Probabilistisch model van het spel BLOKKEN van TV1 en het vermoeden van Ben Crabbé

L. EGGHE

LUC, Universitaire Campus, 3590 Diepenbeek[1]
en
UIA, Universiteitsplein 1, 2610 Wilrijk
e-mail : leo.egghe@luc.ac.be

Samenvatting

Dit artikel kwam tot stand door de auteur's verwondering over de regelmatig herhaalde uitspraak van Ben Crabbé (presentator van BLOKKEN) dat "een speler, die voor de tweede keer het spel BLOKKEN speelt, vaak verliest". Deze uitspraak wordt geïnterpreteerd en probabilistisch bestudeerd. Hiertoe wordt een compleet probabilistisch model van het spel BLOKKEN gegeven, incl. expliciete formules voor de diverse kansen. We tonen aan dat bovenstaande uitspraak, maar geïnterpreteerd in de zin van "de fractie van de spellen waarin dit voorkomt" (en niet t.o.v. de spelerskansen) correct is.

---

[1] Hoofdadres

Bedanking : Ik dank de heer Van Eyken, producer BLOKKEN bij de VRT voor geleverd statistisch materiaal en voor interessante discussies hierover.

I. Het spel BLOKKEN en het vermoeden van Ben Crabbé

Het spel BLOKKEN is genoegzaam bekend : men is reeds ver voorbij de 1.000 afleveringen en de uitzendingen worden daarenboven nog eens herhaald. Twee spelers nemen het tegen elkaar op waarbij algemene vragen correct moeten beantwoord worden en, wie dat kan, blokken zodanig mag schikken dat er horizontale lijnen gevuld worden. Goede antwoorden en gevulde lijnen brengen punten op en diegene die - over 3 rondes samen - het meeste punten heeft verzameld wint dit eerste deel. De andere speler valt af en de winnaar speelt het tweede deel. Hier leveren correcte antwoorden blokken op die, indien goed geplaatst, letters van een 7-letterwoord onthullen. Enkel indien de kandidaat dit woord raadt komt hij/zij terug voor een tweede spel. Het verdiende bedrag (40.000,-fr) is in ieder geval gewonnen. Een persoon kan maximaal drie keer het spel spelen. Wint hij/zij ook de derde keer dan wint deze, naast de 3 x 40.000,-fr = 120.000,-fr, ook nog een PC.

Daar een speler maximaal drie keer het spel mag spelen zijn er - qua aantal deelnames van de twee spelers - slechts drie soorten spellen mogelijk :

1. Beide spelers spelen voor de eerste keer. We noteren dit door 1*1.
2. Eén speler speelt voor de tweede keer en de andere voor de eerste keer. We noteren dit door 2*1.
3. Eén speler speelt voor de derde keer en de andere voor de eerste keer. We noteren dit door 3*1.

Merk op dat de volgorde van de cijfers voor en na de * onbelangrijk is (2*1 = 1*2, 3*1 = 1*3). We zullen echter steeds bovenstaande notatie gebruiken. Een spel BLOKKEN spelen is - in essentie - de overgang van een situatie i*1 (i=1,2,3) naar een situatie j*1 (j=1,2,3) volgens zekere kansen die we later zullen bepalen. Het vermoeden van Ben Crabbé heeft te maken met de evolutie van een spel van het type 2*1, na het eerste en het tweede deel. Ben Crabbé beweert immers dat hij aanvoelt dat “een speler die voor de tweede keer meedoet, relatief vaak verliest”.

Het is hierbij zeer belangrijk dit goed te definiëren. Vooreerst moeten we bepalen of deze uitspraak slaat op de persoon die het spel voor de tweede keer speelt of op het spel van het type 2*1 zelf. Hier kunnen we een duidelijk standpunt innemen : het lijkt ons absurd dat deze uitspraak op personen zou slaan : wie voor de tweede keer deelneemt heeft - overall - zeker niet minder kans om te winnen dan iemand die voor het eerst deelneemt. We zullen er in dit artikel van uitgaan dat de "overall" kans voor winst of verlies (in het eerste deel) van een speler $\frac{1}{2}$ is. Het is het basismodel waarbij we werken met de eenvoudigste situatie die tevens dicht bij de realiteit zal liggen : gezien er preliminaire testen afgenomen worden kunnen we stellen dat alle kandidaten het toetsenbord vooraf hebben kunnen oefenen en er dus weinig verschil zal zijn tussen een eerste, tweede of derde deelname. Het bewijzen van het vermoeden van Ben Crabbé (want dat zullen we) is tevens des te spectaculairder in een situatie waarbij we op voorhand al zeggen "een persoon die voor de tweede keer terugkomt heeft het gemiddeld niet moeilijker dan een die voor de eerste of derde keer terugkomt"!

Uitsluiten dat het vermoeden van Ben Crabbé slaat op personen, verlegt onze aandacht naar de spellen zelf, en dan meer bepaald naar de eerste en tweede delen van de spellen. In die zin herformuleren we het vermoeden van Ben Crabbé als volgt : "over alle spellen heen - zoals veel meer dan 1.000 keer gespeeld - komt het relatief vaak voor dat in een spel van het type 2*1, de speler die voor de tweede keer speelt, verliest in het eerste of in het tweede deel". We zetten hier met opzet "relatief vaak" daar "vaakst" niet kan : vermits er in elk spel een speler zit die voor het eerst speelt èn vermits daarenboven in het spel van type 1*1 uitsluitend spelers zijn die voor het eerst spelen èn vermits we de kansen op winst of verlies van de spelers op $\frac{1}{2}$ gezet hebben, zien we nu al in dat het aantal spellen waarin een persoon die voor het eerst deelneemt reeds in het eerste deel verliest, meer dan de helft van het totaal aantal spellen is. Exacte formules worden verderop gegeven. Alle andere fenomenen (zoals het vermoeden van Ben Crabbé) hebben dus zeker een kleinere kans. We zullen desalniettemin aantonen

(I) dat het speltype 2*1 het meest voorkomt (dus meer dan de types 1*1 en 3*1). Volgens onze assumptie dat de kans dat een speler verliest in het eerste deel gelijk is aan $\frac{1}{2}$ betekent dit dan dat de helft van de spellen van het meest voorkomende speltype van aard zijn dat een speler die voor de tweede keer speelt reeds verliest na het eerste deel.

(II) dat er meer spellen zijn waarin een persoon, die voor de tweede keer speelt, verliest in het eerste deel dan dat er spellen zijn waarin een persoon, die voor de derde keer speelt, verliest in het eerste deel.

(III) dat er meer spellen zijn waarin een persoon, die voor de tweede keer speelt, sneuvelt (in het eerste of tweede deel) dan dat er spellen zijn waarin een persoon, die voor de derde keer speelt, sneuvelt (in het eerste of tweede deel).

Dit is wat Ben Crabbé, steunend op zijn grote spel-ervaring, intuïtief aanvoelt : hij neemt fracties van spellen waar, niet van personen !

Bovenstaande uitspraken zullen bewezen worden aan de hand van formules volgend uit een compleet probabilistisch model voor het spel BLOKKEN, dat in volgende sectie uiteengezet wordt.

II. Het model

II.1 Inleiding

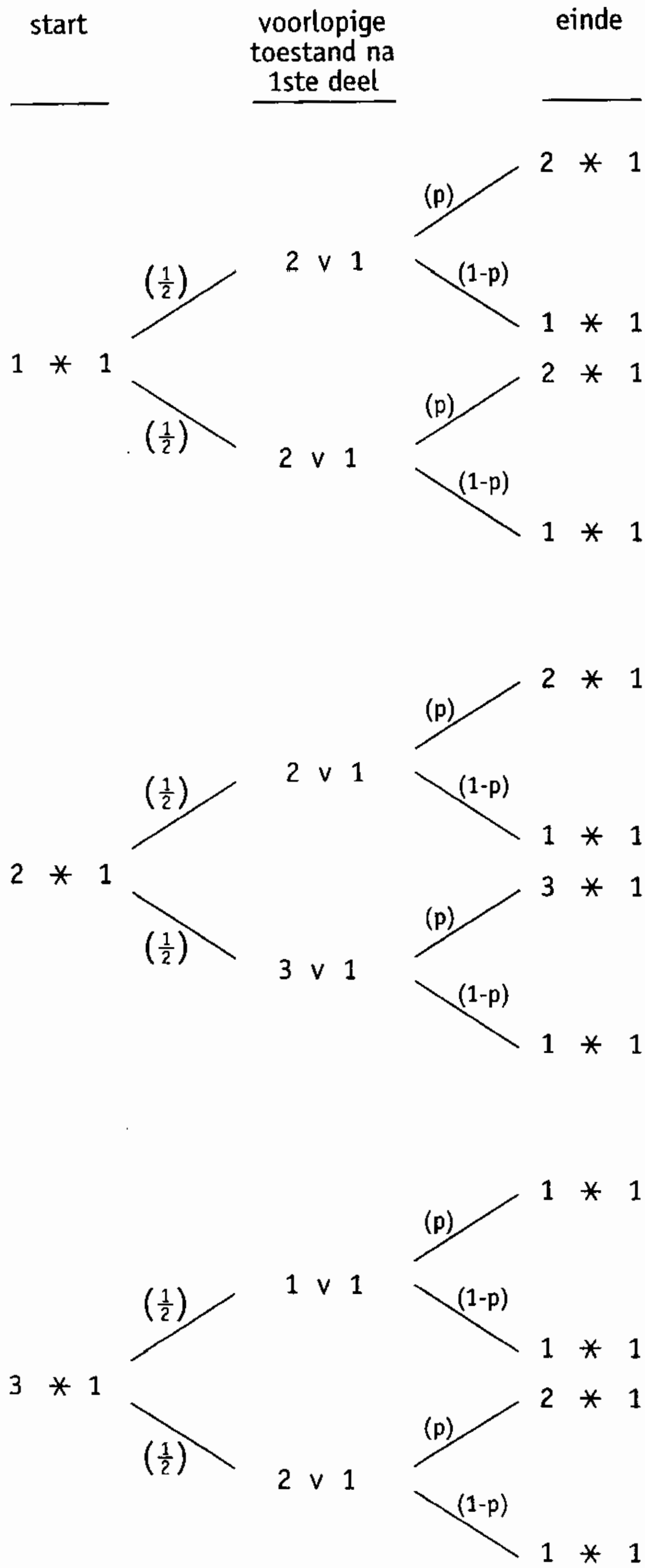
BLOKKEN heeft dus twee delen (het eerste deel bestaat uit 3 rondes maar, daar de punten uit deze 3 rondes opgeteld worden is dit van geen belang voor het model). Het vermoeden van Ben Crabbé wordt geuit na het eerste en/of het tweede deel. We moeten dus de opeenvolgende kansen van de twee delen beschouwen. Het spelen van een van de spellen 1*1, 2*1, 3*1 heeft telkens 4 mogelijke uitkomsten : na het eerste deel verliest de ene of de andere speler (2 gevallen dus) en, per geval, speelt de winnaar van het eerste deel het eindspel (tweede deel) dat hij/zij kan winnen of verliezen (2 gevallen dus) ; dus in totaal 4 gevallen.

We geven het voorbeeld van het spelen van een spel van type 2*1

- ofwel wint de speler die voor de tweede keer speelt het eerste deel (kans $\frac{1}{2}$ dus zoals gesteld). Deze speler heeft dus uitzicht op een derde spel 's anderendaags als hij/zij het tweede deel ook wint. Laat ons deze voorlopige (virtuele) situatie noteren door 3v1. Wordt het eindspel gewonnen (noem p de kans hiervan) dan krijgen we 's anderendaags echt een spel van het type 3*1. Wordt het eindspel verloren (kans 1-p) dus) dan valt ook deze speler af en hebben we 's anderendaags een spel van het type 1*1.

- ofwel verliest de speler die voor de tweede keer speelt het eerste deel (weer kans $\frac{1}{2}$ dus). De andere speler heeft dus uitzicht op een tweede spel 's anderendaags, <u>als</u> hij/zij het tweede deel ook wint. Deze voorlopige situatie noteren we door 2v1. Wordt het eindspel gewonnen (kans p) dan krijgen we 's anderendaags echt een spel van het type 2*1. Wordt het eindspel verloren (kans 1-p) dan hebben we 's anderendaags een spel van type 1*1.

Analoog kunnen we de evoluties van de spellen van type 1*1 en 3*1 behandelen. We bekomen de volgende 12 gevallen.


start
voorlopige toestand na 1ste deel
einde
1 ⚹ 1
(½)
2 v 1
(p)
2 ⚹ 1
(1-p)
1 ⚹ 1
(½)
2 v 1
(p)
2 ⚹ 1
(1-p)
1 ⚹ 1
2 ⚹ 1
(½)
2 v 1
(p)
2 ⚹ 1
(1-p)
1 ⚹ 1
(½)
3 v 1
(p)
3 ⚹ 1
(1-p)
1 ⚹ 1
3 ⚹ 1
(½)
1 v 1
(p)
1 ⚹ 1
(1-p)
1 ⚹ 1
(½)
2 v 1
(p)
2 ⚹ 1
(1-p)
1 ⚹ 1

De getallen tussen haakjes zijn de kansen waarmee dat de desbetreffende overgang gebeurt. Een schema zoals hier gegeven noemt men een boomstructuur. Telkens men een spel speelt (dagelijks) hebben we zo een structuur van mogelijkheden die zich "ent" op het vorige, m.a.w. deze boom groeit in elke "tak" op deze wijze verder. Het groeien van deze boom is een zgn. stochastisch proces zoals men dat ook tegenkomt bij de beschrijving van gokspelen. Het is hier niet de plaats om er over uit te weiden maar we verwijzen hiervoor naar Williams (1991), Ionescu Tulcea (1981), Egghe (1984), Edgar and Sucheston (1992). Een bekend sleutelwoord terzake is ook "martingale". Deze modellen vonden ook hun toepassing in de informatiewetenschap, o.a. in de artikels Egghe and Rousseau (1995, 1996), Egghe (1995, 1996, 1998, 1999).

Men zou kunnen denken dat de hele (oneindige) boom moet bekend zijn om het relatieve aandeel van de types spelletjes 1*1, 2*1 en 3*1 te kennen, maar dat is hier niet zo. Men ziet immers dat in het bovenstaand schema, in zijn geheel genomen, men terugkeert van waar men vertrokken is : men vertrekt van de types spellen 1*1, 2*1, 3*1 en men komt daarop ook terecht (maar in veranderde frequenties). Dit geeft ons de mogelijkheid de kansen (=relatieve frequenties) van deze types spellen te bepalen, via algebraïsche vergelijkingen. Daar we deze kansen nodig hebben om het vermoeden van Ben Crabbé te behandelen, doen we dit eerst.

II.2 De relatieve frequenties van de types spellen 1*1, 2*1, 3*1

We noteren deze relatieve frequenties (kansen) door p(1*1), p(2*1), p(3*1). We bepalen 3 vergelijkingen voor deze 3 onbekenden. Vooreerst is het duidelijk dat hun som 1 is :

$$p(1*1) + p(2*1) + p(3*1) = 1 \tag{1}$$

Verder is uit het schema duidelijk dat

$$p(2*1) = \frac{p}{2}p(1*1) + \frac{p}{2}p(1*1) + \frac{p}{2}p(2*1) + \frac{p}{2}p(3*1)$$

of dus

$$\left(1-\frac{p}{2}\right)p(2*1) = pp(1*1) + \frac{p}{2}p(3*1) \tag{2}$$

Tenslotte

$$p(3*1) = \frac{p}{2}p(2*1) \tag{3}$$

Uit het schema volgt ook nog de overbodige (maar met (1), (2), (3) consistente) relatie

$$p(1*1) = \frac{1-p}{2}p(1*1) + \frac{1-p}{2}p(1*1) + \frac{1-p}{2}p(2*1) + \frac{1-p}{2}p(2*1)$$
$$+ \frac{1}{2}p(3*1) + \frac{1-p}{2}p(3*1).$$

We laten de verificatie hiervoor aan de lezer

Elementaire algebra levert

$$p(2*1) = \frac{p}{1+\frac{p}{2}+\frac{p^2}{4}} \tag{4}$$

$$p(3*1) = \frac{p^2}{2+p+\frac{p^2}{2}} \tag{5}$$

$$p(1*1) = \frac{1-\frac{p}{2}-\frac{p^2}{4}}{1+\frac{p}{2}+\frac{p^2}{4}} \tag{6}$$

Hieruit kunnen we de relatieve frequenties (kansen) die voorkomen in het vermoeden van Ben Crabbé berekenen.

II.3 Het vermoeden van Ben Crabbé.

Vooreerst checken we of het speltype 2*1 het meest voorkomt. We moeten dus aantonen dat

$$p(2*1) > \max(p(1*1), p(3*1)).$$

Dat p(2*1) > p(3*1) is evident daar

$$p(3*1) = \frac{p}{2}p(2*1).$$

Dus is zelfs p(2*1) > 2p(3*1). Verder is p(2*1) > p(1*1) ⇔

$$p > 1 - \frac{p}{2} - \frac{p^2}{4}.$$

Dit is zo vanaf $p \geq 0{,}606$ afgerond. De grootte van p hangt uiteraard af van de moeilijkheidsgraad van de vragen en het te zoeken woord in het eindspel. Hoe groter p, hoe groter p(2*1), het relatieve aandeel van de spellen van het type 2*1. De heer Van Eyken, producer van BLOKKEN meldt mij dat in 816 spellen (waarin statistieken werden bijgehouden) er 553 keer het woord gevonden werd, dus p=0,6777. Dit gegeven klopt met het volgende. In de Website BLOKKEN (2000) lezen we dat gemiddeld per spel 745 Euro of ongeveer 30.000 fr. aan cash geld gewonnen wordt. Daar in elk spel 40.000 fr. te verdienen is dan en slechts dan als het eindspel gewonnen wordt (d.w.z. het woord gevonden wordt) en daar we schatten dat, indien het woord niet gevonden wordt (kans = 1-p) men gemiddeld 10.000 fr. wint (d.w.z. 1 lijntje) hebben we de volgende vergelijking :

$$40.000\, p + 10.000\, (1-p) = 30.000$$

wat $p = \frac{2}{3}$ geeft, vergelijkbaar met het gegeven van de heer van Eyken.

In ieder geval is p>0,606 wat maakt dat p(2*1) > p(1*1). We geven de expliciete getallen in geval p=0,6777 :

$$p(2*1) = 0{,}466 > p(1*1) = 0{,}376$$

$$> p(3*1) = 0{,}158$$

te berekenen uit (4), (5) en (6). Dit bevestigt het bovenstaande : bij BLOKKEN is dus quasi de helft van de spellen van het type 2*1 !

Hiermee is het eerste deel van het vermoeden van Crabbé aangetoond en dus ook het gevolg dat de helft van het meest voorkomende speltype (2*1) een verlies geeft in het eerste deel, van de speler die voor de tweede keer speelt.

Voor de tweede uitspraak moeten we vergelijken (, = en)

p(2*1 , 2v1)

= relatief aantal spellen waarin een persoon die voor de tweede keer speelt, verliest in het eerste deel (7)

en

p(3*1 ,2v1)

= relatief aantal spellen waarin een persoon die voor de derde keer speelt, verliest in het eerste deel. (8)

Gebruik makend van de formule voor conditionele kansen vinden we

$$\begin{aligned} & p(2*1\,,\,2v1) \\ = \quad & p(2v1 \mid 2*1)p(2*1) \\ = \quad & \frac{1}{2}p(2*1) \qquad (9) \end{aligned}$$

$$p(3^*1\ ,\ 2v1)$$

$$= \quad p(2v1 \mid 3^*1)p(3^*1)$$

$$= \quad \frac{1}{2}p(3*1) \qquad (10)$$

Vermits we reeds bewezen dat $p(2^*1) > p(3^*1)$ (zelfs $> 2p(3^*1)$) volgt dus

$$p(2^*1\ ,\ 2v1) > p(3^*1\ ,\ 2v1)$$

wat de tweede uitspraak aantoont.

Met betrekking tot de derde uitspraak merken we op

p_2 = relatief aantal spellen waarin een persoon, die voor de tweede keer speelt, sneuvelt (in het eerste of het tweede deel)

= $p(2^*1\ ,\ 2v1)$ + fractie van de spellen waarin de persoon die voor de tweede keer speelt wint in het eerste deel en verliest in het tweede deel

= $\frac{1}{2}p(2*1)+(1-p)\frac{1}{2}p(2*1)$

(uit (9) en het schema)

Dus hebben we :

$$p_2 = (1-\frac{p}{2})p(2*1) \qquad (11)$$

Analoog,

p_3 = relatief aantal spellen waarin een persoon, die voor de derde keer speelt, sneuvelt (in het eerste of het tweede deel)

= $\frac{1}{2}p(3*1)+(1-p)\frac{1}{2}p(3*1)$

$$p_3 = (1-\frac{p}{2})p(3*1) \qquad (12)$$

Uit het vorige volgt dus weer $p_2>p_3$ (zelfs $p_2>2p_3$), wat de derde uitspraak bewijst.

Mocht p, de kans om het eindspel te winnen, nog wat hoger liggen ($p\geq 0{,}83$) dan zouden we zelfs een vierde merkwaardige uitspraak kunnen doen :

$$p(2*1\ ,\ 2v1) > p(1*1\ ,\ 2v1),$$

waarbij $p(2*1\ ,\ 2v1)$ is als in (7) en

$$\begin{aligned} & p(1*1\ ,\ 2v1) \\ = \quad & p(1*1) \\ = \quad & \text{relatief aantal spellen van het type } 1*1 \\ = \quad & \text{relatief aantal spellen waarin een persoon die voor de eerste keer} \\ & \text{speelt binnen het type spel } 1*1\text{, verliest in het eerste deel.} \end{aligned}$$

Inderdaad,

$$\begin{aligned} & p(1*1\ ,\ 2v1) \\ = \quad & p(2v1 \mid 1*1)p(1*1) \\ = \quad & p(1*1), \end{aligned}$$

daar 2v1 steeds volgt op 1*1. Uit (9) en (13) hebben we dan de voorwaarde

$$\frac{p}{2} > 1 - \frac{p}{2} - \frac{p^2}{4}$$

wat de voorwaarde $p\geq 0{,}829$, afgerond geeft. Dus als het eindspel in minstens 83% van de keren gewonnen wordt is

$$p(2*1\ ,\ 2v1) > p(1*1\ ,\ 2v1),$$

een merkwaardig resultaat. We geven nog de expliciete formules :

$$p(1*1\ ,\ 2v1)$$

$$= \quad p(1*1)$$

$$= \quad \frac{1-\frac{p}{2}-\frac{p^2}{4}}{1+\frac{p}{2}+\frac{p^2}{4}} \tag{14}$$

$$p(2*1\ ,\ 2v1)$$

$$= \quad \frac{1}{2}p(2*1)$$

$$= \quad \frac{p}{2+p+\frac{p^2}{2}} \tag{15}$$

$$p(3*1\ ,\ 2v1)$$

$$= \quad \frac{1}{2}p(3*1)$$

$$= \quad \frac{p^2}{4+2p+p^2} \tag{16}$$

In geval van het concrete spel BLOKKEN ($p=0{,}6777$) hebben we dus

$$p(1*1\ ,\ 2v1) = 0{,}376$$
$$p(2*1\ ,\ 2v1) = 0{,}233$$
$$p(3*1\ ,\ 2v1) = 0{,}079$$

We vinden dus dat in een <u>kwart</u> van <u>alle</u> spellen we hebben dat de persoon die voor de tweede keer speelt, verliest in het eerste deel. Vergelijk dit met $p(3*1\ ,\ 2v1)=0{,}079$! Voor p_2 vinden we $p_2=0{,}308$. Dus in 31% (bijna $\frac{1}{3}$!) van <u>alle</u> spellen sneuvelt de persoon die voor de tweede keer meedoet. Vergelijk dit met $p_3=0{,}104$.

Nota 1 : Zoals reeds eerder opgemerkt is de kans dat we een spel hebben waarin een speler, die voor het eerst speelt, verliest in het eerste deel, groter dan $\frac{1}{2}$ zodat de boven beschreven derde uitspraak nooit kan verbeterd worden. De expliciete formule voor dit fenomeen is :

q_1 = relatief aantal spellen waarin een speler die voor het eerst speelt verliest in het eerste deel

$$= p(1*1)+\frac{1}{2}p(2*1)+\frac{1}{2}p(3*1)$$

Uit (1) volgt dat dit gelijk is aan

$$q_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}p(1*1) > \frac{1}{2} \qquad (17)$$

wat moest. Expliciet wordt dit

$$q_1 = \frac{1}{1+\frac{p}{2}+\frac{p^2}{4}} \qquad (18)$$

Voor p=0,6777 krijgen we q_1=0,638.

Nota 2 : Als we in alle formules p=1 nemen dan hebben we het geval van een spel "BLOKKEN" zonder eindspel. Merk op dat hier de volle vier uitspraken

$$p(2*1) > \max(p(1*1, p(3*1))$$
$$p(2*1\,,\,2v1) > p(3*1\,,\,2v1)$$
$$p_2 > p_3$$
$$p(2*1\,,\,2v1) > p(1*1,\,2v1)$$

geldig zijn !

Nota 3 : Het is misschien ook interessant te bepalen, voor elke i,j = 1,2,3 wat

$$p(i{*}1\ ,\ j{*}1)$$

is, waarmee we bedoelen de fractie van het totaal aantal spellen die van het type i*1 zijn en die voor het spel van 's anderendaags leiden tot een spel van type j*1. Uit het schema en uit (4), (5), (6) volgt

$$p(1{*}1\ ,\ 1{*}1) = p(1{*}1 \mid 1{*}1)\, p(1{*}1)$$

Hier betekent $p(1{*}1 \mid 1{*}1)$ de kans dat we 's anderendaags een spel van type 1*1 hebben, gegeven zijnde dat we nu een spel van type 1*1 hebben. Uit het schema volgt

$$\begin{aligned} p(1{*}1\ ,\ 1{*}1) &= (1\text{-}p)\, p(1{*}1) \\ &= \frac{(1-p)(1-\frac{p}{2}-\frac{p^2}{4})}{1+\frac{p}{2}+\frac{p^2}{4}} \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned} p(1{*}1\ ,\ 2{*}1) &= p(2{*}1 \mid 1{*}1)\, p(1{*}1) \\ &= p\, p(1{*}1) \\ &= \frac{p(1-\frac{p}{2}-\frac{p^2}{4})}{1+\frac{p}{2}+\frac{p^2}{4}} \end{aligned} \tag{20}$$

$$p(1{*}1\ ,\ 3{*}1) = 0 \tag{21}$$

$$\begin{aligned} p(2{*}1\ ,\ 1{*}1) &= p(1{*}1 \mid 2{*}1)\, p(2{*}1) \\ &= (1\text{-}p)\, p(2{*}1) \\ &= \frac{p(1-p)}{1+\frac{p}{2}+\frac{p^2}{4}} \end{aligned} \tag{22}$$

$$p(2*1\,,\,2*1) = p(2*1 \mid 2*1)\,p(2*1)$$

$$= \frac{p}{2}p(2*1)$$

$$= \frac{p^2}{2+p+\frac{p^2}{2}} \tag{23}$$

$$p(2*1\,,\,3*1) = p(3*1 \mid 2*1)\,p(2*1)$$

$$= \frac{p}{2}p(2*1)$$

$$= \frac{p^2}{2+p+\frac{p^2}{2}} \tag{24}$$

$$p(3*1\,,\,1*1) = p(1*1 \mid 3*1)\,p(3*1)$$

$$= (1-\frac{p}{2})p(3*1)$$

$$= \frac{(1-\frac{p}{2})p^2}{2+p+\frac{p^2}{2}} \tag{25}$$

$$p(3*1\,,\,2*1) = p(2*1 \mid 3*1)\,p(3*1)$$

$$= \frac{p}{2}p(3*1)$$

$$= \frac{p^3}{4+2p+p^2} \tag{26}$$

$$p(3*1\,,\,3*1) = 0 \tag{27}$$

Hiermee zijn alle overgangen beschreven. In het praktisch geval van BLOKKEN (p=0,677) vinden we

$$p(1*1\ ,\ 1*1) = 0{,}121$$
$$p(1*1\ ,\ 2*1) = 0{,}255$$
$$p(1*1\ ,\ 3*1) = 0$$
$$p(2*1\ ,\ 1*1) = 0{,}150$$
$$p(2*1\ ,\ 2*1) = 0{,}158$$
$$p(2*1\ ,\ 3*1) = 0{,}158$$
$$p(3*1\ ,\ 1*1) = 0{,}104$$
$$p(3*1\ ,\ 2*1) = 0{,}054$$
$$p(3*1\ ,\ 3*1) = 0$$

Nota 4 : We hebben het in dit artikel uitsluitend gehad over de kansen van voorkomen van zekere speltypes ; dit was het gevolg van de interpretatie van het vermoeden van Crabbé. Kijken we toch naar de kansen van de deelnemers dan hebben we de volgende kansen (de getallen zelf zijn voor p=0,6777 zoals bij BLOKKEN het geval is).

Kans om 1 eerste deel te winnen = Kans om 1 eerste deel te verliezen = $\frac{1}{2}$.
Kans om 1 spel te winnen = $\frac{p}{2} = 0{,}339$.
Kans om 1 spel en 1 eerste deel (van het tweede spel) te winnen = Kans om 1 spel te winnen en 1 eerste deel (van het tweede spel) te verliezen = $\frac{p}{4} = 0{,}169$.
Kans om 2 spellen te winnen = $\frac{p^2}{4} = 0{,}115$.
Kans om 2 spellen en 1 eerste deel (van het derde spel) te winnen = Kans om 2 spellen te winnen en 1 eerste deel (van het derde spel) te verliezen = $\frac{p^2}{8} = 0{,}057$.
Kans om 3 spellen te winnen = $\frac{p^3}{8} = 0{,}039$.

Deze getallen liggen in dalende lijn en maken nog eens duidelijk dat, qua spelerskansen alle uitspraken i.v.m. grote kansen op verlies in het tweede spel, geen basis hebben. We vonden ook dat ongeveer 3,9% van de spelers de computer mee naar huis neemt. Het percentage spellen waarin dit gebeurt is (zie schema)

$$100\frac{p}{2}p(3*1)$$

$$= \frac{100p^3}{4+2p+p^2} \quad (28)$$

wat voor p=0,6777 de waarde 5,3% geeft. Dat dit kleiner is dan het dubbel van de fractie van de personen die de computer wint komt doordat er minder personen dan tweemaal het aantal spellen meedoen (een persoon kan meer dan eenmaal meedoen). Merk ook op dat (28) niet hetzelfde is als 100p(3*1 , 1*1) : hier zitten ook gevallen van *niet-winnen* van de computer in!

Daar er 196 spellen per jaar zijn (zie BLOKKEN (2000)) betekent dit dat er jaarlijks zo'n 10 computers gewonnen worden. Dit is lager dan het aantal vermeld in BLOKKEN (2000) (25 à 30) maar dit laatste klopt niet met de exacte gegevens van de heer Van Eyken : op de 816 gecontroleerde spellen werd 64 keer de computer gewonnen of 7,84%. Dit betekent 15 computers per jaar wat dichter in de buurt van het model komt. Dat we het aantal van 15 onderschatten komt wellicht doordat een speler die voor de derde keer speelt toch iets meer kans heeft om te winnen dan een speler die voor de eerste of de tweede keer speelt. Dit betekent dan weer dat de cijfers van verlies van de speler die voor de tweede keer speelt nog iets hoger zullen liggen wat de juistheid van het vermoeden van Crabbé (spelsgewijs) nog wat versterkt.

III. Praktische conclusies.

Gebaseerd op het gegeven van de heer Van Eyken dat 67,77% van de spellen eindigen met een gevonden woord kunnen we besluiten, gebaseerd op het ontwikkelde model, dat

1. Bijna de helft van alle spellen is van het type 2*1 : één speler speelt voor de tweede keer en één speler speelt voor de eerste keer. Dit type spel (2*1) komt ook het meest voor.

2. In bijna een kwart van alle spellen verliest een speler, die voor de tweede keer speelt, het eerste deel van het spel. Dit is veel hoger dan in het geval van een speler die voor de derde keer speelt.
3. In bijna een derde van alle spellen gaat de speler die voor de tweede keer speelt niet door naar een derde spel. Dit is opnieuw veel hoger dan in het geval van een speler die voor de derde keer speelt.

De in deze 3 conclusies vermelde aantallen stijgen naarmate p, de fractie van de spellen die eindigen met een gevonden woord, groter wordt. M.a.w. het fenomeen, geuit door Ben Crabbé, neemt toe met p.

Bibliografie.

BLOKKEN (2000). Website : http://algemeen.vrt.be/english/var/texts/blokken.htm

G.A. Edgar and L. Sucheston (1992). Stopping Times and directed Processes. Encyclopedia of Mathematics and its applications 47. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

L. Egghe (1984). Stopping Time Techniques for Analysts and Probabilists. London Mathematical Society Lecture Notes Series 100, Cambridge University Press, Cambridge, UK.

L. Egghe (1995). Extension of the general "success breeds success" principle to the case that items can have multiple sources. Proceedings of the fifth biennial Conference of the international Society for Scientometrics and Informetrics, River Forest, IL, USA, (M. Koenig and A. Bookstein, eds.), 147-156, Learned Information, Medford, NJ, USA.

L. Egghe (1996). Source-Item production laws for the case that items have multiple sources with fractional counting of credits. Journal of the American Society for Information Science, 47(10), 730-748.

L. Egghe (1998). The evolution of core collections can be described via Banach space valued stochastic processes. Mathematical and Computer Modelling, 28(9), 11-17.

L. Egghe (1999). An application of martingales in the limit to a problem in information science. Mathematical and Computer Modelling, 29, 13-18.

L. Egghe and R. Rousseau (1995). Generalized success-breeds-success principle leading to time dependent informetric distributions. Journal of the American Society for Information Science, 46(6), 426-445.

L. Egghe and R. Rousseau (1996). Stochastic processes deterimined by a general success-breeds-success principle. Mathematical and Computer Modelling, 23(4), 93-104.

C. Ionescu Tulcea (1981). A Book on Casino Craps, other Dice Games and Gambling Systems. Van Nostrand Reinhold Company, New York.

D. Williams (1991). Probability with Martingales. Cambridge Mathematical Textbooks. Cambridge, UK.