europese context. Met name de manier waarop rusttijden gedefinieerd worden binnen de VRP context zal van belang zijn. In eerste instantie worden de ontwikkelingen binnen het VRP geïdentificeerd. Vervolgens wordt het wettelijk aspect van rij- en rusttijden nader onderzocht, evenals de beschrijving van deze pauzes binnen het VRP. Ten slotte worden verschillende oplossingsmethoden omschreven.

3.1 Ontwikkeling en belang rij- en rusttijden binnen het VRP

Het VRP is een bekend optimalisatieprobleem waar veel varianten van ontwikkeld zijn. De eerste die het concept van het VRP uitwerkten waren Dantzig et al. in 1954. Ze noemde het *truck dispatching problem*. In 1964 publiceerde Clarke en Wright hun paper waar ze het probleem veralgemeenden naar een lineair optimalisatieprobleem (Bazirha, 2023). Eén van de eerste varianten van dit probleem is het *Vehicle routing problem with Time windows* (VRPTW). Bij dit probleem wordt aan elke klant een tijdsvenster toegekend waartussen de levering (of de ophaling) moet gebeuren (Prescott-Gagnon et al., 2010). Indien de bestuurder te vroeg is, moet hij wachten, en indien hij te laat komt wordt de oplossing *infeasible*. In het geval van zachte tijdsvensters wordt een boete toegevoegd aan de oplossing. Wanneer er niet enkel voor de klanten een tijdsvenster geldt, maar elk voertuig ook een pauze moet nemen binnen een bepaald interval, wordt er gesproken van een *Vehicle routing problem with Lunch break* (VRPLB). Het VRP-LB kan dus worden beschouwd als een uitbreiding van het VRPTW (Coelho et al., 2016).

Het probleem komt in de literatuur onder verschillende benamingen voor waaronder *Vehicle routing problem with Lunch Break* (Coelho et al., 2016), *Vehicle routing problem with Time Windows and EU social legislation* (Kok et al., 2010), *Vehicle routing problem with Time windows and Lunch Break* (Bazirha, 2023), *Vehicle routing problem with time windows with driver rules* (Prescott-Gagnon et al., 2010), *Vehicle routing and break scheduling problem* (Kopfer et al., 2015), enzovoort. In deze masterproef zal het probleem het VRP-LB genoemd worden.

Ondanks de praktische relevantie wordt het VRP-LB in de literatuur weinig besproken (Kopfer et al., 2015; Coelho et al., 2016; Prescott-Gagnon et al., 2010). Bovendien is het vooral onderzocht binnen de context van bepaalde industrieën, zoals thuiszorg, afvalophaling, telecommunicatie, enzovoort (Coelho et al., 2016; Bazirha, 2023). Dit veranderde in april 2007 met de invoering van nieuwe EU-wetgeving: Regulation (EC) No. 561/2006 (ECR561/2006). Sindsdien is het probleem vaker onderzocht (Kopfer et al., 2015). De wet beperkt het aantal rijuren van een bestuurder om vermoeidheid te verminderen. Vermoeidheid van bestuurders is een cruciale factor bij ongeveer 20% van commerciële wegtransportongevallen. Ook geeft de helft van de langeafstandsvrachtwagenbestuurders in een enquête toe ooit in slaap te zijn gevallen tijdens het rijden (Goel, 2010). Rij- en rusttijden hebben dus een positief effect op de verkeersveiligheid doordat ze het aantal ongelukken verminderen (Bazirha, 2023; Kopfer et al., 2015). Verder zorgt Directive 2002/15/EC (ECD2002/15) voor een beperking van de werkuren van bestuurders. Beide wetgevingen

samen worden aangeduid als *social legislation* (Kopfer et al., 2015). In sectie 3.2 zullen deze wetgevingen verder worden besproken. De invoering van ECR561/2006 was noodzakelijk vanwege de mogelijkheid onder de vorige wetgevingen om vrachtwagenbestuurders 9 uur opeenvolgend te laten rijden, met slechts een pauze van 15 minuten tussendoor (Goel, 2010).

Er zijn verschillende perspectieven met betrekking tot het plannen van deze pauzes. Zo hanteren Kok et al. (2010) eerder een *central planning perspective*, waarbij zowel de routes als de pauzes gezamenlijk en vanuit het hoofdkantoor worden opgesteld. Aan de andere kant maakt Kopfer et al. (2015) gebruik van de *hierarchical planning approach*, waarbij de verschillende taken wordt onderverdeeld onder verschillende werknemers. Rittenplanners stellen de routes op en laten het inplannen van de pauzes over aan de vrachtwagenbestuurders. Dit gebeurt vaak in de praktijk om verschillende redenen. Rittenplanners wijzen onder andere de *break scheduling* toe aan bestuurders om de complexiteit van hun taken te verminderen (Kopfer et al., 2015). Bovendien kan het delegeren van deze verantwoordelijkheid ook een positief effect hebben op de bestuurders. Door meer zeggenschap te hebben over hun werk zullen ze zich meer gemotiveerd voelen, waardoor ook hun werkkwaliteit stijgt. Dit wordt ook *empowerment of job control* genoemd (Henderickx et al., 2010). Autonomie is één van de risico-indicatoren waarnaar gekeken wordt bij het beoordelen van werkbaar werk (SERV, 2023).

De twee perspectieven leiden tot twee manieren om de routes op te stellen. Bij de *two-phase approach* worden eerst de routes opgesteld en wordt later rekening gehouden met de rij- en rusttijden. De *integrated approach* neemt deze tijden meteen in rekening, al leidt dit tot een complexer probleem. De oplossingen bevatten wel lagere kosten (Prescott-Gagnon et al., 2010; Coelho et al., 2016). In deze masterproef worden beide methodes toegepast.

In de literatuur zijn er verder twee grote stromingen te onderscheiden. Enerzijds zijn er artikels die proberen de Europese richtlijnen als beperkingen op te nemen. Kok et al. (2010), Goel (2010), Sartori (2023) en Prescott-Gagnon et al. (2010) zijn hier enkele voorbeelden van. Anderzijds zijn er artikels die in plaats van de Europese richtlijnen als leidraad te nemen een simpelere aanpak gebruiken. Zij stellen gewoon dat er ergens binnen de route van een voertuig een pauze wordt genomen. De duur van de pauze is op voorhand vastgelegd en meestal wordt ook een interval gedefinieerd waartussen de pauze moet plaats vinden. Dit is de methode die Coelho et al. (2016), Sahoo et al. (2005) en Buhrkal et al. (2012) bijvoorbeeld toepassen. Voor deze masterproef volstaat het om de tweede werkwijze te hanteren aangezien de opgestelde routes op dagniveau geanalyseerd worden.

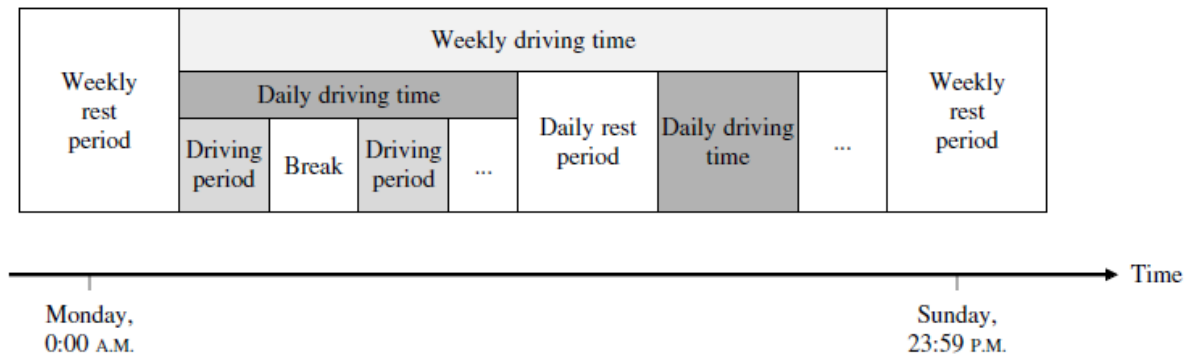
3.2 Definitie rij- en rusttijden

De sociale wetgeving van de Europese Commissie (EC) met betrekking tot de rij- en werktijden van chauffeurs omvat voornamelijk twee wetgevingshandelingen: Regulation (EC) No. 561/2006, die de rijtijden van personen die betrokken zijn bij wegvervoer beperkt, en Directive 2002/15/EC, die beperkingen oplegt aan de werktijden van chauffeurs (Kok et al., 2010). Deze juridische maatregelen zijn ingesteld om de verkeersveiligheid te verhogen. Het nalaten van deze maatregelen wordt dan ook fors gestraft. Niet enkel de bestuurder, maar ook zijn werkgever worden op dat moment verantwoordelijk gehouden (Kok et al., 2010).

Om de maatregelen te begrijpen moeten eerst enkele belangrijke termen gedefinieerd worden. Ter ondersteuning kan ook gebruik worden gemaakt van figuur 6. ECR561/2006 heeft betrekking op drie verschillende, maar onderling verbonden tijdshorizonten: een enkele rijperiode (ook interval rijtijd genoemd), de dagelijkse rijtijd en de wekelijkse rijtijd (Kopfer et al., 2015). Deze tijdshorizonten worden afgebakend door pauzes, dagelijkse rustperiodes en wekelijkse rustperiodes (Kok et al., 2010). Een rijperiode is de geaccumuleerde rijtijd tussen twee bestemmingen waartussen geen pauze of rustperiode is gepland (Sartori, 2023). Een rijperiode mag niet meer dan 4,5 u bedragen (Kok et al., 2010; Prescott-Gagnon et al., 2010). Het wordt afgebakend door pauzes of rustperiodes. Een pauze is een periode van ten minste 15 min en maximaal 3 u waarin de chauffeur mag doen wat hij wil (Prescott-Gagnon et al., 2010). Een korte pauze is een pauze van minstens 15 min en maximaal 45 min. Een lange pauze bestaat uit ten minste 45 min of 30 min indien het vooraf ging aan een korte pauze van minstens 15 min in dezelfde rijperiode (Prescott-Gagnon et al., 2010). Het nemen van één pauze na een rijperiode van 45 min is de basisregel. Het verdelen van de pauze in 15 min en 30 min is de aangepaste regel. Verder kan de 15 min korte pauze ook gepland worden bij een wachttijd bij een klant indien de wachttijd langer dan 15 min bedraagt (Kok et al., 2010). Wachttijd wordt uitsluitend gedefinieerd als de periode waarin een chauffeur op locatie bij een klant verblijft in afwachting van het verrichten van de dienst. Activiteiten zoals het laden en lossen, reinigen en het onderhouden van het voertuig worden niet tot de wachttijden gerekend (Kok et al., 2010).

De dagelijkse rijtijd is de geaccumuleerde tijd tussen twee rustperiodes in. De basisregel is dat de dagelijkse rijtijd niet meer dan 9 u mag bedragen. Het is echter mogelijk om twee keer per week deze rijtijd te verlengen tot 10 u. Deze uitzonderlijke dagen worden verlengde rijtijden genoemd (Kok et al., 2010). Een rustperiode is een periode van minstens 3 u waarin de bestuurder mag doen wat hij wilt. Een korte rustperiode bedraagt ten minste 3 u en is maximaal 9 u. Een lange rustperiode is een periode tussen 9 u en 24 u (Prescott-Gagnon et al., 2010). De dagelijkse rustperiode bedraagt minstens 11 u. Dit kan ook gesplitst worden in een periode van een korte en een lange rustperiode (Prescott-Gagnon et al., 2010; Kok et al., 2010). Zo kan er eerst een korte rustperiode van 3 u genomen worden en daarna een lange rustperiode van 9 u. Daarnaast mag de dagelijkse rustperiode verlaagd worden naar een periode van 9 u zonder daarna (of ervoor) een korte rustperiode te nemen van 3 u. Dit mag drie keer voorkomen tussen twee wekelijkse rustperiodes (Prescott-Gagnon et al., 2010; Kok et al., 2010). Deze aangepaste regel wordt een verlaging van rustperiodes genoemd. Ten slotte moet er binnen de 24 u van het nemen van een dagelijkse rustperiode een nieuwe dagelijkse rustperiode genomen worden. Dit leidt tot een niet-rustperiode van maximaal 13 u (of 15 u indien een verlaging van rustperiodes gebruikt is geweest) (Kok et al., 2010). Deze periodes worden ook de maximale dagelijkse tijdsduur en de verlengde maximale dagelijkse tijdsduur genoemd (Prescott-Gagnon et al., 2010).

De wekelijkse rijtijd is de geaccumuleerde rijtijd in een kalenderweek en mag niet meer dan 56 u bedragen. De geaccumuleerde rijtijd van twee opeenvolgende weken mag niet meer dan 90 u bedragen (Kok et al., 2010). De wekelijkse rustperiode moet minstens 45 u bedragen. Een van de wekelijkse rustperiodes mag verlaagd worden tot 24 u in één van twee opeenvolgende weken. Deze verlaging moet wel terug gecompenseerd worden met een even grote verlenging van een andere rustperiode voor het einde van de derde week (Kok et al., 2010). Binnen 144 u (of zes dagen) na een wekelijkse rust moet een nieuwe wekelijkse rust genomen worden.



Figuur 6 Verschillende tijdshorizonten (Kok et al., 2010)

Naast de wetgeving van ECR561/2006 is er ook ECD2002/15 wat als supplement kan gezien worden. De rijtijd is een deel van de totale arbeidstijd die een bestuurder uit moet voeren. De juridische maatregelen zijn dus onderling afhankelijk van elkaar en moeten dus beide in rekening gebracht worden bij het opstellen van een VRP-LB (Kok et al., 2010). Daarbij mag niet vergeten worden dat arbeidstijd alle wegvervoersactiviteiten omvat zoals rijden, laden en lossen, passagiers helpen bij het in- en uitstappen van het voertuig, schoonmaken en technisch onderhoud, toezicht op het laden en lossen van goederen en administratieve formaliteiten. Als zelfstandige chauffeur, geldt de tijd die doorgebracht wordt op de werkplek en in het voertuig ter beschikking van een klant of voor vervoersactiviteiten ook tot arbeidsuren (EU-regels voor het werken in het wegvervoer - Your Europe, 2023). Verder bestaat de arbeidstijd ook uit wachttijden waarin de bestuurder niet vrij over zijn tijd kan beslissen (Kok et al., 2010).

In ECD2002/15 staan de volgende regelgevingen omschreven betreffende de arbeidstijd van bestuurders. Een werkperiode mag maximaal 6 u aan geaccumuleerde arbeidstijd bevatten. Er moet hierna ten minste een pauze van 30 min genomen worden. Indien de totale werktijd tussen twee dagelijkse rustperiodes in meer dan 9 u bedraagt, dan moet de totale pauze in deze periode verlengd worden tot 45 min. De pauze mag gesplitst worden in delen van minstens 15 min (Kok et al., 2010; Prescott-Gagnon et al., 2010). De totale wekelijkse werktijd mag niet meer dan 60 u bedragen. De gemiddelde wekelijkse werktijd over een periode van 4 maanden mag niet meer dan 48 u bedragen (Kok et al., 2010; Prescott-Gagnon et al., 2010).

De bovenstaand gestipuleerde regels moeten door chauffeurs en hun werkgevers gerespecteerd worden. Volgens de officiële website van de EU zijn er echter bepaalde uitzonderingen. De EU-regels inzake rijtijden zijn niet van toepassing op:

- Geregelde passagiersdiensten op routes tot 50 km;
- De meeste voertuigen tot 7,5 ton voor het vervoer van materiaal, uitrusting enz. voor professioneel gebruik door chauffeurs binnen 100 km van hun standplaats;

- Voertuigen met een maximumsnelheid van 40 km/h;
- Het leger, civiele bescherming en de brandweer;
- Voertuigen voor wegenwachtdiensten binnen 100 km van hun thuisbasis;
- Gespecialiseerde voertuigen voor humanitaire hulp, noodsituaties, reddingsoperaties of medische doeleinden;
- Voertuigen die voor de handhaving van de openbare orde worden gebruikt;
- Testvoertuigen voor technische ontwikkeling, reparatie of onderhoud, en nieuwe/verbouwde voertuigen die nog niet in gebruik zijn genomen.
- Niet-commerciële goederenvervoer met voertuigen tot 7,5 ton.
- Bedrijfsvoertuigen met juridische historische status in het EU-land van gebruik, voor niet-commercieel personen- of goederenvervoer.
- Voertuigen (2,5-3,5 ton) voor intern goederenvervoer als het besturen niet de hoofdactiviteit is. (EU-regels voor het werken in het wegvervoer - Your Europe, 2023)

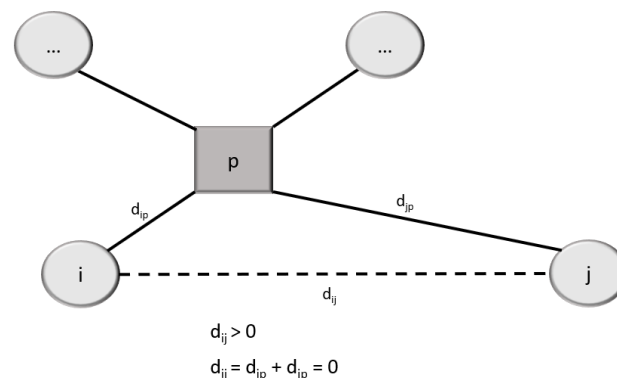
Verder zijn er ook mogelijke nationale uitzonderingen. Artikel 13, lid 1, van Regulation (EC) No. 561/2006 voorziet in een lijst van mogelijke nationale afwijkingen van de toepassing van bepalingen met betrekking tot rijtijden, pauzes en rustperiodes. Het is aan elke lidstaat om te beslissen of een van de vermelde mogelijke nationale afwijkingen al dan niet wordt toegekend. Artikel 14 van de Verordening bepaalt dat lidstaten, in dringende gevallen, uitzonderingen kunnen verlenen op de toepassing van de artikelen 6 tot 9 voor maximaal 30 dagen voor transportactiviteiten die worden uitgevoerd onder uitzonderlijke omstandigheden (Driving time and rest periods, z.d.).

3.3 Voorstelling van de beperking

Uit het vorige hoofdstuk blijkt dat de wetgeving enorm uitgebreid is en veel regels omvat. Om de scope van de thesis weer af te bakenen is er besloten om enkel de regels op dagniveau te behandelen. Dit zorgt ervoor dat het voldoende is om de tweede stroming, zoals beschreven in sectie 3.1, als richtlijn te nemen voor het opstellen van het praktijkgedeelte.

De literatuur beschrijft een verscheidenheid aan mogelijke manieren om rij- en rusttijden in een VRP op te nemen. Zo kan er onder andere gewerkt worden met dummy knooppunten. Sahoo et al. (2005) gebruikte hiervoor één enkel dummy knooppunt waar de andere knooppunten aan gelinkt zijn. Deze dummy is geassocieerd met een tijdsvenster waarin de pauze genomen moet worden. Deze bedraagt 1 u en wordt door Sahoo et al. tussen 11:00 en 13:00 ingezet. De afstand tussen de andere knooppunten en de dummy is ook gelijkgesteld aan nul. Kim et al. (2006) passen een gelijkaardige methode toe om een *Waste management*-VRP op te lossen. Het probleem met deze formulering is dat indien er een pauze genomen wordt tussen twee knooppunten i en j , de totale afstand tussen deze knooppunten gelijkgesteld wordt aan nul (Bazirha, 2023). De totale afgelegde afstand wordt hierdoor niet correct berekend en zal vertekend zijn. Om dit te illustreren werd figuur 7 toegevoegd.

Er wordt wel rekening gehouden met de rijtijd door een uur extra toe te voegen aan de rijtijd tussen de knooppunten waar een pauze genomen wordt.

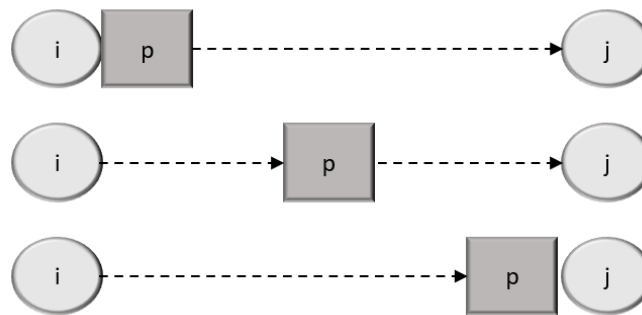


Figuur 7 Dummy variabele Sahoo et al.

Coelho et al. (2016) passen ook een methode toe die gebruikmaakt van dummyvariabelen. Om de pauzes voor te stellen, wordt er voor elk klantknooppunt een dummyvariabele toegevoegd. Ook voor het depot worden er twee variabelen toegevoegd. De afstandsmatrix wordt uitgebreid, wat de auteurs de uitgebreide afstandsmatrix noemen. Als er n klanten zijn, worden knooppunt 1 tot n beschouwd als de klanten. Knooppunten 0 en $n + 1$ zijn het depot, waarbij knooppunt 0 wordt gebruikt voor de uitgaande voertuigen en knooppunt $n + 1$ voor de inkomende. De knooppunten $n + 2$ tot $2n + 3$ zijn dan de pauzeknooppunten. Verder zijn er enkele cruciale beperkingen waarmee rekening wordt gehouden. Het is essentieel om te benadrukken dat er geen kosten zijn verbonden aan het reizen naar het pauzeknooppunt. Dit betekent dat de verplaatsing naar de locatie voor een pauze geen invloed heeft op de totale kosten.

De indexering van pauzes is als volgt vastgesteld: een pauze met index $n + 2$ vindt direct na het vertrekpunt (depot) plaats, terwijl een pauze met index $n + 3$ onmiddellijk na knooppunt 1 plaatsvindt. Deze volgorde wordt voortgezet voor alle daaropvolgende pauzes. De afstand tussen een pauzeknooppunt en een gewoon knooppunt is nul als ze overeenkomen, en oneindig als dit niet het geval is. Na het nemen van een pauze is het niet toegestaan om terug te keren naar het oorspronkelijke knooppunt. In plaats daarvan moet er naar een ander knooppunt worden gereisd. Het is niet toegestaan om twee pauzeknooppunten direct met elkaar te verbinden. Er moet altijd een ander knooppunt tussen zitten. De afstand van het laatste pauzeknooppunt (voor het eindpunt/depot) naar een klant is niet toegestaan en wordt beschouwd als oneindig. Dit geldt ook voor de reistijd. De reistijd ondergaat dezelfde updates als de afstand en moet dienovereenkomstig worden aangepast. Wat betreft het tijdsvenster is de duur van alle pauzeknooppunten gelijk aan de tijdsperiode waarbinnen de pauze moet worden genomen voor de desbetreffende route. Alleen voor het laatste knooppunt ($2n + 3$) is de tijdsduur gelijk aan nul. Ten slotte worden pauzes onmiddellijk na het bezoeken van een klant genomen. In werkelijkheid kan de pauze op elk moment plaatsvinden na het bezoek van de klant, zolang het maar voor het bereiken van de volgende klant gebeurt. Als dit het geval is, verandert de oplossing niet. Het grootste probleem met deze oplossingsbenadering is het dupliceren van de knooppunten. Hierdoor verdubbelt de grootte van het probleem en zoals eerder vermeld is de grootte van een VRP een van de moeilijkheden bij het zoeken naar een oplossing (Bazirha, 2023).

Buhrkal et al. (2012) formuleerden het probleem als een *Mixed integer linear programming* probleem (MILP) waarbij de pauze een duurtijd van s heeft en moet beginnen binnen een interval $[a, b]$. Verder gaan ze ervan uit dat de pauze ergens tussen klant i en j genomen wordt waardoor er geen extra rijkosten in rekening gebracht worden. De positie van de pauze kan op drie manieren voorkomen: meteen na de levering bij klant i , tussen het afronden van de levering bij klant i en de start van levering bij klant j , en voor de start van levering bij klant j . Ook hiervoor werd ter illustratie figuur 8 opgesteld.



Figuur 8 Positie van de pauze

Om dit te bereiken worden twee nieuwe variabelen geïntroduceerd: een binaire variabele y_{ijk} die aangeeft of een pauze genomen werd tussen de klanten i en j in door voertuig k , en een continue variabele r_k die de verhouding van het gereden aantal kilometers tussen de vorige en de volgende stop aangeeft wanneer voertuig k een pauze neemt. Dit was voldoende om het Noord-Amerikaanse scenario op te stellen. Er werd ook een scenario opgesteld van een Deens bedrijf. Dit bedrijf moest natuurlijk de Europese regelgeving naleven.

Om het probleem niet te ingewikkeld te maken werd gekozen om de wetgeving voor dit scenario te vereenvoudigen. Uiteindelijk komt het neer op twee zaken: 1) een rustperiode bestaat altijd uit 45 min en moet na maximaal 4,5 u genomen worden, en 2) een pauze van minstens 30 min moet elke dag minstens één keer genomen worden. Om dit te bereiken worden volgende variabelen gedefinieerd: een binaire variabele y_{ijk} die aangeeft of een pauze genomen werd tussen de klanten i en j in door voertuig k , een rijtijdslimiet van g en h_{ik} is een continue variabele die de huidige rijtijd bij het bereiken van knooppunt i bijhoudt. Zoals eerder aangehaald moet de pauze genomen worden binnen een bepaald tijdsvenster. Het probleem, volgens Bazirha (2023), ligt in de veronderstelling dat het einde van de pauze ook binnen dit tijdsvenster moet vallen; deze formulering is niet in staat om met deze situatie om te gaan, omdat er enkel rekening wordt gehouden met de begintijd.

Bazirha (2023) haalt nog enkele formuleringen aan die gebruikt worden in de literatuur. Zo is de MILP-formulering in Liu et al. (2017, 2021) gebaseerd op de veronderstelling dat de pauze gepland moet worden ofwel voor aanvang van de dienstverlening ofwel na het bezoek aan een toegewezen klant. Deze formulering elimineert veel haalbare oplossingen, aangezien het voertuig wordt verhinderd om tijdens het reizen te stoppen voor een pauze. Dotoli en Epicoco (2017) en Xiao et al. (2018) hebben een MILP-formulering voorgesteld die het mogelijk maakt om de pauze te nemen en daarbij de drie mogelijkheden overweegt, zoals in Buhrkal et al. (2012). De auteurs gebruikten variabelen voor starttijden om ervoor te zorgen dat de pauze wordt ingepland binnen het tijdvak van de lunchpauze.

Ten slotte stelt Bazirha (2023) zelf een formulering voor. Het omschrijft een intersectie tussen twee intervallen. Het eerste is een tijdsvenster waartussen de pauze zich bevindt en het tweede is de eindtijd en begintijd van de levering aan de twee klanten. De intersectie moet de tijdsduur B van de pauze bevatten. Met andere woorden de volledige pauze moet binnen het tijdsvenster genomen worden. De eerdere MILP-formuleringen zijn ontworpen om de starttijden van de pauzes exact te definiëren. De voorgestelde formulering is in staat om een flexibel schema voor lunchpauzes te bieden door zowel de vroegst mogelijke als de laatst mogelijke starttijden vast te stellen waarop elke pauze kan plaatsvinden. Als gevolg hiervan wordt voor elk voertuig een tijdsbestek gedefinieerd waarin het op flexibele wijze met zijn lunchpauze kan beginnen.

Het onderzoek van Cortés-Murcia et al. (2019) is het enige gevonden onderzoek dat een combinatie maakt van pauzes en het EVRP. Omdat zowel de pauzes als het opladen van de EV gezien worden als wachttijden is het synchroniseren van de twee een onmisbaar doel. Ze stellen een nieuwe variant voor van een EVRP met winst waarbij het mogelijk is om een EV op te laden tijdens de lunchpauze van bestuurders. Hiervoor worden restaurantknooppunten opgesteld waar opladen mogelijk is. In de restaurants kunnen de chauffeurs zowel wat te eten krijgen en hun voertuig laten opladen. Voor beide wordt een bepaalde kost betaald. Er zijn echter enkele verschillen met het onderzoek dat in deze masterproef wordt uitgevoerd. Allereerst houdt de paper van Cortés-Murcia et al. (2019) geen expliciete rekening met de rij- en rusttijden binnen de Europese context. Er wordt simpelweg vermeld dat er een pauze moet worden genomen tijdens de route. Bovendien biedt het model alleen de mogelijkheid om een pauze te plannen bij een restaurant. Dit sluit echter veel oplossingen uit, aangezien er geen pauzes kunnen worden genomen bij klanten. Ten slotte wordt in dit onderzoek ook gekeken het effect van de pauzes op de competitiviteit van EV.

Naast de mogelijke methodes om de pauzes in te plannen zijn er verschillende simplificaties toegepast om het probleem op te lossen. In deze masterproef zal het opgesteld model hier ook gebruik van maken.

3.4 Oplossingsmethode

Om een oplossing te bekomen is er keuze tussen allerlei oplossingsmethodes. In de onderstaande tabel staan verschillende studies en de gebruikte oplossingsmethodes opgelijst. De meeste gebruiken een heuristiek of een metaheuristiek om het probleem op te lossen. Cortés-Murcia et al. (2019) gebruiken de Branch-and-price methode wat een exacte methode is. Kopfer et al. (2015) gebruiken in hun studie de commerciële tool CPLEX om als oplossingsmethode te dienen. Aangezien de meeste al in sectie 2.3 uitgebreid zijn beschreven zal hier niet verder op ingegaan worden.

Tabel 3 Oplossingsmethodes VRP-LB

Studie	Oplossingsmethode
Bazirha (2023)	Lunch break scheduling algorithm heuristic; Simulated annealing metaheuristic
Buhrkal et al. (2012)	Adaptive large neighborhood search metaheuristic
Coelho et al. (2016)	Multi-start randomized local search

Cortés-Murcia et al. (2019)	Branch-and-price
Kim et al. (2006)	Extended insertion algorithm for waste collection VRPTW; clustering-based waste collection VRPTW algorithm
Kok et al. (2010)	Restricted Dynamic programming heuristic
Kopfer et al. (2015)	Commercial tool CPLEX 12.1
Prescott-Gagner et al. (2010)	Large neighborhood search + branch-and-price
Sahoo et al. (2005)	Iterative two-phase algorithm

3.5 Wiskundige notatie

Bazirha (2023) vat de verschillende mogelijke wiskundige notaties samen in zijn paper. Hij begint met het opstellen van een VRPTW (vehicle routing problem with time windows). Tabel 4 geeft een lijst van de (beslissing)variabelen die gebruikt worden in zijn model. De grootste verschillen met de variabelen die gebruikt zijn voor het EVRP zijn het feit dat alle variabelen die betrekking hadden op EV wegvallen en variabelen die met pauzes te maken hebben worden toegevoegd. Het volgende is het MILP model van het VRPTW.

$$\min \sum_{i \in N_0} \sum_{j \in N_{n+1}} \sum_{k \in K} t_{ij} x_{ij}^k$$

$$\sum_{i \in N_0} \sum_{k \in K} x_{ij}^k = 1, \quad \forall j \in N \quad (1)$$

$$\sum_{j \in N_{n+1}} \sum_{k \in K} x_{ij}^k = 1, \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$\sum_{i \in N_0} x_{i(n+1)}^k = 1, \quad \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{j \in N_{n+1}} x_{0j}^k = 1, \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{i \in N_0} x_{im}^k = \sum_{j \in N_{n+1}} x_{mj}^k, \quad \forall m \in N, \forall k \in K \quad (5)$$

$$s_i^k + S_i + t_{ij} \leq s_j^k + M(1 - x_{ij}^k), \quad \forall i \in N_0, \forall j \in N_{n+1}, \forall k \in K \quad (6)$$

$$M \left(\sum_{j \in N_{n+1}} x_{ij}^k - 1 \right) + a_i \leq s_i^k, \quad \forall i \in N, \forall k \in K \quad (7)$$

$$s_i^k + S_i \leq b_i + M \left(1 - \sum_{j \in N_{n+1}} x_{ij}^k \right), \quad \forall i \in N, \forall k \in K \quad (8)$$

$$s_i^k \geq 0, \quad \forall i \in N, \forall k \in K \quad (9)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\}, \quad \forall i \in N_0, \forall i \in N_{n+1}, \forall k \in K \quad (10)$$

De doelfunctie minimaliseert de totaal afgelegde afstand van de voertuigen tijdens het bezoeken van de klanten. Daarnaast worden verschillende beperkingen toegepast in het model. De eerste twee beperkingen, (1) en (2), zorgen ervoor dat elke klant slechts door één voertuig wordt bezocht. Beperking (1) heeft betrekking op de inkomende zijden en beperking (2) op de uitgaande zijden. De volgende twee beperkingen, (3) en (4), garanderen het vertrek en de terugkeer van elk voertuig naar het depot. Daarnaast zorgt beperking (5) ervoor dat het aantal inkomende en uitgaande zijden gelijk zijn, terwijl beperking (6) de starttijden van de diensten definieert. De starttijd bij een klant j gaat namelijk gelijk (of groter) moeten zijn aan de som van de starttijd bij de vorige klant, de servicetijd bij die klant en nodige rijtijd om van de vorige klant naar de huidige klant te komen. Beperkingen (7) en (8) respecteren de tijdsvensters van klanten. De laatste drie beperkingen gelden enkel indien x_{ij}^k gelijk is aan één. Dit betekent dat de zijde van i naar j gekozen wordt voor voertuig k . Beperkingen (9) en (10) stellen de domeindefinitie van variabelen vast.

Er zullen in het vervolg drie formuleringen van het VRP-LB besproken worden: de formulering van Xiao et al. (2018), Buhrkal et al. (2012) en ten slotte de formulering van Bazirha (2023). Het volgende is de formulering van Xiao et al (2018).

$$z_{ij}^k \leq x_{ij}^k, \quad \forall i \in N_0, \forall j \in N_{n+1}, \quad \forall k \in K \quad (22)$$

$$\sum_{i \in N_0} \sum_{j \in N_{n+1}} z_{ij}^k = 1, \quad \forall k \in K \quad (23)$$

$$s_i^k + S_i + t_{ij} + Bz_{ij}^k \leq s_j^k + M(1 - x_{ij}^k), \quad \forall i \in N_0, \forall j \in N_{n+1}, \forall k \in K \quad (24)$$

$$s_i^k + S_i \leq st^k + M \left(1 - \sum_{j \in N_{n+1}} z_{ij}^k \right), \quad \forall i \in N_0, \forall k \in K \quad (25)$$

$$st^k + B \leq s_j^k + M \left(1 - \sum_{i \in N_0} z_{ij}^k \right), \quad \forall j \in N_{n+1}, \forall k \in K \quad (26)$$

$$a_B \leq st^k, \quad \forall k \in K \quad (27)$$

$$st^k + B \leq b_B, \quad \forall k \in K \quad (28)$$

$$z_{ij}^k \in \{0,1\}, \forall i \in N_0, \quad \forall j \in N_{n+1}, k \in K \quad (29)$$

Beperkingen (22) en (23) definiëren de variabele z_{ij}^k . Beperking (22) garandeert dat de pauze voor voertuig k tussen klanten i en j enkel kan worden ingepland indien dit voertuig daadwerkelijk deze twee klanten zal bezoeken. Beperking (23) garandeert dat slechts één lunchpauze wordt ingepland voor elk voertuig. Beperking (24) herdefinieert beperkingen (6) om de duur (B) van de pauze op te nemen. De starttijd van service aan een klant houdt nu ook rekening met een eventuele pauze.

Beperking (25) stelt vast dat de pauze pas kan beginnen nadat de dienst aan klant i is voltooid. Beperking (26) zorgt ervoor dat voertuig k de pauze moet nemen voor het bezoeken van klant j . Beperkingen (27) en (28) garanderen dat de pauze binnen zijn tijdsvenster wordt ingepland. Beperking (29) definieert het domein van de variabele z_{ij}^k .

Buhrkal et al. (2012) gebruiken de volgende formulering.

$$a_B + B + t_{ij}(1 - z^k) \leq s_j^k + M(1 - z_{ij}^k), \quad \forall i \in N_0, \forall j \in N_{n+1}, \forall k \in K \quad (30)$$

$$s_i^k + S_i + t_{ij}z^k \leq b_B + M(1 - z_{ij}^k), \quad \forall i \in N_0, \forall j \in N_{n+1}, \forall k \in K \quad (31)$$

$$0 \leq z^k \leq 1, \quad \forall k \in K \quad (32)$$

De beperkingen vervangen beperking (25) en (26). Deze beperkingen zorgen ervoor dat de pauze genomen wordt na a_B en voor b_B wat het tijdsvenster van de pauze is. Deze notatie garandeert echter niet dat de pauze eindigt binnen dit tijdsinterval. Indien het einde van de pauze niet relevant is kan deze notatie dus van pas komen. Dit is vooral het geval indien de duur van de pauze vastligt. Variabele z_k is het gedeelte van de tijd die het voertuig afgelegd heeft tussen i en j voor het nemen van de pauze.

Ook bij Bazirha (2023) voegen we volgende beperking toe aan beperkingen (22) tot (24).

$$Min^k \leq s_j^k + M \left(1 - \sum_{i \in N_0} z_{ij}^k \right), \quad \forall j \in N_{n+1}, \forall k \in K \quad (34)$$

$$Min^k \leq b_B, \quad \forall k \in K \quad (35)$$

$$Max^k \geq s_i^k + S_i + M \left(\sum_{j \in N_{n+1}} z_{ij}^k - 1 \right), \quad \forall i \in N_0, \forall k \in K \quad (36)$$

$$Max^k \geq a_B, \quad \forall k \in K \quad (37)$$

$$Min^k - Max^k \geq B, \quad \forall k \in K \quad (38)$$

Max_k en Min_k stellen vastgelegde parameters voor. Min_k wordt gedefinieerd door beperkingen (34) en (35) als de ondergrens van het interval waarin de pauze moet voorkomen en beperkingen (36) en (37) definiëren Max_k als de bovengrens. Beperking (34) stelt dat de ondergrens lager moet zijn dan de begintijd van de volgende klant j indien een pauze genomen wordt tussen i en j . Beperking (35) stelt dat de ondergrens ook lager moet zijn dan de bovengrens van de tijdsvenster van de pauze. Beperkingen (36) en (37) volgen hetzelfde principe. Beperking (38) stelt tenslotte dat de duurtijd van de pauze kleiner moet zijn dan het verschil van de onder- en bovengrens. Dit zorgt ervoor dat de pauze niet enkel begint binnen het tijdsvenster, maar ook volledig genomen wordt voor het einde van het tijdsvenster.

Voor deze masterproef wordt de notatie van Xiao et al. (2018) overgenomen. De belangrijkste reden hiervoor is dat deze notatie de meest intuïtieve is. Verder bevat het alle elementen die nodig zijn voor het op te stellen model van het praktijkgedeelte.

Tabel 4 (Beslissings)variabelen VRPTW Bazirha (2023)

Variabele	Uitleg
$0, N+1$	Depot knooppunten
N	Set van klanten; $N = \{1, 2, \dots, n\}$
N_0, N_{N+1}	Set van klanten en depot knooppunten
K	Set van voertuigen; $K = \{1, 2, \dots, c\}$
M	Groot positief getal
B	Tijdsduur van de pauze
$[a_i, b_i]$	Tijdsvenster klant i
$[a_B, b_B]$	Tijdsvenster van de pauze
t_{ij}	Rijtijd tussen klant i en j
S_i	Servicetijd klant i
x_{ij}^k	Binaire variabele die gelijk is aan 1 indien voertuig k reist van knooppunt i naar j en is 0 in andere gevallen
z_{ij}^k	Beslissingsvariabele die gelijk is aan 1 indien een pauze genomen wordt tussen klant i naar j en 0 in andere gevallen
u_i^k	Beslissingsvariabele die gelijk is aan 1 indien een pauze genomen wordt bij klant i voor het leveren van de service en 0 in andere gevallen
$u_i'^k$	Beslissingsvariabele die gelijk is aan 1 indien een pauze genomen wordt bij klant i na het leveren van de service en 0 in andere gevallen
s_i^k	Starttijd van de service
st^k	Starttijd van de pauze
z^k	Het gedeelte van de tijd die afgelegd is door voertuig k voor het nemen van een pauze

4 Praktijkgedeelte

Om de onderzoeksvraag van deze masterproef te beantwoorden, wordt in het praktijkgedeelte een model van het *electric vehicle routing problem with lunch break* (EVRP-LB) ontwikkeld. De centrale onderzoeksvraag luidt, ter herhaling: "Wat is het effect van pauzes en rij- en rusttijden op het EVRP binnen de Europese context?" Dit effect richt zich specifiek op het verschil in concurrentievermogen tussen EV en CV. Om dit effect te onderzoeken, worden naast het EVRP-LB andere modellen opgesteld. De resultaten van deze modellen worden daarna onderling vergeleken. De methodologie voor deze vergelijking wordt later besproken.

Het praktijkgedeelte begint met een beschrijving van het ontwikkelde model, gevolgd door de wiskundige formulering ervan. Daarnaast wordt kort uitgelegd hoe de andere modellen worden opgesteld, en wordt ingegaan op de constructie van de gebruikte problemen of netwerken. Ten slotte worden de resultaten van de modellen besproken, verkregen met behulp van de optimalisatiesoftware Lingo.

4.1 Beschrijving modellen

Het EVRP-LB is een gerichte graaf $G = (N_{0,n+1} \cup F, A)$ bestaande uit verschillende knooppunten. N is de verzameling van klantenknooppunten, $N = \{1, 2, \dots, n\}$, en F is de verzameling van LS-knooppunten, $F = \{n+2, n+3, \dots, n+m+1\}$. Knooppunten 0 en $n+1$ zijn twee kopieën van het depot. N_0 is de verzameling van klanten en het startdepot, N_{n+1} is de verzameling van klanten en het einddepot en $N_{0,n+1}$ is de verzameling van klanten, start- en einddepot. $A = \{(i,j), \forall i,j \in N_{0,n+1} \cup F, i \neq j\}$ is een verzameling van zijden die de verschillende knooppunten verbinden.

De EV kunnen aan de LS opladen, indien nodig. Een $LS \in F$ kan meerdere keren bezocht worden en zelfs door hetzelfde voertuig. Hiervoor worden de LS-knooppunten gedupliceerd aan de hand van dummy variabelen. De verzameling van dummy LS-knooppunten is F' . De graaf wordt dus uitgebreid naar $G' = (N_{0,n+1} \cup F', A)$. De set van alle knooppunten samen wordt aangeduid met $P = N \cup F'$. De verzameling van zijden A kan dus omschreven worden als een nieuwe set, $A = \{(i,j), \forall i,j \in P_{0,n+1}, i \neq j\}$. P_0 , P_{n+1} en $P_{0,n+1}$ worden op dezelfde manier gedefinieerd als N , N_{n+1} en $N_{0,n+1}$. Om het model niet onnodig complex te maken, wordt elk LS-knooppunt n keer gedupliceerd. Op deze manier wordt ervoor gezorgd dat er voldoende duplicaten zijn, zodat het mogelijk is dat een EV na elk bezoek aan een klant hetzelfde LS terug kan bezoeken. Ook zal elk klantknooppunt slechts met één van de dummy-knooppunten van elk LS verbonden zijn. Aangezien een klant slechts eenmaal bezocht wordt, is het overbodig om een klant aan meerdere dummy's van hetzelfde LS te verbinden. Het uitsluiten van alle andere paden zorgt wel voor minder alternatieven, wat de benodigde rekentijd ten goede komt. Om deze beperking op te leggen, moet duidelijk worden aangegeven welke dummy bij welk LS hoort. De verzameling van een LS en zijn dummy-knooppunten wordt daarom gegeven door $S_f \subseteq F'$. In totaal zijn er m subsets of verzamelingen en elke subset bevat n knooppunten. Elke klant zal met één van deze dummy's verbonden zijn. Het blijft echter mogelijk om na het bezoek aan een laadstation alle klanten en alle andere laadstations te bezoeken. Ten slotte wordt ook verondersteld dat de elementen binnen elke verzameling S_f overeenkomen met de klantknooppunten.

Elke zijde $(i,j) \in A$ heeft een bepaalde afstand d_{ij} en een reisduur t_{ij} . Een homogene vloot met K voertuigen staat klaar in het depot. De voertuigen hebben een batterijcapaciteit van Q . Bij het vertrekken uit het depot zijn alle voertuigen volledig opgeladen. De resterende batterijcapaciteit wordt vervolgens aan de hand van een lineair deterministisch model bepaald met een energieconsumptiesnelheid van h . Het batterijniveau van een EV zakt dus afhankelijk van de afgelegde afstand. De voertuigen hebben een gewichtscapaciteit C . Elke klant heeft een vraag w_i die op voorhand bepaald wordt. Eens een voertuig een klant bereikt heeft is er een service tijd S nodig voor de levering. De herlaadsnelheid v zal afhangen van het type oplaadtechnologie dat gebruikt wordt. Verder wordt in het model een partieel oplaadbeleid toegepast. Ten slotte zijn er ook de beperkingen voor de rij- en rusttijden. De maximale totale werktijd R voor elk EV mag niet meer dan 9 u bedragen. Verder wordt na maximaal 4,5 u een pauze B van 45 min ingepland. Om zeker te zijn dat er voor of na de pauze niet langer dan 4,5 u wordt gewerkt moet de pauze ingepland zijn binnen een interval $[e_b, l_b]$. De pauze zou moeten beginnen tussen 3u45 en 4u30 vanaf het begin van de rit.

Om het probleem op te lossen, zijn ook de volgende beslissingsvariabelen van belang. Om bij te houden of een verbinding tussen twee knooppunten daadwerkelijk wordt gebruikt in de oplossing, wordt variabele x_{ij} gebruikt. Om de tijd bij te houden, wordt beslissingsvariabele s_i gedefinieerd, die de aankomsttijd bij knooppunt i registreert. Voor het batterijniveau worden variabelen variabele y_i en Y_i gebruikt. Variabele y_i geeft het batterijniveau van een EV aan bij het bereiken van knooppunt i . Aangezien gedeeltelijk opladen is toegestaan, wordt variabele Y_i gebruikt om het batterijniveau van een voertuig bij het verlaten van een LS-knooppunt i bij te houden. Om te registreren hoeveel een EV al heeft afgeleverd en hoeveel er nog kan worden afgeleverd, wordt beslissingsvariabele u_i gebruikt, die de lading in een EV bijhoudt. Deze variabele wordt ook gebruikt om subtours binnen de oplossing te elimineren. st_i is een variabele die de starttijd van de pauze bijhoudt. z_{ij} is de beslissingsvariabele die bijhoudt of een pauze genomen wordt tussen de services van i en j in. Ten slotte is er ook b_i die bijhoudt of een pauze is genomen voor de service bij i start.

Om af te sluiten zijn er nog enkele algemene voorwaarde waar een oplossing aan moet voldoen:

- Elk EV voert één route uit.
- Een route moet beginnen en eindigen in het depot (knooppunten 0 en $n+1$).
- Elk klantknooppunt moet door precies één elektrisch voertuig bediend worden.
- De totale lading van te leveren goederen in een route, wat gelijk is aan de som van de vraag van de klanten op die route, mag niet hoger zijn dan de maximale gewichtscapaciteit C .
- Het batterijniveau van een EV moet altijd tussen 0 en de batterijcapaciteit liggen.
- De batterijen van alle EV zijn volledig opgeladen bij het vertrek uit het depot.
- De totale duur van een route mag niet hoger zijn dan R . De tijdsduur kan in volgende onderdelen verdeeld worden:
 - o De reistijd over de zijden, gegeven door de som van alle t_{ij} ;
 - o De service tijd bij elke klant, gegeven door de som van alle S_i ;
 - o De oplaadtijd aan de LS, gegeven door de som van gespendeerde tijd aan alle LS;
 - o De pauze die minimaal B bedraagt.
- Indien de pauze genomen wordt aan een LS zal de tijd van de pauze samenvallen met de tijd van het opladen

Het EVRP-LB model gebruikt de *integrated approach* om de routes te bepalen. Bij de *integrated approach* neemt het model de tijden van de pauzes meteen in rekening, in tegenstelling tot de *two-phase approach*, waarbij eerst het model opgelost wordt zonder pauzes waarna de pauzes ingevoegd worden aan de routes (Prescott-Gagnon et al., 2010; Coelho et al., 2016).

Het EVRP-LB heeft als doel de totale transportkosten te minimaliseren. De kosten zijn in drie segmenten opgedeeld: de kosten geassocieerd met het rijden, de kosten geassocieerd met het opladen van de batterij en de arbeidskosten van de bestuurders. Er wordt verondersteld dat de kosten van transport evenredig zijn met de afgelegde afstand d_{ij} . Voor de oplaadkosten wordt een constante c gedefinieerd die de kost per kWh voorstelt. Deze is gelijk aan alle LS. Voor de arbeidskosten wordt ook verondersteld dat deze evenredig zijn met de som van de aankomsttijden s_i in de verschillende knooppunten. Deze veronderstellingen in de doelfunctie zijn echter niet helemaal nauwkeurig. Dit wordt verder besproken in sectie 6.1.

Om de kosten realistischer te maken, zijn enkele kostprijzen uit de literatuur gebruikt. Voor de oplaadkosten is gekozen voor de waarde uit Felipe et al. (2014), namelijk 0,192 €/kWh. Voor de arbeidskosten en de reiskosten zijn de waarden uit Blauwens et al. (2020) gehanteerd. De arbeidskosten bedragen 20,02 €/u, inclusief premies, en de reiskosten bedragen 0,5 €/km, inclusief brandstofkosten. Aangezien de oplaadkosten al apart zijn opgenomen en is aangenomen dat de CV de routes kunnen voltooien zonder te tanken, kunnen de brandstofkosten buiten beschouwing worden gelaten. Hierdoor blijft slechts 0,1 €/km over voor onderhoud, banden, enzovoort.

Voor de berekening van de arbeidsuren moet rekening gehouden worden met enkele assumpties. Ten eerste wordt aangenomen dat de pauzes onbetaald zijn. Ten tweede wordt aangenomen dat opladen aan een LS wel onder arbeidsuren valt, omdat taken zoals tanken, (toezicht op) laden en lossen, onderhoud en schoonmaak, en onvoorziene wachttijden ook onder arbeidsuren vallen (Kok et al., 2010). Ten slotte is aangenomen dat als een pauze samenvalt met het opladen aan een LS, dit niet onder arbeidsuren valt. Dit is gedaan omdat hetzelfde geldt wanneer er wachttijden bij een klant ontstaan. Het is dan toegestaan voor een bestuurder om zijn pauze te nemen, mits de wachttijden langer dan 15 min duren (Kok et al., 2010).

Om de onderzoeksvraag te beantwoorden, volstaat het niet om enkel het EVRP-LB op te stellen. De oplossingen die voortkomen uit dit model moeten immers worden vergeleken met andere modellen: het EVRP, het VRP-LB en het VRP voor hetzelfde probleem. Alleen op deze manier kan de concurrentiepositie van EV worden onderzocht. Deze modellen kunnen echter eenvoudig worden afgeleid uit het EVRP-LB, zoals verder besproken wordt in sectie 4.2. Samen met het EVRP-LB worden deze drie modellen beschouwd als de basismodellen. Daarnaast worden ook twee alternatieve modellen opgesteld: het Alt EVRP-LB en het Alt EVRP. Deze twee modellen gebruiken de *two-phase approach* om routes te modelleren in plaats van de *integrated approach*.

4.2 Wiskundige formulering modellen

In deze sectie wordt op basis van de beschrijving in sectie 4.1 het EVRP-LB gemodelleerd. In tabel 5 worden de gebruikte variabelen en parameters eerst nog eens samengevat.

Tabel 5 Variabelen en parameters EVRP-LB

Variabele		Uitleg	
Verzamelingen			
0, n+1		Depot knooppunten	
F		Set van laadstations	
F'		Set van dummy knooppunten zodat meerdere bezoeken mogelijk zijn aan de LS	
N		Set van klanten; $N = \{1, 2, \dots, n\}$, $N_0 = N \cup \{0\}$, $N_{n+1} = N \cup \{n+1\}$	
S_f		Subset van een laadstation en de bijhorende dummy's; $f = \{1, \dots, m\}$	
P		Set van klanten, laadstations en eventueel depot; $P_0 = P \cup \{0\}$, $P_{n+1} = P \cup \{n+1\}$, $P_{0,n+1} = P \cup \{0\} \cup \{n+1\}$	
K		Set van voertuigen	
Parameters			
d_{ij}	Rijafstand van knooppunt i naar j	S	Service tijd
t_{ij}	Reisduur van knooppunt i naar j	v	Herlaadsnelheid
w_i	Lading die klant i als vraag heeft	c	Kost van opladen
h	Energieconsumptiesnelheid per afstand	R	Duurtijd van de dag
Q	Batterijcapaciteit van de voertuigen	B	Duurtijd pauze
C	Gewichtscapaciteit van de voertuigen	M	Enorm groot getal
$[e_b, l_b]$	Tijdsvenster waartussen de pauze genomen wordt		
Beslissingsvariabelen			
x_{ij}	Binaire variabele die gelijk is aan 1 indien voertuig k reist van knooppunt i naar j en is 0 in andere gevallen; $\forall i, j \in P_{0,N+1}, i \neq j, d_{ij} > 0$		
z_{ij}	Beslissingsvariabele die gelijk is aan 1 indien een pauze genomen wordt tussen klant i naar j en 0 in andere gevallen		
b_i	Beslissingsvariabele die gelijk is aan 1 indien een pauze genomen wordt voor de service in knooppunt i start en 0 in alle andere gevallen		
o_i	Beslissingsvariabele die gelijk is aan 0 zodra e_b overschreden wordt en dus een pauze moet worden genomen		
u_i	Lading bij het bereiken van een knooppunt i		
y_i	Batterijniveau bij het bereiken van knooppunt i		
Y_i	Batterijniveau is van een voertuig voor het verlaten van een LS i		
s_i	Aankomsttijd bij knooppunt i		
st_i	Starttijd van pauze B		

Op basis van de beschrijving die in sectie 4.1 gegeven is wordt EVRP-LB als volgt gemodelleerd:

$$\min \sum_{\substack{i \in P_0 \\ j \in P_{n+1} \\ i \neq j}} d_{ij} x_{ij} + \sum_{\substack{j \in F' \\ i \in P_0}} c(Y_i - y_i) + \sum_{i \in P_{0,n+1}} s_i \quad (1)$$

Subject to:

$$\sum_{j \in P_{n+1}} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$\sum_{j \in P_{n+1}} x_{ij} \leq 1, \quad \forall i \in F' \quad (3)$$

$$\sum_{j \in S_f} x_{ij} = 0, \quad \forall i \in N, i \neq j \quad (4)$$

$$\sum_{j \in P} x_{0j} = K \quad (5)$$

$$\sum_{i \in P} x_{in+1} = K \quad (6)$$

$$\sum_{i \in P_0} x_{ij} = \sum_{i \in P_{n+1}} x_{ji}, \quad \forall j \in P_{0,n+1} \quad (7)$$

De doelfunctie (1) streeft ernaar de totale kosten te minimaliseren. Deze kosten zijn verdeeld in drie segmenten. Het eerste segment richt zich op het verminderen van de transportkosten die verbonden zijn aan het rijden. Het tweede segment betreft de kosten voor het opladen bij de LS. Het laatste segment probeert de arbeidskosten te minimaliseren. Vervolgens zijn er enkele algemene beperkingen. Beperking (2) zorgt ervoor dat elk klantknooppunt exact één gebruikte uitgaande zijde heeft naar alle andere knooppunten. Belangrijk hierbij is dat het begindepot uitgesloten wordt aangezien hiervoor een speciale beperking nodig is. Beperking (3) heeft betrekking op de LS-knooppunten. Deze beperking laat toe dat er vanuit een LS dummyknooppunt maximum één gebruikte zijde uitgaande is. In tegenstelling tot de klantknooppunten hoeft een LS niet bezocht te worden en hoeft daarom ook geen uitgaande zijdes hebben. Beperking (4) zorgt ervoor dat elke klant slechts één dummy-knooppunt van elk LS kan bezoeken. Om dit te bereiken zijn alle andere paden uitgesloten. Beperkingen (5) en (6) zorgen ervoor dat alle voertuigen uit het depot vertrekken en hier uiteindelijk terugkeren. Beperking (7) zorgt er ten slotte voor dat alle ingaande en uitgaande zijden aan alle knooppunten, buiten de depot knooppunten, gelijk zijn aan elkaar. Alle studies waar een wiskundige notatie in voorkomt gebruiken een variant van deze beperkingen. De gebruikte notatie is vooral geïnspireerd door Küçükoğlu et al. (2021), Felipe et al. (2014), Lin et al. (2016) en Hiermann et al. (2016).

Subject to:

$$y_j \leq y_i - (h \times d_{ij})x_{ij} + Q(1 - x_{ij}), \quad \forall i \in N_0, \forall j \in P_{n+1} \quad (8)$$

$$y_j \leq Y_i - (h \times d_{ij})x_{ij} + Q(1 - x_{ij}), \quad \forall i \in F', \forall j \in P_{n+1} \quad (9)$$

$$y_i \leq Y_i \leq Q, \quad \forall i \in F' \quad (10)$$

$$y_0 = Q \quad (11)$$

Beperkingen (8)-(11) hebben betrekking op het batterijniveau en de energieconsumptie tijdens het rijden. Beperking (8) stelt het batterijniveau van een EV bij het aankomen in een knooppunt j gelijk aan het energieniveau bij het vertrek van het vorige knooppunt i verminderd met de energieconsumptie voor het rijden van de afstand d_{ij} . Beperking (9) heeft betrekking op EV die vertrekken vanuit een LS naar een ander knooppunt. Hier geldt dat het batterijniveau begint met waarde Y_i , wat gelijk is aan het batterijniveau bij het verlaten van het LS. Deze waarde wordt in beperking (10) verder afgebakend. De waarde moet namelijk tussen het batterijniveau zitten waarmee het in het LS is aangekomen y_i en de maximale batterijcapaciteit Q . Om ervoor te zorgen dat alle EV vertrekken vanuit het depot met een volledig opgeladen batterij wordt beperking (11) gedefinieerd. Beperkingen (8)-(11) zijn gebaseerd op de notatie van Küçükoğlu et al. (2021).

Subject to:

$$u_j \leq u_i - w_i + C(1 - x_{ij}), \quad \forall i \in N_0, \forall j \in P_{n+1} \quad (12)$$

$$u_0 \leq C \quad (13)$$

Vervolgens zijn er beperkingen die betrekking hebben op de opgelegde gewichtscapaciteit. Deze zijn gebaseerd op de paper van Thymianis et al. (2022). Beperking (12) houdt de lading bij van een voertuig wanneer het aankomt in een knooppunt. Indien het ervoor in een klantknooppunt zat dan wordt de vraag van de klant afgetrokken van de resterende lading bij het aankomen in dit knooppunt. Beperking (13) zorgt dat de lading vertrekkende vanuit het depot gelijk is aan of kleiner is dan de maximale gewichtscapaciteit van het voertuig.

Subject to:

$$s_{n+1} \leq R \quad (14)$$

Ten slotte zijn er de beperkingen die te maken hebben met de tijden. Beperking (14) gaat de totale werkdag beperken. De werkdag mag namelijk maximaal R bedragen en gaat afhangen van de rijtijd, de service tijd, de oplaadtijd en de pauze die genomen wordt. Aangezien we echter de tijd bijhouden van aankomst in elk knooppunt i kan worden opgelegd dat de aankomsttijd in het einddepot kleiner dan of gelijk is aan de maximale werktijd. De beperking wordt ook door Lin et al. (2016) toegepast.

Subject to:

$$z_{ij} \leq x_{ij} \quad (15)$$

$$b_j \leq b_i + z_{ij} + (1 - x_{ij}) \quad \forall i, j \in P_{0,n+1} \quad (16)$$

$$e_b - s_i \leq M o_i \quad \forall i \in P_{0,n+1} \quad (17)$$

$$s_i - e_b \leq M(1 - o_i) \quad \forall i \in P_{0,n+1} \quad (18)$$

$$b_{n+1} = 1 - o_{n+1} \quad (19)$$

$$b_0 = 0 \quad (20)$$

$$s_j \geq s_i + S + t_{ij} + Bz_{ij} - M(1 - x_{ij}) \quad \forall i \in N, j \in P_{0,n+1} \quad (21)$$

$$s_j \geq s_i + t_{ij} + Bz_{ij} - M(1 - x_{ij}) \quad \forall i \in F', j \in P_{0,n+1} \quad (22)$$

$$s_j \geq s_i + t_{ij} + \frac{Y_i - y_i}{v} - M(1 - x_{ij}) \quad \forall i \in F', j \in P_{0,n+1} \quad (23)$$

$$st_i \geq e_b \quad \forall i \in P_{0,n+1} \quad (24)$$

$$st_i \leq l_b \quad \forall i \in P_{0,n+1} \quad (25)$$

$$st_i \geq s_i + S - M(1 - \sum_{j \in P_{0,n+1}} z_{ij}) \quad \forall i \in N \quad (26)$$

$$st_i \geq s_i - M(1 - \sum_{j \in P_{0,n+1}} z_{ij}) \quad \forall i \in F' \quad (27)$$

$$st_i \leq s_j + M(1 - z_{ij}) \quad \forall i, j \in P_{0,n+1} \quad (28)$$

$$s_i \geq e_b + B - (e_b + B)(1 - b_i) \quad \forall i \in P_{0,n+1} \quad (29)$$

$$s_i \leq l_b - B + (l_b + B)b_i \quad \forall i \in P_{0,n+1} \quad (30)$$

Om de pauze correct te modelleren, zijn beperkingen (15)-(30) vereist. Deze zijn gebaseerd op de beperkingen van Xiao et al (2018). Beperking (15) waarborgt dat de pauze tussen klanten i en j alleen kan worden ingepland als deze twee klanten direct na elkaar worden bezocht. Aangezien één pauze per route gepland moet worden, moet bij aankomst in een knooppunt worden gecontroleerd of er al dan niet een pauze is genomen, zoals beschreven in beperking (16). Bij het bereiken van een knooppunt wordt gecontroleerd of er voor het vorige knooppunt een pauze is genomen, of tussen het vorige knooppunt en het huidige knooppunt. Als dat het geval is, kan er geen pauze worden genomen. Beperkingen (17)-(19) staat toe dat aan het einde van een route maximaal één pauze wordt genomen, wat betekent dat er ook situaties zijn waarin geen pauze wordt gepland, bijvoorbeeld als de route erg kort is. Beperking (20) initialiseert het aantal genomen pauzes aan het begin van de route op nul.

Beperkingen (21)-(23) houden de aankomsttijden bij voor de verschillende bezochte knooppunten. Beperking (21) richt zich op klantknooppunten, terwijl beperkingen (22) en (23) betrekking hebben op LS-knooppunten. Bij een knooppunt j moet de starttijd gelijk zijn aan of later zijn dan de som van de starttijd bij klant i , de servicetijd van die klant en de benodigde reistijd van de vorige klant naar de huidige klant. Dit wordt aangevuld met een pauze als die tussen klant i en j wordt genomen. Voor het berekenen van de starttijd na het bezoeken van een LS is een andere aanpak nodig, omdat de oplaadtijd kan samenvallen met een eventuele pauze. De starttijd bij j is dan de som van de starttijd bij LS i , de oplaadtijd en de reistijd van i naar j . Bij het bepalen van de duur van de pauze moet eerst de overlapping tussen de pauze en het opladen worden berekend. Om dit te modelleren, worden twee beperkingen gedefinieerd: beperking (22) neemt de pauze in aanmerking en beperking (23) de oplaadtijd. De bindende beperking wordt bepaald door welke van de twee langer duurt.

Beperkingen (24) tot (30) hebben betrekking op de starttijd van de pauze. Beperkingen (24) en (25) garanderen dat de starttijd altijd binnen een bepaald interval valt. Als de pauze wordt genomen bij een klantknooppunt, moet de starttijd na de service plaatsvinden, zoals beschreven in beperking (26). Als de pauze echter bij een LS wordt genomen, kan deze meteen bij aankomst beginnen, zoals

verzekerd door beperking (27). Beperking (28) zorgt er voor dat als de pauze tussen i en j wordt genomen, deze is afgerond voordat de service bij j begint. Tenslotte hebben beperkingen (29) en (30) betrekking op de aankomsttijden van de voertuigen op knooppunten voor en na het nemen van een pauze. Beperking (29) vereist dat zodra een pauze is genomen vóór het aankomen in knooppunt i , de aankomsttijd gelijk is aan of later is dan het begin van het pauze-interval plus de duur van de pauze zelf. Beperking (30) handelt in tegenovergestelde richting: indien er geen pauze is genomen, moet de aankomsttijd altijd gelijk zijn aan of vroeger zijn dan het einde van het pauze-interval minus de duur van de pauze.

x_{ij} is binary and non-negative, $\forall i \in P_0, \forall j \in P_{n+1}$

z_{ij} is binary and non-negative, $\forall i \in P_0, \forall j \in P_{n+1}$

b_i is binary and non-negative, $\forall i \in P_{0,n+1}$

u_i is non-negative, $\forall i \in P_{0,n+1}$

y_i is non-negative, $\forall i \in P_{0,n+1}$

Y_i is non-negative, $\forall i \in P_{0,n+1}$

s_i is non-negative, $\forall i \in P_{0,n+1}$

st_i is non-negative, $\forall i \in P_{0,n+1}$

Om dit EVRP-LB om te zetten naar een EVRP zonder pauzes moeten volgende aanpassingen doorgevoerd worden. Ten eerste moet beperking (19) aangepast worden zodat het niet verplicht is een pauze te nemen in de route. Beperkingen (17) en (18) mogen weggelaten worden:

$$b_{n+1} = 0 \quad (31)$$

Beperking (31) zou voldoende zijn als de oplossingen globale optima zijn. Dit sluit echter niet uit dat z_{ij} toch gelijk is aan 1 waardoor een pauze genomen wordt. Daarom moet ook beperking (15) aangepast zodat z_{ij} altijd gelijk is aan 0:

$$z_{ij} = 0, \quad \forall i \in P_0, \forall j \in P_{n+1} \quad (32)$$

Aangezien geen pauze meer genomen kan worden, kunnen de beperkingen die betrekking hebben op de starttijd van de pauze dus ook verwijderd worden. Daarom worden beperkingen (24)-(30) weggelaten.

Om het EVRP-LB om te zetten naar een VRP-LB moeten de beperkingen die van toepassing zijn op de batterijcapaciteit en het opladen aangepast worden. Ten eerste wordt parameter Q van de batterijcapaciteit enorm hoog gezet zodanig dat de CV niet hoeven opgeladen te worden. De assumptie die genomen wordt is dat de CV voldoende brandstof hebben om de volledige routes te kunnen afleggen. Verder worden bezoeken aan LS uitgesloten. Dit wordt gedaan door beperking (3) aan te passen als volgt:

$$\sum_{j \in P_{n+1}} x_{ij} = 0, \quad \forall i \in F' \quad (33)$$

Beperking (33) zorgt ervoor dat het niet meer mogelijk is om vanuit een LS naar een ander knooppunt te rijden. In combinatie met beperking (7) zorgt dit ervoor dat LS niet meer bezocht kunnen worden. Beperking (4) mag ook weggelaten worden. Om ten slotte het VRP-LB om te zetten naar een VRP zonder pauzes worden dezelfde veranderingen als van het EVRP-LB naar het EVRP doorgevoerd.

Tabel 6 toont tevens de vertrekwaarden die worden aangenomen in de gebruikte modellen, waarbij ook de bron wordt vermeld.

Tabel 6 Samenvatting gebruikte beperkingen en parameters EVRP-LB

Beperking	Waarde
EV batterij beperkingen	
Batterijcapaciteit	20 kWh (rijbereik van 160 km) [Erdelić & Carić, 2019]
Energieconsumptiemodel	Lineair deterministische functie afhankelijk van de afgelegde afstand; 0.125 kWh/km [Felipe et al., 2014]
LS beperkingen	
Oplaadfunctie	Lineair deterministische functie met constante; 50 kWh/h [Cortés-Murcia et al., 2019]
Herlaadprocedure	Opladen enkel in LS; partieel opladen toegestaan
Laadtechnologie	Supersnelle laders; 50 kW [Cortés-Murcia et al., 2019]
Bezoek aan LS	Via dummy variabelen zodat het mogelijk is om meerdere bezoeken toe te laten; elk LS n duplicaten
Voertuig beperkingen	
Gewichtscapaciteit	Vaste gewichtscapaciteit gelijk voor alle voertuigen; 14 palletten
Voertuigvloot	Homogene voertuigvloot
Klant beperkingen	
Tijdsvensters	Geen tijdsvensters voor klanten
Service type	Leveringen met constante service tijd; 15 min
Vraag klant	Op voorhand bepaald uitgedrukt in aantal palletten; 4 palletten
Depot	
Depot	Eén depot
Pauze	
Duurtijd pauze	45 min en binnen een interval genomen [3u45;4u30]
Duurtijd werkdag	9 u

4.3 Opstelling gebruikte netwerken

Om het opgesteld model te testen worden verschillende netwerken of graven opgesteld, elk bestaande uit verschillende knooppunten. De knooppunten stellen zowel de klanten, LS en het depot voor. Elk knooppunt krijgt vervolgens een x- en y-coördinaat toegewezen. De coördinaat van het depot wordt telkens in het midden geplaatst, terwijl de andere coördinaten willekeurig worden gegenereerd. Vervolgens worden de knooppunten en de bijhorende coördinaten in een dataset geplaatst. Ten slotte worden de afstands- en tijdsmatrices opgesteld. De afstandsmatrix wordt bepaald door de euclidische afstand tussen de knooppunten te berekenen. Hiervoor wordt de volgende formule gehanteerd:

$$d(p_1, p_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Eens de afstand tussen alle punten bepaald is kan ook de tijdsmatrix opgesteld worden. Om dit te doen is de assumptie genomen dat de gemiddelde snelheid over het hele netwerk gelijk is aan 70 km/u. Hierdoor kon de afstand gemakkelijk worden gedeeld door 70. Alle gegevens en berekeningen werden uitgevoerd met behulp van de programmeertaal R.

De eerste drie netwerken zijn op een kleine schaal gemaakt en ook zonder duplicaten van de LS. Deze netwerken worden ook enkel gebruikt om na te kijken of er überhaupt resultaten bekomen worden uit de opgestelde code. De coördinaten voor deze drie netwerken werden gegenereerd op basis van een normaal verdeling met een gemiddelde van 50 km en een standaarddeviatie van 16 km. Dit werd gedaan zodat het overgroot deel van de coördinaten op een afstand van maximaal 200 km van elkaar zou liggen. Ook zorgt de normaal verdeling ervoor dat de meeste knooppunten rond het midden gecentreerd staan. Netwerk 1 bestaat uit twintig knooppunten. Knooppunt 1 en 7 stellen de depotknooppunten voor. Knooppunten 2-6 zijn de klanten. De resterende knooppunten zijn de LS. In totaal zijn er dus vijf klanten en dertien LS. Netwerk 2 bestaat weer uit twintig knooppunten, maar deze keer zijn er zeven klanten en elf LS. Voor netwerk 3 werden negen klanten en negen LS gemodelleerd.

Netwerk 4 is het eerste netwerk dat is samengesteld voor de analyse van de resultaten. Om de complexiteit van de problemen te vergroten, zijn de knooppunten voorzien van x- en y-coördinaten die gelijkmatig verdeeld zijn tussen 0 km en 200 km. Het probleem bestaat uit vijf klanten en vijf LS. Van de LS worden nu wel dummyknooppunten gemaakt. Netwerk 5 en netwerk 6 worden op een gelijkaardige manier opgesteld. Netwerk 5 bestaat uit zeven klanten en vijf LS terwijl netwerk 6 bestaat uit negen klanten en zeven LS. Ook deze netwerken maken gebruik van dummyknooppunten. Tabel 7 geeft een samenvatting van de opstelling van elk netwerk.

Tabel 7 Opgestelde netwerken

Netwerk	Knooppunten					Gebruikte verdeling	
	Klanten	LS	LS duplicaten	Depot	Totaal	Verdeling	Parameters
1	5	13	0	2	20	Normaal	N(50, 16)
2	7	11	0	2	20	Normaal	N(50, 16)
3	9	9	0	2	20	Normaal	N(50, 16)
4	5	5	5	2	32	Uniform	U(0, 200)
5	7	5	7	2	44	Uniform	U(0, 200)
6	9	7	9	2	74	Uniform	U(0, 200)

De tabellen met de coördinaten en de afstandsmatrices kunnen allen in sectie 8.3 van de bijlage worden teruggevonden.

4.4 Resultaten

In dit laatste deel van het praktijkgedeelte worden de resultaten geanalyseerd. De resultaten zijn verkregen met behulp van de optimalisatiesoftware Lingo. De exacte Lingo code kan in sectie 8.1 van de bijlage worden teruggevonden. Eerst volgt een discussie rond de betrouwbaarheid en accuraatheid van het opgesteld model en de bijhorende resultaten. Verschillende kleine netwerken worden opgesteld om de oplossing te toetsen en te zien of het model daadwerkelijk doet wat het moet doen. Daarnaast wordt de rekentijd geëvalueerd. Ten slotte worden de verschillende bevindingen besproken.

4.4.1 Betrouwbaarheid resultaten

4.4.1.1 Basisbeperkingen

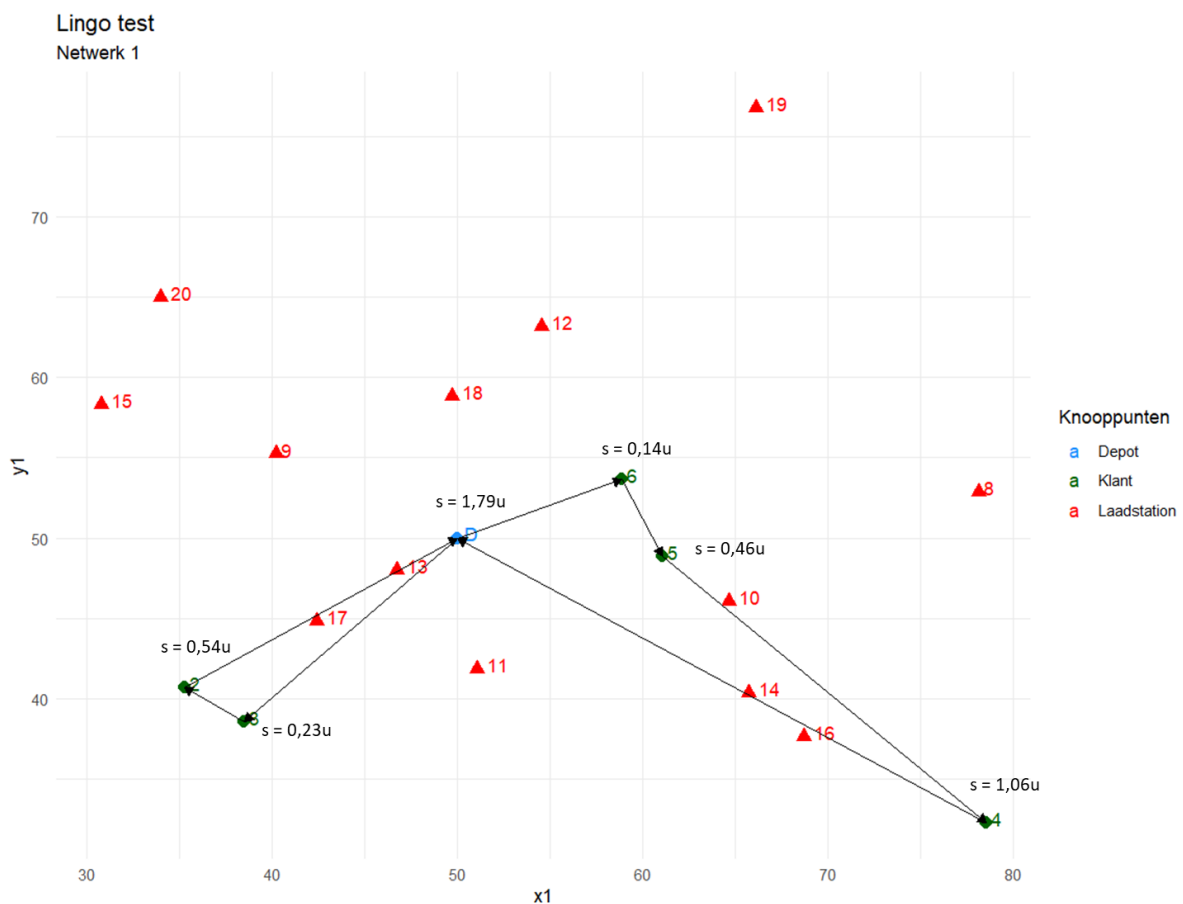
De eerste drie netwerken werden dus opgesteld om de Lingo code te testen. Er werd daarom ook nog niet gewerkt met duplicaten van de LS. Dit zou de rekentijd onnodig verhogen. Om het netwerk uit te breiden naar een EVRP-LB moeten ook parameters worden gedefinieerd zoals het aantal EV, de vraag van de klanten, de energieconsumptiesnelheid, enzovoort. De parameters voor netwerk 1 staan in tabel 8 samengevat.

Tabel 8 Parameters netwerk 1

Parameter	Uitleg parameter	Waarde
K	Aantal voertuigen	2
w_i	Lading die klant i als vraag heeft	4 palletten
h	Energieconsumptiesnelheid per afstand	0.125 kWh
Q	Batterijcapaciteit van de voertuigen	20 kWh
C	Gewichtscapaciteit van de voertuigen	14 palletten
S	Service tijd	15 min
v	Herlaadsnelheid	50 kWh/h

c	Kost van opladen	1 €/kW
R	Duurtijd van de dag	9 u
B	Duurtijd pauze	0,75 u
$[e_b, l_b]$	Tijdsvenster waartussen de pauze genomen wordt	$[3u45; 4u30]$
M	Enorm groot getal	100

In totaal worden twee EV ingezet om bij vijf klanten vier palletten te leveren. Elk voertuig heeft een capaciteit van veertien palletten. Na 2 min en 2 sec vond Lingo een globaal optimale oplossing voor dit probleem. De doelfunctie geeft een waarde van 114,371. De doelfunctie waarde bestaat zoals eerder is uitgelegd uit drie delen: de afgelegde afstand die 110,158 bedraagt, de oplaadkosten die 0 bedragen en de som van alle aankomsttijden die 4,213 bedraagt. De routes die in de oplossing verschijnen worden in figuur 9 afgebeeld. Ook de aankomsttijden in elk knooppunt staan weergegeven. Merk op dat de aankomsttijd van het depot de eindaankomsttijd betreft van het laatste voertuig.

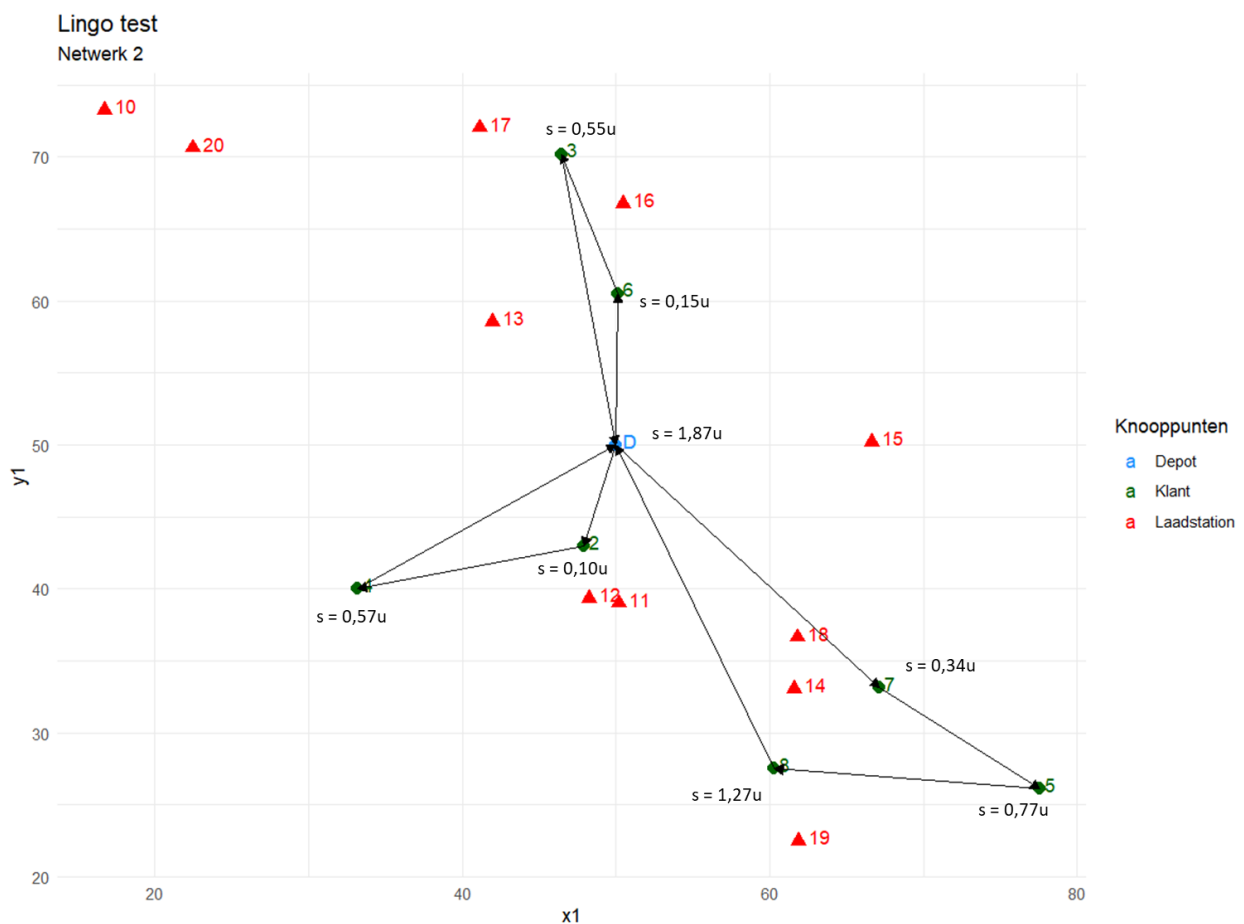


Figuur 9 Oplossing netwerk 1

Zoals op de figuur kan worden afgelezen zijn beide routes zeer kort. Eén van de EV gaat eerst naar klant 3, dan naar klant 2 waarna het weer naar het depot terug keert. Het tweede EV gaat eerst via klant 6 naar klant 5 waarna het naar klant 6 gaat voor het terug naar het depot vertrekt. Aangezien een normale verdeling gebruikt is waarbij de afstanden kort zijn is het logisch dat geen van de

voertuigen bij een LS moet stoppen om op te laden. Verder zijn ook de waardes van de aankomsttijden s_i weergegeven. Hieruit kan worden afgeleid dat er geen nood is aan opladen en dat het leveren aan de klanten ruim voor 4,5 u kan worden volbracht. Dit betekent dat er geen pauze genomen wordt onderweg.

Een tweede netwerk werd op dezelfde manier opgesteld. Dit netwerk bestaat weer uit twintig knooppunten, maar deze keer zijn er zeven klanten en elf LS. Om aan de vraag van alle klanten te voldoen, is het aantal gebruikte voertuigen verhoogd naar drie. In figuur 10 staan de routes weergegeven. In dit geval werd een oplossing binnen 1 min en 47 sec gevonden. De globaal optimale oplossing voor dit probleem is 167,612. Opnieuw was er geen nood aan het bezoeken van een LS of het nemen van een pauze aangezien alle klanten ruim voor 4,5 u bezocht kunnen worden.



Figuur 10 Oplossing netwerk 2

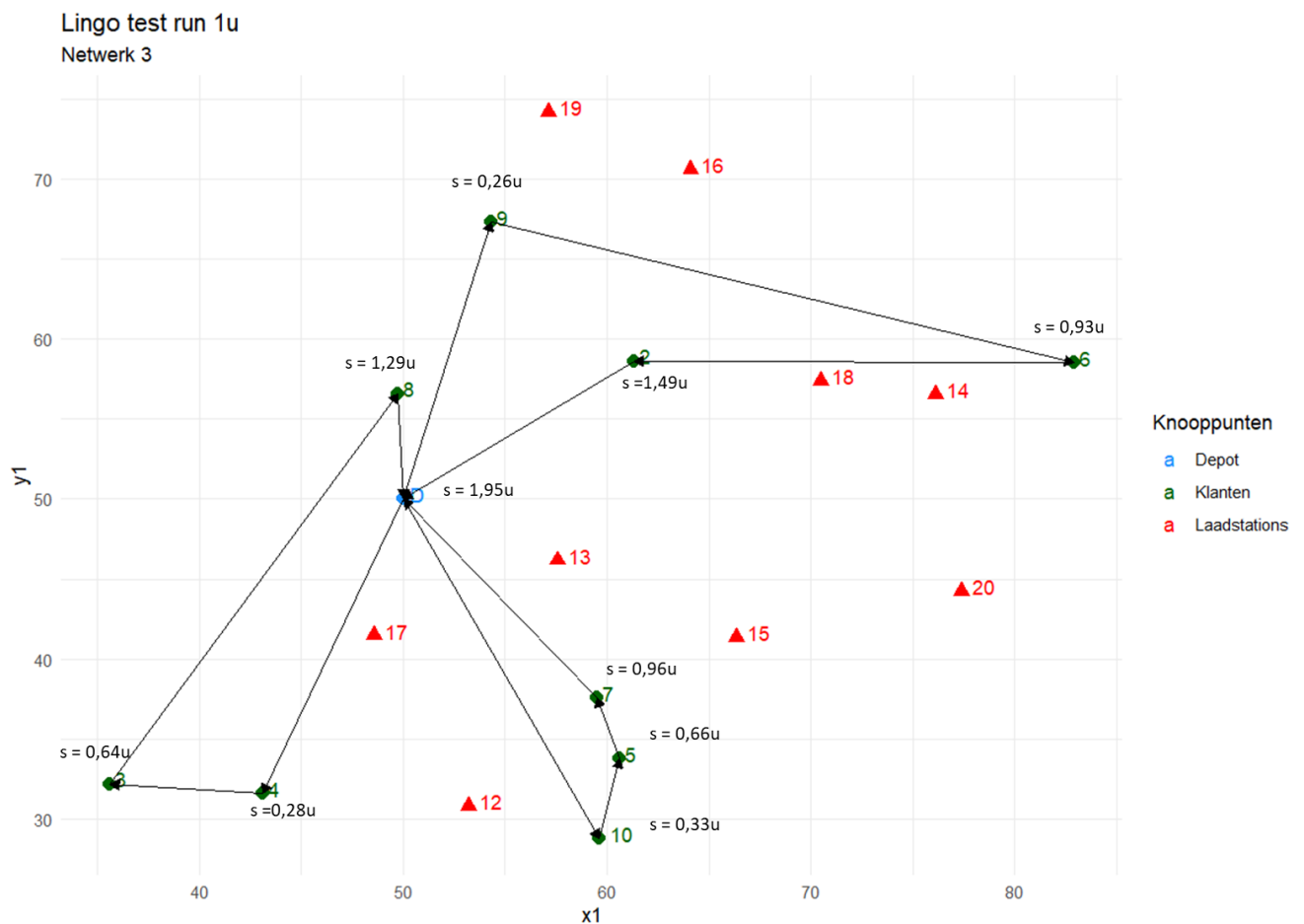
Ten slotte werd ook netwerk 3 op dezelfde manier opgesteld. Dit netwerk omvat negen klanten en negen LS. De parameters werden weer van netwerk 1 overgenomen, maar net als bij netwerk 2 werden voor dit probleem drie EV ingezet. Voor dit probleem werd geen globale optimale oplossing gevonden. Er konden echter *feasible*, zij het niet-optimale, oplossingen worden ontdekt.

Na een uur werd het runnen van het model stopgezet, omdat er na verloop van tijd geen significante verbetering meer optrad. Na 15 sec werd een oplossing gevonden met een waarde van 230,51, terwijl de *lower bound* op dat moment 152,413 bedroeg. Dit resulteert in een *optimality gap* van 33,88%. De *lower bound* is de ondergrens voor de oplossing van het probleem waarvan zeker

is dat er lager geen betere oplossingen meer zijn. Deze waarde wordt gebruikt om de kwaliteit van de gevonden oplossing te beoordelen door de kloof (*optimality gap*) tussen de gevonden oplossing en de lower bound te berekenen. Hoe kleiner deze kloof, hoe dichter de oplossing bij het theoretische optimum ligt. Om de *optimality gap* te berekenen wordt volgende formule gebruikt:

$$\text{Optimality gap (\%)} = \left(\frac{\text{Best Obj} - \text{Lower Bound}}{\text{Best Obj}} \right) \times 100$$

Na 30min was de oplossing verbeterd tot 202,494 met een *lower bound* van 183,872 en een *optimality gap* van 9.19%. Na 1u bleef deze oplossing hetzelfde. De *optimality gap* was ook met minder dan 1% (8.28%) verbeterd. Dit geeft al een indicatie dat het enorm lang berekenen van een oplossing overbodig kan zijn. Figuur 11 geeft de oplossing na 1 u weer. Opnieuw was noch een pauze nog een bezoek aan een LS nodig.



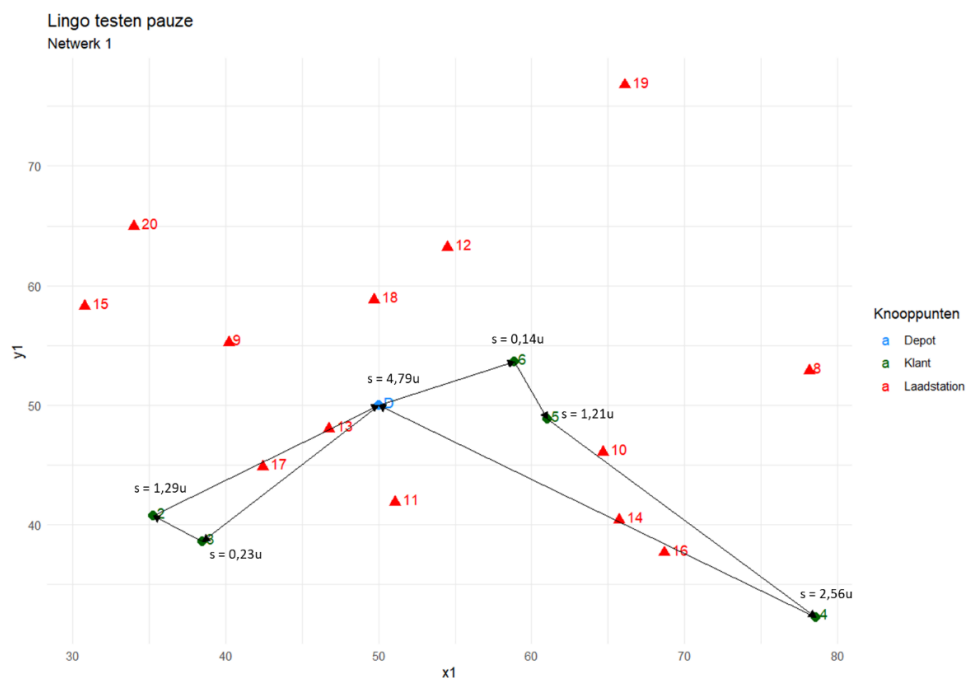
Figuur 11 Oplossing netwerk 3 1,5u

4.4.1.2 Laad- en pauzebeperkingen

Tot hiertoe werden enkel de basisbeperkingen werkelijk bestudeerd doordat de tot nu toe gebruikte netwerken klein zijn en de knooppunten rond het middelpunt zijn geconcentreerd. Hoe het model omgaat met pauzes en laadbeurten is niet geanalyseerd. Om deze beperkingen op kleine schaal te toetsen kunnen de drie netwerken gebruikt worden mits enkele kleine aanpassingen aan de

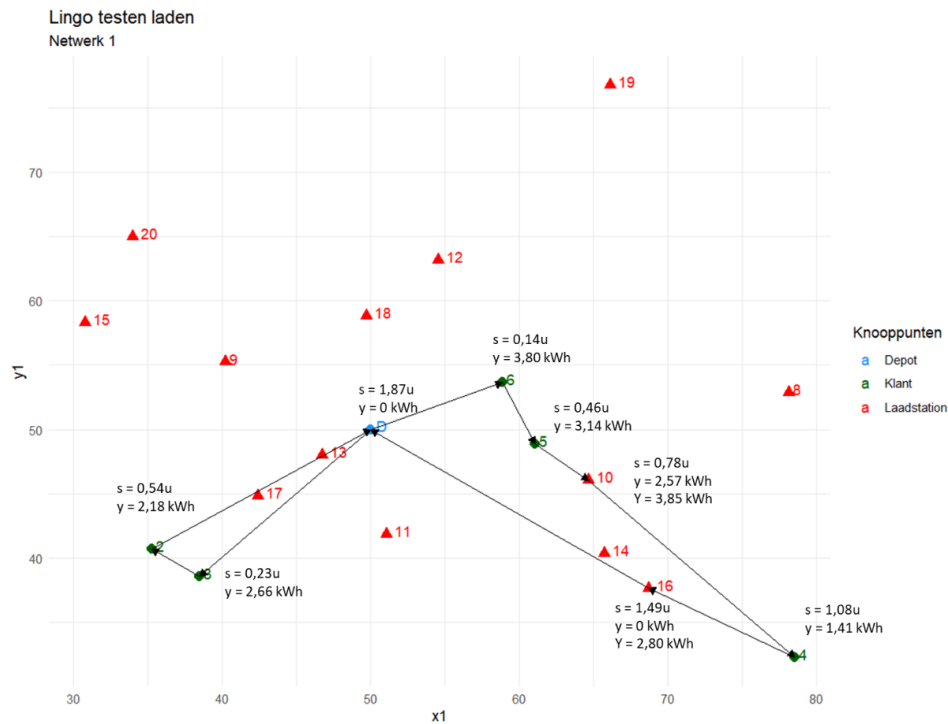
parameters. Ten eerste wordt voor elk van de bovengenoemde netwerken de service tijd bij de klant verhoogd. Dit zorgt ervoor dat er na elke klant voldoende tijd verstrijkt om één van de routes langer dan 3,75 u te laten duren. Indien dit het geval is moet er een pauze genomen worden. Ten tweede wordt elk netwerk opnieuw uitgevoerd, maar met een verlaagde batterijcapaciteit. Door ervoor te zorgen dat de totale batterijcapaciteit niet voldoende is om één van de routes af te ronden, zal ergens een laadbeurt ingepland moeten worden.

Figuur 12 geeft de oplossing van netwerk 1 bij het verhogen van de service tijd per klant van 0,25 u naar 1 u. De resterende parameters worden overgenomen van tabel 8. Een oplossing werd gevonden na 4 min en 13 sec en bedraagt 120,371. Er zijn enkele verschillen op te merken in vergelijking met de vorige oplossing. Er wordt nu in elke route een pauze ingepland doordat route 2 niet meer onder 3,75 u voltooid kan worden. Beide pauzes zijn ingepland tussen de laatste klant en het eind depot. De volgorde van de routes is echter identiek gebleven.



Figuur 12 Aangepaste service tijd netwerk 1

Figuur 13 geeft de oplossing van netwerk 1 bij het verlagen van de batterijcapaciteit van 20 kWh naar 5 kWh. Opnieuw worden de overige parameters overgenomen. Bij elke knooppunt worden nu zowel de aankomsttijd s_i weergegeven als het batterijniveau y_i bij aankomst. Bij de LS wordt ook weergegeven wat het batterijniveau is bij vertrek Y_i . Deze keer wordt een oplossing gevonden na 8 min en 56 sec en bedraagt deze 120,889. Route 1 is identiek aan route 1 van figuur 12. Route 2 is echter wel verschillend. Er wordt nu voor en na klant 4 een LS bezocht. Voor klant 4 wordt LS 10 bezocht en erna wordt LS 16 bezocht.



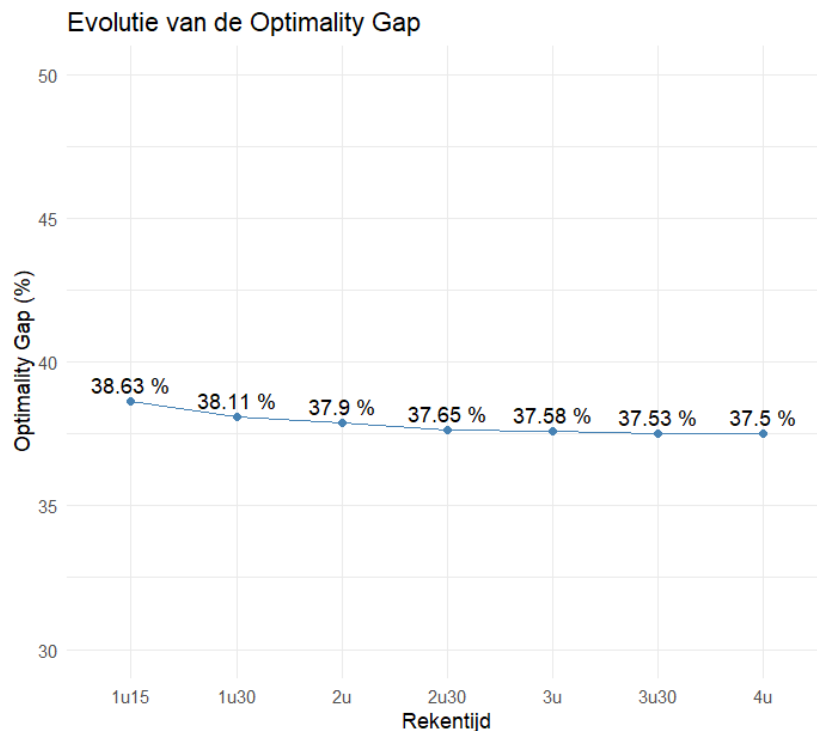
Figuur 13 Aangepaste batterijcapaciteit netwerk 1

Ook het aanpassen van netwerk 2 en 3 gaven soortgelijk resultaten. Deze worden echter niet verder in detail besproken.

4.4.1.3 Rekentijd

Vanwege de aanzienlijke rekentijd die nodig is om de globaal optimale oplossing te berekenen, is besloten om het programma na een vooraf bepaalde tijd te stoppen. Als er daarna een *feasible* oplossing wordt gevonden, zal deze worden gebruikt voor verdere analyses. De vraag blijft hoeveel rekentijd als voldoende kan worden beschouwd. De resultaten van netwerk 3 suggereren dat langere rekestijden niet altijd leiden tot betere oplossingen. Om dit te verifiëren, is netwerk 4 gebruikt om het effect van langere rekestijden te testen. Dit netwerk wordt eveneens gebruikt voor de analyse van de resultaten in het volgende deel. Om te testen welke rekentijd het best gehanteerd kan worden is het netwerk enkele keren in Lingo uitgevoerd met telkens andere rekentijd: 1 min, 10 min, 15 min, 30 min, 1 u, 1u15min, 1u30min, 2 u, 2u30min, 3 u, 3u30min en 4 u.

Pas na 1u15min werd een eerste oplossing gevonden. De *lower bound* steeg wel gradueel van 577,569 na 1 min tot 595,388 na 1 u. Na 1u15min was de oplossing 988,884 met een *lower bound* gelijk aan 606,832. Uit de resterende rekestijden kwam telkens dezelfde doelfunctiewaarde naar boven. Wat wel veranderde was de *lower bound* en in extensie de *optimality gap*. Onderstaande grafiek geeft weer hoe dit getal evolueerde doorheen de tijd. Na 4u was de *optimality gap* met slechts 1,13% gedaald.



Figuur 14 Optimality gap

Op basis van deze resultaten wordt de volgende aanpak gehanteerd. Alle modellen worden minimaal één uur uitgevoerd. Als er binnen deze tijd een resultaat wordt behaald, zal dit resultaat worden gebruikt in de analyses. Als dit niet het geval is, wordt elk uur gecontroleerd of er een resultaat beschikbaar is, tot een rekentijd van vier uur is bereikt. Als er na vier uur nog steeds geen resultaat is, wordt het model nog vier uur extra uitgevoerd, waardoor de totale rekentijd op acht uur komt. Als er dan nog steeds geen resultaat is, wordt het uitvoeren gestopt en wordt het netwerk niet verder uitgewerkt.

4.4.2 Analyse resultaten

Om de onderzoeksvraag te beantwoorden, worden zes verschillende scenario's geanalyseerd voor elk probleem: twee scenario met EV en verplichte pauzes (EVRP-LB en Alt EVRP-LB), twee scenario met EV zonder pauzes (EVRP en Alt EVRP), een scenario met CV en verplichte pauzes (VRP-LB), en ten slotte een scenario met CV zonder pauzes (VRP). Het effect van de pauzes wordt geanalyseerd door het verschil in kosten tussen de scenario's met en zonder pauzes te onderzoeken. Dit hoofdstuk wordt als volgt onderverdeeld. De resultaten van netwerk 4 en 5 worden eerst besproken waarna de conclusies ervan worden behandeld. Voor netwerk 6 werd geen resultaat gevonden na 8u. Vandaar dat er geen oplossing voor gerapporteerd wordt.

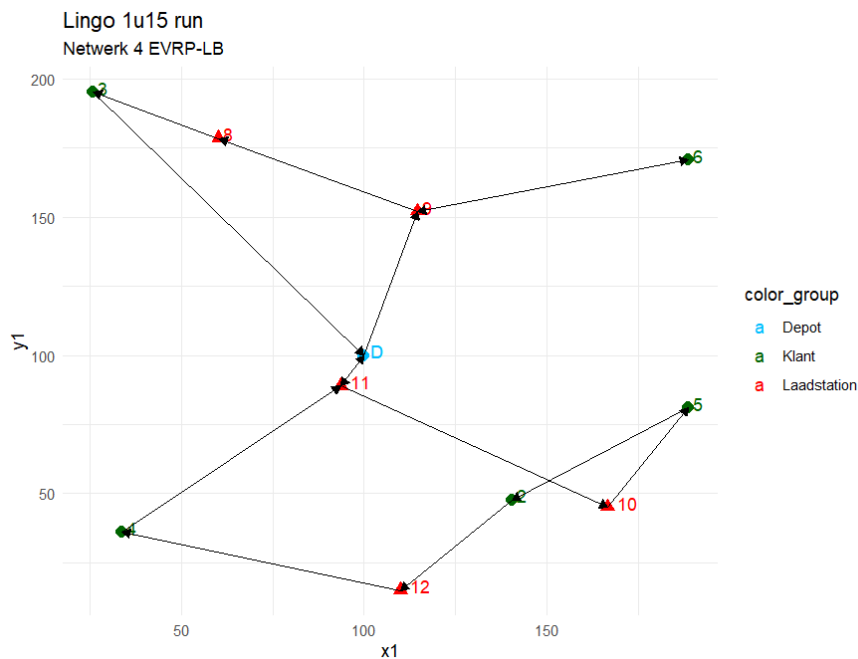
4.4.2.1 Resultaten netwerk 4

Netwerk 4 is het eerste probleem dat geanalyseerd wordt. De data werd voor vier verschillende scenario's in Lingo gesimuleerd. Elk van de scenario's wordt nu uitvoerig besproken. De gebruikte parameters om dit probleem verder te definiëren staan in tabel 9 weergegeven.

Tabel 9 Parameters netwerk 4

Parameter	Uitleg parameter	Waarde
K	Aantal voertuigen	2
w_i	Lading die klant i als vraag heeft	4 palletten
h	Energieconsumptiesnelheid per afstand	0.125 kWh
Q	Batterijcapaciteit van de voertuigen	20 kWh
C	Gewichtscapaciteit van de voertuigen	14 palletten
S	Service tijd	15 min
v	Herlaadsnelheid	50 kWh/h
c	Kost van opladen (€/kW)	1
R	Duurtijd van de dag	9 u
B	Duurtijd pauze	45 min
$[e_b, l_b]$	Tijdsvenster waartussen de pauze genomen wordt	[3u45; 4u30]
M	Enorm groot getal	100

Eerst werd het probleem als een EVRP-LB opgelost. Figuur 15 toont de routes die de EV hebben afgelegd. De resultaten van de oplossing kunnen in tabel 10 geraadpleegd worden. De gegevens zijn onderverdeeld per route. De belangrijkste gegevens van elk knooppunt, zoals de aankomsttijden in de knooppunten, het batterijniveau en het oplaadniveau worden in het linkse deel van de tabel bijgehouden. Aan de rechter kant wordt de informatie van de zijdes weergegeven. Onderaan de tabel staan ook de doelfunctiewaarde en de rekentijd. De doelfunctiewaarde bedraagt hier 988,884 en deze oplossing werd na 1u15min gevonden.



Figuur 15 Oplossing netwerk 4 EVRP-LB

Tabel 10 Resultaten netwerk 4 EVRP-LB

Route	Knooppunten				Zijden			
	Knooppunt	Aankomsttijd si (u)	Batterijniveau yi (kWh)	Oplaadniveau Yi (kWh)	Zijde	Afstand dij (km)	Rijtijd tij (u)	Pauze zij
1	D	0	20	-	D-9	54.13	0.77	0
	9	0.77	13.23	19.08	9-6	76.33	1.09	0
	6	1.98	9.54	-	6-9	76.33	1.09	0
	9	3.32	0	20	9-8	60.48	0.86	1
	8	4.94	12.44	19.88	8-3	38.30	0.55	0
	3	5.63	15.09	-	3-D	120.74	1.72	0
	D	8.07	0	-				
2	D	0	20	-	D-11	12.76	0.18	0
	11	0.18	18.41	18.41	11-10	85.20	1.22	0
	10	1.40	7.75	18.19	10-5	42.14	0.60	0
	5	2.21	12.93	-	5-2	58.65	0.84	0
	2	3.30	5.60	-	2-12	44.76	0.64	1
	12	4.94	0	19.90	12-4	79.27	1.13	0
	4	6.47	9.99	-	4-11	79.92	1.14	0
	11	7.86	0	1.59	11-D	12.76	0.18	0
	D	8.07	0	-				
Doelfunctie	Rekentijd							
988.844	1u15min							

Route 1 omvat het bezoek aan twee klanten en passeert drie keer langs een LS. De EV vertrekt vanuit het depot naar LS 9, waar het een eerste stop maakt en oplaadt. Daarna vertrekt de EV naar klant 6. Vervolgens keert het voertuig terug naar LS 9 vanwege het gedaalde batterijniveau naar 0 kWh. Bij dit tweede bezoek aan LS 9 wordt tevens de pauze ingepland. Hierna vertrekt het voertuig

naar LS 8 om voor de laatste keer op te laden om de resterende route te voltooien. Na het bezoek aan klant 3 keert het voertuig terug naar het depot.

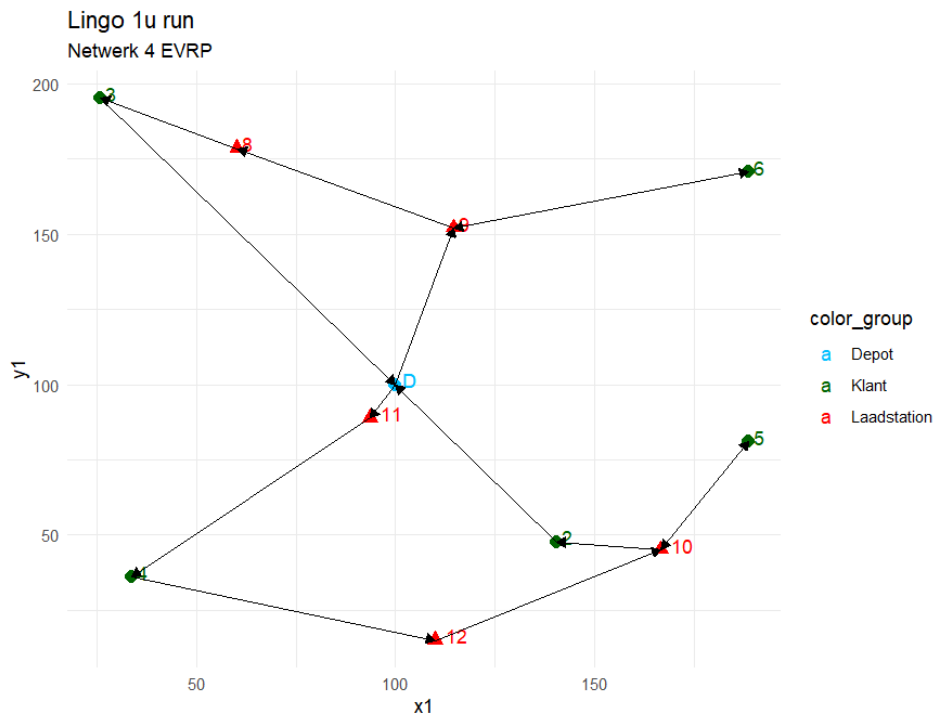
Route 2 omvat het bezoek aan drie klanten en passeert vier LS. Het voertuig vertrekt vanuit het depot en gaat eerst naar LS 11, maar laadt hier niet op. Vervolgens gaat het voertuig naar LS 10, waar het wel oplaadt. Daarna gaat het naar twee klanten, eerst klant 5 en daarna klant 2. Na het bezoek aan klant 2 wordt een pauze ingepland, omdat het pauze-interval begint tijdens de route van klant 2 naar LS 12. Bij aankomst bij LS 12 wordt de EV opgeladen, waarna het naar klant 4 gaat. Ten slotte rijdt het voertuig van klant 4 nog eens langs LS 11, omdat de batterij bijna leeg is, en laadt net genoeg op om terug te kunnen keren naar het depot. De rede waarom bij route 2 eerst LS 11 bezocht wordt is echter niet helemaal duidelijk. Er wordt hier namelijk niet opgeladen en het zou sneller zijn om meteen naar LS 10 te vertrekken. Een mogelijke verklaring is dat het hier gaat om een *feasible* maar geen optimale oplossing.

Op basis van de gegevens uit tabel 10 en de kosten beschreven in sectie 4.1 kan tabel 11 opgesteld worden. Kort samengevat worden volgende kosten gehanteerd: 0,1 €/km (reiskosten), 0,192 €/kWh (oplaadkosten) en 20,02 €/u (arbeidskosten). Voor het berekenen van de arbeidskosten wordt ook rekening gehouden met de assumpties besproken in sectie 4.1.

Tabel 11 Kosten netwerk 4 EVRP-LB

Route	Belangrijkste gegevens		
	Totaal afgelegde afstand (km)	Totaal opgeladen batterij (kWh)	Totale arbeidsuren (u)
1	426.31	33.29	6.86
2	415.45	31.93	7.32
Totaal	841.76	65.22	14.18
Kosten (€)	84.18	12.52	283.80
Doelfunctie	Rekentijd	Totale kosten (€)	
988.844	1u15min	380.50	

In totaal zou €380,50 nodig zijn om de klanten in netwerk 4 op basis van de voorgestelde routes te bezoeken. Zoals duidelijk wordt in de tabel 11 zijn het vooral de arbeidskosten die het meeste doorwegen. Voor de berekening van de arbeidskosten wordt gekeken naar de aankomsttijd in het voorlaatste knooppunt. Hier wordt de tijd om naar het depot te rijden bij opgeteld samen met eventuele service of oplaadtijd. Verder wordt hier de pauze vanaf getrokken aangezien deze onbetaald is.



Figuur 16 Oplossing netwerk 4 EVRP

Tabel 12 Resultaten netwerk 4 EVRP

Route	Knooppunten				Zijden			
	Knooppunt	Aankomsttijd si (u)	Batterijniveau yi (kWh)	Oplaadniveau Yi (kWh)	Zijde	Afstand dij (km)	Rijtijd tij (u)	Pauze zij
1	D	0	20	-	D-9	54.13	0.77	0
	9	0.77	13.23	19.08	9-6	76.33	1.09	0
	6	1.98	9.54	-	6-9	76.33	1.09	0
	9	3.32	0	20	9-8	60.48	0.86	0
	8	4.34	12.44	19.88	8-3	38.30	0.55	0
	3	5.28	15.09	-	3-D	120.74	1.72	0
	D	7.28	0	-				
2	D	0	20	-	D-11	12.76	0.18	0
	11	0.18	18.41	19.90	11-4	79.92	1.14	0
	4	1.35	9.91	-	4-12	79.27	1.13	0
	12	2.74	0	8.03	12-10	64.22	0.92	0
	10	3.81	0	10.53	10-5	42.14	0.60	0
	5	4.63	5.27	-	5-10	42.14	0.60	0
	10	5.48	0	11.55	10-2	26.34	0.38	0
	2	6.09	8.26	-	2-D	66.07	0.94	0
	D	7.28	0	-				
Doelfunctie	Rekentijd							
967.422	1u							

Vervolgens werd hetzelfde probleem als een EVRP opgelost. Figuur 16 toont de optimale routes die de EV hebben afgelegd en tabel 12 geeft de resultaten weer. De waarde van de doelfunctie was 967,422 en deze oplossing werd na 1 u gevonden. Route 1 is vrijwel identiek aan de route in het EVRP-LB resultaat. Dezelfde volgorde wordt aangehouden, hetzelfde aantal LS wordt bezocht en er wordt zelfs identiek geladen. Het enige verschil tussen de twee routes is dat er in LS 9 van het EVRP-LB wordt gepauzeerd. Hierdoor veranderen de aankomsttijden in alle daaropvolgende knooppunten.

Route 2 is echter geheel anders aangepakt. In deze oplossing gaat het EV vanuit LS 11 rechtstreeks naar klant 4, vervolgens naar LS 12, daarna naar LS 10, vervolgens naar klant 5, en keert vervolgens terug naar LS 10 om ten slotte af te sluiten met klant 2. Hoewel er opnieuw vier LS worden bezocht, wordt in plaats van LS 11 nu LS 10 twee keer aangedaan. In dit geval wordt elk bezoek aan een LS gebruikt om op te laden, zij het soms maar heel weinig. De kosten van deze routes worden in tabel 13 getoond.

Tabel 13 Kosten netwerk 4 EVRP

Route	Belangrijkste gegevens		
	Totaal afgelegde afstand (km)	Totaal opgeladen batterij (kWh)	Totale arbeidsuren (u)
1	426.31	33.29	7.26
2	412.85	31.61	7.28
Totaal	839.16	64.89	14.54
Kosten (€)	83.92	12.46	291.01
Doelfunctie	Rekentijd	Totale kosten (€)	
967.422	1u	387.38	

Ondanks het feit dat er iets minder geladen wordt en ook minder afstand wordt afgelegd in het resultaat van het EVRP blijft de totale kost iets hoger dan die van het EVRP-LB. Dit komt omdat er in totaal meer arbeidsuren aangerekend worden in het tweede probleem als in het eerste probleem. In het EVRP wordt 2,6 km minder afstand afgelegd en er wordt 0.33 kWh minder opgeladen. Dit zorgt voor een reductie van €0.32. In totaal werden echter 0,36 u extra arbeidsuren bijgerekend. Dit zorgt voor een stijging van de kosten met €7.20. Het totaal verschil wordt dus €6.88.

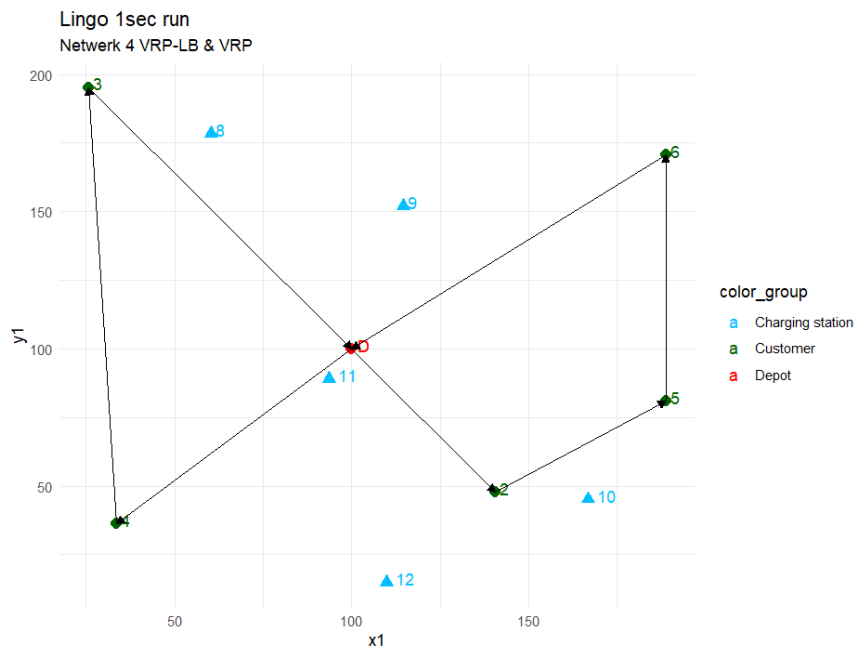
In het EVRP werd een alternatieve route gekozen voor route 2, wat resulteerde in een vermindering van zowel kilometers als opgeladen kWh, waardoor de vergelijking niet gelijkwaardig is. Om toch het effect van een pauze te isoleren, werd de oplossing en de routes van het EVRP-LB genomen en werden de pauzes hiervan afgetrokken. Alleen de aankomsttijden veranderden hierdoor. Dit model wordt het alternatieve (Alt) EVRP genoemd. Tabel 14 toont links de gevonden resultaten voor het Alt EVRP. Omdat route 2 nu wel overeenkomt, zijn de afgelegde afstand en de opgeladen kWh gelijk. Het enige verschil tussen de resultaten van het EVRP-LB en het Alt EVRP zijn de arbeidsuren van route 1. In het EVRP-LB valt de pauze samen met het opladen, waardoor 0,4 u aan arbeidskosten wordt bespaard. Dit komt omdat in LS 9 de batterij volledig werd opgeladen, wat 0,4 u in beslag nam. De arbeidsuren in route 2 zijn identiek, wat logisch is omdat de pauze in route 2 plaatsvond na het bezoeken van een klant, waardoor er geen tijd werd bespaard door overlapping.

Tabel 14 Kosten netwerk 4 Alt EVRP(-LB)

Belangrijkste gegevens				Belangrijkste gegevens			
Route	Totaal afgelegde afstand (km)	Totaal opgeladen batterij (kWh)	Totale arbeidsuren (u)	Route	Totaal afgelegde afstand (km)	Totaal opgeladen batterij (kWh)	Totale arbeidsuren (u)
1	426.31	33.29	7.26	1	426.31	33.29	6.86
2	415.45	31.93	7.32	2	412.85	31.61	7.07
Totaal	841.76	65.22	14.58	Totaal	839.16	64.89	13.93
Kosten (€)	84.18	12.52	291.88	Kosten (€)	83.92	12.46	278.78
Doelfunctie	Rekentijd	Totale kosten (€)		Doelfunctie	Rekentijd	Totale kosten (€)	
988.844	1u15min	388.58		967.422	1u	375.16	

Dezelfde aanpak werd genomen om de oplossing van de EVRP om te zetten naar een EVRP-LB. De afgelegde afstand en de opgeladen kWh blijven hierdoor weer gelijk. Hierdoor kon het effect van de pauzes weer geïsoleerd worden. Zowel route 1 als route 2 van het Alt EVRP-LB gaven verbeteringen ten op zichte van het EVRP. In tegenstelling tot het EVRP-LB model kon hier wel in beide routes een pauze bij een LS ingepland worden. Hierdoor kon in route 1 0,4 u en in route 2 0,21 u bespaard worden. De totale kosten van het Alt EVRP-LB komen neer op €375,16 wat €12,22 goedkoper is dan het EVRP. Deze resultaten staan in tabel 14 aan de rechterkant.

Ten slotte zijn er de resultaten van het VRP-LB en VRP voor netwerk 4. Voor deze problemen werd een globale optimale oplossing gevonden, die binnen 1 seconde werd bereikt. Uit de resultaten blijkt dat beide problemen dezelfde routes als oplossing geven, zoals afgebeeld in figuur 17. Route 1 bezoekt eerst klant 4 en daarna klant 3, terwijl route 2 eerst langs klant 2 gaat om vervolgens klant 5 en 6 te bezoeken. De resterende resultaten zijn ook identiek. Het enige verschil is het feit dat er tussen klant 4 en 3 en klant 6 en het einddepot een pauze staat ingepland voor het VPR-LB. De resultaten staan weer in tabel 15 en tabel 16 samengevat.



Figuur 17 Oplossing netwerk 4 VRP(-LB)

Tabel 15 Resultaten netwerk 4 VRP-LB

Route	Knooppunten		Zijden				
	Knooppunt	Aankomsttijd si (u)	Zijde	Afstand dij (km)	Rijtijd tij (u)	Pauze zij	
1	D	0	D-4	92.10	1.32	0	
	4	1.32	4-3	159.31	2.28	1	
	3	4.59	3-D	120.74	1.72	0	
	D	6.57					
2	D	0	D-2	66.07	0.94	0	
	2	0.94	2-5	58.65	0.84	0	
	5	2.03	5-6	89.65	1.28	0	
	6	3.56	6-D	113.43	1.62	1	
	D	6.57					
Doelfunctie		Rekentijd					
718.965		1sec					

Tabel 16 Resultaten netwerk 4 VRP

Route	Knooppunten		Zijden				
	Knooppunt	Aankomsttijd si	Zijde	Afstand dij	Rijtijd tij	Pauze zij	
1	D	0	D-4	92.10	1.32	0	
	4	1.32	4-3	159.31	2.28	0	
	3	3.84	3-D	120.74	1.72	0	
	D	5.82					
2	D	0	D-2	66.07	0.94	0	
	2	0.94	2-5	58.65	0.84	0	
	5	2.03	5-6	89.65	1.28	0	
	6	3.56	6-D	113.43	1.62	0	
	D	5.82					
Doelfunctie		Rekentijd					
717.465		1sec					

Aangezien dezelfde routes genomen worden en de pauzes onbetaald zijn, zijn de totale kosten van zowel het VRP-LB als het VRP hetzelfde. Deze kosten bestaan enkel uit de reiskosten en de arbeidskosten aangezien er niet meer aan LS wordt opgeladen. In totaal wordt 699.95 km afgelegd wat leidt tot een kost van €70. De totale arbeidsuren zijn 11,25 u en dit leidt tot een kost van €225,23. In totaal is er een kost van €295,22. Deze gegevens staan in tabel 17 samengevat.

Tabel 17 Kosten netwerk 4 VRP(-LB)

Route	Belangrijkste gegevens		
	Totaal afgelegde afstand (km)	Totaal opgeladen batterij (kWh)	Totale arbeidsuren (u)
1	372.15	-	5.82
2	327.80	-	5.43
Totaal	699.95	-	11.25
Kosten (€)	70.00	-	225.23
Doelfunctie		Totale kosten (€)	
718.965		295.22	

Ten slotte wordt de verdeling van de verschillende kosten besproken. Voor netwerk 4 vertonen alle modellen een vergelijkbare verdeling van de kosten. In totaal gaat 75% van de kosten naar arbeidskosten, 22% naar reiskosten, en slechts 3% naar oplaadkosten. Dit onderstreept opnieuw het belang van arbeidskosten, aangezien $\frac{3}{4}$ van de totale kosten hieraan wordt besteed. De exacte verdelingen kunnen in figuur 18 geraadpleegd worden.



Figuur 18 Kostenstructuur modellen netwerk 4

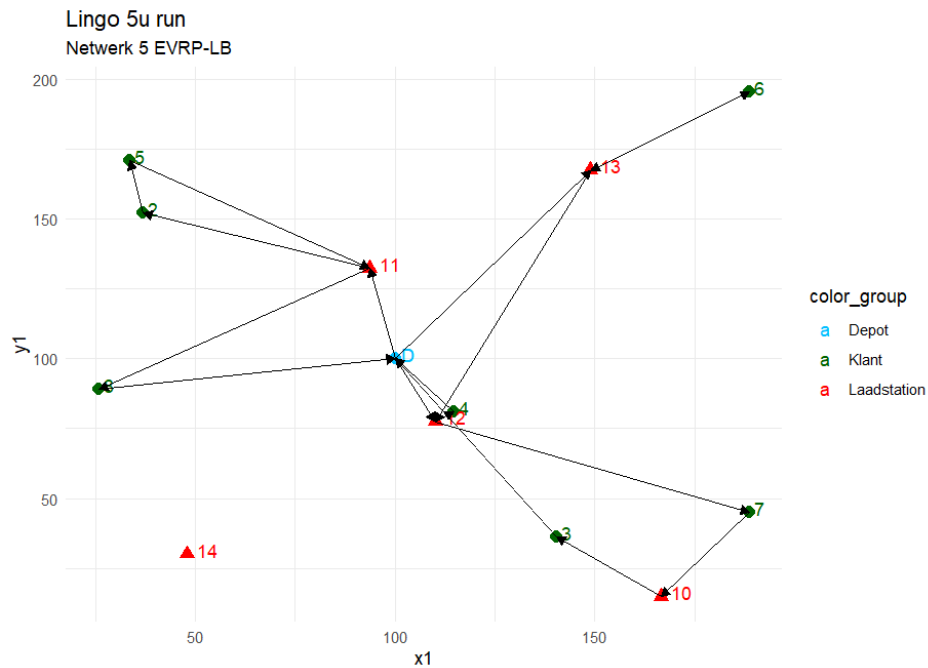
4.4.2.2 Resultaten netwerk 5

Netwerk 5 werd op dezelfde manier aangepakt. Opnieuw werden vier scenario's gesimuleerd in Lingo. De gebruikte parameters staan in tabel 18 weergegeven.

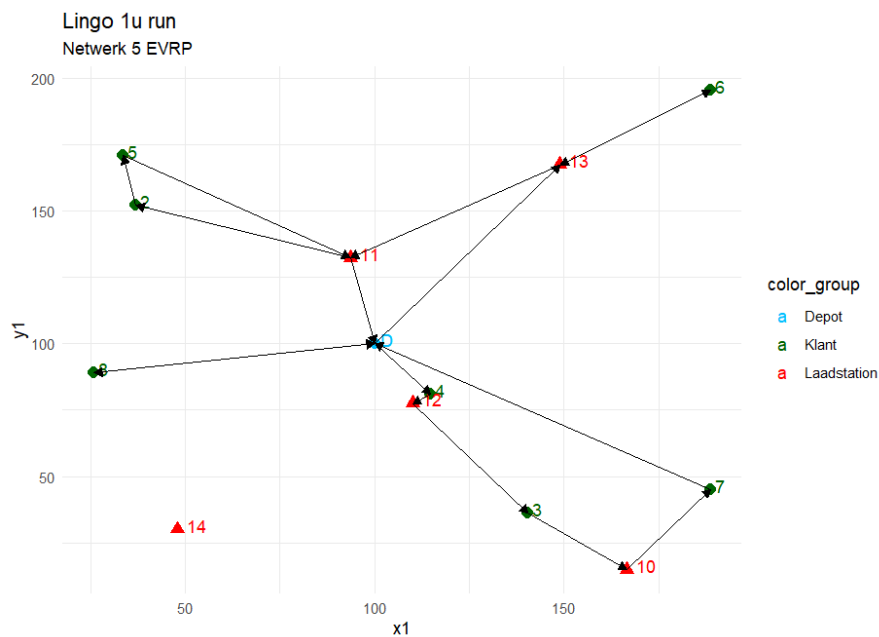
Tabel 18 Parameters netwerk 5

Parameter	Uitleg parameter	Waarde
K	Aantal voertuigen	3
w_i	Lading die klant i als vraag heeft	4 palletten
h	Energieconsumptiesnelheid per afstand	0.125 kWh
Q	Batterijcapaciteit van de voertuigen	20 kWh
C	Gewichtscapaciteit van de voertuigen	14 palletten
S	Service tijd	15 min
v	Herlaadsnelheid	50 kWh/h
c	Kost van opladen (€/kW)	1
R	Duurtijd van de dag	9 u
B	Duurtijd pauze	45 min
$[e_b, l_b]$	Tijdsvenster waartussen de pauze genomen wordt	[3u45; 4u30]
M	Enorm groot getal	100

Voor het EVRP-LB werd na 5u20min een oplossing gevonden. De doelfunctie bedraagt 1048,047. De oplossing voor het EVRP werd na 1 u gevonden en de doelfunctie bedraagt 946,446. In tegenstelling tot de oplossingen van netwerk 4 waren de routes van beide problemen totaal verschillend. Figuur 19 toont de routes van het EVRP-LB en figuur 20 toont de routes van het EVRP. De routes van het EVRP-LB zijn minder optimaal dan die van het EVRP. Indien de kosten van de twee oplossingen onderzocht worden wordt dit meteen duidelijk. Deze kunnen in tabel 19 worden geraadpleegd. De resterende gegevens betreffende de routes kan in sectie 8.2 van de bijlage worden teruggevonden.



Figuur 19 Oplossing netwerk 5 EVRP-LB



Figuur 20 Oplossing netwerk 5 EVRP

Tabel 19 laat duidelijk zien dat het verschil tussen de twee oplossingen veel groter is dan in netwerk 4. Links staan de kosten van het EVRP-LB model en rechts die van het EVRP. In totaal wordt er 67,59 km minder afgelegd in de EVRP oplossing. Ook wordt er 7,19 kWh minder geladen. Door de kortere routes moeten de bestuurders in totaal natuurlijk ook minder rijden. Hierdoor dalen ook de totale arbeidsuren in het EVRP. In totaal wordt er 3,07 u minder gewerkt. Dit heeft echter meer te maken met de voorgestelde routes dan de pauzes die genomen werden. In totaal is het verschil tussen de oplossingen €69,65.

Tabel 19 Kosten netwerk 5 EVRP(-LB)

Belangrijkste gegevens				Belangrijkste gegevens			
Route	Totaal afgelegde afstand (km)	Totaal opgeladen batterij (kWh)	Totale arbeidsuren (u)	Route	Totaal afgelegde afstand (km)	Totaal opgeladen batterij (kWh)	Totale arbeidsuren (u)
1	338.54	22.32	5.64	1	149.97	0	2.39
2	308.27	18.53	7.63	2	429.07	33.63	7.55
3	256.32	12.04	4.40	3	256.50	12.06	4.66
Totaal	903.13	52.89	17.67	Totaal	835.54	45.70	14.60
Kosten (€)	90.31	10.16	353.81	Kosten (€)	83.55	8.77	292.30
Doelfunctie	Rekentijd	Totale kosten (€)		Doelfunctie	Rekentijd	Totale kosten (€)	
1048.047	5u20min	454.27		946.446	1u	384.62	

Om ook een oplossing te verkrijgen waarbij enkel de invloed van de pauzes wordt geanalyseerd zonder alternatieve routes worden opnieuw de Alt EVRP en EVRP-LB opgesteld. Uit deze resultaten blijkt weer dat het EVRP-LB lager kosten met zich meebrengt dan het Alt EVRP. Het verschil bedraagt €16,12. Hetzelfde werd gevonden tussen het Alt EVRP-LB en het EVRP. In dit geval waren de kosten van het Alt EVRP-LB €7,51 lager.

Tabel 20 Kosten netwerk 5 Alt EVRP(-LB)

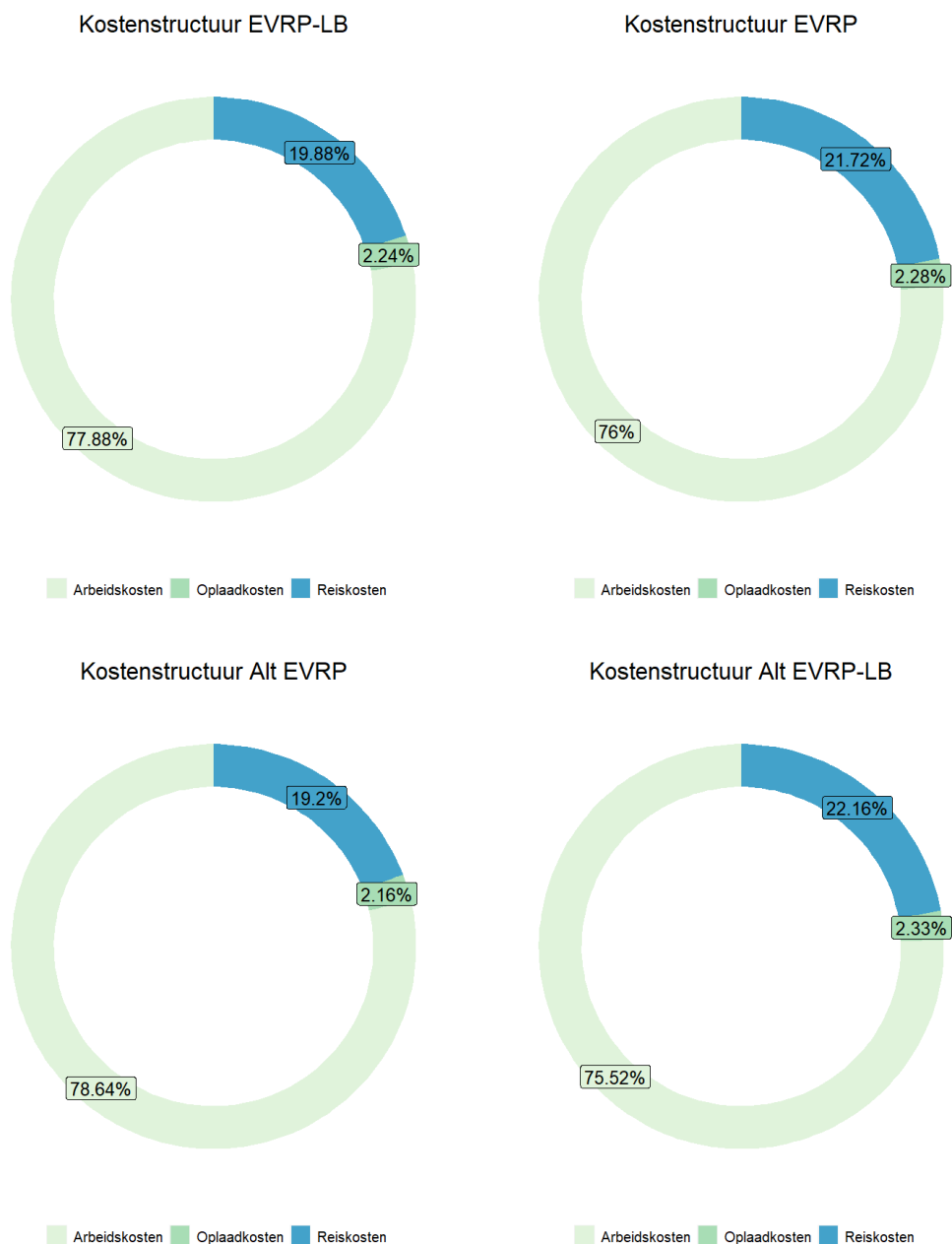
Belangrijkste gegevens				Belangrijkste gegevens			
Route	Totaal afgelegde afstand (km)	Totaal opgeladen batterij (kWh)	Totale arbeidsuren (u)	Route	Totaal afgelegde afstand (km)	Totaal opgeladen batterij (kWh)	Totale arbeidsuren (u)
1	338.54	22.32	6.03	1	149.97	0	2.39
2	308.27	18.53	8.04	2	429.07	33.63	7.18
3	256.32	12.04	4.40	3	256.50	12.06	4.66
Totaal	903.13	52.89	18.48	Totaal	835.54	45.70	14.23
Kosten (€)	90.31	10.16	369.92	Kosten (€)	83.55	8.77	284.78
Doelfunctie	Rekentijd	Totale kosten (€)		Doelfunctie	Rekentijd	Totale kosten (€)	
1048.047	5u20min	470.39		946.446	1u	377.11	

Na 3sec werd ook een oplossing gevonden voor het VRP-LB van netwerk 5. De doelfunctie bedraagt 729,872 en de totale kost komt neer op €308,28. Het VRP werd na 2 sec gevonden waarbij de doelfunctie 728,372 bedraagt. De totale kosten zijn echter identiek aan die van het VRP-LB. Deze staan samengevat in tabel 20.

Tabel 21 Kosten netwerk 5 VRP(-LB)

Belangrijkste gegevens			
Route	Totaal afgelegde afstand (km)	Totaal opgeladen batterij (kWh)	Totale arbeidsuren (u)
1	404.98	-	6.54
2	47.91	-	0.93
3	255.00	-	4.39
Totaal	707.89	-	11.86
Kosten (€)	70.79	-	237.49
Doelfunctie	Rekentijd	Totale kosten (€)	
729.872	3sec	308.28	

Ook in het geval van netwerk 5 zijn de kostenstructuren heel gelijkaardig. De arbeidskosten van het EVRP-LB en het Alt EVRP zijn relatief gezien de hoogste met 78%. De arbeidskosten van het EVRP en het Alt EVRP-LB bedragen 76%. Er bestaat dus wel een zeer klein verschil tussen de verdeling. Figuur 21 laat de exacte verdelingen weer zien.



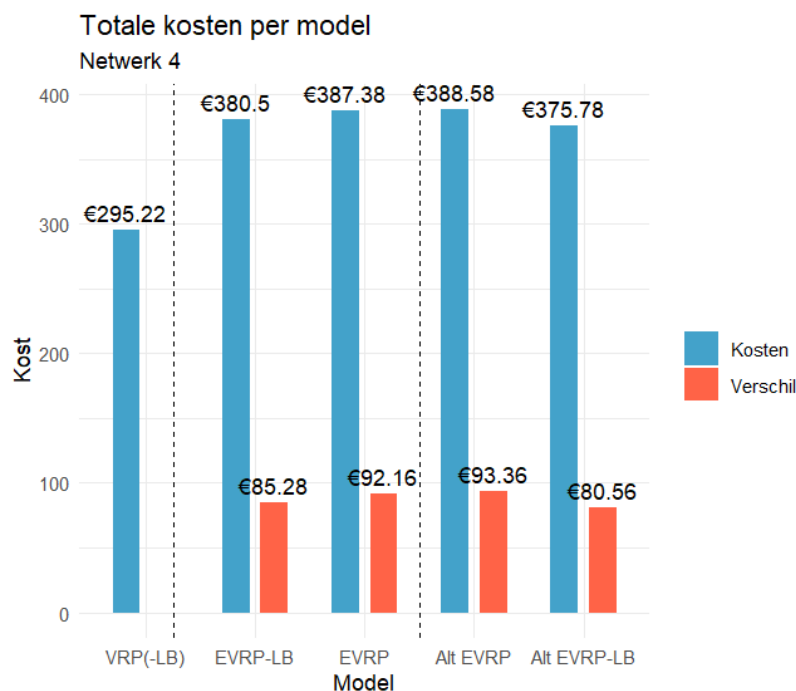
Figuur 21 Kostenstructuur modellen netwerk 5

4.4.2.3 Conclusie resultaten

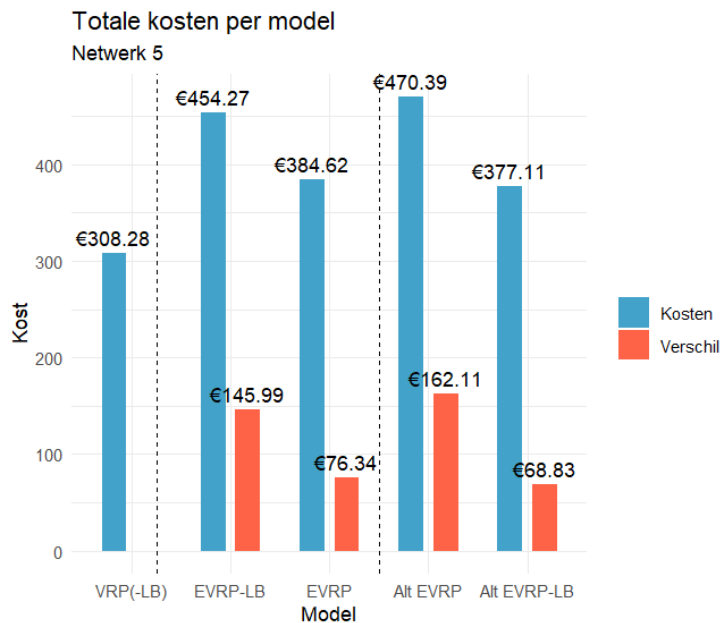
Om een beter zicht in de uiteindelijke kosten te krijgen worden figuur 22 en figuur 23 opgesteld. Figuur 22 geeft de kosten van alle modellen van netwerk 4 weer. Ook wordt telkens het verschil weergegeven tussen de EVRP modellen en de VRP modellen. Dit verschil geeft de uiteindelijke kost weer van het gebruiken van EV om het netwerk op te lossen in plaats van CV. Verder wordt de figuur in drie delen opgesplitst. Het eerste deel zijn de kosten van het VRP en het VRP-LB. Deel twee zijn de kosten die gebaseerd zijn op de resultaten uit Lingo. Dit zijn telkens de basismodellen. Het laatste deel zijn de modellen die zijn afgeleid uit de eerste twee. De resultaten van Alt EVRP worden verkregen door de pauzes van de oplossing van het EVRP-LB weg te laten. De resultaten van het Alt EVRP-LB worden verkregen door pauzes toe te voegen aan de oplossing van het EVRP. In de oplossingen van netwerk 4 kan gezien worden dat de EVRP-LB modellen een lagere kost hebben dan de EVRP modellen. De beste oplossing wordt verkregen uit het Alt EVRP-LB.

Figuur 23 geeft de kosten van netwerk 5 weer. Nu zijn de oplossingen minder eenduidig. Binnen de oorspronkelijke modellen is het duidelijk dat het EVRP minder kosten meebrengt dan het EVRP-LB. Als echter naar de alternatieve modellen gekeken is het omgekeerde te zien. De beste oplossing blijft echter de oplossing van het Alt EVRP-LB.

Het verschil tussen de modellen en de alternatieve modellen bedroeg gemiddeld €10,83 in het voordeel van de EVRP-LB modellen. Het verschil tussen de beste en de slechtste oplossing bedroeg in netwerk 4 €12,80, maar in netwerk 5 bedroeg deze €93,28.



Figuur 22 Kosten modellen netwerk 4



Figuur 23 Kosten modellen netwerk 5

Op basis van deze resultaten komen de volgende inzichten naar voren. Bij het vergelijken van de oorspronkelijke modellen blijkt een kostenverschil van €6,88 duidelijk in het voordeel van het EVRP-LB voor netwerk 4. Voor netwerk 5 is er echter een kostenverschil van €69,65 in het voordeel van het EVRP. Gemiddeld gezien is er een verschil van €31,39 in het voordeel van het EVRP. Dit verschil kan worden verklaard door de gekozen routes voor het EVRP-LB in netwerk 5, waarbij de inefficiënte routes leiden tot hogere kosten.

Wanneer het EVRP wordt vergeleken met het Alt EVRP-LB, blijkt dat het toevoegen van pauzes een positief effect heeft. In netwerk 4 is er een kostenverschil van €12,80 in het voordeel van het Alt EVRP-LB. In netwerk 5 is het verschil €7,51, opnieuw in het voordeel van het Alt EVRP-LB. Gemiddeld gezien is er dus een verschil van €10,15 in het voordeel van het Alt EVRP-LB.

Zoals weergegeven in de figuur, blijkt het voordeliger te zijn om leveringen uit te voeren met behulp van CV. In netwerk 4 is het namelijk 23,78% goedkoper om CV te gebruiken in plaats van de EVRP-oplossing en 21,45% goedkoper dan de Alt EVRP-LB-oplossing. Ook netwerk 5 toont vergelijkbare resultaten: hier is het 19,84% goedkoper om CV te gebruiken in plaats van de EVRP-oplossing en 18,26% goedkoper dan de Alt EVRP-LB-oplossing. Gemiddeld gezien is het dus 21,81% goedkoper om CV te gebruiken ten opzichte van het EVRP en er is een 19,86% verschil tussen het VRP en het Alt EVRP-LB.

Ook andere inzichten komen naar boven op basis van de hierboven gerapporteerde resultaten. Zo valt het op dat de kostenverschillen afnemen naarmate de probleemgrootte toeneemt. Dit kan echter niet met zekerheid worden bevestigd door het tekort aan beschikbare resultaten.

Ook wordt het duidelijk dat de rekentijd een enorme impact heeft op het vinden van een oplossing en de kwaliteit ervan. Dit blijkt uit het EVRP-LB model, waarbij de rekentijd aanzienlijk toenam van 1 u naar 5 u bij een vergroting van het probleem van 32 naar 44 knooppunten. Een verhoging naar 74 knooppunten leidde zelfs tot geen oplossing zelfs na 8 u rekentijd. Bij modellen met minder

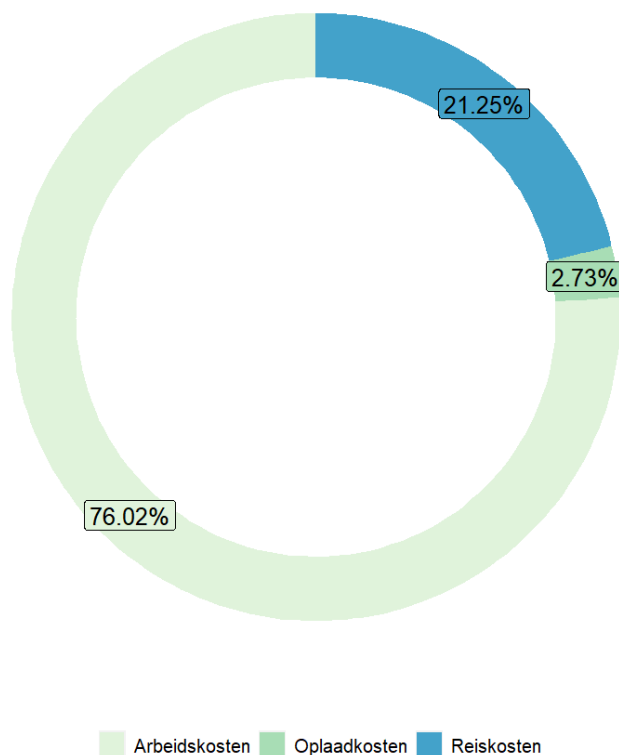
beperkingen trad dit probleem niet op in dezelfde mate. Tabel 22 geeft de gemiddelde rekentijd per model weer.

Tabel 22 Gemiddelde rekentijd per model

Model	Netwerk		Gemiddelde
	Netwerk 4	Netwerk 5	
EVRP-LB	1u15min	5u20min	3u18min
EVRP	1u	1u	1u
VRP-LB	1sec	3sec	2sec
VRP	1sec	2sec	1.5sec

Ten slotte kan worden gesteld dat de kostenverdeling bijna ongewijzigd blijft, ongeacht het onderzochte model. De verdeling van de kosten blijft over het algemeen ongeveer 75% arbeidskosten, 22% reiskosten en 3% oplaadkosten. Figuur 24 toont de gemiddelde kostenstructuur over alle netwerken en modellen heen.

Gemiddelde kostenstructuur



Figuur 24 Kostenstructuur gemiddelde

5 Conclusie

Het is natuurlijk geen geheim meer dat klimaatsverandering in een alarmerend tempo stijgt en een groeiende bedreiging vormt. Een van de grootste boosdoeners op vlak van CO₂-uitstoot is de transportsector. Om het effect van de transportsector te verlagen worden verschillende oplossingen gezocht. Een daarvan bevindt zich in het gebruiken van elektrische voertuigen (EV) om conventionele brandstoffen zoals benzine, diesel en gas te vervangen. Om dit te realiseren moet wel aangetoond worden dat EV in de praktijk gebruikt kunnen worden zonder een enorm grote kost met zich mee te brengen.

Dit hoofdstuk vormt het slot van mijn masterproef. Het doel van deze thesis was om te onderzoeken of rekening houden met rij- en rusttijden het gebruik van EV competitiever maakt om binnen dagdagelijkse logistieke operaties te gebruiken. Dit werd onderzocht door het opstellen van een *electric vehicle routing problem* (EVRP) model, specifiek het *electric vehicle routing problem with lunch break* (EVRP-LB), waarin rij- en rusttijden zijn geïntegreerd. Het model werd opgesteld op basis van de inzichten verworven uit de literatuurstudie, en samen met de resultaten van het praktijkgedeelte kan in dit hoofdstuk een antwoord op de onderzoeksvraag geformuleerd worden.

Om een antwoord op de centrale onderzoeksvraag te kunnen formuleren werd eerst een literatuurstudie uitgevoerd om inzichten in twee onderzoeksdomeinen te verkrijgen. Het eerste onderzoeksdomein was het EVRP. Dit is een optimalisatieprobleem dat zich bezighoudt met het bepalen van de meest efficiënte routes om verschillende klanten te bezoeken met EV. De voorgestelde route moet een hoofddoel vervullen en tegelijkertijd ook aan bepaalde voorwaarden of beperkingen voldoen. Binnen de literatuur worden verschillende varianten van doelfuncties besproken waaronder het minimaliseren van het aantal gebruikte voertuigen, rijafstand, totale kosten, oplaadkosten, energieconsumptie, reistijd en aantal oplaadstations. De uiteindelijke doelfunctie in dit onderzoek richt zich op het minimaliseren van kosten, waarbij de kosten zijn onderverdeeld in drie categorieën: reiskosten, oplaadkosten en arbeidskosten.

De beperkingen binnen het EVRP kunnen worden onderverdeeld in twee categorieën: de batterij en de laadstations (LS). Wat betreft de batterij worden de batterijcapaciteit, het energieverbruik en de herlaadprocedure besproken. Voor de LS worden de beschikbare laadtechnologieën en het dupliceren van LS met behulp van dummy LS onderzocht, waardoor meerdere bezoeken aan een LS mogelijk zijn (Erdoğan & Miller-Hooks, 2012; Felipe et al., 2014; Schneider et al., 2014). Andere beperkingen zoals het gebruik van tijdvensters, klantvraag, voertuigvloten en gewichtscapaciteit worden eveneens besproken.

Het tweede onderzoeksdomein heeft betrekking op EU-wetgeving betreffende bestuurderspauzes en formuleringen van rij- en rusttijden in de VRP-literatuur. De belangrijkste wetgeving over de rij- en rusttijden zijn Regulation (EC) No. 561/2006 en Directive 2002/15/EC. Deze regulaties beperken de rijtijden en werktijden van chauffeurs, met de belangrijkste regel dat een ononderbroken rijperiode niet langer dan 4,5 u mag duren, waarna een pauze van minstens 45 min moet worden ingepland. Daarnaast mag de dagelijkse rijtijd niet meer dan 9 u bedragen. Voor het modelleren van rij- en rusttijden binnen het VRP zijn er in de literatuur twee stromingen te vinden. Enerzijds zijn er artikels

die proberen de Europese richtlijnen als beperkingen op te nemen. Anderzijds zijn er artikels die in plaats van de Europese richtlijnen als leidraad te nemen een simpelere aanpak gebruiken. Zij stellen gewoon dat er ergens binnen de route van een voertuig een pauze wordt genomen. De duur van de pauze is op voorhand vastgelegd en meestal wordt ook een interval gedefinieerd waartussen de pauze moet plaats vinden. Voor deze masterproef volstond het om de tweede werkwijze te hanteren aangezien de opgestelde routes op dagniveau geanalyseerd worden.

Ten slotte wordt in de literatuur verschillende oplossingsmethodes teruggevonden. Deze methoden kunnen grofweg worden onderverdeeld in exacte methodes en (meta)heuristieken. Exacte methodes zoeken naar optimale oplossingen met wiskundige modellen, maar worden onpraktisch voor grote problemen vanwege hun tijdsintensiteit (Xiao et al., 2021). Voor complexere en real-life scenario's zijn heuristieken en metaheuristieken meer geschikt omdat ze sneller werken, hoewel ze niet altijd de optimale oplossing garanderen (Erdelić & Carić, 2019). In dit onderzoek werd de optimalisatiesoftware Lingo, een exacte oplossingsmethode, gebruikt..

In het praktijkgedeelte werden eerst de modellen opgesteld en vervolgens geanalyseerd en vergeleken. Uit de resultaten kan het volgende geconcludeerd worden. Door pauzes toe te voegen, wordt vaak overlap met opladen bij LS bereikt. In de resultaten van het EVRP met pauzes werd in ten minste één route van elk netwerk een pauze bij een LS ingepland. In totaal werd in drie van de vijf routes een pauze bij een LS genomen, wat leidt tot lagere kosten en tijdsbesparing in termen van arbeidsuren. Aangezien arbeidskosten tot de grootste kostenpost behoort heeft dit een effect op de totale kosten.

De oplossingen van het EVRP model waar pauzes worden toegevoegd is echter niet altijd goedkoper dan die zonder pauzes. Dit komt voornamelijk door de grotere complexiteit van het probleem met pauzes, wat resulteert in minder optimale resultaten. Voorbeelden hiervan zijn bezoeken aan LS zonder op te laden en het nemen van pauzes bij klantenknooppunten terwijl pauzeren bij een LS mogelijk was.

De beste resultaten, en dus de laagste kosten, werden verkregen bij de oplossing van het EVRP zonder pauzes waar achteraf pauzes aan toegevoegd worden. Deze methode, bekend als de *two-phase approach*, biedt voordelen omdat bij het EVRP-model zonder pauzes gemakkelijker en sneller oplossingen worden gevonden dan met pauzes. Door pauzes daarna toe te voegen, wordt zowel de rekentijd als de kosten verlaagd. Ondanks de lagere kans op het vinden van globale optima via een *two-phase approach* kan deze methode handig zijn om de rekentijd te verlagen. Zelfs in kleine gevallen zoals die in dit onderzoek getest zijn, is er een significant verschil op te merken.

Concluderend kan worden gesteld dat EV competitiever worden wanneer pauzes in de planning worden meegenomen. De laagste kosten worden bereikt wanneer pauzes worden toegevoegd nadat de routes zijn opgesteld en de pauzes samenvallen met het opladen aan LS.

6 Discussie

Het laatste deel van deze masterproef zal de bijdrage van dit onderzoek bespreken samen met de beperkingen en enkele aanbevelingen voor toekomstig onderzoek.

6.1 Bijdrage van dit onderzoek

Deze masterproef draagt bij tot de academische literatuur binnen het onderzoeksdomein operationeel onderzoek omtrent het EVRP. Ondanks de uitgebreide beschikbare literatuur over het onderwerp kon toch een unieke invalshoek worden onderzocht. Er wordt namelijk beperkingen omtrent rij- en rusttijden toegevoegd, iets wat nog niet veel onderzocht is binnen het EVRP. Het eerste deel van de masterproef brengt de literatuur van zowel het EVRP als de literatuur van rij- en rijstijden binnen het VRP in kaart. Vervolgens wordt in het tweede deel een eerste aanzet naar een model gemaakt die de beperking van pauzes integreert in het EVRP. Het model wordt ten slotte ook op enkele kleine voorbeelden getoetst en de resultaten ervan worden geanalyseerd.

6.2 Beperkingen van dit onderzoek

Het is belangrijk om op te merken dat dit onderzoek enkele beperkingen kent. De belangrijkste beperking ligt in de opstelling van de doelfunctie van het model in sectie 4.2. De doelfunctie probeert de belangrijkste kosten te benaderen, maar het probleem zit in het laatste deel dat de arbeidskosten benadert. Er is gekozen om de som van de aankomsttijden te minimaliseren, wat niet volledig juist is aangezien bij arbeidskosten alleen de totale duur van de route moet worden meegenomen. Dit kon echter niet worden gemodelleerd zonder het model volledig te herzien, zodat elk voertuig in een apart einddepot zou aankomen, wat de complexiteit van het model zou hebben verhoogd. Daarom is ervoor gekozen om toch te werken met de som van de aankomsttijden. Bovendien bevat de doelfunctie geen eenheid omdat afstanden, kosten en tijd bij elkaar worden opgeteld. Om dit te compenseren, werden de kosten na het oplossen van de modellen berekend. Idealiter zouden deze kosten in de doelfunctie moeten worden opgenomen.

Een tweede beperking is dat een simplistisch model is getest geweest. Zowel voor het EVRP als de pauzes werd gekozen om de minst complexe opzet te kiezen, wat er natuurlijk voor zorgt dat de resultaten minder realistisch worden.

Een bijkomende belangrijke beperking is dat de resultaten niet-optimaal zijn. Er werden ook slechts een beperkt aantal kleine netwerken opgelost waardoor de resultaten zelf niet gebruikt kunnen worden om algemene aanbevelingen te kunnen doen. Dit beperkt de veralgemeenbaarheid van de conclusies.

Ten slotte zijn de gebruikte waarden voor de pauzes, batterijcapaciteit, oplaadsnelheid, enzovoort eerder arbitrair bepaald, maar wel telkens gebaseerd op bestaande literatuur. Verder praktisch onderzoek zou dan ook gevoerd kunnen worden om accuratere gegevens aan deze factoren toe te kennen.

6.3 Aanbevelingen vervolg onderzoek

Aangezien er beperkte literatuur beschikbaar is over dit onderwerp, kunnen er veel aanbevelingen worden gedaan. Hier zijn enkele mogelijke suggesties. Ten eerste wordt aanbevolen het model te gebruiken om grotere netwerken te testen. In dit onderzoek werden kleine problemen geanalyseerd met 5-9 klanten en slechts 2-3 elektrische voertuigen. In de praktijk moeten echter meer klanten worden bezocht en meer voertuigen worden ingezet. In dat geval kan het interessanter zijn om heuristische methoden toe te passen in plaats van exacte oplossingsmethoden, aangezien de rekentijd voor de kleine problemen al aanzienlijk oploopt.

Het uitvoeren van een sensitiviteitsanalyse kan ook interessante inzichten opleveren. Bij een sensitiviteitsanalyse worden verschillende parameters aangepast om te onderzoeken wat hun effect is op de uiteindelijke resultaten. Zo kan bijvoorbeeld worden gekeken naar het effect van het verhogen of verlagen van de batterijcapaciteit van de voertuigen, de oplaadsnelheid en de gebruikte oplaadtechnologie, en het inzetten van meer of minder elektrische voertuigen voor hetzelfde netwerk, enzovoort.

Daarnaast kunnen de doelfunctie en de kosten realistischer worden opgesteld. Voor de doelfunctie kan het nuttig zijn om de aankomsttijd van elk voertuig in het einddepot bij te houden, zodat de exacte arbeidskosten geminimaliseerd kunnen worden. Bovendien zijn er verschillende aannames gemaakt, zoals dat CV niet hoeven te tanken. Door deze aanname aan te passen en wel rekening te houden met tankbeurten, kunnen betere vergelijkingen worden gemaakt en realistischer scenario's worden geanalyseerd.

Een laatste aanbeveling is om het model zelf uit te breiden met realistischere beperkingen. Dit kan zowel betrekking hebben op de EVRP-beperkingen als op de pauzes. Voor de EVRP-beperkingen kan bijvoorbeeld gekozen worden voor niet-lineaire herlaadfuncties en energieconsumptiemodellen. Ook kan het probleem worden uitgebreid door het gebruik van een heterogene vloot van EV. Wat pauzes betreft, kan in plaats van een interval waarbinnen de pauze moet worden genomen, gewerkt worden met de effectieve rijtijd en pas na 4,5 uur een pauze worden ingepland. Daarnaast zou onderzocht moeten worden wanneer de pauzes optimaal gepland kunnen worden, in plaats van ze op een vast moment te laten plaatsvinden, zonder de rij- en rusttijdregelgeving te overschrijden.

7 Referentielijst:

- Abdulaal, A., Cintuglu, M. H., Asfour, S., & Mohammed, O. A. (2017). Solving the multivariant EV routing problem incorporating V2G and G2V options. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 3(1), 238–248. <https://doi.org/10.1109/tte.2016.2614385>
- Abid, M., Tabaa, M., Chakir, A., & Hachimi, H. (2022). Routing and Charging of Electric Vehicles: Literature review. *Energy Reports*, 8, 556–578. <https://doi.org/10.1016/j.egyr.2022.07.089>
- Achuthan, N. R., Caccetta, L., & Hill, S. P. (1996). A new subtour elimination constraint for the vehicle routing problem. *European Journal Of Operational Research*, 91(3), 573–586. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)00332-7](https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)00332-7)
- Anagnostopoulou, A., Boilé, M., Theofanis, S., Sdoukopoulos, E., & Margaritis, D. (2014). Electric vehicle routing problem with industry constraints: Trends and insights for future research. *Transportation Research Procedia*, 3, 452–459. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2014.10.026>
- Barco, J., Guerra, A., Muñoz, L., & Quijano, N. (2017). Optimal routing and scheduling of charge for electric vehicles: a case study. *Mathematical Problems in Engineering*, 2017, 1–16. <https://doi.org/10.1155/2017/8509783>
- Basso, R., Kulcsár, B., & Sánchez-Díaz, I. (2021). Electric vehicle routing problem with machine learning for energy prediction. *Transportation Research Part B: Methodological*, 145, 24–55. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2020.12.007>
- Bayar, A. S., Yılmaz, M. T., Yücel, İ., & Dirmeyer, P. A. (2023). CMIP6 Earth system models project greater acceleration of climate zone change due to stronger warming rates. *Earth's Future*, 11(4). <https://doi.org/10.1029/2022ef002972>
- Bazirha, M. (2023). A novel MILP formulation and an efficient heuristic for the vehicle routing Problem with lunch break. *Annals of Operations Research*. <https://doi.org/10.1007/s10479-023-05742-3>
- Blauwens, G., De Baere, P., & Van de Voorde, E. (2020). *Transport Economics* (7de editie). VAN IN.
- Buhrkal, K. F., Larsen, A., & Røpke, S. (2012). The waste collection vehicle routing problem with time windows in a city logistics context. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 39, 241–254. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.03.105>

- Chen, J., Qi, M., & Miao, L. (2016). The Electric Vehicle Routing Problem with Time Windows and Battery Swapping Stations. *2016 IEEE International Conference On Industrial Engineering And Engineering Management*.
<https://doi.org/10.1109/ieem.2016.7797968>
- Coelho, L. C., Gagliardi, J. P., & Ruiz, A. (2016). Solving the vehicle routing problem with lunch break arising in the furniture delivery industry. *Journal of the Operational Research Society*, 67(5), 743–751. <https://doi.org/10.1057/jors.2015.90>
- Cortés-Murcia, D. L., Afsar, H. M., & Prodhon, C. (2019). A branch and price algorithm for the electric capacitated Profitable tour problem with mandatory stops. *IFAC-PapersOnLine*, 52(13), 1572–1577. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.11.424>
- Dammak, N., Dhouib, S., El Mhamedi, A., & IEEE. (2019). A Review of Optimal Routing Problem for Electric Vehicle. *IEEE 2019 International Colloquium on Logistics and Supply Chain Management (LOGISTIQUA)* (2019), 1-5.
<https://doi.org/10.1109/logistiqua.2019.8907250>
- Davis, B. A., & Figliozzi, M. (2013). A methodology to evaluate the competitiveness of electric delivery trucks. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 49(1), 8–23. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2012.07.003>
- Desaulniers, G., Errico, F., Irnich, S., & Schneider, M. (2016). Exact Algorithms for Electric Vehicle-Routing Problems with Time Windows. *Operations Research*, 64(6), 1388–1405. <https://doi.org/10.1287/opre.2016.1535>
- Dorrian, J., Sweeney, M. M., & Dawson, D. (2010). Modeling fatigue-related truck accidents: prior sleep duration, recency and continuity. *Sleep and Biological Rhythms*, 9(1), 3–11.
<https://doi.org/10.1111/j.1479-8425.2010.00477.x>
- Erdelić, T., & Carić, T. (2019). A survey on the electric vehicle routing problem: Variants and solution approaches. *Journal of Advanced Transportation*, 2019, 1–48.
<https://doi.org/10.1155/2019/5075671>
- Erdoğan, S., & Miller-Hooks, E. (2012). A green vehicle routing problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 48(1), 100–114.
<https://doi.org/10.1016/j.tre.2011.08.001>
- Felipe, Á., Ortuño, M., Righini, G., & Tirado, G. (2014). A heuristic approach for the green vehicle routing problem with multiple technologies and partial recharges. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 71, 111–128.
<https://doi.org/10.1016/j.tre.2014.09.003>

- Froger, A., Mendoza, J. E., Jabali, O., & Laporte, G. (2019). Improved formulations and algorithmic components for the electric vehicle routing problem with nonlinear charging functions. *Computers & Operations Research*, 104, 256–294.
<https://doi.org/10.1016/j.cor.2018.12.013>
- Goeke, D., & Schneider, M. (2015). Routing a mixed fleet of electric and conventional vehicles. *European Journal of Operational Research*, 245(1), 81–99.
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.01.049>
- Goel, A. (2010). Truck driver scheduling in the European Union. *Transportation Science*, 44(4), 429–441. <https://doi.org/10.1287/trsc.1100.0330>
- Henderickx, E., Janvier, R., Van Beirendonck, L., & Humblet, P. (2010). 'Workdesign' of het opzetten van performantie gerichte en bevlogen werkprocessen. In *Handboek HRM* (pp. 449-491). Acco.
- Hiermann, G., Puchinger, J., Röpke, S., & Hartl, R. F. (2016). The electric fleet size and mix vehicle routing problem with time windows and recharging stations. *European Journal of Operational Research*, 252(3), 995–1018. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.01.038>
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2005). *Introduction to Operations Research*, 8th ed. http://catalog.maranatha.edu/index.php?p=show_detail&id=38618&keywords=
- Iqbal, S., Kaykobad, M., & Rahman, M. S. (2015). Solving the multi-objective vehicle routing problem with soft time windows with the help of bees. *Swarm and Evolutionary Computation*, 24, 50–64. <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2015.06.001>
- Kim, B., Kim, S., & Sahoo, S. (2006b). Waste collection vehicle routing problem with time windows. *Computers & Operations Research*, 33(12), 3624–3642.
<https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.02.045>
- Kleinberg, J., & Tardos, É. (2006). *Algorithm design*. Addison-Wesley Longman.
- Koç, Ç., & Karaoglan, I. (2016). The green vehicle routing problem: A heuristic based exact solution approach. *Applied Soft Computing*, 39, 154–164.
<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.10.064>
- Kok, A., Meyer, C. M., Kopfer, H., & Schutten, J. M. (2010). A dynamic programming heuristic for the vehicle routing problem with time windows and European community social legislation. *Transportation Science*, 44(4), 442–454.
<https://doi.org/10.1287/trsc.1100.0331>

- Kopfer, H., Meyer, C. M., & Braun, H. (2015). Vehicle routing and break scheduling by a distributed decision making approach. In *Lecture notes in logistics* (pp. 273–284). https://doi.org/10.1007/978-3-319-20863-3_20
- Küçükoğlu, İ., Dewil, R., & Cattrysse, D. (2021). The Electric Vehicle Routing Problem and its Variations: A literature review. *Computers & Industrial Engineering*, 161, 107650. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107650>
- Lee, C. (2020). An exact algorithm for the electric-vehicle routing problem with nonlinear charging time. *Journal Of The Operational Research Society*, 72(7), 1461–1485. <https://doi.org/10.1080/01605682.2020.1730250>
- Lee, S., & Jeong, B. Y. (2016c). Comparisons of traffic collisions between expressways and rural roads in truck drivers. *Safety and Health at Work*, 7(1), 38–42. <https://doi.org/10.1016/j.shaw.2015.11.005>
- Lin, J., Zhou, W., & Wolfson, O. (2016). Electric vehicle routing problem. *Transportation Research Procedia*, 12, 508–521. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2016.02.007>
- Moghdani, R., Salimifard, K., Demir, E., & Benyettou, A. (2021). The Green Vehicle Routing Problem: A Systematic Literature Review. *Journal of Cleaner Production*, 279, 123691. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.123691>
- Paz, J. C., Echeverri, M. G., & Escobar, J. W. (2018). The multi-depot electric vehicle location routing problem with time windows. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 123–136. <https://doi.org/10.5267/j.ijiec.2017.4.001>
- Poulter, D., Chapman, P., Bibby, P. A., Clarke, D. D., & Crundall, D. (2008). An application of the theory of planned behaviour to truck driving behaviour and compliance with regulations. *Accident Analysis & Prevention*, 40(6), 2058–2064. <https://doi.org/10.1016/j.aap.2008.09.002>
- Prescott-Gagnon, É., Desaulniers, G., Drexler, M., & Rousseau, L. (2010). European driver rules in vehicle routing with time windows. *Transportation Science*, 44(4), 455–473. <https://doi.org/10.1287/trsc.1100.0328>
- Sahoo, S., Kim, S., Kim, B. I., Kraas, B., & Popov, A. (2005). Routing optimization for waste management. *INTERFACES*, 35(1), 24–36. <https://doi.org/10.1287/inte.1040.0109>
- Salvendy, G. (2001). *Handbook of Industrial Engineering : Technology and Operations Management*. [E-book]. Wiley eBooks. Geraadpleegd van <http://ci.nii.ac.jp/ncid/BA53319285>

- Sartori, C. S. (2023). Efficient algorithms for driver scheduling with interdependent routes. *4OR*. <https://doi.org/10.1007/s10288-023-00554-4>
- Schneider, M., Stenger, A., & Goeke, D. (2014). The Electric Vehicle-Routing problem with time windows and recharging stations. *Transportation Science*, 48(4), 500–520. <https://doi.org/10.1287/trsc.2013.0490>
- SERV & Stichting Innovatie & Arbeid. (2023). Hoe werkbaar is je job? Werkbaarheidsmeting werknemers 2023. Geraadpleegd op 6 februari 2023, van https://www.serv.be/sites/default/files/documenten/SERV_DB_20231004_WBM2023_Werknemers_RAP_StIA.pdf
- Soysal, M., Çimen, M., & Belbağ, S. (2020). Pickup and delivery with electric vehicles under stochastic battery depletion. *Computers & Industrial Engineering*, 146, 106512. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106512>
- Tahami, H., Rabadi, G., & Haouari, M. (2020). Exact approaches for routing capacitated electric vehicles. *Transportation Research. Part E, Logistics And Transportation Review*, 144, 102126. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2020.102126>
- Thymianis, M., Tzanetos, A., Osaba, E., Dounias, G., & Del Ser, J. (2022). Electric Vehicle Routing Problem: Literature Review, Instances and results with a Novel Ant Colony Optimization Method. *2022 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. <https://doi.org/10.1109/cec55065.2022.9870373>
- Toth, P., & Vigo, D. (2014). *Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications, second edition*. <https://ci.nii.ac.jp/ncid/BB18183626>
- Wu, X., Freese, D., Cabrera, A. E. F., & Kitch, W. A. (2015). Electric vehicles' energy consumption measurement and estimation. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 34, 52–67. <https://doi.org/10.1016/j.trd.2014.10.007>
- Xiao, Y., Zhang, Y., Kaku, I., Kang, R., & Pan, X. (2021). Electric Vehicle routing problem: a systematic review and a new comprehensive model with nonlinear energy recharging and consumption. *Renewable & Sustainable Energy Reviews*, 151, 111567. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2021.111567>
- Zuo, X., Xiao, Y., Meng, Y., Kaku, I., & Xu, Y. (2019). A new formulation of the electric vehicle routing problem with time Windows considering concave nonlinear charging function. *Journal of Cleaner Production*, 236, 117687. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.117687>

Analytics, O. (2021, 8 december). *Vehicle Routing Problems 101 - The OpEX Analytics Blog - medium*. Medium. [https://medium.com/opex-analytics/opex-101-vehicle-routing-problems-262a173f4214#:~:text=In%20mathematical%20terms%2C%20the%20VRP,must%20reach\)%20in%20the%20network](https://medium.com/opex-analytics/opex-101-vehicle-routing-problems-262a173f4214#:~:text=In%20mathematical%20terms%2C%20the%20VRP,must%20reach)%20in%20the%20network)

Delivering the European Green Deal. (2021, 14 juli). European Commission. https://commission.europa.eu/strategy-and-policy/priorities-2019-2024/european-green-deal/delivering-european-green-deal_en

Driving time and rest periods. (z.d.). Mobility and Transport. https://transport.ec.europa.eu/transport-modes/road/social-provisions/driving-time-and-rest-periods_en

EU-regels voor het werken in het wegvervoer - Your Europe. (2023, 12 april). Your Europe. https://europa.eu/youreurope/citizens/work/work-abroad/rules-working-road-transport/index_nl.htm

Göbel, N. (z.d.). *The vehicle routing problem explained*. <https://www.conundra.eu/blog/the-vehicle-routing-problem-explained>

Klimaatverandering in Europa: feiten en cijfers. (2023, 27 maart). Onderwerpen | Europees Parlement. <https://www.europarl.europa.eu/topics/nl/article/20180703STO07123/klimaatverandering-in-europa-feiten-en-cijfers#:~:text=Uitstoot%20van%20de%20transportsector%20in,waarvan%2072%25%20van%20wegvervoer%20komt.>

Sources of greenhouse gas emissions | US EPA. (2023, 25 augustus). US EPA. [https://www.epa.gov/ghgemissions/sources-greenhouse-gas-emissions#:~:text=Transportation%20\(28%25%20of%202021%20greenhouse,ships%2C%20trains%2C%20and%20planes.](https://www.epa.gov/ghgemissions/sources-greenhouse-gas-emissions#:~:text=Transportation%20(28%25%20of%202021%20greenhouse,ships%2C%20trains%2C%20and%20planes.)

United Nations. (z.d.). *Causes and effects of climate change* | United Nations. <https://www.un.org/en/climatechange/science/causes-effects-climate-change#:~:text=Fossil%20fuels%20%E2%80%93%20coal%2C%20oil%20and,they%20trap%20the%20sun's%20heat.>

8 Bijlage

8.1 Lingo code

```
Model:
! The Electric Vehicle Routing Problem with Lunch Break (EVRP-LB) Network
4;
Sets:
  P/1..32/: w, b, u, y, yf, s, st, o; !yf is gelijk aan Y in mijn notatie;
  A(P, P): d, t, x, z;
End sets

Data:
d =
0      66.07002579  120.7441225  92.10110741  90.76669659  113.4313075  0
      87.95582634  87.95582634  87.95582634  87.95582634  87.95582634  54.12723273
      54.12723273  54.12723273  54.12723273  54.12723273  86.33881771  86.33881771
      86.33881771  86.33881771  86.33881771  12.75748444  12.75748444  12.75748444
      12.75748444  12.75748444  85.58992597  85.58992597  85.58992597  85.58992597
      85.58992597

66.07002579  0      186.8140546  107.4937812  58.64819677  132.049811  66.07002579
      153.3440031  153.3440031  153.3440031  153.3440031  153.3440031  107.4689203
      107.4689203  107.4689203  107.4689203  107.4689203  26.34494008  26.34494008
      26.34494008  26.34494008  26.34494008  62.39336668  62.39336668  62.39336668
      62.39336668  62.39336668  44.76205782  44.76205782  44.76205782  44.76205782
      44.76205782

120.7441225  186.8140546  0      159.3056996  198.9852156  164.7061142  120.7441225
      38.29545071  38.29545071  38.29545071  38.29545071  38.29545071  98.77065442
      98.77065442  98.77065442  98.77065442  98.77065442  205.8527654  205.8527654
      205.8527654  205.8527654  205.8527654  126.0813851  126.0813851  126.0813851
      126.0813851  126.0813851  198.9622943  198.9622943  198.9622943  198.9622943
      198.9622943

92.10110741  107.4937812  159.3056996  0      161.5214415  205.3138417  92.10110741
      144.7570765  144.7570765  144.7570765  144.7570765  144.7570765  141.4625867
      141.4625867  141.4625867  141.4625867  141.4625867  133.3834347  133.3834347
      133.3834347  133.3834347  133.3834347  79.91751559  79.91751559  79.91751559
      79.91751559  79.91751559  79.26517314  79.26517314  79.26517314  79.26517314
      79.26517314

90.76669659  58.64819677  198.9852156  161.5214415  0      89.65327962  90.76669659
      161.2680576  161.2680576  161.2680576  161.2680576  161.2680576  102.6584663
      102.6584663  102.6584663  102.6584663  102.6584663  42.13824802  42.13824802
      42.13824802  42.13824802  42.13824802  95.49196175  95.49196175  95.49196175
      95.49196175  95.49196175  102.805092  102.805092  102.805092  102.805092
      102.805092

113.4313075  132.049811  164.7061142  205.3138417  89.65327962  0      113.4313075
      128.696095  128.696095  128.696095  128.696095  128.696095  76.33230645
      76.33230645  76.33230645  76.33230645  76.33230645  127.4585295  127.4585295
      127.4585295  127.4585295  127.4585295  125.3996124  125.3996124  125.3996124
      125.3996124  125.3996124  125.3996124  125.3996124  125.3996124  125.3996124
```

	125.3996124	125.3996124	174.4712114	174.4712114	174.4712114	174.4712114
	174.4712114					
0	66.07002579	120.7441225	92.10110741	90.76669659	113.4313075	0
	87.95582634	87.95582634	87.95582634	87.95582634	87.95582634	54.12723273
	54.12723273	54.12723273	54.12723273	54.12723273	86.33881771	86.33881771
	86.33881771	86.33881771	86.33881771	12.75748444	12.75748444	12.75748444
	12.75748444	12.75748444	85.58992597	85.58992597	85.58992597	85.58992597
	85.58992597					
87.95582634	153.3440031	38.29545071	144.7570765	161.2680576	128.696095	
	87.95582634	0	0	0	0	60.47540325
	60.47540325	60.47540325	60.47540325	170.5833649	170.5833649	170.5833649
	170.5833649	170.5833649	95.51008845	95.51008845	95.51008845	95.51008845
	95.51008845	170.8638916	170.8638916	170.8638916	170.8638916	170.8638916
87.95582634	153.3440031	38.29545071	144.7570765	161.2680576	128.696095	
	87.95582634	0	0	0	0	60.47540325
	60.47540325	60.47540325	60.47540325	170.5833649	170.5833649	170.5833649
	170.5833649	170.5833649	95.51008845	95.51008845	95.51008845	95.51008845
	95.51008845	170.8638916	170.8638916	170.8638916	170.8638916	170.8638916
87.95582634	153.3440031	38.29545071	144.7570765	161.2680576	128.696095	
	87.95582634	0	0	0	0	60.47540325
	60.47540325	60.47540325	60.47540325	170.5833649	170.5833649	170.5833649
	170.5833649	170.5833649	95.51008845	95.51008845	95.51008845	95.51008845
	95.51008845	170.8638916	170.8638916	170.8638916	170.8638916	170.8638916
87.95582634	153.3440031	38.29545071	144.7570765	161.2680576	128.696095	
	87.95582634	0	0	0	0	60.47540325
	60.47540325	60.47540325	60.47540325	170.5833649	170.5833649	170.5833649
	170.5833649	170.5833649	95.51008845	95.51008845	95.51008845	95.51008845
	95.51008845	170.8638916	170.8638916	170.8638916	170.8638916	170.8638916
87.95582634	153.3440031	38.29545071	144.7570765	161.2680576	128.696095	
	87.95582634	0	0	0	0	60.47540325
	60.47540325	60.47540325	60.47540325	170.5833649	170.5833649	170.5833649
	170.5833649	170.5833649	95.51008845	95.51008845	95.51008845	95.51008845
	95.51008845	170.8638916	170.8638916	170.8638916	170.8638916	170.8638916
54.12723273	107.4689203	98.77065442	141.4625867	102.6584663	76.33230645	
	54.12723273	60.47540325	60.47540325	60.47540325	60.47540325	60.47540325
	0	0	0	0	118.9209462	118.9209462
	118.9209462	118.9209462	66.56088655	66.56088655	66.56088655	66.56088655
	66.56088655	137.1862391	137.1862391	137.1862391	137.1862391	137.1862391
54.12723273	107.4689203	98.77065442	141.4625867	102.6584663	76.33230645	
	54.12723273	60.47540325	60.47540325	60.47540325	60.47540325	60.47540325
	0	0	0	0	118.9209462	118.9209462
	118.9209462	118.9209462	66.56088655	66.56088655	66.56088655	66.56088655
	66.56088655	137.1862391	137.1862391	137.1862391	137.1862391	137.1862391

t=

0	0.943857511	1.724916036	1.315730106	1.296667094	1.620447249	0
	1.256511805	1.256511805	1.256511805	1.256511805	1.256511805	0.773246182
	0.773246182	0.773246182	0.773246182	0.773246182	1.233411682	1.233411682
	1.233411682	1.233411682	1.233411682	0.182249778	0.182249778	0.182249778
	0.182249778	0.182249778	1.222713228	1.222713228	1.222713228	1.222713228
	1.222713228					
0.943857511	0	2.668772208	1.535625446	0.837831382	1.886425872	0.943857511
	2.190628616	2.190628616	2.190628616	2.190628616	2.190628616	1.53527029
	1.53527029	1.53527029	1.53527029	1.53527029	0.376356287	0.376356287
	0.376356287	0.376356287	0.376356287	0.89133381	0.89133381	0.89133381
	0.89133381	0.89133381	0.639457969	0.639457969	0.639457969	0.639457969
	0.639457969					
1.724916036	2.668772208	0	2.275795709	2.842645937	2.352944488	1.724916036
	0.547077867	0.547077867	0.547077867	0.547077867	0.547077867	1.411009349
	1.411009349	1.411009349	1.411009349	1.411009349	2.940753792	2.940753792
	2.940753792	2.940753792	2.940753792	1.801162644	1.801162644	1.801162644
	1.801162644	1.801162644	2.84231849	2.84231849	2.84231849	2.84231849
	2.84231849					
1.315730106	1.535625446	2.275795709	0	2.307449165	2.933054881	1.315730106
	2.067958236	2.067958236	2.067958236	2.067958236	2.067958236	2.020894096
	2.020894096	2.020894096	2.020894096	2.020894096	1.905477638	1.905477638
	1.905477638	1.905477638	1.905477638	1.141678794	1.141678794	1.141678794
	1.141678794	1.141678794	1.132359616	1.132359616	1.132359616	1.132359616
	1.132359616					
1.296667094	0.837831382	2.842645937	2.307449165	0	1.280761137	1.296667094
	2.303829395	2.303829395	2.303829395	2.303829395	2.303829395	1.466549519
	1.466549519	1.466549519	1.466549519	1.466549519	0.601974972	0.601974972
	0.601974972	0.601974972	0.601974972	1.364170882	1.364170882	1.364170882
	1.364170882	1.364170882	1.468644171	1.468644171	1.468644171	1.468644171
	1.468644171					
1.620447249	1.886425872	2.352944488	2.933054881	1.280761137	0	1.620447249
	1.838515643	1.838515643	1.838515643	1.838515643	1.838515643	1.090461521
	1.090461521	1.090461521	1.090461521	1.090461521	1.820836135	1.820836135
	1.820836135	1.820836135	1.820836135	1.791423034	1.791423034	1.791423034
	1.791423034	1.791423034	2.492445877	2.492445877	2.492445877	2.492445877
	2.492445877					
0	0.943857511	1.724916036	1.315730106	1.296667094	1.620447249	0
	1.256511805	1.256511805	1.256511805	1.256511805	1.256511805	0.773246182
	0.773246182	0.773246182	0.773246182	0.773246182	1.233411682	1.233411682
	1.233411682	1.233411682	1.233411682	0.182249778	0.182249778	0.182249778
	0.182249778	0.182249778	1.222713228	1.222713228	1.222713228	1.222713228
	1.222713228					
1.256511805	2.190628616	0.547077867	2.067958236	2.303829395	1.838515643	
	1.256511805	0	0	0	0	0.863934332
						0.863934332

[illegible]

0.773246182	1.53527029	1.411009349	2.020894096	1.466549519	1.090461521
0.773246182	0.863934332	0.863934332	0.863934332	0.863934332	0.863934332
0	0	0	0	1.69887066	1.69887066
1.69887066	1.69887066	0.950869808	0.950869808	0.950869808	0.950869808
0.950869808	1.959803416	1.959803416	1.959803416	1.959803416	1.959803416
1.233411682	0.376356287	2.940753792	1.905477638	0.601974972	1.820836135
1.233411682	2.436905212	2.436905212	2.436905212	2.436905212	2.436905212
1.69887066	1.69887066	1.69887066	1.69887066	1.69887066	0
0	0	0	1.217200565	1.217200565	1.217200565
1.217200565	0.917436381	0.917436381	0.917436381	0.917436381	0.917436381
1.233411682	0.376356287	2.940753792	1.905477638	0.601974972	1.820836135
1.233411682	2.436905212	2.436905212	2.436905212	2.436905212	2.436905212
1.69887066	1.69887066	1.69887066	1.69887066	1.69887066	0
0	0	0	1.217200565	1.217200565	1.217200565
1.217200565	0.917436381	0.917436381	0.917436381	0.917436381	0.917436381
1.233411682	0.376356287	2.940753792	1.905477638	0.601974972	1.820836135
1.233411682	2.436905212	2.436905212	2.436905212	2.436905212	2.436905212
1.69887066	1.69887066	1.69887066	1.69887066	1.69887066	0
0	0	0	1.217200565	1.217200565	1.217200565
1.217200565	0.917436381	0.917436381	0.917436381	0.917436381	0.917436381
1.233411682	0.376356287	2.940753792	1.905477638	0.601974972	1.820836135
1.233411682	2.436905212	2.436905212	2.436905212	2.436905212	2.436905212
1.69887066	1.69887066	1.69887066	1.69887066	1.69887066	0
0	0	0	1.217200565	1.217200565	1.217200565
1.217200565	0.917436381	0.917436381	0.917436381	0.917436381	0.917436381
1.233411682	0.376356287	2.940753792	1.905477638	0.601974972	1.820836135
1.233411682	2.436905212	2.436905212	2.436905212	2.436905212	2.436905212
1.69887066	1.69887066	1.69887066	1.69887066	1.69887066	0
0	0	0	1.217200565	1.217200565	1.217200565
1.217200565	0.917436381	0.917436381	0.917436381	0.917436381	0.917436381
1.233411682	0.376356287	2.940753792	1.905477638	0.601974972	1.820836135
1.233411682	2.436905212	2.436905212	2.436905212	2.436905212	2.436905212
1.69887066	1.69887066	1.69887066	1.69887066	1.69887066	0
0	0	0	1.217200565	1.217200565	1.217200565
1.217200565	0.917436381	0.917436381	0.917436381	0.917436381	0.917436381
0.182249778	0.89133381	1.801162644	1.141678794	1.364170882	1.791423034
0.182249778	1.364429835	1.364429835	1.364429835	1.364429835	1.364429835
0.950869808	0.950869808	0.950869808	0.950869808	0.950869808	1.217200565
1.217200565	1.217200565	1.217200565	1.217200565	0	0
0	1.082296953	1.082296953	1.082296953	1.082296953	1.082296953
0.182249778	0.89133381	1.801162644	1.141678794	1.364170882	1.791423034
0.182249778	1.364429835	1.364429835	1.364429835	1.364429835	1.364429835
0.950869808	0.950869808	0.950869808	0.950869808	0.950869808	1.217200565
1.217200565	1.217200565	1.217200565	1.217200565	0	0
0	1.082296953	1.082296953	1.082296953	1.082296953	1.082296953
0.182249778	0.89133381	1.801162644	1.141678794	1.364170882	1.791423034
0.182249778	1.364429835	1.364429835	1.364429835	1.364429835	1.364429835
0.950869808	0.950869808	0.950869808	0.950869808	0.950869808	1.217200565
1.217200565	1.217200565	1.217200565	1.217200565	0	0
0	1.082296953	1.082296953	1.082296953	1.082296953	1.082296953

```

0.182249778 0.89133381 1.801162644 1.141678794 1.364170882 1.791423034
0.182249778 1.364429835 1.364429835 1.364429835 1.364429835 1.364429835
0.950869808 0.950869808 0.950869808 0.950869808 0.950869808 1.217200565
1.217200565 1.217200565 1.217200565 1.217200565 0 0 0 0
0 1.082296953 1.082296953 1.082296953 1.082296953 1.082296953

0.182249778 0.89133381 1.801162644 1.141678794 1.364170882 1.791423034
0.182249778 1.364429835 1.364429835 1.364429835 1.364429835 1.364429835
0.950869808 0.950869808 0.950869808 0.950869808 0.950869808 1.217200565
1.217200565 1.217200565 1.217200565 1.217200565 0 0 0 0
0 1.082296953 1.082296953 1.082296953 1.082296953 1.082296953

1.222713228 0.639457969 2.84231849 1.132359616 1.468644171 2.492445877
1.222713228 2.440912738 2.440912738 2.440912738 2.440912738 2.440912738
1.959803416 1.959803416 1.959803416 1.959803416 1.959803416 0.917436381
0.917436381 0.917436381 0.917436381 0.917436381 1.082296953 1.082296953
1.082296953 1.082296953 1.082296953 0 0 0 0 0

1.222713228 0.639457969 2.84231849 1.132359616 1.468644171 2.492445877
1.222713228 2.440912738 2.440912738 2.440912738 2.440912738 2.440912738
1.959803416 1.959803416 1.959803416 1.959803416 1.959803416 0.917436381
0.917436381 0.917436381 0.917436381 0.917436381 1.082296953 1.082296953
1.082296953 1.082296953 1.082296953 0 0 0 0 0

1.222713228 0.639457969 2.84231849 1.132359616 1.468644171 2.492445877
1.222713228 2.440912738 2.440912738 2.440912738 2.440912738 2.440912738
1.959803416 1.959803416 1.959803416 1.959803416 1.959803416 0.917436381
0.917436381 0.917436381 0.917436381 0.917436381 1.082296953 1.082296953
1.082296953 1.082296953 1.082296953 0 0 0 0 0

1.222713228 0.639457969 2.84231849 1.132359616 1.468644171 2.492445877
1.222713228 2.440912738 2.440912738 2.440912738 2.440912738 2.440912738
1.959803416 1.959803416 1.959803416 1.959803416 1.959803416 0.917436381
0.917436381 0.917436381 0.917436381 0.917436381 1.082296953 1.082296953
1.082296953 1.082296953 1.082296953 0 0 0 0 0;

```

```

w = 0, 4, 4, 4, 4, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0;

```

End data

```

!parameters;
cd = 0.1;
cy = 0.192;
K = 2;
Cap = 14;
Q = 20;
h = 0.125;

```

```

Ss = 0.25; !S in mijn notatie;
Br = 0.75; !B in mijn notatie;
M = 100;
v = 50;
R = 9;
eb = 3.75;
lb = 4.5;
start_depot = 1;
end_depot = 7; !afhankelijk van het aantal klanten;

!objective function 1;
MIN = @SUM(A(i,j) | i #NE# end_depot #AND# j #NE# start_depot #AND# i #NE#
j: cd*(d(i,j)*x(i,j)))
+ @SUM(P(i) | i #GT# end_depot : cy*(yf(i)-y(i))) + @SUM(P(i): s(i));

!basis beperkingen;
!constraint 2;
@FOR(P(i) | i #GT# start_depot #AND# i #LT# end_depot:
@SUM(P(j) | j #GT# start_depot #AND# i #NE# j: x(i,j)) = 1);

!constraint 3;
@FOR(P(i) | i #GT# end_depot:
@SUM(P(j) | j #GT# start_depot #AND# i #NE# j: x(i,j)) <= 1);

!constraint 4;
!constraints KLANT 1;
@FOR(P(i) | i #EQ# 2 :
@SUM(P(j) | j #EQ# 9 #OR# j #EQ# 10 #OR# j #EQ# 11 #OR# j #EQ# 12 #OR#
j #EQ# 14 #OR# j #EQ# 15 #OR# j #EQ# 16 #OR# j #EQ# 17 #OR#
j #EQ# 19 #OR# j #EQ# 20 #OR# j #EQ# 21 #OR# j #EQ# 22 #OR#
j #EQ# 24 #OR# j #EQ# 25 #OR# j #EQ# 26 #OR# j #EQ# 27 #OR#
j #EQ# 29 #OR# j #EQ# 30 #OR# j #EQ# 31 #OR# j #EQ# 32: x(i,j)) = 0);

!constraints KLANT 2;
@FOR(P(i) | i #EQ# 3 :
@SUM(P(j) | j #EQ# 8 #OR# j #EQ# 10 #OR# j #EQ# 11 #OR# j #EQ# 12 #OR#
j #EQ# 13 #OR# j #EQ# 15 #OR# j #EQ# 16 #OR# j #EQ# 17 #OR#
j #EQ# 18 #OR# j #EQ# 20 #OR# j #EQ# 21 #OR# j #EQ# 22 #OR#
j #EQ# 23 #OR# j #EQ# 25 #OR# j #EQ# 26 #OR# j #EQ# 27 #OR#
j #EQ# 28 #OR# j #EQ# 30 #OR# j #EQ# 31 #OR# j #EQ# 32: x(i,j)) = 0);

!constraints KLANT 3;
@FOR(P(i) | i #EQ# 4 :
@SUM(P(j) | j #EQ# 9 #OR# j #EQ# 8 #OR# j #EQ# 11 #OR# j #EQ# 12 #OR#
j #EQ# 14 #OR# j #EQ# 13 #OR# j #EQ# 16 #OR# j #EQ# 17 #OR#
j #EQ# 19 #OR# j #EQ# 18 #OR# j #EQ# 21 #OR# j #EQ# 22 #OR#
j #EQ# 24 #OR# j #EQ# 23 #OR# j #EQ# 26 #OR# j #EQ# 27 #OR#
j #EQ# 29 #OR# j #EQ# 28 #OR# j #EQ# 31 #OR# j #EQ# 32: x(i,j)) = 0);

!constraints KLANT 4;
@FOR(P(i) | i #EQ# 5 :
@SUM(P(j) | j #EQ# 9 #OR# j #EQ# 10 #OR# j #EQ# 8 #OR# j #EQ# 12 #OR#
j #EQ# 14 #OR# j #EQ# 15 #OR# j #EQ# 13 #OR# j #EQ# 17 #OR#
j #EQ# 19 #OR# j #EQ# 20 #OR# j #EQ# 18 #OR# j #EQ# 22 #OR#
j #EQ# 24 #OR# j #EQ# 25 #OR# j #EQ# 23 #OR# j #EQ# 27 #OR#
j #EQ# 29 #OR# j #EQ# 30 #OR# j #EQ# 28 #OR# j #EQ# 32: x(i,j)) = 0);

!constraints KLANT 5;
@FOR(P(i) | i #EQ# 6 :
@SUM(P(j) | j #EQ# 9 #OR# j #EQ# 10 #OR# j #EQ# 11 #OR# j #EQ# 8 #OR#

```

```

j #EQ# 14 #OR# j #EQ# 15 #OR# j #EQ# 16 #OR# j #EQ# 13 #OR#
j #EQ# 19 #OR# j #EQ# 20 #OR# j #EQ# 21 #OR# j #EQ# 18 #OR#
j #EQ# 24 #OR# j #EQ# 25 #OR# j #EQ# 26 #OR# j #EQ# 23 #OR#
j #EQ# 29 #OR# j #EQ# 30 #OR# j #EQ# 31 #OR# j #EQ# 28: x(i,j)) = 0);

!constraint 5;
@FOR(P(i) | i #EQ# start_depot:
@SUM(P(j) | i #NE# j: x(i,j)) = K);

!constraint 6;
@FOR(P(i) | i #EQ# end_depot:
@SUM(P(j) | i #NE# j: x(j,i)) = K);

!constraint 7;
@FOR(P(i) | i #NE# start_depot #AND# i #NE# end_depot:
@SUM(P(j) | i #NE# j: x(i,j)) - @SUM(P(j) | i #NE# j: x(j,i)) = 0);

!EXTRA;
@FOR(A(i,j) | i #EQ# start_depot #AND# j #EQ# end_depot: x(i,j) = 0);
@FOR(A(i,j) | i #EQ# end_depot #AND# j #EQ# start_depot: x(i,j) = 0);
@FOR(A(i,j) | i #EQ# j: x(i,j) = 0);
@FOR(P(i) | i #EQ# start_depot:
@SUM(P(j): x(j,i)) = 0);
@FOR(P(i) | i #EQ# end_depot:
@SUM(P(j): x(i,j)) = 0); !Nodig om beperking 5 te vervolledigen;

!batterij beperkingen;
!constraint 8;
@FOR(A(i,j) | i #LT# end_depot #AND# j #GT# start_depot #AND# i #NE# j:
y(j) <= y(i) - (h*d(i,j))*x(i,j) + Q*(1-x(i,j)));

!constraint 9;
@FOR(A(i,j) | i #GT# end_depot #AND# j #GT# start_depot #AND# i #NE# j:
y(j) <= yf(i) - (h*d(i,j))*x(i,j) + Q*(1-x(i,j)));

!constraint 10;
@FOR(P(i) | i #GT# end_depot : y(i) <= yf(i));
@FOR(P(i) | i #GT# end_depot : yf(i) <= Q);

!constraint 11;
@FOR(P(i) | i #EQ# start_depot: y(1) = Q);

!gewicht beperkingen;
!constraint 12;
@FOR(A(i,j) | i #GT# start_depot #AND# j #GT# start_depot #AND# i #NE# j:
u(j) <= u(i) - w(i) + Cap*(1-x(i,j)));

!constraint 13;
@FOR(P(i) | i #EQ# start_depot: u(i) = Cap);

!tijdsbeperkingen;
!constraint 14;
@FOR(P(i) | i #EQ# end_depot: s(i) <= R);
@FOR(P(i) | i #EQ# start_depot: s(i) = 0);

!constraint 15;
@FOR(A(i,j): z(i,j) <= x(i,j));

!constraint 16;

```

```

@FOR(A(i,j): b(j) <= b(i) + z(i,j) + (1-x(i,j)));

!constraint 17-19;
@FOR(P(i): 3.75 - s(i) <= M*o(i));
@FOR(P(i): s(i) - 3.75 <= M*(1-o(i)));
@FOR(P(i) | i #EQ# end_depot: b(i) = 1 - o(i));

!constraint 20;
@FOR(P(i) | i #EQ# start_depot: b(i) = 0);

!constraint 21;
@FOR(A(i,j) | i#EQ# start_depot #AND# i #NE# j: s(j) >= s(i) + t(i,j) +
Br*z(i,j) - M*(1-x(i,j)));
@FOR(A(i,j) | i#GT# start_depot #AND# i #LE# end_depot #AND# j #GT#
start_depot #AND# i #NE# j: s(j) >= s(i) + Ss + t(i,j) + Br*z(i,j) - M*(1-
x(i,j)));

!constraint 22;
@FOR(A(i,j) | i #GT# end_depot #AND# j #GT# start_depot #AND# i #NE# j:
s(j) >= s(i) + t(i,j) + Br*z(i,j) - M*(1-x(i,j)));

!constraint 23;
@FOR(A(i,j) | i #GT# end_depot #AND# j #GT# start_depot #AND# i #NE# j:
s(j) >= s(i) + t(i,j) + (yf(i)-y(i))/v - M*(1-x(i,j)));

!constraint 24;
@FOR(P(i): st(i) >= eb);

!constraint 25;
@FOR(P(i): st(i) <= lb);

!constraint 26;
@FOR(P(i) | i#EQ# start_depot: st(i) >= s(i) - M*(1 - @SUM(P(j): z(i,j))));
@FOR(P(i) | i#GT# start_depot #AND# i #LE# end_depot: st(i) >= s(i) + Ss -
M*(1 - @SUM(P(j): z(i,j))));

!constraint 27;
@FOR(P(i) | i #GT# end_depot: st(i) >= s(i) - M*(1 - @SUM(P(j): z(i,j))));

!constraint 28;
@FOR(A(i,j): st(i) <= s(j) + M*(1-z(i,j)));

!constraint 29-30;
@FOR(A(i,j): s(i) >= eb + Br - (eb + Br)*(1-b(i)));
@FOR(A(i,j): s(i) <= lb - Br + (lb + Br)*(b(i)));

@FOR(A(i,j): @BIN(x(i,j)));
@FOR(A(i,j): @BIN(z(i,j)));
@FOR(P(i): @BIN(b(i)));
@FOR(P(i): @BIN(o(i)));
@FOR(P(i): @GIN(u(i)));

```

8.2 Gegevens routes netwerk 5

EVPR-LB

Route	Knooppunten				Zijden			
	Knooppunt	Aankomsttijd si (u)	Batterijniveau yi (kWh)	Oplaadniveau Yi (kWh)	Zijde	Afstand dij (km)	Rijtijd tij (u)	Pauze zij
1	D	0	20	-	D-11	33.01	0.47	0
	11	0.47	15.87	18.76	11-2	59.96	0.86	0
	2	1.39	11.26	-	2-5	18.91	0.27	0
	5	1.91	8.90	-	5-11	71.19	1.02	0
	11	3.17	0	19.43	11-8	80.49	1.15	1
	8	5.07	9.37	-	8-D	74.99	1.07	0
	D	8.38	0	-				
2	D	0	20	-	D-13	83.30	1.19	0
	13	1.19	9.59	20	13-6	48.59	0.69	1
	6	5.19	13.93	-	6-13	48.59	0.69	0
	13	6.14	7.85	12.25	13-12	97.96	1.40	0
	12	7.63	0	3.73	12-4	5.86	0.08	0
	4	7.78	2.99	-	4-D	23.96	0.34	0
	D	8.38	0	-				
3	D	0	20	-	D-12	24.61	0.35	0
	12	0.35	16.92	16.92	12-7	85.09	1.22	0
	7	1.57	6.29	-	7-10	37.34	0.53	0
	10	2.35	1.62	13.66	10-3	33.69	0.48	0
	3	3.07	9.45	-	3-D	75.59	1.08	1
	D	8.38	0	-				
Doelfunctie		Rekentijd						
1048.047		5u20min						

EVPR

Route	Knooppunten				Zijden			
	Knooppunt	Aankomsttijd si (u)	Batterijniveau yi (kWh)	Oplaadniveau Yi (kWh)	Zijde	Afstand dij (km)	Rijtijd tij (u)	Pauze zij
1	D	0	20	-	D-8	74.99	1.07	0
	8	1.07	9.37	-	8-D	74.99	1.07	0
	D	7.55	0	-				
2	D	0	20	-	D-13	83.30	1.19	0
	13	1.19	9.59	12.15	13-6	48.59	0.69	0
	6	1.94	6.07	-	6-13	48.59	0.69	0
	13	2.88	0	8.19	13-11	65.52	0.94	0
	11	3.98	0	18.76	11-2	59.96	0.86	0
	2	5.21	11.26	-	2-5	18.91	0.27	0
	5	5.73	8.90	-	5-11	71.19	1.02	0
	11	7.00	0	4.13	11-D	33.01	0.47	0
	D	7.55	0	-				
3	D	0	20	-	D-4	23.96	0.34	0
	4	0.34	17.01	-	4-12	5.86	0.08	0
	12	0.68	16.27	16.27	12-3	51.37	0.73	0
	3	1.41	9.85	-	3-10	33.69	0.48	0
	10	2.14	5.64	17.70	10-7	37.34	0.53	0
	7	2.92	13.03	-	7-D	104.28	1.49	0
	D	7.55	0	-				
Doelfunctie		Rekentijd						
946.446		1u						

VRP-LB

Route	Knooppunten		Zijden				
	Knooppunt	Aankomsttijd si	Zijde	Afstand dij	Rijtijd tij	Pauze zij	
1	D	0	D-3	75.59	1.08	0	
	3	1.08	3-7	49.05	0.70	0	
	7	2.03	7-6	150.11	2.14	1	
	6	5.18	6-D	130.22	1.86	0	
	D	7.29					
2	D	0	D-4	23.96	0.34	0	
	4	0.34	4-D	23.96	0.34	1	
	D	7.29					
3	D	0	D-8	74.99	1.07	0	
	8	1.07	8-2	64.12	0.92	0	
	2	2.24	2-5	18.91	0.27	0	
	5	2.76	5-D	96.99	1.39	1	
	D	7.29					
Doelfunctie		Rekentijd					
729.872		3sec					

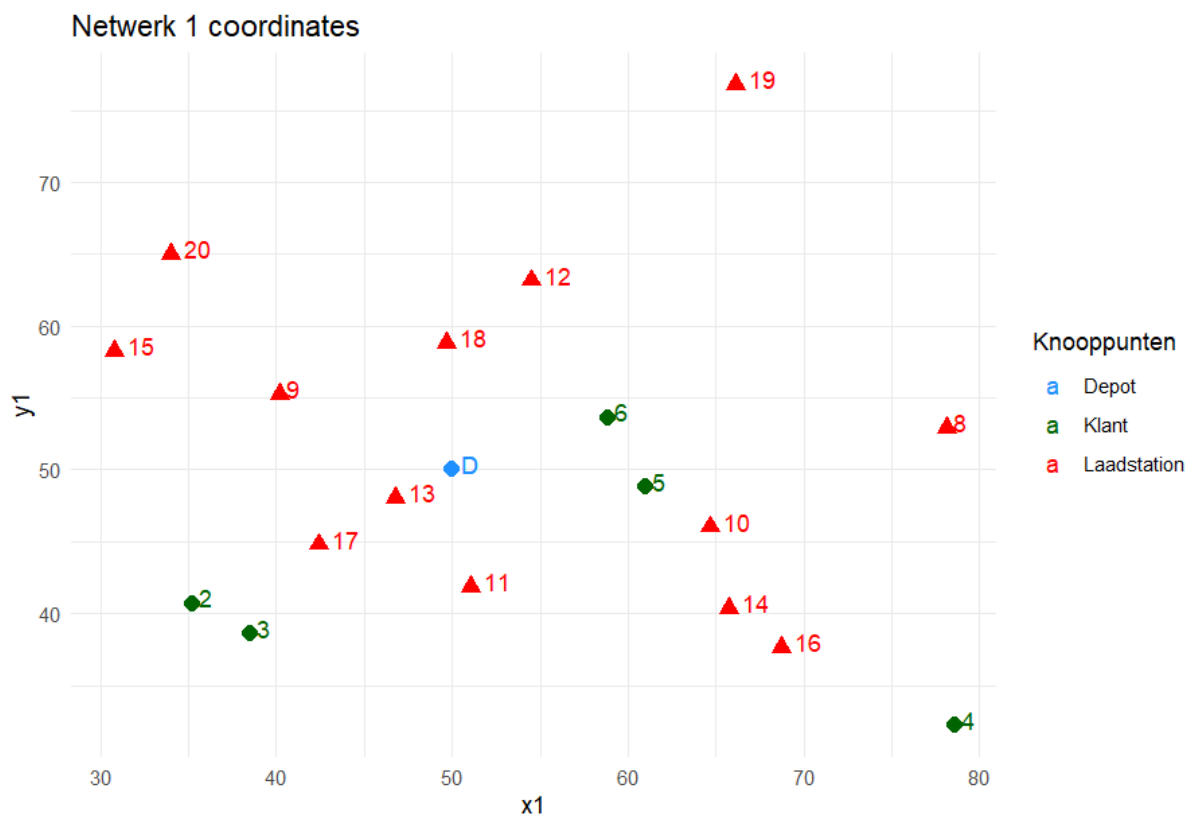
VRP

Route	Knooppunten		Zijden				
	Knooppunt	Aankomsttijd si	Zijde	Afstand dij	Rijtijd tij	Pauze zij	
1	D	0	D-3	75.59	1.08	0	
	3	1.08	3-7	49.05	0.70	0	
	7	2.03	7-6	150.11	2.14	1	
	6	4.43	6-D	130.22	1.86	0	
	D	6.54					
2	D	0	D-4	23.96	0.34	0	
	4	0.34	4-D	23.96	0.34	1	
	D	6.54					
3	D	0	D-8	74.99	1.07	0	
	8	1.07	8-2	64.12	0.92	0	
	2	2.24	2-5	18.91	0.27	0	
	5	2.76	5-D	96.99	1.39	1	
	D	6.54					
Doelfunctie		Rekentijd					
728.372		2sec					

8.3 Coördinaten en afstandsmatrices

NETWERK 1

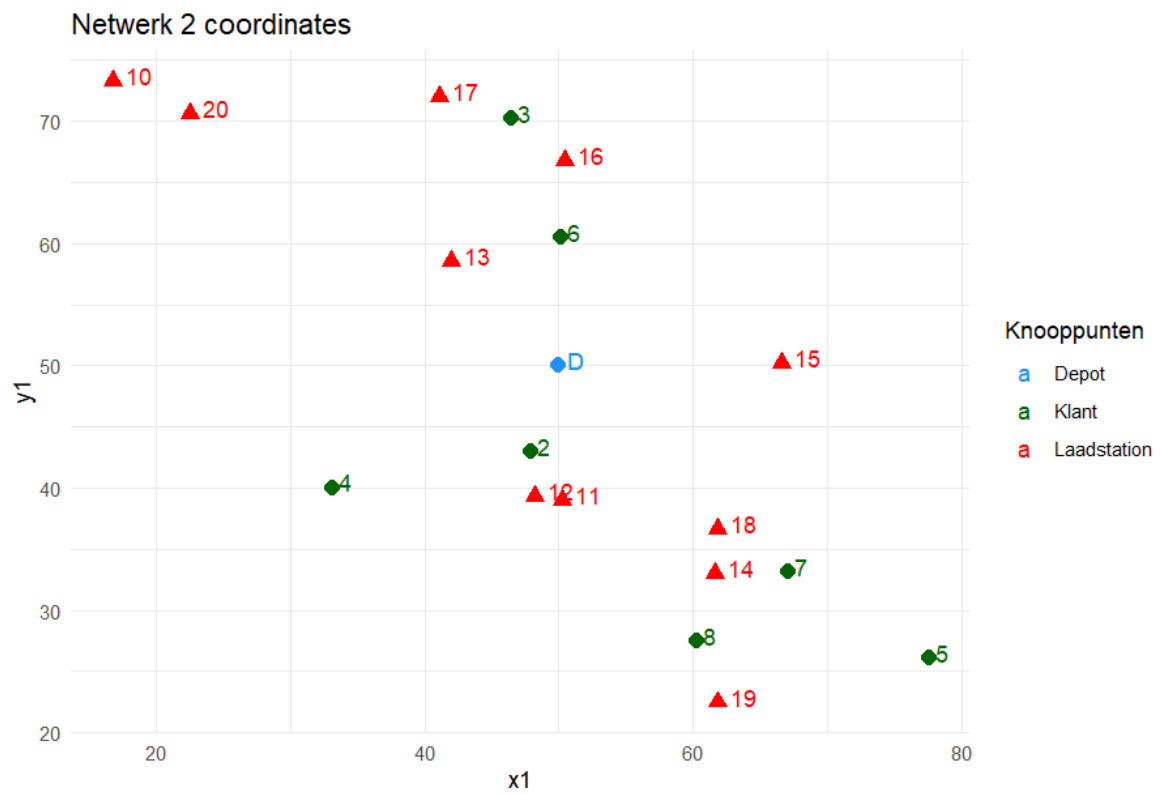
ID	x	y
D	50	50
2	35.24	40.71
3	38.48	38.58
4	78.57	32.26
5	61.04	48.84
6	58.88	53.64
D	50	50
8	78.17	52.89
9	40.23	55.24
10	64.66	46.04
11	51.05	41.87
12	54.52	63.18
13	46.74	48.02
14	65.73	40.36
15	30.76	58.29
16	68.7	37.64
17	42.4	44.82
18	49.7	58.81
19	66.12	76.79
20	33.99	64.97



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0.00	21.81	20.04	29.46	6.14	5.37	0.00	23.36	15.70	10.41	8.98	13.26	8.48	14.38	25.64	18.40	13.60	10.34	29.07	25.84
2	21.81	0.00	3.88	44.15	27.05	26.95	21.81	44.62	15.36	29.90	15.85	29.61	13.63	30.49	18.14	33.60	8.26	23.17	47.49	24.29
3	20.04	3.88	0.00	40.59	24.78	25.36	20.04	42.19	16.75	27.22	12.99	29.37	12.54	27.31	21.17	30.23	7.37	23.13	47.16	26.77
4	29.46	44.15	40.59	0.00	24.13	29.07	29.46	20.63	44.70	19.58	29.15	39.17	35.52	15.18	54.44	11.24	38.29	39.22	46.24	55.29
5	6.14	27.05	24.78	24.13	0.00	5.26	6.14	17.60	21.77	4.58	12.18	15.75	14.32	9.69	31.72	13.57	19.07	15.10	28.41	31.49
6	5.37	26.95	25.36	29.07	5.26	0.00	5.37	19.30	18.72	9.55	14.14	10.49	13.38	14.94	28.50	18.77	18.69	10.54	24.26	27.35
7	0.00	21.81	20.04	29.46	6.14	5.37	0.00	23.36	15.70	10.41	8.98	13.26	8.48	14.38	25.64	18.40	13.60	10.34	29.07	25.84
8	23.36	44.62	42.19	20.63	17.60	19.30	23.36	0.00	38.01	15.15	29.27	25.79	31.81	17.66	47.72	17.95	36.67	29.08	26.77	45.80
9	15.70	15.36	16.75	44.70	21.77	18.72	15.70	38.01	0.00	26.10	17.20	16.35	9.72	29.52	9.95	33.47	10.64	10.12	33.69	11.56
10	10.41	29.90	27.22	19.58	4.58	9.55	10.41	15.15	26.10	0.00	14.23	19.91	18.03	5.78	36.05	9.32	22.29	19.67	30.78	36.04
11	8.98	15.85	12.99	29.15	12.18	14.14	8.98	29.27	17.20	14.23	0.00	21.59	7.51	14.76	26.10	18.15	9.14	16.99	38.03	28.72
12	13.26	29.61	29.37	39.17	15.75	10.49	13.26	25.79	16.35	19.91	21.59	0.00	17.04	25.42	24.26	29.21	22.00	6.51	17.88	20.61
13	8.48	13.63	12.54	35.52	14.32	13.38	8.48	31.81	9.72	18.03	7.51	17.04	0.00	20.48	19.00	24.29	5.39	11.19	34.69	21.21
14	14.38	30.49	27.31	15.18	9.69	14.94	14.38	17.66	29.52	5.78	14.76	25.42	20.48	0.00	39.30	4.03	23.75	24.44	36.43	40.16
15	25.64	18.14	21.17	54.44	31.72	28.50	25.64	47.72	9.95	36.05	26.10	24.26	19.00	39.30	0.00	43.20	17.80	18.95	39.91	7.42
16	18.40	33.60	30.23	11.24	13.57	18.77	18.40	17.95	33.47	9.32	18.15	29.21	24.29	4.03	43.20	0.00	27.26	28.45	39.23	44.18
17	13.60	8.26	7.37	38.29	19.07	18.69	13.60	36.67	10.64	22.29	9.14	22.00	5.39	23.75	17.80	27.26	0.00	15.78	39.81	21.83
18	10.34	23.17	23.13	39.22	15.10	10.54	10.34	29.08	10.12	19.67	16.99	6.51	11.19	24.44	18.95	28.45	15.78	0.00	24.35	16.87
19	29.07	47.49	47.16	46.24	28.41	24.26	29.07	26.77	33.69	30.78	38.03	17.88	34.69	36.43	39.91	39.23	39.81	24.35	0.00	34.24
20	25.84	24.29	26.77	55.29	31.49	27.35	25.84	45.80	11.56	36.04	28.72	20.61	21.21	40.16	7.42	44.18	21.83	16.87	34.24	0.00

NETWORK 2

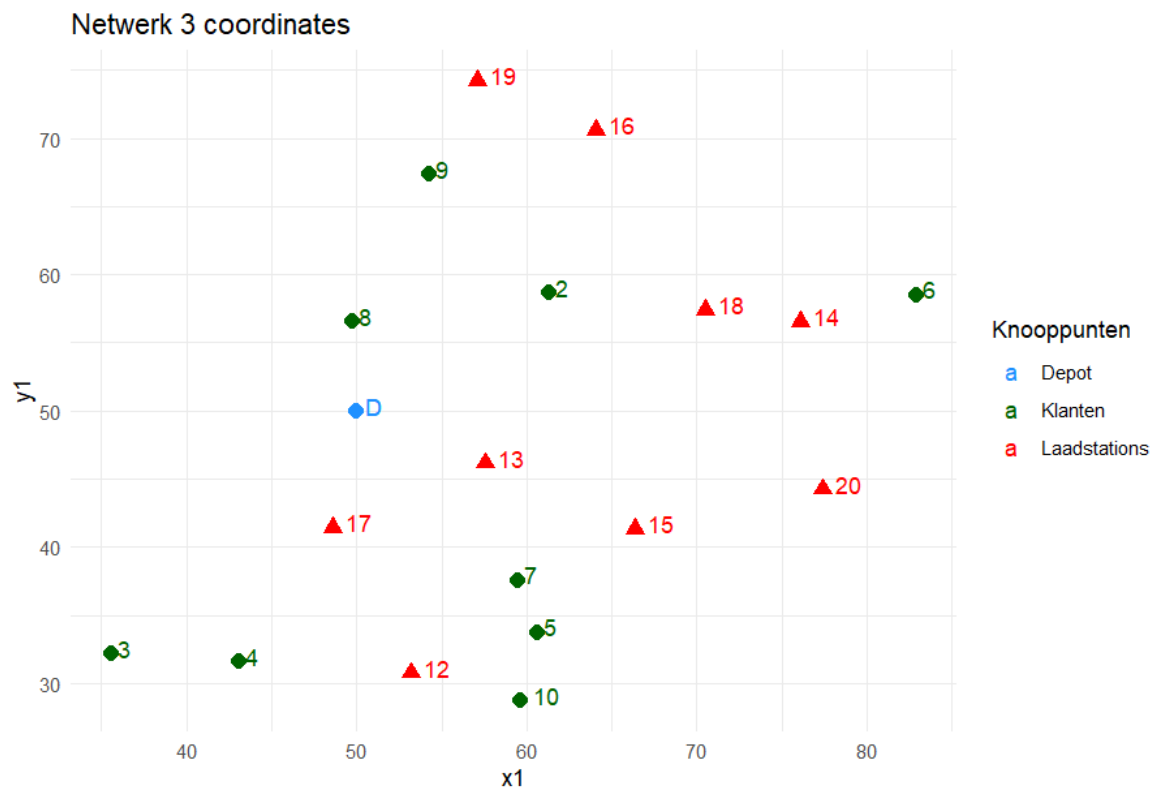
ID	x	y
D	50	50
2	47.90245	42.97125
3	46.45075	70.20616
4	33.1676	40.03327
5	77.55215	26.14167
6	50.14989	60.53427
D	67.11071	33.13544
8	60.2778	27.50582
9	50	50
10	16.76038	73.26863
11	50.2134	39.01359
12	48.24837	39.34489
13	41.94312	58.58054
14	61.61188	33.04645
15	66.611	50.21625
16	50.48577	66.75718
17	41.11073	72.04226
18	61.81935	36.64037
19	61.83541	22.4998
20	22.49641	70.64196



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0.00	7.34	20.52	19.56	36.45	10.54	24.02	24.73	0.00	40.57	10.99	10.80	11.77	20.55	16.61	16.76	23.77	17.84	29.94	34.39
2	7.34	0.00	27.27	15.02	34.09	17.71	21.58	19.81	7.34	43.45	4.58	3.64	16.71	16.92	20.06	23.93	29.85	15.29	24.76	37.57
3	20.52	27.27	0.00	32.97	53.93	10.36	42.44	44.88	20.52	29.85	31.42	30.91	12.47	40.13	28.39	5.31	5.65	36.92	50.13	23.96
4	19.56	15.02	32.97	0.00	46.51	26.62	34.64	29.86	19.56	37.06	17.08	15.10	20.52	29.29	34.96	31.84	32.98	28.85	33.60	32.42
5	36.45	34.09	53.93	46.51	0.00	43.97	12.57	17.33	36.45	76.92	30.22	32.14	48.17	17.37	26.44	48.81	58.61	18.91	16.13	70.79
6	10.54	17.71	10.36	26.62	43.97	0.00	32.22	34.55	10.54	35.74	21.52	21.27	8.44	29.78	19.43	6.23	14.63	26.59	39.79	29.44
7	24.02	21.58	42.44	34.64	12.57	32.22	0.00	8.85	24.02	64.39	17.89	19.86	35.79	5.50	17.09	37.51	46.79	6.35	11.87	58.29
8	24.73	19.81	44.88	29.86	17.33	34.55	8.85	0.00	24.73	63.15	15.29	16.88	36.08	5.70	23.58	40.45	48.49	9.26	5.24	57.34
9	0.00	7.34	20.52	19.56	36.45	10.54	24.02	24.73	0.00	40.57	10.99	10.80	11.77	20.55	16.61	16.76	23.77	17.84	29.94	34.39
10	40.57	43.45	29.85	37.06	76.92	35.74	64.39	63.15	40.57	0.00	47.88	46.29	29.15	60.25	54.92	34.35	24.38	58.07	67.89	6.31
11	10.99	4.58	31.42	17.08	30.22	21.52	17.89	15.29	10.99	47.88	0.00	1.99	21.24	12.87	19.86	27.74	34.26	11.85	20.19	42.05
12	10.80	3.64	30.91	15.10	32.14	21.27	19.86	16.88	10.80	46.29	1.99	0.00	20.24	14.77	21.34	27.50	33.47	13.84	21.64	40.53
13	11.77	16.71	12.47	20.52	48.17	8.44	35.79	36.08	11.77	29.15	21.24	20.24	0.00	32.23	26.05	11.83	13.49	29.60	41.20	22.88
14	20.55	16.92	40.13	29.29	17.37	29.78	5.50	5.70	20.55	60.25	12.87	14.77	32.23	0.00	17.88	35.50	44.06	3.60	10.55	54.25
15	16.61	20.06	28.39	34.96	26.44	19.43	17.09	23.58	16.61	54.92	19.86	21.34	26.05	17.88	0.00	23.10	33.57	14.40	28.12	48.61
16	16.76	23.93	5.31	31.84	48.81	6.23	37.51	40.45	16.76	34.35	27.74	27.50	11.83	35.50	23.10	0.00	10.76	32.18	45.69	28.26
17	23.77	29.85	5.65	32.98	58.61	14.63	46.79	48.49	23.77	24.38	34.26	33.47	13.49	44.06	33.57	10.76	0.00	41.01	53.70	18.67
18	17.84	15.29	36.92	28.85	18.91	26.59	6.35	9.26	17.84	58.07	11.85	13.84	29.60	3.60	14.40	32.18	41.01	0.00	14.14	51.98
19	29.94	24.76	50.13	33.60	16.13	39.79	11.87	5.24	29.94	67.89	20.19	21.64	41.20	10.55	28.12	45.69	53.70	14.14	0.00	62.17
20	34.39	37.57	23.96	32.42	70.79	29.44	58.29	57.34	34.39	6.31	42.05	40.53	22.88	54.25	48.61	28.26	18.67	51.98	62.17	0.00

NETWERK 3

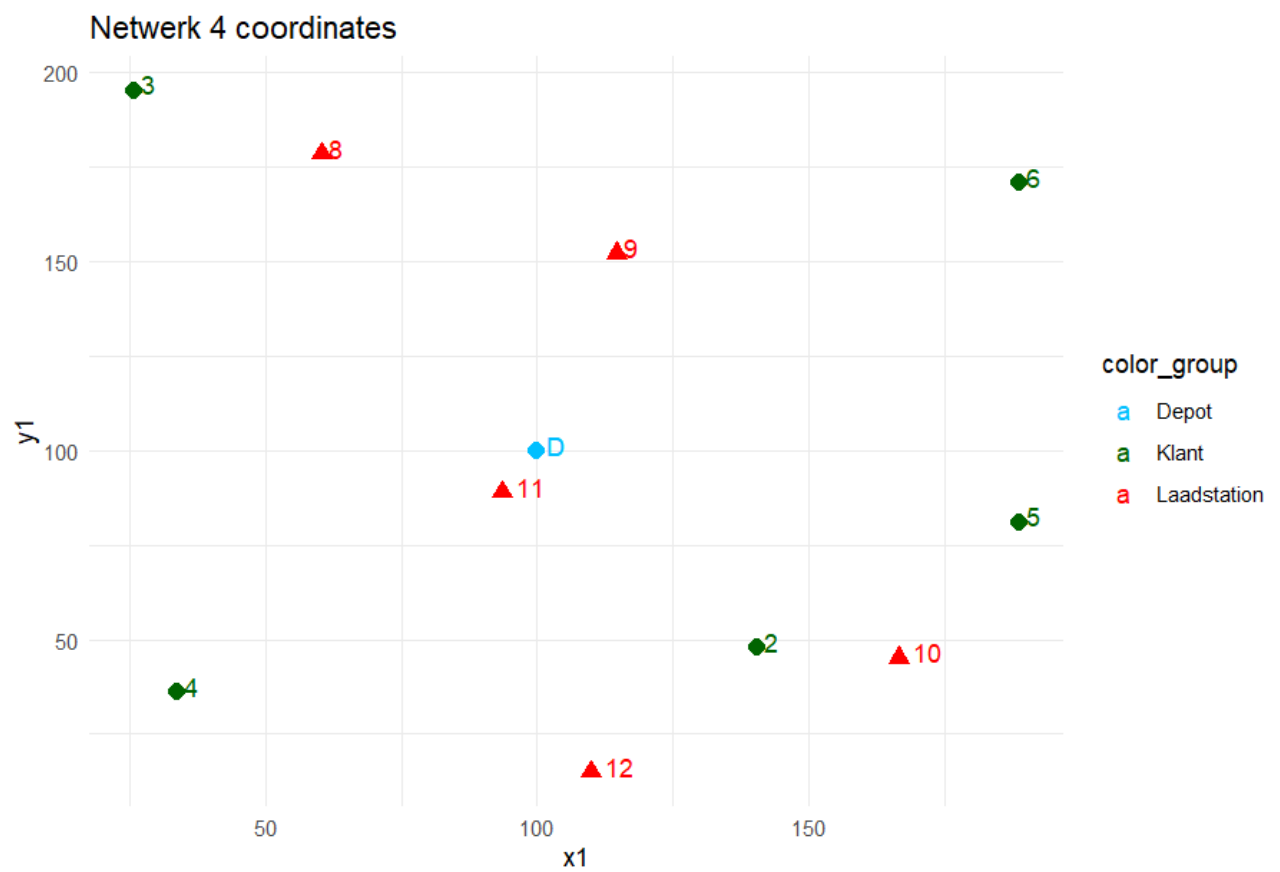
ID	x	y
D	50	50
2	61.31927	58.64478
3	35.59855	32.19197
4	43.10729	31.5773
5	60.61447	33.76976
6	82.92835	58.51548
D	59.4823	37.58155
8	49.74058	56.59616
9	54.29945	67.34704
10	59.62956	28.76947
11	50	50
12	53.23094	30.78157
13	57.55481	46.17085
14	76.13592	56.52686
15	66.37923	41.33177
16	64.11461	70.62005
17	48.56543	41.46995
18	70.48632	57.40209
19	57.12446	74.21044
20	77.40223	44.25448



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0.00	14.24	22.90	19.67	19.39	34.01	15.62	6.60	17.87	23.31	0.00	19.49	8.47	26.94	18.53	24.99	8.65	21.78	25.24	28.00
2	14.24	0.00	36.90	32.62	24.89	21.61	21.14	11.76	11.18	29.92	14.24	29.01	13.03	14.97	18.04	12.30	21.39	9.25	16.12	21.58
3	22.90	36.90	0.00	7.53	25.07	54.16	24.48	28.21	39.82	24.27	22.90	17.69	26.03	47.28	32.11	47.85	15.94	43.04	47.21	43.51
4	19.67	32.62	7.53	0.00	17.64	48.08	17.44	25.88	37.48	16.76	19.67	10.15	20.54	41.39	25.23	44.34	11.30	37.64	44.88	36.56
5	19.39	24.89	25.07	17.64	0.00	33.32	3.98	25.28	34.17	5.10	19.39	7.97	12.77	27.55	9.51	37.02	14.30	25.61	40.59	19.79
6	34.01	21.61	54.16	48.08	33.32	0.00	31.43	33.24	29.96	37.78	34.01	40.63	28.22	7.08	23.86	22.37	38.36	12.49	30.20	15.29
7	15.62	21.14	24.48	17.44	3.98	31.43	0.00	21.36	30.21	8.81	15.62	9.24	8.80	25.22	7.85	33.36	11.59	22.67	36.70	19.12
8	6.60	11.76	28.21	25.88	25.28	33.24	21.36	0.00	11.68	29.53	6.60	26.05	13.03	26.40	22.58	20.08	15.17	20.76	19.10	30.29
9	17.87	11.18	39.82	37.48	34.17	29.96	30.21	11.68	0.00	38.94	17.87	36.58	21.42	24.37	28.68	10.35	26.50	19.00	7.42	32.67
10	23.31	29.92	24.27	16.76	5.10	37.78	8.81	29.53	38.94	0.00	23.31	6.71	17.52	32.29	14.26	42.09	16.84	30.62	45.51	23.57
11	0.00	14.24	22.90	19.67	19.39	34.01	15.62	6.60	17.87	23.31	0.00	19.49	8.47	26.94	18.53	24.99	8.65	21.78	25.24	28.00
12	19.49	29.01	17.69	10.15	7.97	40.63	9.24	26.05	36.58	6.71	19.49	0.00	15.99	34.46	16.86	41.30	11.66	31.72	43.60	27.67
13	8.47	13.03	26.03	20.54	12.77	28.22	8.80	13.03	21.42	17.52	8.47	15.99	0.00	21.27	10.06	25.31	10.14	17.13	28.04	19.94
14	26.94	14.97	47.28	41.39	27.55	7.08	25.22	26.40	24.37	32.29	26.94	34.46	21.27	0.00	18.06	18.52	31.41	5.72	25.96	12.34
15	18.53	18.04	32.11	25.23	9.51	23.86	7.85	22.58	28.68	14.26	18.53	16.86	10.06	18.06	0.00	29.38	17.81	16.59	34.16	11.40
16	24.99	12.30	47.85	44.34	37.02	22.37	33.36	20.08	10.35	42.09	24.99	41.30	25.31	18.52	29.38	0.00	33.04	14.67	7.86	29.52
17	8.65	21.39	15.94	11.30	14.30	38.36	11.59	15.17	26.50	16.84	8.65	11.66	10.14	31.41	17.81	33.04	0.00	27.10	33.84	28.97
18	21.78	9.25	43.04	37.64	25.61	12.49	22.67	20.76	19.00	30.62	21.78	31.72	17.13	5.72	16.59	14.67	27.10	0.00	21.47	14.86
19	25.24	16.12	47.21	44.88	40.59	30.20	36.70	19.10	7.42	45.51	25.24	43.60	28.04	25.96	34.16	7.86	33.84	21.47	0.00	36.17
20	28.00	21.58	43.51	36.56	19.79	15.29	19.12	30.29	32.67	23.57	28.00	27.67	19.94	12.34	11.40	29.52	28.97	14.86	36.17	0.00

NETWORK 4

ID	x	y
D	100	100
2	140.4748	47.77895
3	25.8318	195.2797
4	33.61038	36.16402
5	188.7679	81.05644
6	188.695	170.7097
D	100	100
8	60.232	178.4521
9	114.6653	152.1027
10	166.6898	45.16509
11	93.6037	88.96185
12	109.9968	14.99588

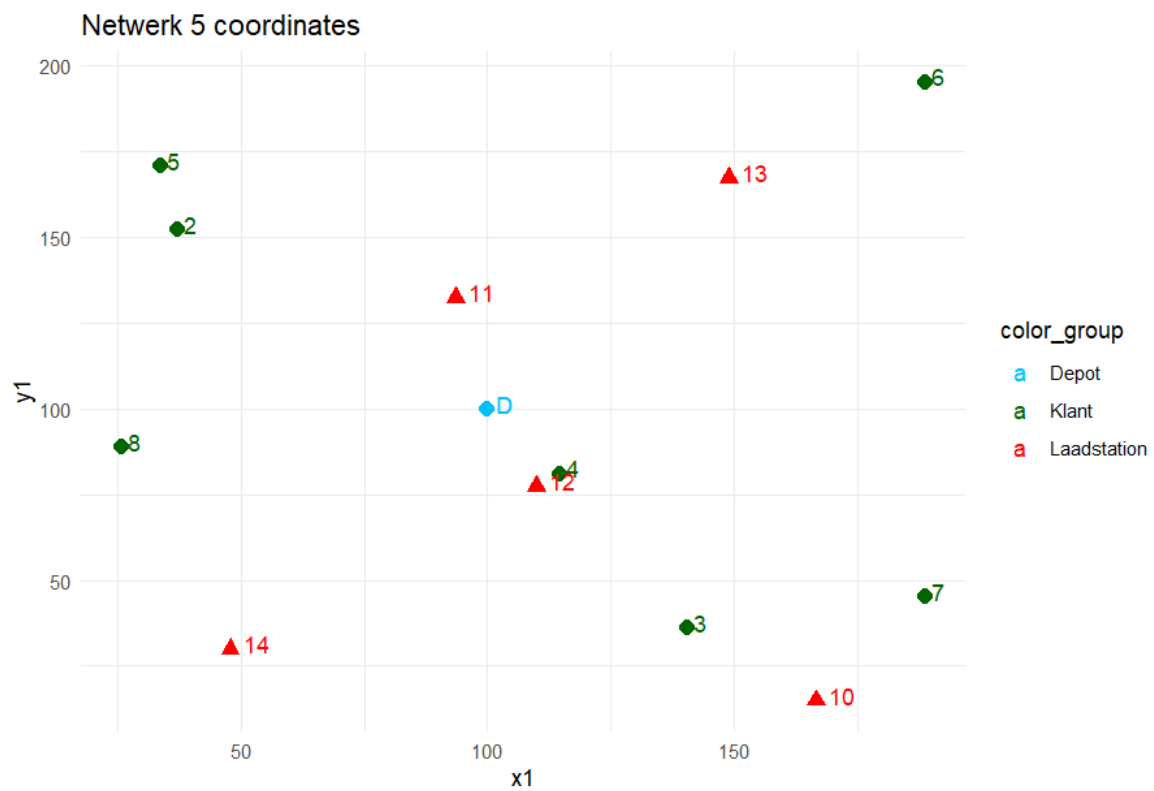


	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
1	0	66	121	92	91	113	0	88	88	88	88	88	54	54	54	54	54	86	86	86	86	86	13	13	13	13	13	86	86	86	86	86
2	66	0	187	107	59	132	66	153	153	153	153	153	107	107	107	107	107	26	26	26	26	26	62	62	62	62	62	45	45	45	45	45
3	121	187	0	159	199	165	121	38	38	38	38	38	99	99	99	99	99	206	206	206	206	206	126	126	126	126	126	199	199	199	199	199
4	92	107	159	0	162	205	92	145	145	145	145	145	141	141	141	141	141	133	133	133	133	80	80	80	80	80	79	79	79	79	79	
5	91	59	199	162	0	90	91	161	161	161	161	161	103	103	103	103	103	42	42	42	42	42	95	95	95	95	95	103	103	103	103	103
6	113	132	165	205	90	0	113	129	129	129	129	129	76	76	76	76	76	127	127	127	127	127	125	125	125	125	125	174	174	174	174	174
7	0	66	121	92	91	113	0	88	88	88	88	88	54	54	54	54	54	86	86	86	86	86	13	13	13	13	13	86	86	86	86	86
8	88	153	38	145	161	119	88	0	0	0	0	0	60	60	60	60	60	171	171	171	171	171	96	96	96	96	96	171	171	171	171	171
9	88	153	38	145	161	119	88	0	0	0	0	0	60	60	60	60	60	171	171	171	171	171	96	96	96	96	96	171	171	171	171	171
10	88	153	38	145	161	119	88	0	0	0	0	0	60	60	60	60	60	171	171	171	171	171	96	96	96	96	96	171	171	171	171	171
11	88	153	38	145	161	119	88	0	0	0	0	0	60	60	60	60	60	171	171	171	171	171	96	96	96	96	96	171	171	171	171	171
12	88	153	38	145	161	119	88	0	0	0	0	0	60	60	60	60	60	171	171	171	171	171	96	96	96	96	96	171	171	171	171	171
13	54	107	99	141	103	76	54	60	60	60	60	60	0	0	0	0	0	119	119	119	119	119	67	67	67	67	67	137	137	137	137	137
14	54	107	99	141	103	76	54	60	60	60	60	60	0	0	0	0	0	119	119	119	119	119	67	67	67	67	67	137	137	137	137	137
15	54	107	99	141	103	76	54	60	60	60	60	60	0	0	0	0	0	119	119	119	119	119	67	67	67	67	67	137	137	137	137	137
16	54	107	99	141	103	76	54	60	60	60	60	60	0	0	0	0	0	119	119	119	119	119	67	67	67	67	67	137	137	137	137	137
17	54	107	99	141	103	76	54	60	60	60	60	60	0	0	0	0	0	119	119	119	119	119	67	67	67	67	67	137	137	137	137	137
18	86	26	206	133	42	127	86	171	171	171	171	171	119	119	119	119	119	0	0	0	0	0	85	85	85	85	85	64	64	64	64	64
19	86	26	206	133	42	127	86	171	171	171	171	171	119	119	119	119	119	0	0	0	0	0	85	85	85	85	85	64	64	64	64	64
20	86	26	206	133	42	127	86	171	171	171	171	171	119	119	119	119	119	0	0	0	0	0	85	85	85	85	85	64	64	64	64	64
21	86	26	206	133	42	127	86	171	171	171	171	171	119	119	119	119	119	0	0	0	0	0	85	85	85	85	85	64	64	64	64	64
22	86	26	206	133	42	127	86	171	171	171	171	171	119	119	119	119	119	0	0	0	0	0	85	85	85	85	85	64	64	64	64	64
23	13	62	126	80	95	125	13	96	96	96	96	96	67	67	67	67	67	85	85	85	85	85	0	0	0	0	0	76	76	76	76	76
24	13	62	126	80	95	125	13	96	96	96	96	96	67	67	67	67	67	85	85	85	85	85	0	0	0	0	0	76	76	76	76	76
25	13	62	126	80	95	125	13	96	96	96	96	96	67	67	67	67	67	85	85	85	85	85	0	0	0	0	0	76	76	76	76	76
26	13	62	126	80	95	125	13	96	96	96	96	96	67	67	67	67	67	85	85	85	85	85	0	0	0	0	0	76	76	76	76	76
27	13	62	126	80	95	125	13	96	96	96	96	96	67	67	67	67	67	85	85	85	85	85	0	0	0	0	0	76	76	76	76	76
28	86	45	199	79	103	174	86	171	171	171	171	171	137	137	137	137	137	64	64	64	64	64	76	76	76	76	76	0	0	0	0	0
29	86	45	199	79	103	174	86	171	171	171	171	171	137	137	137	137	137	64	64	64	64	64	76	76	76	76	76	0	0	0	0	0

30	86	45	199	79	103	174	86	171	171	171	171	137	137	137	137	64	64	64	76	76	76	76	76	0	0	0	0	0	0
31	86	45	199	79	103	174	86	171	171	171	171	137	137	137	137	64	64	64	76	76	76	76	76	0	0	0	0	0	0
32	86	45	199	79	103	174	86	171	171	171	171	137	137	137	137	64	64	64	76	76	76	76	76	0	0	0	0	0	0

NETWORK 5

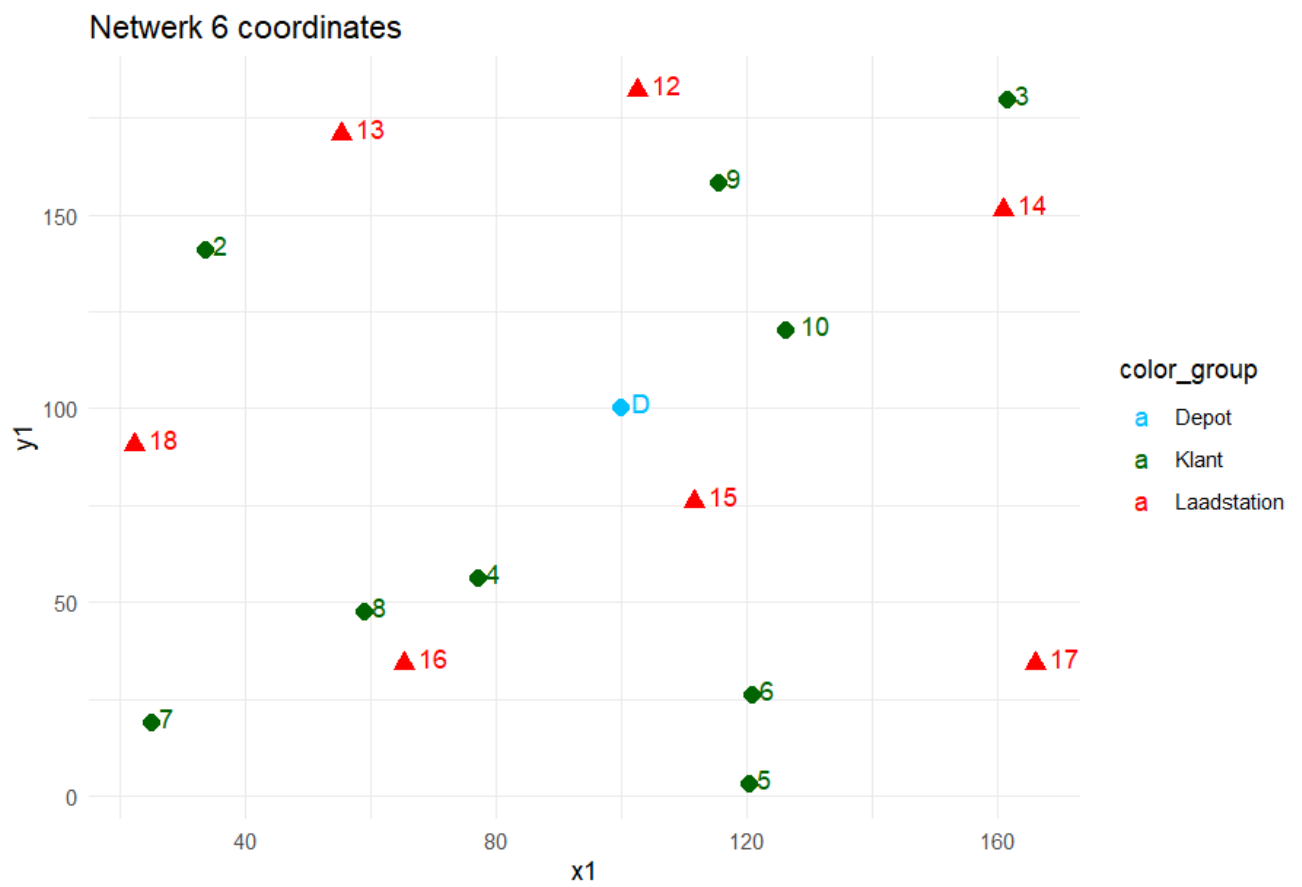
ID	x	y
D	100	100
2	36.97645	152.1027
3	140.4748	36.16402
4	114.6653	81.05644
5	33.61038	170.7097
6	188.7679	195.2797
7	188.695	45.16509
8	25.8318	88.96185
D	100	100
10	166.6898	14.99588
11	93.6037	132.3798
12	109.9968	77.50991
13	148.9876	167.3778
14	47.77895	30.10029



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	0	82	76	24	97	130	104	75	0	108	108	108	108	108	108	108	33	33	33	33	33	33
2	82	0	155	105	19	158	186	64	82	189	189	189	189	189	189	189	60	60	60	60	60	60
3	76	155	0	52	172	166	49	126	76	34	34	34	34	34	34	34	107	107	107	107	107	107
4	24	105	52	0	121	136	82	89	24	84	84	84	84	84	84	84	55	55	55	55	55	55
5	97	19	172	121	0	157	200	82	97	205	205	205	205	205	205	205	71	71	71	71	71	71
6	130	158	166	136	157	0	150	195	130	182	182	182	182	182	182	182	114	114	114	114	114	114
7	104	186	49	82	200	150	0	169	104	37	37	37	37	37	37	37	129	129	129	129	129	129
8	75	64	126	89	82	195	169	0	75	159	159	159	159	159	159	159	80	80	80	80	80	80
9	0	82	76	24	97	130	104	75	0	108	108	108	108	108	108	108	33	33	33	33	33	33
10	108	189	34	84	205	182	37	159	108	0	0	0	0	0	0	0	138	138	138	138	138	138
11	108	189	34	84	205	182	37	159	108	0	0	0	0	0	0	0	138	138	138	138	138	138
12	108	189	34	84	205	182	37	159	108	0	0	0	0	0	0	0	138	138	138	138	138	138
13	108	189	34	84	205	182	37	159	108	0	0	0	0	0	0	0	138	138	138	138	138	138
14	108	189	34	84	205	182	37	159	108	0	0	0	0	0	0	0	138	138	138	138	138	138
15	108	189	34	84	205	182	37	159	108	0	0	0	0	0	0	0	138	138	138	138	138	138
16	108	189	34	84	205	182	37	159	108	0	0	0	0	0	0	0	138	138	138	138	138	138
17	33	60	107	55	71	114	129	80	33	138	138	138	138	138	138	138	0	0	0	0	0	0
18	33	60	107	55	71	114	129	80	33	138	138	138	138	138	138	138	0	0	0	0	0	0
19	33	60	107	55	71	114	129	80	33	138	138	138	138	138	138	138	0	0	0	0	0	0
20	33	60	107	55	71	114	129	80	33	138	138	138	138	138	138	138	0	0	0	0	0	0
21	33	60	107	55	71	114	129	80	33	138	138	138	138	138	138	138	0	0	0	0	0	0
22	33	60	107	55	71	114	129	80	33	138	138	138	138	138	138	138	0	0	0	0	0	0
23	33	60	107	55	71	114	129	80	33	138	138	138	138	138	138	138	0	0	0	0	0	0
24	25	104	51	6	121	142	85	85	25	84	84	84	84	84	84	84	57	57	57	57	57	57
25	25	104	51	6	121	142	85	85	25	84	84	84	84	84	84	84	57	57	57	57	57	57
26	25	104	51	6	121	142	85	85	25	84	84	84	84	84	84	84	57	57	57	57	57	57
27	25	104	51	6	121	142	85	85	25	84	84	84	84	84	84	84	57	57	57	57	57	57
28	25	104	51	6	121	142	85	85	25	84	84	84	84	84	84	84	57	57	57	57	57	57
29	25	104	51	6	121	142	85	85	25	84	84	84	84	84	84	84	57	57	57	57	57	57

NETWORK 6

ID	x	y
D	100	100
2	33.60831	140.7377
3	161.5033	179.4977
4	76.98847	55.94651
5	120.4201	3.065979
6	120.8788	25.79631
7	24.92669	18.67639
8	58.92018	47.377
9	115.522	158.2295
10	126.1959	119.9463
D	100	100
12	102.4032	182.0295
13	55.2342	170.6985
14	160.8071	151.141
15	111.4499	75.83438
16	65.202	34.256
17	165.9417	34.05813
18	22.28983	90.66147



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	0	78	101	50	99	77	111	67	60	33	0	82	82	82	82	82	82	82	82	82	84	84
2	78	0	134	95	163	144	122	97	84	95	78	80	80	80	80	80	80	80	80	80	37	37
3	101	134	0	150	181	159	211	167	51	69	101	59	59	59	59	59	59	59	59	59	107	107
4	50	95	150	0	68	53	64	20	109	81	50	129	129	129	129	129	129	129	129	129	117	117
5	99	163	181	68	0	23	97	76	155	117	99	180	180	180	180	180	180	180	180	180	180	180
6	77	144	159	53	23	0	96	66	133	94	77	157	157	157	157	157	157	157	157	157	159	159
7	111	122	211	64	97	96	0	44	166	143	111	181	181	181	181	181	181	181	181	181	155	155
8	67	97	167	20	76	66	44	0	124	99	67	141	141	141	141	141	141	141	141	141	123	123
9	60	84	51	109	155	133	166	124	0	40	60	27	27	27	27	27	27	27	27	27	62	62
10	33	95	69	81	117	94	143	99	40	0	33	66	66	66	66	66	66	66	66	66	87	87
11	0	78	101	50	99	77	111	67	60	33	0	82	82	82	82	82	82	82	82	82	84	84
12	82	80	59	129	180	157	181	141	27	66	82	0	0	0	0	0	0	0	0	0	49	49
13	82	80	59	129	180	157	181	141	27	66	82	0	0	0	0	0	0	0	0	0	49	49
14	82	80	59	129	180	157	181	141	27	66	82	0	0	0	0	0	0	0	0	0	49	49
15	82	80	59	129	180	157	181	141	27	66	82	0	0	0	0	0	0	0	0	0	49	49
16	82	80	59	129	180	157	181	141	27	66	82	0	0	0	0	0	0	0	0	0	49	49
17	82	80	59	129	180	157	181	141	27	66	82	0	0	0	0	0	0	0	0	0	49	49
18	82	80	59	129	180	157	181	141	27	66	82	0	0	0	0	0	0	0	0	0	49	49
19	82	80	59	129	180	157	181	141	27	66	82	0	0	0	0	0	0	0	0	0	49	49
20	82	80	59	129	180	157	181	141	27	66	82	0	0	0	0	0	0	0	0	0	49	49
21	84	37	107	117	180	159	155	123	62	87	84	49	49	49	49	49	49	49	49	0	0	0
22	84	37	107	117	180	159	155	123	62	87	84	49	49	49	49	49	49	49	49	0	0	0
23	84	37	107	117	180	159	155	123	62	87	84	49	49	49	49	49	49	49	49	0	0	0
24	84	37	107	117	180	159	155	123	62	87	84	49	49	49	49	49	49	49	49	0	0	0
25	84	37	107	117	180	159	155	123	62	87	84	49	49	49	49	49	49	49	49	0	0	0
26	84	37	107	117	180	159	155	123	62	87	84	49	49	49	49	49	49	49	49	0	0	0
27	84	37	107	117	180	159	155	123	62	87	84	49	49	49	49	49	49	49	49	0	0	0
28	84	37	107	117	180	159	155	123	62	87	84	49	49	49	49	49	49	49	49	0	0	0
29	84	37	107	117	180	159	155	123	62	87	84	49	49	49	49	49	49	49	49	0	0	0

